LA « MAISON DES QUADRILATÈRES » – UNE SUGGESTION POUR ANIMER L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE VÉRITABLE

Giuseppe Pintaudi
Étudiant à la pädagogische Hochschule
de Heidelberg

L'esprit philosophique a tourné de ce côté les réflexions de plusieurs écrivains de ce siècle ; mais je doute que la vérité gagne à leur travail. La fureur des sistêmes s'étant emparée d'eux tous, nul ne cherche à voir les choses comme elles sont, mais comme elles s'accordent avec son système.

J. J. Rousseau[1]

Introduction

Dans le cadre de mon mémoire sur „Das Haus der Vierecke" dans l'enseignement des mathématiques, j'ai osé comparer sa place ou plutôt son importance en France et en Allemagne. Bien les difficultés se présentent à l'occasion d'une telle comparaison ; néanmoins, nous pouvons relever des tendances. Tout d'abord, nous voulons clarifier ce que nous entendons par une « maison des quadrilatères » (1.1). Ensuite, nous allons donner quelques exemples commençant par Euclide et terminant avec Bauersfeld (1.2). Après, nous ferons quelques remarques générales sur l'enseignement des mathématiques tel qu'il est en Allemagne, ce qui nous conduira aux objectifs généraux allemands et français (2). Enfin, nous allons étudier la place de la « maison » dans les programmes ou dans les manuels scolaires allemands et français (3). En conclusion, nous dresserons le bilan de nos études (4).

1. „Das Haus der Vierecke"

1.Définition

„Das Haus der Vierecke" est une expression fixe dans la didactique mathématique allemande. Autrement dit, il s'agit – si on veut – d'une expression synonyme pour *ordre*, *bon état*, *rangement*, *classement* etc. des quadrilatères. Si on parle de *la* maison, ce n'est pas à cause d'une exclusivité ; cela est lié à son origine. C'est Walter Breidenbach qui a formé ce terme, d'abord appliqué aux triangles, puis transféré aux quadrilatères. Dans son célèbre livre „Raumlehre in der Volksschule" il écrit :

„[...] Wir wollen ein Haus mit mehreren Stockwerken bauen, da sollen diese Dreiecke einziehen. Aber diejenigen, die mehr verwandt sind, sollen näher beieinander wohnen als die, die nicht so nah verwandt sind." [Nous voulons construire une maison de

[1] Jean-Jacques Rousseau: *Émile ou De l'éducation* (texte établi par Charles Wirz, présenté et annoté par Pierre Burgelin), Paris: Gallimard, 1969, 366.

plusieurs étages, dans laquelle ces triangles emménageront. Mais ceux qui sont plus proches parents doivent résider plus près l'un de l'autre que ceux qui le sont moins.]

Chaque fois que nous parlerons de la maison, nous ne penserons pas à *la* maison de Breidenbach qui n'est qu'un exemple pour un classement des quadrilatères, mais – en général – à un classement quelconque (suivant bien sûr un certain critère).

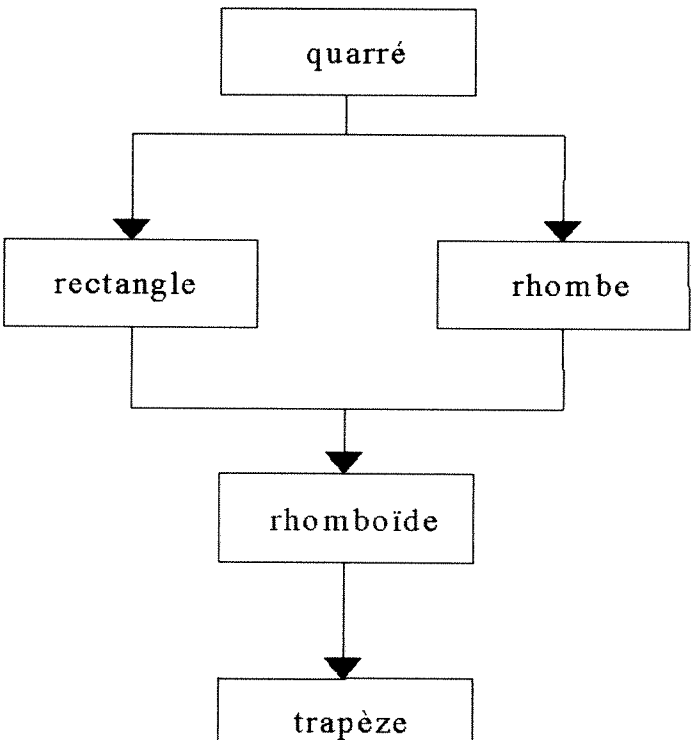
2.Quelques exemples

Euclide (340–270 av. J.C.)

Avant de passer aux maisons courantes jetons un coup d'œil sur les débuts. Pour les mathématiques – comme on sait – il y a un nom qu'on lie à « l'ordre systématique » : Euclide. Dans ses « Éléments », on trouve les quadrilatères suivants :

quarré	=	quadrilatère équilatéral et rectangulaire
rectangle	=	quadrilatère rectangulaire, mais pas équilatéral
rhombe	=	quadrilatère équilatéral, mais pas rectangulaire
rhomboïde	=	quadrilatère dont les angles et les côtés opposés sont de même grandeur, mais n'étant ni équilatéral ni rectangulaire
trapèze	=	les autres quadrilatères

Avec ces définitions, on peut maintenant construire la maison d'Euclide :



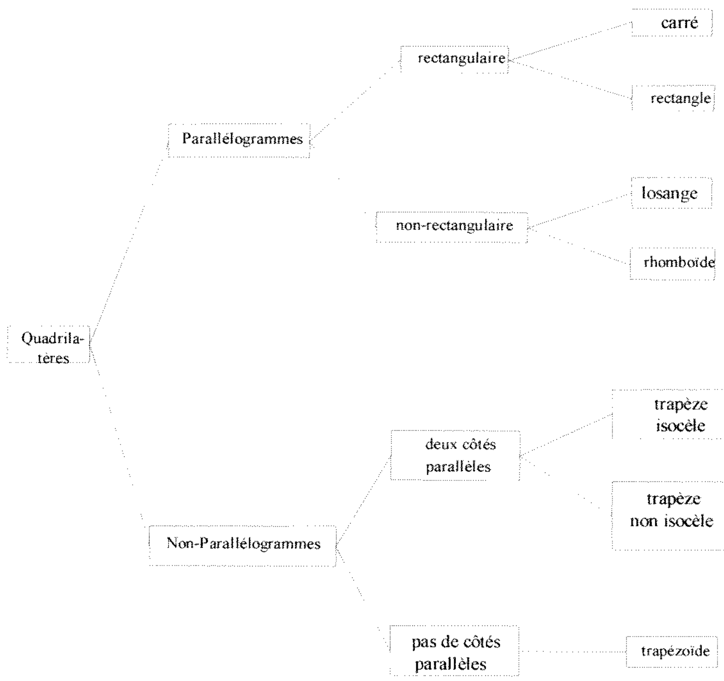
En analysant cette maison, on peut constater que :

- le point de départ est le carré ; par conséquent, on va du cas spécial au cas général ;
- les flèches correspondent à la prescription « un attribut se perd » (ainsi, par ex., un carré n'est qu'un carré et pas un rectangle !) ;
- le trapèze selon le sens courant ne s'y trouve pas.

