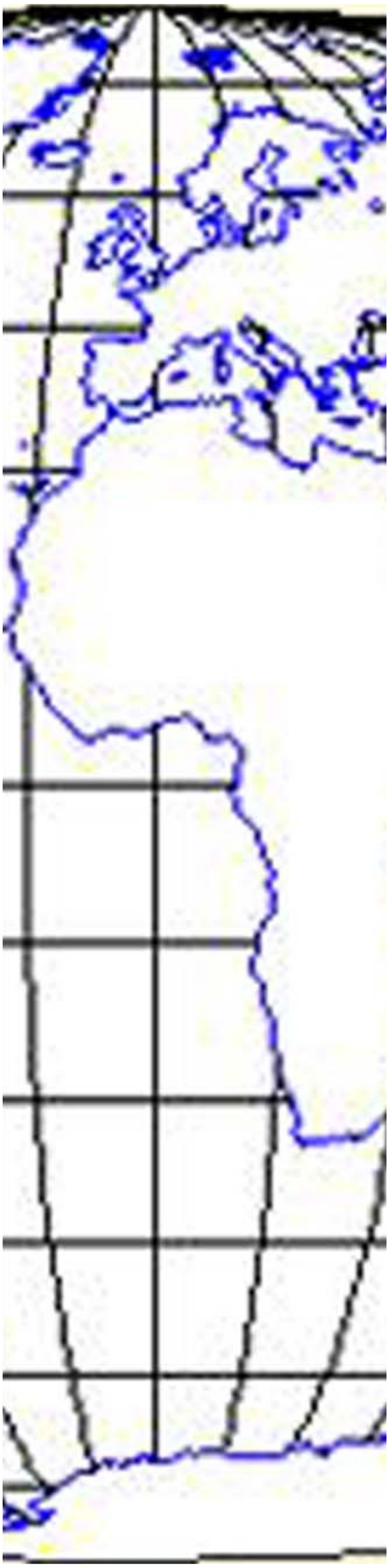
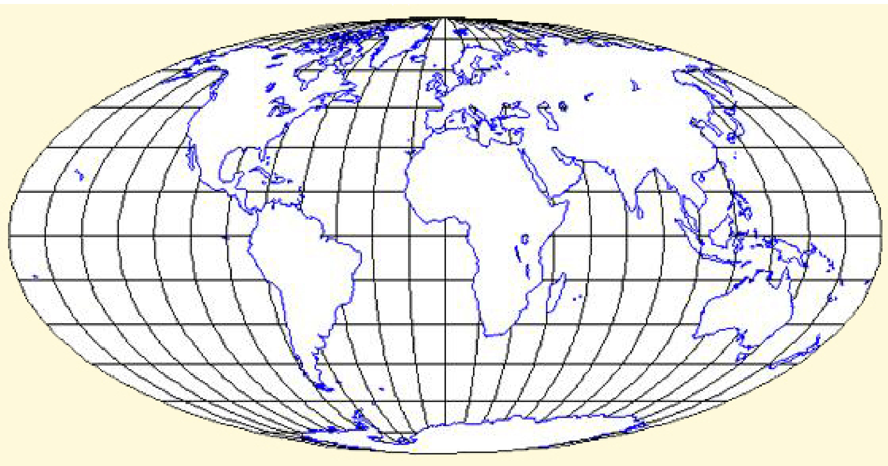


Outils mathématiques

Pour élèves non francophones ou en difficultés
Classes de 4^{e} – 3^{e} – 2^{e}

Projection de Mollweide
(image provenant du site du Lycée professionnel Risle-Seine :
http://lettres-histoire.ac-rouen.fr/histgeo/



Janvier 1998

Institut de recherche
sur l'enseignement
des mathématiques
IREM

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

OUTILS MATHEMATIQUES

pour élèves non francophones
ou en difficulté

Classes de $4^{ème}$ - $3^{ème}$ - début 2^{de}

Odile ANDRE
Geneviève JOST
Marie Anne KEYLING
Catherine LECLERCQ
Odile OSTERMANN
María Luisa PEREZ C. de A.
Fabienne SCHEURER
Nathalie WACH

IREM de STRASBOURG

INTRODUCTION

Cette brochure a été conçue dans le but d'offrir un outil de travail adapté aux élèves non francophones (parlant peu ou pas du tout le français), confrontés pour la première fois à l'enseignement des mathématiques en France.

