<u>RACINE CARREE D'UN PRODUIT</u>

Michaël Durançon, Françoise Guy, Jérôme Loubatières,
Roseline Marques, Yves Piau.
IRES de Toulouse-Groupe Didactique des Mathématiques

Résumé
Ce document est l'aboutissement d'une recherche effectuée par le Groupe Didactique des Mathématiques de l'IRES de Toulouse.
L'objectif de cette recherche est d'établir et de motiver les propriétés algébriques des racines carrées et leur utilisation en classe de Troisième.
Nous avons élaboré une fiche élève dont l'objectif était de faire découvrir l'identité $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$. *Cette fiche élève a été expérimentée dans plusieurs classes de Collège puis modifiée en fonction des résultats obtenus.*

Mots Clés
Racine Carrée, Théorème de Pythagore, A.E.R.

Après une analyse des programmes de Collège et une réflexion didactique, il nous a semblé plus judicieux de faire découvrir par les élèves l'égalité $\sqrt{(a^2b)} = a\sqrt{b}$ (pour deux nombres a et b positifs), plutôt que $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ égalité moins immédiate.
Une fiche élève a été expérimentée dans plusieurs classes de Collège, puis modifiée en fonction des résultats obtenus. Le compte rendu de cette expérimentation peut être consulté sur le site de l'IRES de Toulouse (Groupe Didactique) et dans la brochure IREM n°184 « Racine carrée d'un produit ».

L'analyse des différentes expérimentations nous a amenés à scinder l'activité en deux parties :

- un travail préalable à la maison
- une fiche élève pour un travail en classe qui se concentre sur l'activité visée, à savoir l'égalité $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$.

Travail préparatoire à l'activité Racine Carrée

1. On considère un triangle dont les côtés mesurent 3 cm, 4 cm et 5 cm. Vérifiez que ce triangle est rectangle.

2. On considère maintenant un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 10 cm et dont un côté de l'angle droit mesure 6 cm. Calculez la mesure de l'autre côté de l'angle droit.

3. On considère maintenant un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 30 cm et dont un côté de l'angle droit mesure 18 cm. Calculez la mesure de l'autre côté de l'angle droit.

4. A partir des résultats précédents, émettez une conjecture.

5. Dans les questions suivantes k est un nombre positif.

a) On considère maintenant un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 5k cm et dont un côté de l'angle droit mesure 3k cm. Calculez la mesure de l'autre côté de l'angle droit en fonction de k.

b) Plus généralement, on considère maintenant un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure c cm et dont les côtés de l'angle droit mesurent a et b cm. Soit un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure kc cm, et un côté de l'angle droit mesure ka cm. Calculez alors la mesure de l'autre côté de l'angle droit en fonction de b.

Fiche Elève (Travail en classe)

Dans cette activité, les calculatrices ne sont pas autorisées.

1. Vérifiez que 1,5 est la racine carrée de 2,25.

2. Pouvez-vous proposer maintenant une valeur pour $\sqrt{225}$ et pour $\sqrt{22500}$?
Justifiez votre réponse.

3. Pouvez-vous en déduire la valeur de $\sqrt{20{,}25}$?
Sinon, vous retrouverez cette question en fin d'activité.

4. On considère plusieurs triangles rectangles.
Complétez le tableau suivant :

Hypoténuse	Côté 1	Côté 2
4	3	
8	6	
12	9	
3	2	
15	10	
30	20	
2,5	2	
7,5	6	
25	20	

5. Pouvez-vous maintenant répondre à la question **3.** ?

Conclusion

Cette activité très riche a donné l'occasion aux élèves de ''faire des mathématiques'' et leur a permis de comprendre le passage d'une écriture à une autre pour un même nombre.
Un des temps fort de l'activité est la question **4.** où les élèves sont conduits à remplir le tableau suivant pour des triangles rectangles :

Hypoténuse	Côté 1	Côté 2
3	2	$\sqrt{5}$
15	10	
30	20	

Les élèves ayant calculé le deuxième côté à l'aide du Théorème de Pythagore pour le premier triangle, proposent d'eux-mêmes d'utiliser un résultat préalablement établi qui leur permet de donner directement les résultats des deux dernières cases sous la forme : $5\sqrt{5}\ et\ 10\sqrt{5}$ au lieu de $\sqrt{125}\ et\ \sqrt{500}$ qu'ils auraient obtenus par l'application du théorème de Pythagore.

Il nous semble que l'appropriation de l'égalité $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ est alors effective.