Proklos (410–485)

Une des plus vieilles maisons

est celle de Proklos. Il ne la décrit que verbalement ; pourtant ce n'est pas difficile de l'illustrer parce qu'il suit strictement un principe : il compare une notion à sa négation. Cela donne une structure binaire :



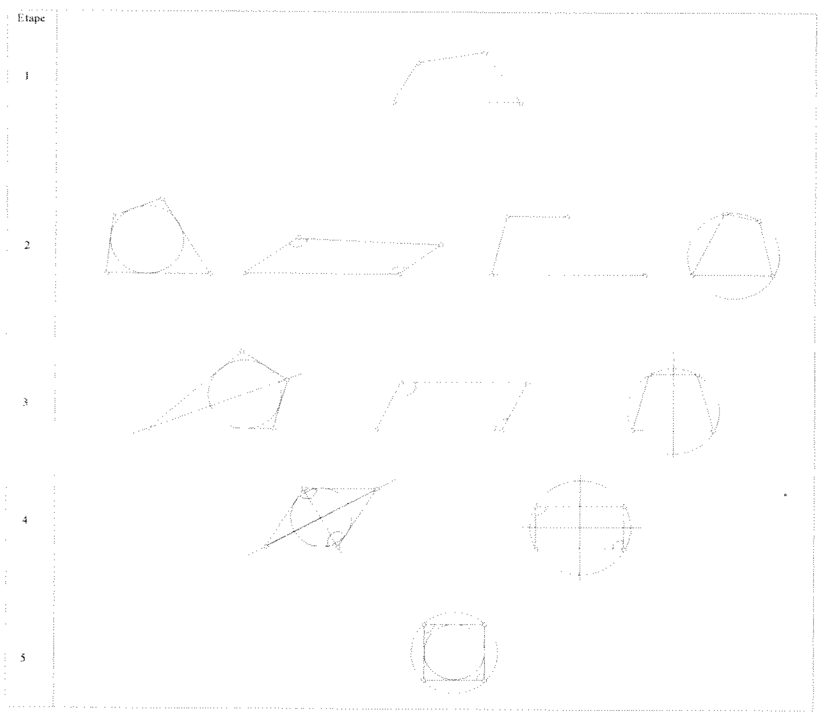
Nous ne pouvons pas entrer dans les détails de cette maison (respectivement des maisons suivantes), cela dépasserait le cadre de cet article. Elles sont juste présentées pour donner une idée.

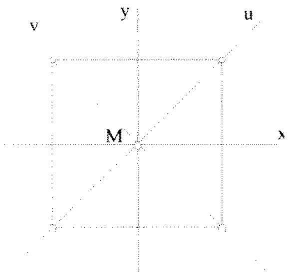
Pugehl (1917)

Le système présenté par Pugehl se forme d'une manière différente : partant d'un quadrilatère quelconque, il introduit quatre qualités particulières :

- Les quatre côtés touchent un cercle ;
- Une paire d'angles opposés est de même grandeur ;
- Une paire de côtés opposés est parallèle ;
- Les quatre coins sont sur un cercle.

En combinant les qualités de (1) à (4) on reçoit différents types de quadrilatères. Le carré, par ex., est le quadrilatère ayant toutes les qualités nommées. Le système de Pugehl fournit le diagramme suivant :