Les difficultés rencontrées par ces élèves résultent d'une part de la langue et du vocabulaire spécifiques à la matière qui sont à assimiler rapidement pour pouvoir suivre le cours normal (l'utilisation du livre de la classe s'avère impossible au début). D'autre part, les contenus des programmes diffèrent d'un pays à l'autre, si bien que les élèves ne possèdent pas toujours le bagage mathématique nécessaire à la compréhension du programme français. Enfin, les méthodes de raisonnement et de rédaction employées en France constituent un très gros obstacle.

Confronté à ce type d'élèves, un groupe de professeurs a choisi de présenter sous la forme de **fiches de travail** les notions essentielles des programmes des classes de $4^{ème}$ et de $3^{ème}$, ou plus globalement, ce qu'un élève doit maîtriser à son entrée en seconde.

La plupart des fiches ont été élaborées pour être utilisées indépendamment suivant les besoins ou les difficultés ponctuelles des élèves. Elles constituent un complément au travail fait en classe et ne sauraient, en aucun cas, se substituer au livre de mathématiques.

Chaque fiche traite une notion sous la forme suivante :

- **un résumé de cours bref**, exprimé avec un vocabulaire simple sur le minimum à savoir concernant la notion
- **un ou deux exercices résolus et commentés** permettant à l'élève de se familiariser avec des énoncés, des consignes et la rédaction attendue
- une série **d'exercices d'entraînement** dont les objectifs sont très différents : de l'application directe du cours à l'exercice de réflexion et de rédaction.

Le professeur conseillera les élèves sur les choix des exercices à faire en fonction des besoins de chacun.

En fin d'ouvrage, quelques **pages de vocabulaire** et de notions méconnues, voire inconnues des élèves, complètent les fiches de travail.

Au-delà d'une aide précieuse aux élèves non francophones, ce document constitue un recueil apprécié des élèves francophones en difficulté et de ceux qui souhaitent tester ou entretenir leurs connaissances à leur entrée au lycée.

FICHES

D'ALGEBRE

PROGRAMME DE CALCUL

Un programme de calcul : * On choisit un nombre x. * On multiplie ce nombre par 2. * On ajoute 3 au résultat.	$x \underset{:2}{\overset{\times 2}{\rightleftarrows}} 2x \underset{-3}{\overset{+3}{\rightleftarrows}} 2x+3$
Lorsque x = 1, on obtient 5 x = 4, on obtient 11 x = - 5, on obtient - 7.	$1 \xrightarrow{\times 2} 2\times 1 \xrightarrow{+3} 2+3=5$ $4 \longrightarrow 2\times 4 \longrightarrow 8+3=11$ $-5 \longrightarrow 2\times(-5) \longrightarrow -10+3=-7$
Lorsque le nombre final est 21, le nombre x de départ est 9.	$9 \underset{:2}{\overset{\times 2}{\rightleftarrows}} 18 \underset{-3}{\overset{+3}{\rightleftarrows}} 21$ A partir de 21, on retranche 3, puis on divise par 2 le résultat obtenu, le nombre de départ est 9.

EXEMPLES	SOLUTIONS
<u>Programme de calcul :</u> * choisir un nombre , * l'élever au carré, * ajouter 5, * multiplier le résultat par (-3). 1) Appliquer le programme à 4 ; - 5 et $\frac{1}{2}$. 2) Appliquer le programme au nombre "a". Qu'obtient-on ?	1) $4 \xrightarrow{\text{carré}} 16 \xrightarrow{+5} 21 \xrightarrow{\times(-3)} -63$ $-5 \longrightarrow 25 \longrightarrow 30 \longrightarrow -90$ $\frac{1}{2} \longrightarrow \frac{1}{4} \longrightarrow \frac{21}{4} \longrightarrow -\frac{63}{4}$ 2) $a \longrightarrow a^2 \longrightarrow a^2+5 \longrightarrow -3(a^2+5)$ On obtient $-3(a^2+5)$.
1) Ecrire un programme de calcul correspondant à l'expression $3(5-2x)$. 2) Appliquer le programme à 0 ; - 1 et $\frac{1}{2}$. 3) Retrouver le nombre de départ lorsque le nombre final est 0.	1) $x \xrightarrow{\times(-2)} -2x \xrightarrow{+5} -2x+5 \xrightarrow{\times 3} 3(5-2x)$ * choisir un nombre, * le multiplier par – 2, * ajouter 5, * multiplier le résultat par 3. Remarque : on part toujours de x . 2) $0 \xrightarrow{\times(-2)} 0 \xrightarrow{+5} 5 \xrightarrow{\times 3} 15$ $-1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 7 \longrightarrow 21$ $\frac{1}{2} \longrightarrow -1 \longrightarrow 4 \longrightarrow 12$ 3) $\frac{5}{2} \xleftarrow[:(-2)]{} -5 \xleftarrow[-5]{} 0 \xleftarrow[:3]{} 0$ Lorsque le nombre final est 0, le nombre de départ est $\frac{5}{2}$.