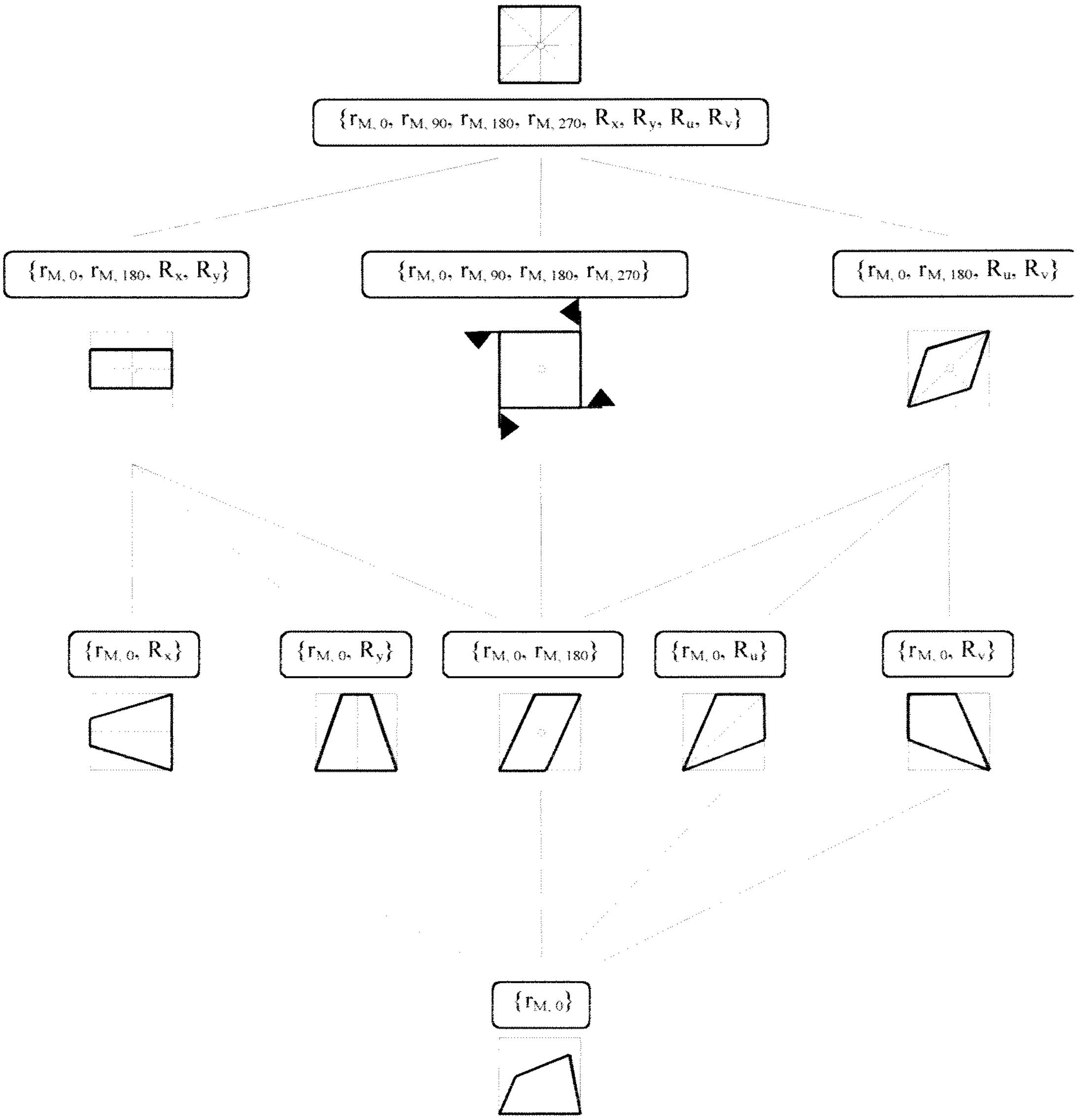


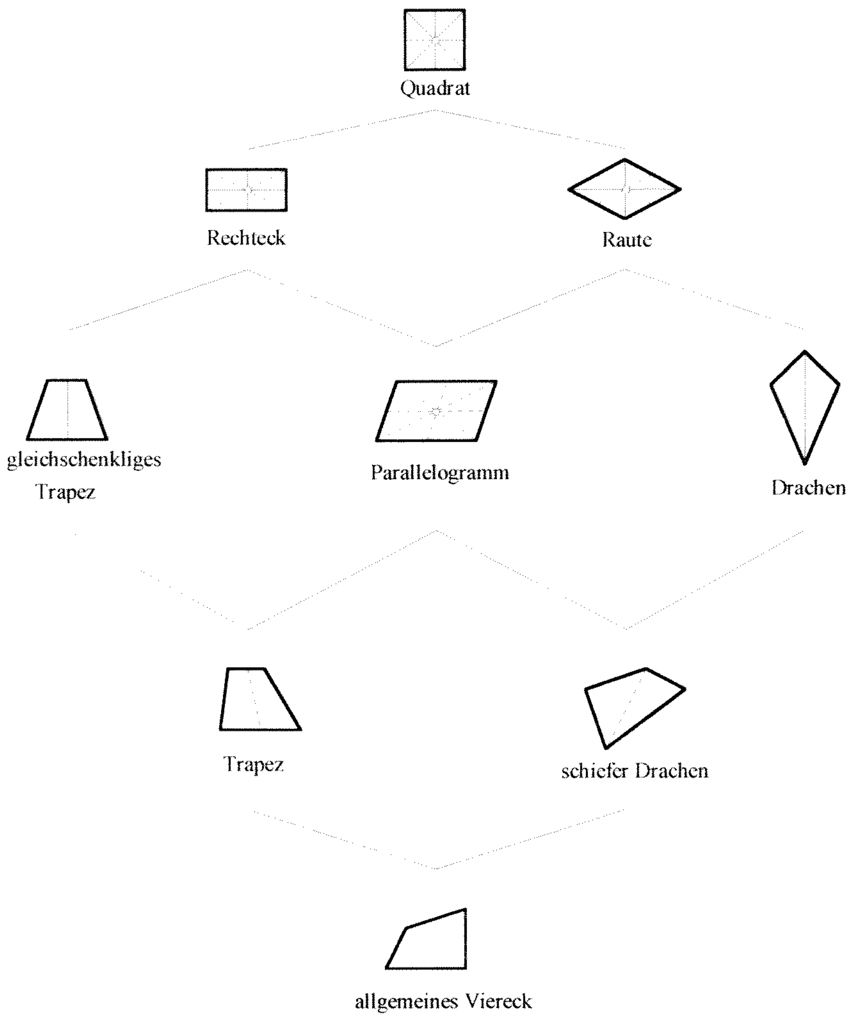


Bauersfeld (1961/62)

Chez Bauersfeld, la maison des quadrilatères s'illustre par la théorie des groupes. Le point de départ, c'est le carré ou bien le groupe du carré.

En formant ses sous-groupes, on obtient un schéma qui montre les relations entre tous ces (nouveaux) groupes. Maintenant, il est question de chercher le type de quadrilatère qui correspond à un sous-groupe donné. On trouve (r = rotation, M = centre de rotation ; R = réflexion) :





Le sous-groupe $\{r_{M,\,0},\ r_{M,\,90},\ r_{M,\,180},\ r_{M,\,270}\}$ est très intéressant : il s'agit d'un quadrilatère qui n'est symétrique que relativement à la rotation.

Bauersfeld élargit le système obtenu :

2. Les mathématiques à l'école

1.Quelques remarques sur l'enseignement des mathématiques à la Realschule

Pour commencer il faut rappeler que le système scolaire allemand n'est pas centralisé comme c'est le cas en France. Ce sont plutôt les *Bundesländer* (les régions allemandes) qui sont responsables de l'éducation. Ainsi, p. ex., chaque région a son propre programme et n'oublions pas qu'après l'école élémentaire il y a trois différents types d'écoles, la *Hauptschule* (de la classe 5 à 9), la *Realschule* (de la classe 5 à 10) et le *Gymnasium* (de la classe 5 à 13). Nos remarques se limiteront à la *Realschule* du Bade-Wurtemberg.

Le *Bildungsplan für Realschulen (Baden-Württemberg)*, c'est-à-dire le programme pour le Bade-Wurtemberg, exige une culture générale mathématique. Il faut que les élèves se familiarisent avec la pensée ou bien l'esprit mathématique et avec les méthodes mathématiques pour qu'ils puissent décrire leur milieu par des modèles. Somme toute, on voit que le programme reste très général pour donner aux professeurs la liberté nécessaire pour chaque travail pédagogique.

Selon Winter, on peut formuler les objectifs généraux suivants :

- apprendre à *montrer de la créativité*
- apprendre à *raisonner*
- apprendre à *mathématiser* des situations réelles
- apprendre à *comparer*
- apprendre *à mettre en ordre*
- apprendre à *classer*
- apprendre à *formaliser*
- apprendre à *établir des analogies*

*2.*Bildungsplan comparé avec le programme en France

Ce qui est intéressant pour nous, c'est de voir dans quelle mesure on peut constater des aspects communs ou bien des différences.

6e et 5e font partie du cycle d'observation ; la classe 5 et la classe 6 ont de leur côté aussi un caractère d'orientation.

Les deux programmes sont élaborés à partir du même contexte ; à la vérité, le *Bildungsplan* souligne que la faculté de concentration est limitée alors que le programme français ne dit rien là-dessus :

ALLEMAGNE	FRANCE
Les élèves de cette tranche d'âge (classe 5) sont capables de curiosité et de spontanéité dans leurs actes [...] *Un penchant marqué au mouvement, une joie à la créativité mais aussi une ténacité et une capacité de concentration limitées peuvent se remarquer à cet âge.* (43)	« Au collège, on constate qu'une proportion importante d'élèves s'intéressent à la pratique des mathématiques et y trouvent du plaisir. » (6e)[2]

En analysant les programmes on a l'impression que le programme français attache une valeur plus grande à la langue que le programme allemand ; en plus, en Allemagne, la maîtrise de la langue ne semble être qu'un moyen d'arriver au but.

[2] Le programme de la 6e manque d'une pagination.

ALLEMAGNE	FRANCE
La capacité à utiliser correctement la langue doit être enseignée dans toutes les matières. (10) *Dans chaque matière, les élèvent doivent être capables de s'exprimer clairement oralement.* (11) *La présentation des faits et procédés doit être bien exprimée de manière objective et grammaticale.* (23) *On doit utiliser la langue mathématique là où elle rend possible – plus clairement et plus précisément que la langue familière – la formulation des faits mathématiques.* (24)	« Les mathématiques participent à l'enrichissement de l'emploi de la langue [...] » (6e) « L'usage largement répandu des moyens actuels de traitement de l'information et de communication exige une bonne maîtrise de ces formes variées d'expression. » (6e) « [...] habituer l'élève à s'exprimer clairement, aussi bien à l'écrit qu'à l'oral » (6e) « [...] les travaux individuels de rédaction concourent efficacement à la maîtrise de la langue [...] » (5e/4e, 20)

Un signe caractéristique des deux programmes est – sans doute – la continuité et la cohérence de la structure.

ALLEMAGNE	FRANCE
Le cours fait appel aux connaissances, aux facilités et à l'envie d'apprentissage des élèves. (11) *Le cours de mathématiques est construit sur les connaissances, les capacités et les facilités acquises à l'école primaire.* (23)	« Ces programmes sont construits de manière à permettre une acquisition et un approfondissement progressifs des notions sur toute la durée du collège. » (6e) « [...] insister sur la continuité des apprentissages (école élémentaire–collège) [...] » (6e) « [...] mobiliser et [...] consolider les acquis antérieurs dans une perspective élargie. » (5e/4e, 19) « [...]souligner la continuité et la cohérence[...]» (5e/4e, 20)

« L'activité mathématique véritable » joue un grand rôle dans le programme français; c'est –si on veut– un but principal des mathématiques au collège. Dans le *Bildungsplan* par contre on ne trouve pas de formulation explicite concernant cette activité.

ALLEMAGNE	FRANCE
	« Il est en effet possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable [...] Une telle activité est ainsi accessible au plus grand nombre et a une valeur formatrice évidente. » (6e) « À travers la résolution de problèmes, la modélisation de quelques situations et l'apprentissage progressif de la démonstration, les élèves peuvent prendre conscience petit à petit de ce qu'est une véritable activité mathématique [...] » (6e)

Néanmoins, dans la didactique allemande il y a certainement la demande de tirer profit de cette activité. Surtout en rapport avec les études TIMSS (*Third International Mathematics and Science Study*) on exige de plus en plus une telle activité mathématique véritable.

L'emploi des ordinateurs entre en considération dans les deux programmes : mais selon toute apparence, l'ordinateur est apprécié plus en France qu'en Allemagne :

ALLEMAGNE	FRANCE
On devrait se servir de l'ordinateur si les conditions préalables nécessaires sont données. (24)	« [...]Leur mise en œuvre sera grandement facilitée par l'emploi des instruments modernes de calcul, de dessin et de traitement (calculatrices, ordinateurs). » (6e)

À tout prendre, il n'y a pas de grandes différences en ce qui concerne les objectifs généraux des mathématiques au collège et à la *Realschule.*

3.Les quadrilatères dans les programmes

Qu'est-ce que les programmes prévoient quant aux quadrilatères ?

En 6e/classe 5 il s'agit de tracer des figures. Le *Bildungsplan* mentionne le rectangle et le carré, le programme français nomme en plus le losange :

ALLEMAGNE	FRANCE
classe 5 : *tracer le rectangle et le carré* (73)	6e : « Tracer et reproduire sur papier blanc les figures suivantes:[...]rectangle, losange, carré[...]»

Il est à remarquer que le programme français réclame d'utiliser du papier blanc.

En France et en Allemagne, les élèves apprennent à connaître la symétrie axiale et ses propriétés. Le *Bildungsplan* ne parle que des figures (y compris des quadrilatères) qui sont symétriques par symétrie axiale ; le programme français est plus concret : les élèves doivent tracer les axes de symétrie des figures données. En plus, la symétrie axiale doit être utilisée pour la construction du losange, du rectangle et du carré :

ALLEMAGNE	FRANCE
classe 5 : *Symétrie axiale [...] Des figures qui sont symétriques par symétrie axiale [...] Aussi les quadrilatères »* (74)	6e : « Tracer [...] les axes de symétrie des figures suivantes : [...] losange, rectangle, carré. » « Utiliser la symétrie axiale pour construire [...] un losange, un rectangle et un carré. »

Lorsqu'il s'agit de calculer l'aire et le périmètre, c'est aussi le carré et le rectangle qui font l'objet de l'enseignement des mathématiques. Il est à noter que seul le

Bildungsplan parle explicitement du carré et du rectangle ; le programme français ne mentionne que le rectangle.

Après la symétrie axiale en classe 5, les élèves apprennent – en classe 6 – la rotation et en particulier la symétrie centrale. En France, c'est en 5e que les élèves apprennent à la connaître :

ALLEMAGNE	FRANCE
classe 6 : *Symétrie centrale et ses propriétés [...] Des figures qui sont symétriques relativement à la symétrie centrale [...] Aussi les quadrilatères »* (121)	5e : « [...] on mettra en évidence : [...] la présence d'un centre de symétrie dans une figure ([...] rectangle, carré, losange), c'est-à-dire l'existence d'une symétrie centrale la conservant. » (22)

Jusqu'ici, les différences entre les deux programmes n'étaient que très petites. Mais en ce qui concerne le parallélogramme, c'est différent : le *Bildungsplan* parle des figures (y compris les quadrilatères) ayant un centre de symétrie. En France, par contre, le parallélogramme est mentionné à part. En fait, cette figure joue un rôle fondamental dans le programme français : on donne sa définition, puis des propriétés particulières, l'aire, la construction jusqu'au moyen pour produire des preuves :

ALLEMAGNE	FRANCE
	5e : « Connaître et utiliser une définition du parallélogramme et des propriétés relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles. » (22) « Relier les propriétés du parallélogramme à celles de la symétrie centrale. » (22) « Calculer l'aire d'un parallélogramme. » (22) « Reproduire, sur papier quadrillé ou pointé et sur papier blanc, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés. » (22)

Il est intéressant de voir que le programme en France – nous l'anticipons – ne prévoit pas de classification des quadrilatères, mais qu'on trouve quand même une sorte de structuration des quadrilatères ; ainsi, p. ex., le carré, le rectangle et le losange sont explicitement mentionnés comme des cas particuliers du parallélogramme.

On trouve encore :

ALLEMAGNE	FRANCE
	5e : « Connaître et utiliser une définition et des propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange. » (22) « L'aire du parallélogramme pourra être reliée à celle du rectangle. » (22)

Les deux programmes prévoient des problèmes de construction. Le *Bildungsplan* demeure – encore une fois – assez général, alors que le programme en France est plus concret et souligne que les problèmes de construction contribuent à consolider des connaissances :

ALLEMAGNE	FRANCE
classe 8 : *Profonde restriction en ce qui concerne les constructions de quadrilatères.* (240)	5e : « Les problèmes de construction consolideront les connaissances relatives aux quadrilatères usuels [...] » (22)

Il est vain – on l'a déjà dit – de chercher une classification des quadrilatères dans le programme français. Une telle classification est prévue, par contre, dans le *Bildungsplan* (classe 8). En France, en ne trouve pas même le « temps de synthèse » comme l'exigent p. ex. les programmes du cycle central (19). Au contraire, on se restreint aux propriétés de la symétrie centrale et – bien sûr – aux propriétés du parallélogramme de façon que les élèves puissent produire des preuves. Ainsi, une maison des quadrilatères ne se trouve que dans le *Bildungsplan* :

ALLEMAGNE	FRANCE
classe 8 : *classification des quadrilatères* (240)	

Comme synthèse, on peut retenir :

Le programme français est souvent plus concret que le Bildungsplan du Bade-Wurtemberg. En ce qui concerne les quadrilatères, le Bildungsplan reste indécis : il n'impose pas les quadrilatères qu'il faut choisir pour l'enseignement. En France, il s'agit toujours du parallélogramme, du losange, du rectangle et du carré. Les autres quadrilatères comme p. ex. le trapèze (isocèle) ou le cerf-volant n'entrent (presque) pas en considération.

Mais il faut attirer l'attention sur une chose : dans les deux programmes, les figures en général ou bien les quadrilatères en particulier sont en rapport avec les transformations, surtout avec la symétrie axiale et la symétrie centrale. Le „Erlanger Programm" de Felix Klein domine donc dans les deux pays.

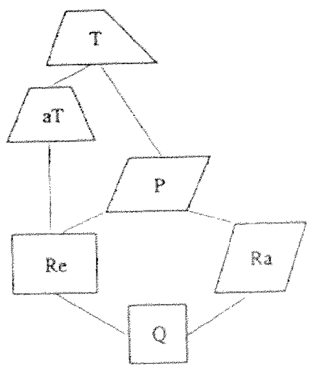
3. „Das Haus der Vierecke" dans les manuels

1.Manuels allemands

Par la suite, nous présentons quelques maisons se trouvant dans différents manuels allemands. Nous ne voulons pas entrer dans le détail, cela irait trop loin. Nous ne voulons que donner une idée de la maison tel qu'elle paraît en Allemagne.

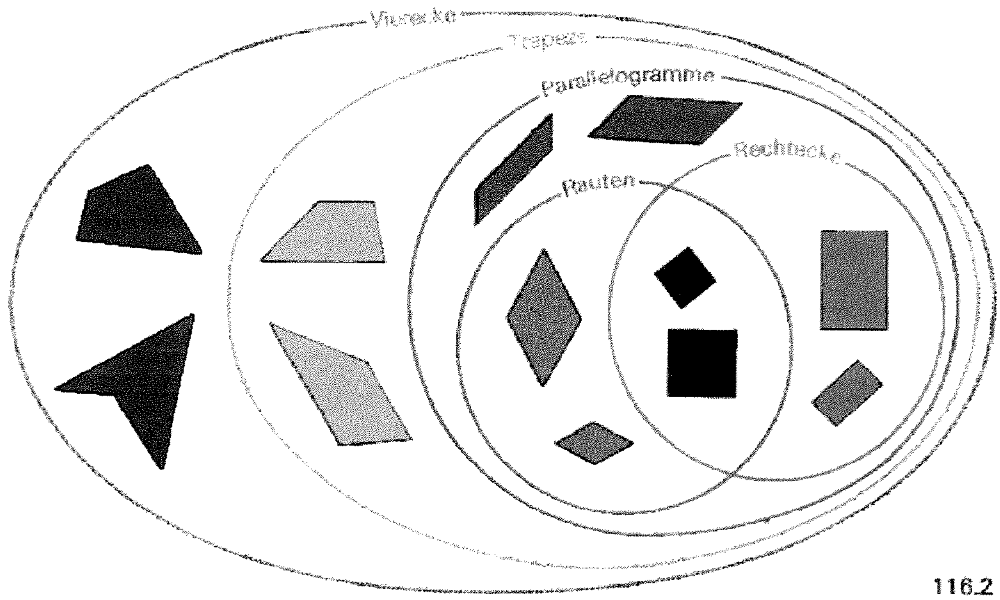
Mathematik heute 8 (1995), voir bibliographie 🕮 **[3]**