PROGRAMME DE CALCUL - EXERCICES

EXERCICE 1

1) Appliquer chaque programme de calcul aux nombres 2 ; - 1 ; $\frac{1}{2}$ puis au nombre « x ».

2) Pour chaque programme, déterminer le nombre de départ lorsque le nombre final est 14.

Programme 1

1) Prendre un nombre.
2) Le multiplier par 2.
3) Retrancher 5 au résultat obtenu.
4) On appelle A le nombre final.

Programme 2

1) Prendre un nombre.
2) Retrancher 5.
3) Multiplier par 2 le résultat obtenu.
4) On appelle B le nombre final.

Programme 3

1) Prendre un nombre.
2) Prendre son triple.
3) Ajouter 7 au résultat obtenu.
4) On appelle C le nombre final.

Programme 4

1) Prendre un nombre.
2) Prendre son opposé.
3) Ajouter 1.
4) Multiplier le résultat obtenu par 4.
5) On appelle D le nombre final.

EXERCICE 2

Ecrire un programme de calcul correspondant aux expressions suivantes et effectuer ce programme pour x = 1 :

1) $3x + 2$
2) $-x + 3$
3) $5 - 2x$
4) $3(x - 7)$
5) $(x + 2)^2$
6) $x^2 + 2$
7) $-\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$
8) $\frac{5}{3}(x - \frac{4}{5})$

SOMME ALGEBRIQUE

1. OPPOSE D'UN NOMBRE

L'opposé du nombre a est le nombre - a.	
EXEMPLES	REMARQUES
L'opposé de $+8$ est -8. L'opposé de -8 est $+8$ L'opposé de $+\frac{5}{7}$ est $-\frac{5}{7}$	$-(+8)=-8$ $-(-8)=+8=8$ $-\left(+\frac{5}{7}\right)=-\frac{5}{7}$

2. ADDITION

Simplifier une écriture, c'est l'écrire sans les parenthèses, puis la calculer.	
EXEMPLES	REMARQUES
$(+3)+(+7)=3+7=10$ $(+8)+(-5)=8-5=3$ $(-4)+(-3)=-4-3=-7$ $(-6)+(+2)=-6+2=-4$	$+3=3$ et $+(+7)=+7$ $+8=8$ et $+(-5)=-5$

3. SOUSTRACTION

Soustraire un nombre, c'est ajouter l'opposé de ce nombre : $a-b=a+(-b)$.	
EXEMPLES	REMARQUES
$(+2)-(+5)=(+2)+(-5)=2-5=-3$	$-(+5)=-5$
$(-1)-(+7)=(-1)+(-7)=-1-7=-8$	$-(+7)=-7$
$(+5)-(-9)=(+5)+(+9)=5+9=14$	$-(-9)=+9$
$(-6)-(-7)=(-6)+(+7)=-6+7=1$	$-(-7)=+7$

4. SOMME ALGEBRIQUE

EXEMPLES	REMARQUES
a) Calculer les sommes suivantes : $A=2-9+3=2+3-9=5-9=-4$ $B=-2+3-9=3-2-9=3-11=-8$ $C=15-7+3-6-1=15+3-7-6-1$ $=18-14=4$	On regroupe les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux avant de faire le calcul final.
b) Calculer : $D=-5-(-2+10)-(3-15)+1$ $D=-5-(+8)-(-12)+1$ $D=-5\quad-8\quad+12\quad+1$ $D=-13+13=0$	Méthode : ♦ On effectue les calculs entre parenthèses. ♦ On simplifie l'écriture. ♦ On regroupe les nombres positifs et les négatifs. ♦ On effectue le calcul final.

SOMME ALGEBRIQUE - EXERCICES

EXERCICE 1

Donner l'écriture simplifiée, calculer, puis vérifier à la calculatrice :

$a = (+13) + (-19)$

$b = (+12) + (+9)$

$c = (+3) + (-5)$

$d = (-6) - (+4)$

$e = (-3) - (-12)$

$f = (+7) - (-15)$

$g = (+12) + (-15) + (-7) + (-4) + (+6)$

$h = (+5) - (-16) - (+4) - (+2) - (-10)$

$i = (+3) + (-15) - (-9) - (+6) + (+14)$

EXERCICE 2

Changer l'ordre des termes afin de calculer plus facilement les nombres suivants, effectuer les calculs :

$j = 5 - 3 + 8 - 11$

$k = 4{,}5 + 7{,}8 - 12{,}3$

$l = -6 + 9 - 4 + 3 - 7 + 15$

$m = 40{,}2 - 3 + 7{,}8 - 14$

$n = -1 + 3{,}7 - 4{,}5 + 12$

$p = 3{,}1 - 6{,}2 - 15{,}3 + 7{,}4$

EXERCICE 3

Calculer les nombres entre parenthèses, donner l'écriture simplifiée, puis calculer les sommes algébriques suivantes :

$q = (4 - 7) + (11 + 15) - 19$

$r = (5 - 3) + (7 - 12) - (8 - 3)$

$s = (3 - 5) - (7 - 12) + (4 - 9)$

$t = (-2 + 9) - (6 - 11)$

$u = (5 - 4 + 8) + (2 - 6 + 3)$

$v = (6 + 2 - 15) - (12 - 4)$

$w = (5 - 10 + 3) - (6 - 15)$

$x = 3 - (2 - 15) + (-3 - 7) - 2 + 1$

AVEC DES FRACTIONS ...
SIMPLIFICATION ET REDUCTION AU MÊME DENOMINATEUR

Lorsque $\frac{a}{b}$ est une fraction, a s'appelle le **numérateur** et b s'appelle le **dénominateur**.

Pour $k \neq 0$ et $b \neq 0$ on a $\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b}$; on **simplifie par k.**

Lorsqu'on ne peut plus simplifier $\frac{a}{b}$, on dit que $\frac{a}{b}$ est une fraction **irréductible**.

Applications : cette égalité permet de :
* **simplifier** des fractions,
* **réduire des fractions au même dénominateur.**

EXEMPLES	REMARQUES
Simplifier les fractions : $\frac{35}{49} = \frac{7 \times 5}{7 \times 7} = \frac{5}{7}$ $\frac{3}{27} = \frac{3 \times 1}{3 \times 9} = \frac{1}{9}$ $\frac{75}{15} = \frac{15 \times 5}{15 \times 1} = \frac{5}{1} = 5$	$\frac{5}{7}$ est une **fraction irréductible :** on a **simplifié par 7.** $\frac{1}{9}$ est une **fraction irréductible :** on a **simplifié par 3.** **On a simplifié** par 15.
Réduire $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{5}$ **au même dénominateur :** $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$ et $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} = \frac{8}{20}$	Le plus petit dénominateur commun à $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{5}$ est 20.
Réduire $\frac{7}{6}$ et $\frac{5}{4}$ **au même dénominateur :** $\frac{7}{6} = \frac{7 \times 2}{6 \times 2} = \frac{14}{12}$ $\frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$	Multiples de 6 : 6 -**<u>12</u>** - 18 - <u>24</u> - 30 Multiples de 4 : 4 - 8 - **<u>12</u>** - 16 - 20 - <u>24</u> Le plus petit dénominateur commun est 12. On peut prendre $6 \times 4 = 24$ comme dénominateur commun, le résultat peut alors être simplifié.
Comparer les fractions : $\frac{12}{7}$ et $\frac{7}{4}$ $\frac{12}{7} = \frac{12 \times 4}{7 \times 4} = \frac{48}{28}$ $\frac{7}{4} = \frac{7 \times 7}{4 \times 7} = \frac{49}{28}$ $\frac{48}{28} < \frac{49}{28}$ donc $\frac{12}{7} < \frac{7}{4}$	Pour comparer deux fractions, on peut les réduire au même dénominateur puis on compare les numérateurs pour conclure.