(3) *Haus der Vierecke*
Rechts haben wir das Haus der Vierecke mit dem achsensymmetrischen Trapez (aT) und dem allgemeinen Trapez (T) ergänzt. Daran erkennst du:
Jedes Parallelogramm ist auch ein Trapez, aber:
Kein Parallelogramm ist ein achsensymmetrisches Trapez.
Lies weitere Beziehungen ab.



Cette maison n'est pas précisément un exemple typique ; elle ne rend pas possible une vraie activité, mais elle est plutôt utile pour connaître des relations.

LS Geometrie Eins (1983), 🕮 **[5]**

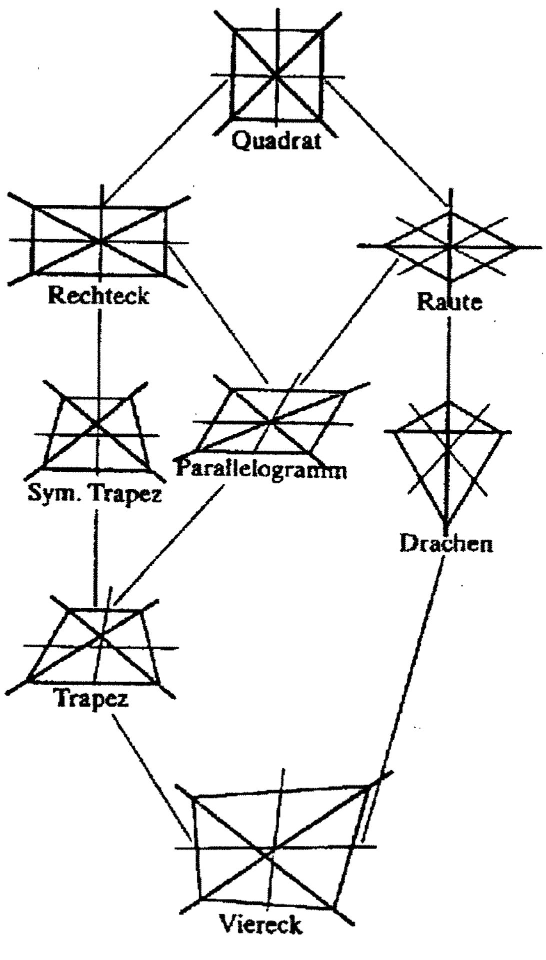


116.2

Il s'agit de nouveau d'une sorte de vue d'ensemble. Mais il y a quelques avantages comparé à l'exemple [2]. En premier lieu, c'est plus intéressant en ce qui concerne la présentation : elle est plus grande, les quadrilatères sont figurés en différentes couleurs. Ce qui est très bien, c'est la variation de la position des figures (cf. p. ex. la position du carré étant sens dessus dessous). Il est remarquable qu'on dise aux élèves que la classification se base sur les définitions des quadrilatères (ce qui n'est pas toujours le cas ; souvent, les élèves apprennent seulement : *En figure x, les quadrilatères sont mis en ordre dans la maison des quadrilatères*). Quand même, on se demande : où en reste l'activité mathématique de mettre en ordre, de classifier, de spécialiser, de généraliser etc.?

Welt der Mathematik 8 (1981), 🕮 **[4]**

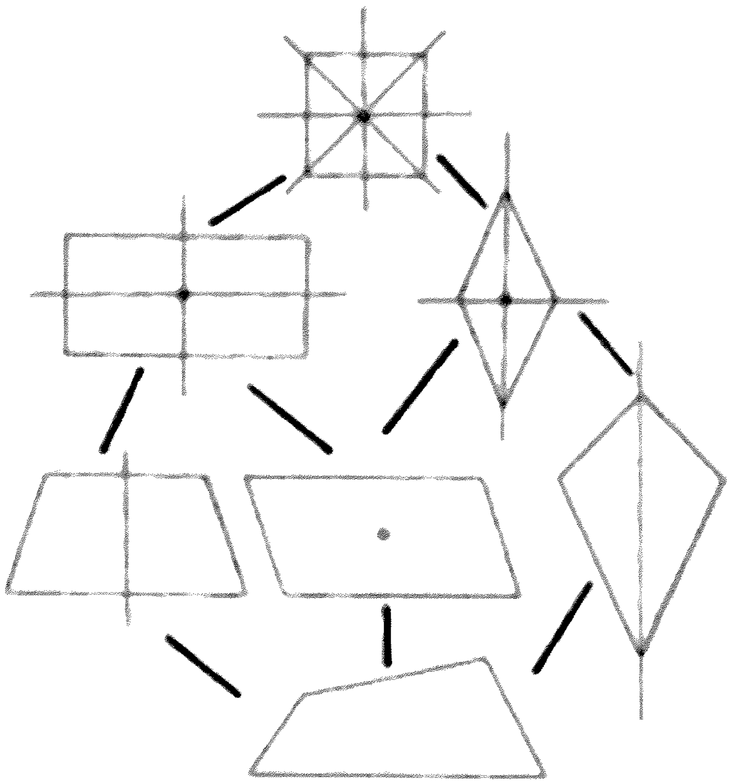
Ce manuel souligne l'aspect de la symétrie et les qualités particulières des quadrilatères comme p. ex. la même longueur des côtés. Il faut ajouter qu'il y a – une exception jusqu'à présent – aussi des problèmes en rapport avec la maison. Ceci rend possible une activité mathématique, même s'il y a beaucoup de questions qui font réciter ce que les élèves ont appris d'abord, p. ex : Quels sont les quadrilatères dont les côtés opposés sont parallèles ? Lesquels ont des côtes opposés de même longueur ? Lesquels possèdent un centre de symétrie ? etc. Mais on trouve aussi des questions comme p. ex. : Quels quadrilatères sont des parallélogrammes ? Lesquels sont des rectangles ? etc. Ainsi, les élèves peuvent découvrir « l'hérédité » d'un tel système, c'est-à-dire : si j'ai trouvé le parallélogramme comme un quadrilatère ayant un centre de symétrie, alors j'ai trouvé automatiquement aussi le rectangle, le losange et le carré.



En regardant le schéma (à gauche) on observe que ce ne sont pas seulement les axes de symétrie qui sont tracés, mais aussi les diagonales et les lignes médianes des quadrilatères. Ce fait est en rapport avec les douze questions abordées ci-dessus.