AVEC DES FRACTIONS...
SIMPLIFICATION ET REDUCTION AU MEME DENOMINATEUR
EXERCICES

EXERCICE 1

Compléter :

$\frac{7}{8}=\frac{...}{56}$; $\frac{2}{3}=\frac{...}{33}$; $\frac{-25}{3}=\frac{...}{12}$; $\frac{30}{-105}=\frac{-2}{...}$; $\frac{-10}{2}=$; $\frac{-7}{49}=\frac{...}{...}$

EXERCICE 2

Simplifier les fractions suivantes afin d'obtenir des fractions irréductibles :

$\frac{3}{24}=$ $\quad \frac{6}{40}=$ $\quad \frac{24}{32}=$ $\quad \frac{33}{44}=$ $\quad \frac{-453}{9}=$

$\frac{-153}{35}=$ $\quad \frac{75}{100}=$ $\quad \frac{-63}{36}=$ $\quad \frac{-15}{-6}=$ $\quad \frac{-10}{15}=$

EXERCICE 3

Réduire toutes les fractions au même dénominateur 12 :

$\frac{1}{3}=\frac{...}{12}$ $\quad \frac{3}{-4}=\frac{...}{12}$ $\quad \frac{7}{6}=\frac{...}{12}$ $\quad \frac{-34}{24}=\frac{...}{12}$ $\quad \frac{450}{120}=\frac{...}{12}$

EXERCICE 4

Dans chacun des cas, réduire les deux fractions au même dénominateur le plus petit possible :

1) $\frac{4}{3}$ et $\frac{5}{12}$ $\quad$ 2) $\frac{-1}{3}$ et $\frac{15}{4}$ $\quad$ 3) $\frac{-14}{8}$ et $\frac{7}{12}$ $\quad$ 4) $\frac{-5}{6}$ et $\frac{11}{18}$

EXERCICE 5

Ranger les fractions de la plus petite à la plus grande (par ordre croissant) :

$\frac{5}{8}$; $\frac{-2}{3}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{-5}{3}$; -1 ; $\frac{7}{8}$; $\frac{11}{4}$; $\frac{-2}{7}$; $\frac{-5}{6}$; 2.

EXERCICE 6

Un livre de 300 pages mesure 1,85 cm d'épaisseur. Quelle est l'épaisseur d'une feuille ?
Un autre livre de 210 pages mesure 1,25 cm d'épaisseur . Quelle est l'épaisseur d'une feuille ?
Quel livre a le papier le plus épais ?

AVEC DES FRACTIONS .... SOMME ET DIFFERENCE

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ ont le **même dénominateur** $(b \neq 0)$:	$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$
$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ ont des **dénominateurs différents** $(b \neq 0$ et $d \neq 0)$. **Méthode pour additionner ou soustraire des fractions** : 1) Les réduire au même dénominateur. 2) Additionner ou soustraire les numérateurs. 3) Simplifier le plus possible le résultat.	

EXEMPLES	REMARQUES
Calculer les sommes. Donner les résultats sous forme irréductible.	
$A=\frac{2}{3}+\frac{10}{3}=\frac{12}{3}=\frac{4\times 3}{3}=4$	Les fractions ont le même dénominateur. On utilise : $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$. On a simplifié $\frac{12}{3}$ par 3.
$B=\frac{5}{7}-\frac{9}{7}=\frac{-4}{7}=-\frac{4}{7}$	Les fractions ont le même dénominateur. On utilise : $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$.
$C=\frac{7}{6}+\frac{5}{11}=\frac{77}{66}+\frac{30}{66}=\frac{77+30}{66}=\frac{107}{66}$	Les fractions n'ont pas le même dénominateur. Un dénominateur commun est 6×11. On réduit les deux fractions au même dénominateur qui est 66. On ajoute les numérateurs. La fraction $\frac{107}{66}$ est irréductible.
$D=\frac{7}{8}-\frac{1}{4}=\frac{7}{8}-\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$	Un dénominateur commun est 8. $\frac{5}{8}$ est une fraction irréductible.
$E=\frac{5}{6}+\frac{7}{4}=\frac{10}{12}+\frac{21}{12}=\frac{31}{12}$	Le dénominateur commun le plus petit est 12. $\frac{31}{12}$ est une fraction irréductible. On peut prendre $6\times 4 = 24$ comme dénominateur commun, le résultat est alors à simplifier.

AVEC DES FRACTIONS
SOMME ET DIFFERENCE - EXERCICES

EXERCICE 1

Calculer et donner le résultat sous forme irréductible :

$\frac{5}{9}+\frac{7}{9}=$

$\frac{7}{4}+\frac{-3}{4}=$

$\frac{11}{5}+\frac{-14}{11}=$

$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=$

$\frac{5}{12}+\frac{4}{15}=$

$\frac{1}{2}-\frac{2}{3}=$

$\frac{1}{20}-\frac{13}{20}=$

$\frac{8}{15}-\frac{-1}{15}=$

$\frac{11}{5}+1=$

$4-\frac{2}{3}=$

$\frac{5}{12}+2=$

$\frac{1}{2}-3=$

$\frac{2}{8}-\frac{15}{20}=$

$\frac{8}{15}-\frac{2}{5}+1=$

$\frac{3}{5}-\frac{7}{12}+\frac{4}{15}=$

EXERCICE 2

Compléter le tableau suivant, donner les résultats sous forme irréductible :

+	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{-5}{6}$	
$\frac{2}{5}$				
$\frac{5}{12}$				
-2				
		$\frac{2}{5}$		1

EXERCICE 3

Trouver le nombre manquant :

$\frac{6}{7}+\dots\dots\dots=\frac{9}{14}$

$\dots\dots\dots+\frac{-7}{6}=\frac{7}{24}$

$\dots\dots\dots+\frac{11}{3}=2$

$\dots\dots\dots+\frac{1}{7}=-2$

$\frac{2}{3}+\dots\dots\dots=\frac{3}{4}$

$\frac{3}{5}+\dots\dots\dots=\frac{2}{7}$

$\dots\dots\dots+\frac{1}{5}=\frac{-1}{4}$

$\dots\dots\dots+\frac{-3}{2}=-\frac{2}{3}$

AVEC DES FRACTIONS .... PRODUIT ET QUOTIENT

Produit de deux fractions : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ $(b \neq 0 \text{ et } d \neq 0)$. Cas particulier : $a \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{d}$.
$a \neq 0$ l'inverse de a est $\frac{1}{a}$ (0 n'a pas d'inverse). $a \neq 0$ et $b \neq 0$ l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.
Diviser le nombre a par le nombre b $(b \neq 0)$ c'est multiplier a par l'inverse de b. $a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ Quotient de deux fractions : $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$ $(b \neq 0,\ c \neq 0,\ d \neq 0)$.
Méthode pour <u>multiplier</u> des fractions : 1.Simplifier **le plus possible** le produit avant de l'effectuer. 2.Multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. 3.Le résultat est alors **irréductible**.

EXEMPLES	REMARQUES
Calculer les produits. Donner les résultats sous forme irréductible. 1) $\frac{7}{8} \times \frac{-5}{3} = \frac{7 \times (-5)}{8 \times 3} = \frac{-35}{24}$ 2) $\frac{6}{11} \times \frac{5}{6} = \frac{6 \times 5}{11 \times 6} = \frac{5}{11}$ 3) $3 \times \frac{7}{5} = \frac{3 \times 7}{5} = \frac{21}{5}$	On utilise : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ On a simplifié par 6 avant d'effectuer les produits.
L'inverse de 5 est $\frac{1}{5}$. L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$. L'inverse de $\frac{-7}{8}$ est $\frac{-8}{7}$.	L'inverse du nombre a est $\frac{1}{a}$ $(a \neq 0)$. $a \neq 0$ et $b \neq 0$, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.
Calculer les quotients. Donner les résultats sous forme irréductible. $A = \frac{4}{3} : \frac{5}{13} = \frac{4}{3} \times \frac{13}{5} = \frac{4 \times 13}{3 \times 5} = \frac{52}{15}$ $B = \frac{14}{9} : \frac{-12}{27} = \frac{14}{9} \times \frac{27}{-12} = \frac{14 \times 27}{9 \times (-12)} = \frac{2 \times 7 \times 9 \times 3}{9 \times (-6) \times 2} = -\frac{7}{2}$ $C = \frac{3}{2} : 7 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{14}$ $D = 3 : \frac{4}{5} = 3 \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$	On utilise : $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$. Diviser par un nombre, c'est multiplier par son inverse. Pour B, on a simplifié par 9, par 3 et par 2 avant d'effectuer les produits. Pour C, diviser par 7, c'est multiplier par $\frac{1}{7}$.