PLUS 8 (1977), 🕮 **[6]** (schéma ci-dessous)

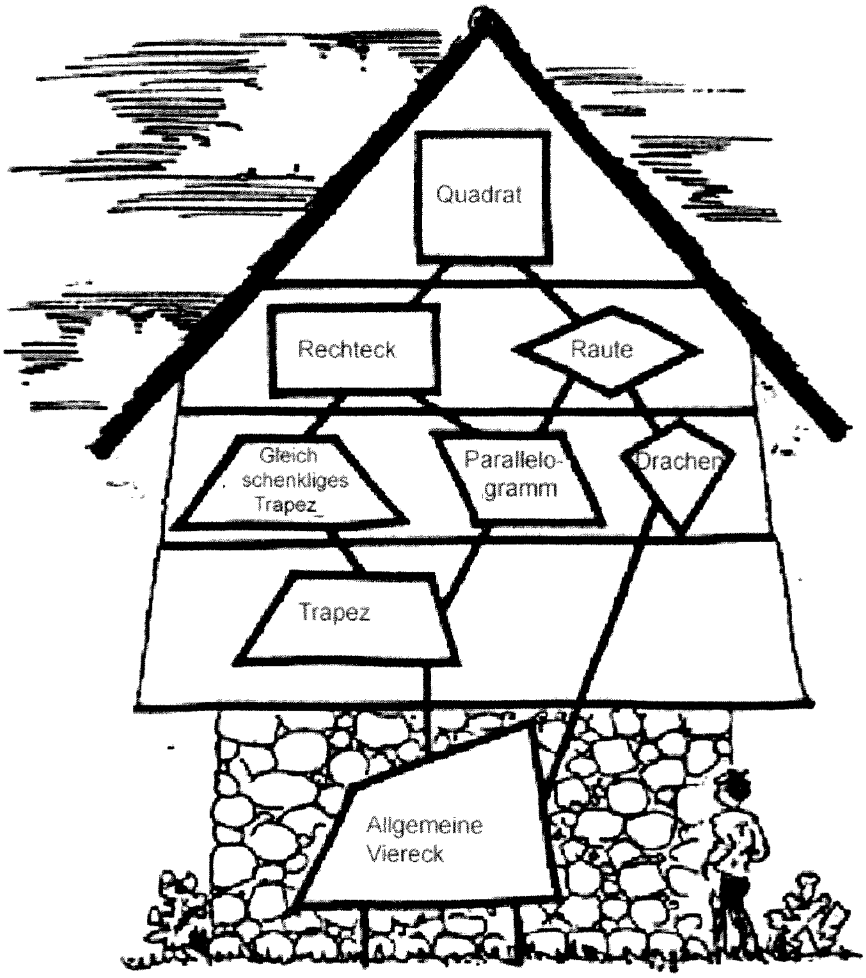
Le chapitre de ce manuel commence avec une discussion entre deux élèves. Il s'agit du problème : Le rectangle est-il un parallélogramme ? Partant de cette question, on veut mettre en ordre les quadrilatères. Le critère choisi, c'est le principe de la symétrie :



Zeichnung 2

Ce qui est notable, c'est le fait qu'on a renoncé au trapèze et au cerf-volant. Cela montre une certaine suite dans les idées. C'est bien heureux que cette maison ne soit pas construite à la fin. Faisant suite à la maison donnée, les élèves doivent ordonner les quadrilatères dans un diagramme. Ainsi, on essaie de réaliser une activité mathématique ! Mais il faut souligner une autre chose : Après avoir ordonné les quadrilatères, il s'agit de comparer les deux systèmes (c'est-à-dire le diagramme des élèves et le système dans le manuel). Cela nous paraît très important. En comparant, on peut gagner des nouvelles connaissances : De quelle façon la particularité du carré se montre-t-elle dans les deux systèmes ? Comment peut-on se rendre compte de l'hérédité ? etc. Mais le manuel n'en reste pas là. Des problèmes comme Comment est-ce que tu peux –en outre– ordonner les quadrilatères ? ou bien Essaie d'ordonner les triangles par le critère de la symétrie etc. montrent que –enfin !– on prend partie aux activités mathématiques fondamentales (ordonner, classifier, comparer). Il ne faut pas oublier que le manuel présenté ici date des années soixante-dix !

Kurs Mathematik 8 (1995), 🕮 [2]

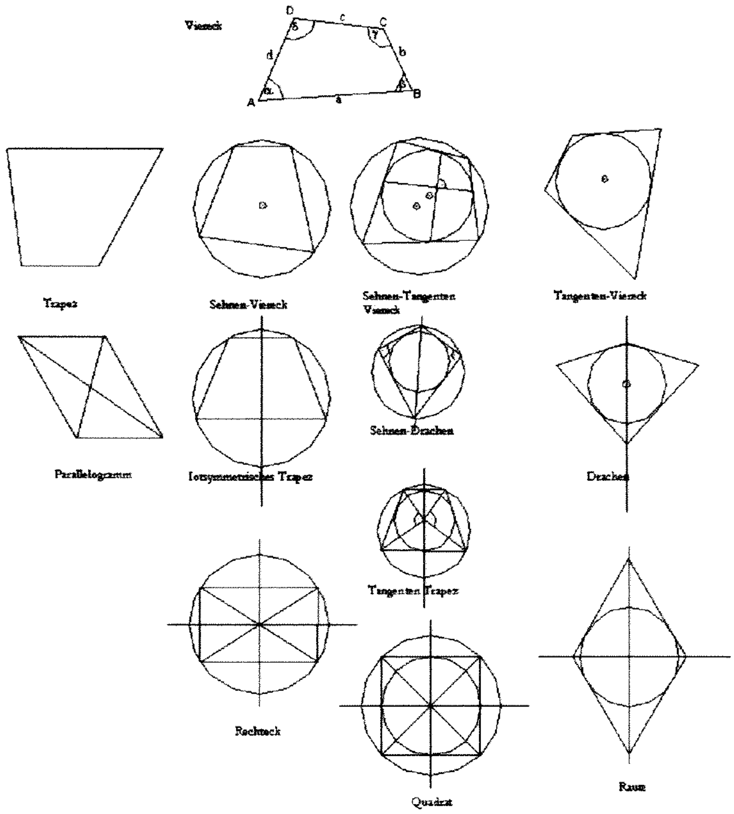


On voit qu'il s'agit d'une « vraie » maison, les quadrilatères sont placés dans une maison. Le carré est logé dans le grenier, le quadrilatère quelconque semble (ce qui est intéressant) n'en pas faire partie. Ce qui est notable, c'est qu'il y a sans doute un ordre ; mais le critère n'est pas mentionné. Les élèves apprennent seulement que les quadrilatères sont en relation. Pareil à PLUS 8, ce manuel veut profiter de la maison : on veut réaliser des activités. Pour ne donner qu'un exemple : pars du trapèze isocèle. Où est-ce que tu arrives si on te demande un angle droit ? La systématique des quadrilatères n'est pas prise comme conclusion ou comme point culminant. Des problèmes bien structurés rendent possible une réflexion active.

En conclusion, nous voulons mentionner une « maison » pas vraiment comme les autres, parce qu'elle ne se trouve pas dans un chapitre du manuel, mais sur la couverture. Ce n'est qu'un tableau. Nous le présentons quand même parce qu'il y a des types intéressants dedans :

Anschauliche Geometrie 8 (1985), 🕮 **[1]**

Résumons : la maison des quadrilatères montre différentes formes dans les manuels, à plus d'un titre :

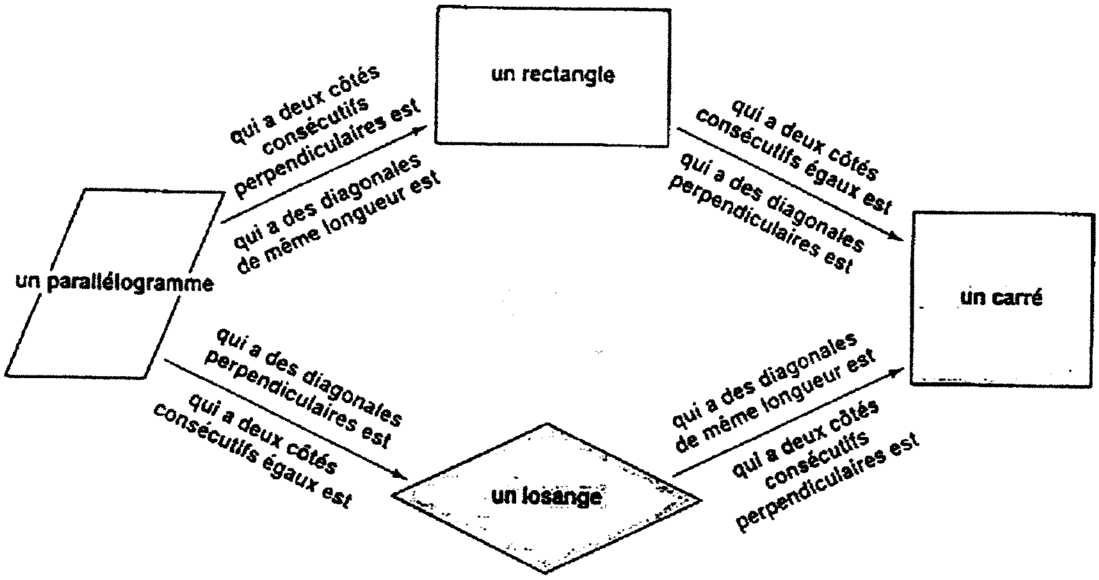


- La figuration varie (bien sûr) ;
- Les maisons contiennent – partiellement – différents types de quadrilatères. Ce qui est frappant, c'est que le cerf-volant (dans son cas général) n'intéresse pas du tout. Le quadrilatère quelconque n'a pas sa place dans chaque système ;
- Le principe dominant, c'est la symétrie. Néanmoins, les lignes de jonction ne sont pas toujours expliquées ;
- Les buts d'utilisation diffèrent : dans quelques manuels les maisons ne sont qu'un sommaire, d'autres – en regard – épuisent toutes les possibilités de la maison.

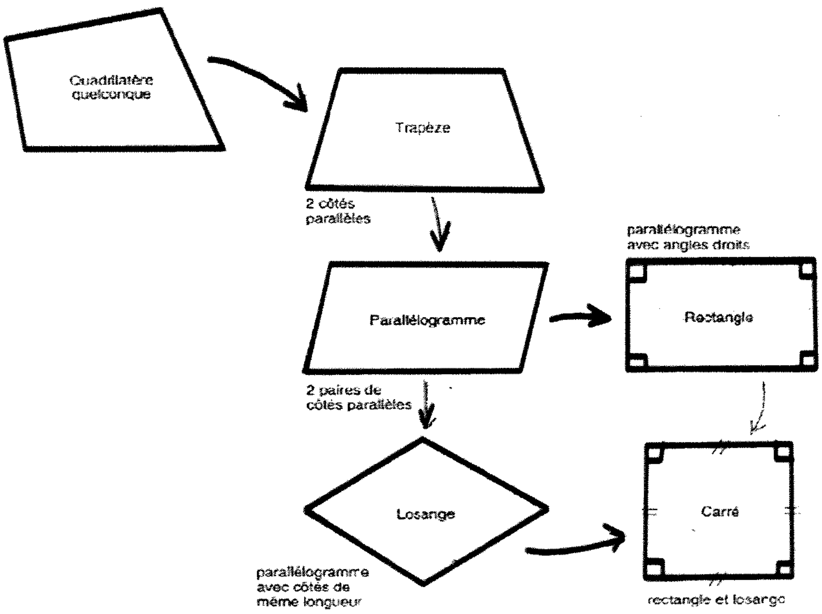
2.Manuels français

On pourrait être surpris à cause du titre de ce chapitre. N'a-t-on pas vu que le programme en France ne prévoit pas de classification des quadrilatères ? Malgré cela, on trouve des manuels dans lesquels il y a une sorte de maison. En tout cas, il y a des tentatives de mettre en ordre les quadrilatères. Les manuels, eux aussi, montrent – outre le programme – des aspects et des mouvements (actuels) de la didactique mathématique ; c'est pourquoi il nous paraît important de choisir quelques exemples.

Mathématiques 5e (1997), 🕮 [8]

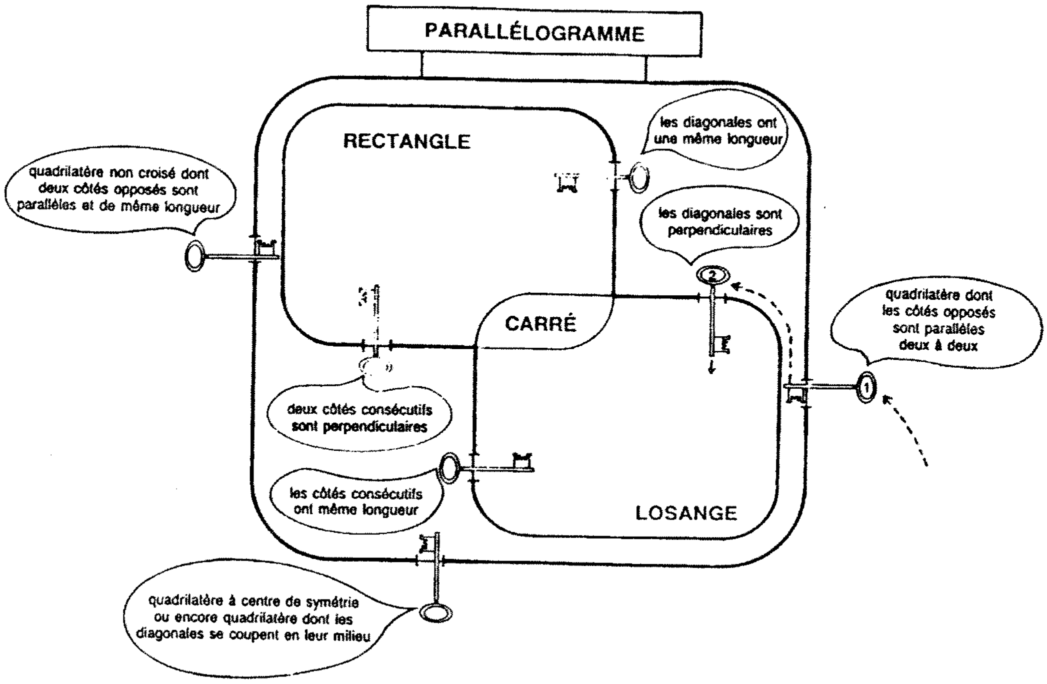


Mathématiques Pythagore 4e (1992), 🕮 [7]

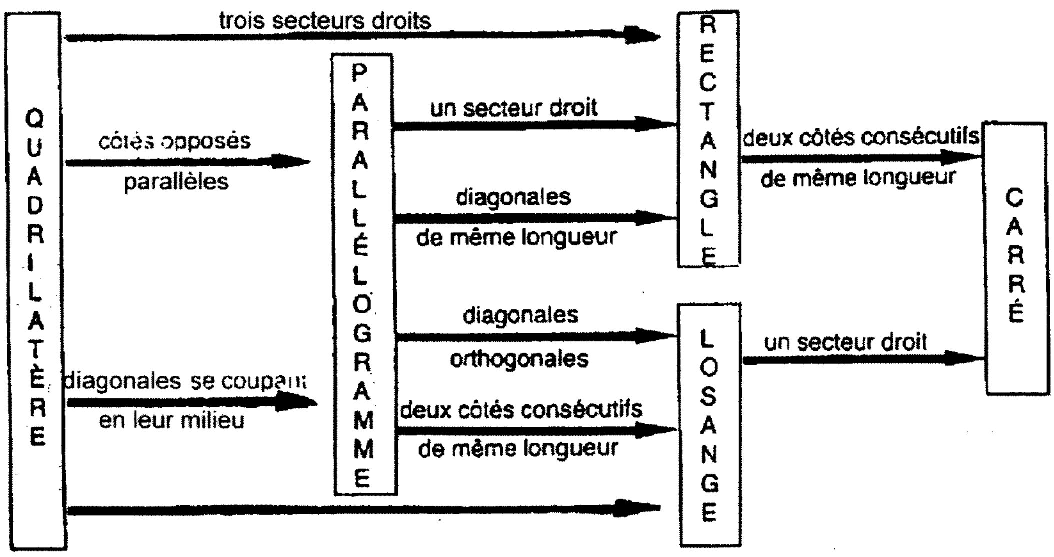


QUADRILATÈRES : du plus général au plus particulier.

Mathématiques 4e (1988), 🕮 [9]



Mathématiques 4e (1988), 🕮 [10]



Nous avons présenté ces exemples pour montrer que les manuels français – contrairement à ce qui dit le programme– contiennent des schémas des quadrilatères. Mais si on les étudie de près, on constatera :

Les exemples choisis servent tous à une répétition. Presque tous les schémas donnent un coup d'œil, un regard en arrière, une sorte de résumé, de sommaire, bref : il ne s'agit que d'un supplément, d'un formulaire.

Aucun des schémas ne tient aux activités mathématiques véritables : mettre en ordre et classifier.

Il s'agit toujours d'une formation logique, les maisons servent à « retirer » et à démontrer des théorèmes (ainsi, le rectangle p. ex. est défini précisément comme un parallélogramme ayant *un* angle droit). Les manuels français semblent chercher à glisser les méthodes des sciences théoriques (*Fachwissenschaft*) dans le cours des mathématiques (mais la définition du rectangle comme un quadrilatère ayant quatre angles droits n'est-elle pas plus compréhensible pour les élèves ?).

Les schémas ne tiennent compte que des parallélogrammes, on trouve rarement le trapèze et le quadrilatère quelconque, jamais le cerf-volant et le trapèze isocèle.

Dans tous les schémas, il s'agit des qualités « de même longueur », « parallèle », « ayant des angles droits » etc. La symétrie qui joue un grand rôle en Allemagne n'y apparaît pas.

Le critère principal, c'est l'hérédité et la conséquence. Il est vrai que l'ordre est important pour faire un tour d'horizon ; mais les activités des élèves restent en suspens.

Bilan

Résumons : Une comparaison des programmes en France et en Allemagne (Bade-Wurtemberg) a montré que les différences – en ce qui concerne les idées générales – ne sont pas grandes. La structure – elle aussi – est la même : le „Spiralprinzip" (Bruner) soulève des idées connues et élargit l'angle en faisant des progrès.

Quant au contenu pourtant il y a des différences plus ou moins « graves ».

Ainsi, en France, les quadrilatères « habituels », ce sont le carré, le rectangle, le losange et le parallélogramme, le dernier jouant un rôle central. Le trapèze (isocèle) par contre vit dans l'ombre. Le cerf-volant ne fait presque jamais l'objet de l'enseignement. En Allemagne au contraire on trouve ces quadrilatères. Pourquoi ? Une raison est, à mon avis, le manque d'une maison des quadrilatères en France. En fait, il n'y a pas « d'homologue » de la „Haus der Vierecke" (comme l'avait appelé Breidenbach) en France. Alors que dans la didactique mathématique allemande il y a eu d'autres tentatives classifiant les quadrilatères en changeant de critère, les vues d'ensemble des quadrilatères en France (qui n'existent même pas toujours) se limitent à une sorte de formulaire. Il s'agit d'un « produit fait » n'étant là que pour être consulté : *Un losange, c'était quel type de quadrilatère ? Quel quadrilatère a deux diagonales de même longueur ?* etc. Mais le *procès* du classement, du rangement n'est pas du tout considéré, donc juste ce qui constitue *l'activité mathématique véritable.* Il semble que l'enseignement des quadrilatères en France sert (seulement ?) à une formation logique et aux études des démonstrations.

Mais les conditions pour « réformer » l'enseignement des quadrilatères en France sont, à mon avis, très bonnes. Nous avons vu qu'il y est question avant tout des parallélogrammes, y compris sous ses formes spéciales. Ne se rend-on pas compte aujourd'hui (de plus en plus) dans la didactique mathématique allemande que l'enseignement doit se limiter à l'essentiel ? Surtout en rapport avec les études TIMSS on exige ce que la didactique appelle le *principe exemplaire* : pas de « je sais tout », mais une connaissance approfondie des choses importantes. Et comme en France on ne considère que les parallélogrammes (donc ni le cerf-volant ni le trapèze), alors il en résulte une maison réduite à l'essentiel.

Or on pourrait penser : la maison des quadrilatères ne se trouve qu'en Allemagne. À première vue, cela semble être le cas, mais : l'air ne fait pas la chanson! Il est vrai qu'on trouve la maison dans les manuels. Mais que fait-on ? Où en sont les activités ? La maison est nombre de fois une maison « fixe », raide, immobile, elle n'est qu'un point culminant, un terminus!

On devrait unir l'enseignement en France et en Allemagne : jumeler *l'activité mathématique véritable* et la réduction à l'essentiel du côté français à la « conscience » du côté allemand que la maison des quadrilatères peut être un enrichissement pour l'enseignement.

🕮 Bibliographie

BAUERSFELD Heinrich : *Ein Beitrag der Gruppentheorie zur Systematisierung geometrischer Figuren* in : Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht 14 (1961/62), 274–278

BREIDENBACH Walter : *Raumlehre in der Volksschule*, Hannover [11]1966

EUCLIDE : *Les Éléments*, éd. par Peyrard

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA RECHERCHE ET DE LA TECHNOLOGIE (Hrsg.) : *Programme de la classe de sixième*, Paris 1997

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA RECHERCHE ET DE LA TECHNOLOGIE (Hrsg.) : *Programmes du cycle central : 5^e et 4^e*, Paris 1997

Ministerium für Kultus und Sport Baden-Württemberg (Hrsg.) : *Bildungsplan für die Realschule*, Stuttgart 1994

PINTAUDI Giuseppe : *Das Ordnen der Vielfalt : Das Haus der Vierecke in der SK 1 mit einem Vergleich Deutschland–Frankreich*, Heidelberg 1998

PUGEHL F : *Die Behandlung der Viereckslehre* in : Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht 48 (1917), 49–60 et 95–105

ROUSSEAU Jean-Jacques : *Émile ou De l'éducation* (texte établi par Charles Wirz, présenté et annoté par Pierre Burgelin), Paris : Gallimard

Manuels allemands

[1] BARTH Élisabeth ; Anschaulische Geometrie 8. Münschen, Ehrenwirth 1993

[2] Bentzinger Wolfgang, Hofsäß Gerhard ; *Kurs Mathematik 8.* Frankfurt am Main, Diesterweg 1995

[3] Griesel Heinz, Poste Helmut ; *Mathematik heute 8 Realschule.* Hannover, Schroedel 1995

[4] Griesel Heinz, Sprockhoff Wolfgang ; *Welt der Mathematik 8 Hauptschule.* Hannover, Schroedel 1981

[5] SCHMID August, SCHWEIZER Wilhelm ; *LS Geometrie Eins.* Stuttgart, Ernst Klett 1983

[6] SCHÖNBECK Jürgen, SCHUPP Hans ; *PLUS 8.* Paderborn, Schöningh 1977

Manuels Français

[7] Bonnefond Gérard, Daviaud Daniel, Revranche Bernard ; *Mathématiques Pythagore 4e.* Paris, Hatier 1992

[8] Chapiron Gisèle, Mante Michel, Mulet-Marquis René, Pérotin Catherine ; *Mathématiques 5e, Nouveau Programme, Cycle central, collection TRIANGLE.* Paris , Hatier 1997

[9] CUREL P., FAUVERGUE P., RIEU R., SARNETTE A. ; *Mathématiques 4e, collection Mistral.* Parisn, Istra-Casteilla 1988

[10] I. R. E. M. de Strasbourg (Hrsg.) ; *Mathématiques 4e, collection Collèges.* Paris, Casteilla 1988