AVEC DES FRACTIONS
PRODUIT ET QUOTIENT EXERCICES

EXERCICE 1

Calculer, donner le résultat sous forme irréductible :

$\frac{2}{3}\times\frac{6}{7}=$

$\frac{-10}{7}\times\frac{-14}{5}=$

$\frac{21}{25}\times\frac{-5}{3}=$

$\frac{5}{6}\times(-12)=$

$\frac{3}{4}\times 8=$

$\frac{9}{16}\times 4=$

$30\times\frac{-7}{10}=$

$\frac{-1}{4}\times\frac{-4}{15}=$

$\frac{-4}{15}\times\frac{15}{-4}=$

$\frac{3}{7}\times\left(\frac{-21}{8}\right)\times\left(\frac{-4}{3}\right)=$

EXERCICE 2

Compléter les tableaux suivants en simplifiant. Donner les résultats sous forme irréductible :

$\times$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{6}$	-3	$\frac{5}{2}$
$-\frac{7}{4}$				
$\frac{2}{3}$				
$\frac{4}{-5}$				
6				

$\times$	$\frac{3}{4}$		$\frac{9}{14}$	
$\frac{4}{3}$				
$\frac{-12}{5}$		4		
$\frac{7}{2}$				
	$\frac{3}{2}$			$\frac{-6}{5}$

EXERCICE 3

Trouver les nombres manquants :

$\frac{7}{8}\times\ldots\ldots\ldots=\frac{21}{4}$; $\ldots\ldots\ldots\times\frac{1}{6}\ldots\ldots\ldots=-\frac{1}{3}$ $-\frac{4}{9}\times\ldots\ldots\ldots=2$; $-8\times\ldots\ldots\ldots=\frac{2}{3}$

EXERCICE 4

Calculer en faisant attention aux priorités :

$\left(\frac{-7}{4}+\frac{1}{4}\right)\times\frac{-8}{3}=$

$\frac{5}{14}+\frac{-2}{7}\times\frac{21}{20}=$

$\frac{-7}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{-8}{3}=$

$\left(\frac{5}{14}-\frac{-2}{7}\right)\times\frac{21}{20}=$

$4+\left(\frac{-5}{6}\right)\times\left(\frac{-3}{4}\right)=$

$\left(4+\frac{-5}{6}\right)\times\left(\frac{-3}{4}\right)=$

EXERCICE 5

On donne deux séries de nombres. Regrouper les nombres qui sont inverses l'un de l'autre :

$-2 \quad 5 \quad -\frac{1}{6} \quad \frac{7}{5} \quad 8 \quad 0{,}25 \quad -100 \quad -\frac{3}{2} \quad 1{,}3 \quad \frac{-13}{12}$

$-8 \quad 0{,}2 \quad \frac{10}{13} \quad -6 \quad 4 \quad \frac{5}{7} \quad \frac{-12}{13} \quad -0{,}01 \quad \frac{2}{-3} \quad -0{,}5$

EXERCICE 6

Compléter le tableau :

a	$\frac{4}{5}$			9			
inverse de a		- 6				$\frac{1}{2}$	0,001
opposé de a			$\frac{2}{3}$		- 0,2		

EXERCICE 7

Calculer et simplifier :

$\frac{3}{4}:\frac{6}{5}=$ $\qquad$ $\frac{-9}{3}:3=$ $\qquad$ $\frac{8}{3}:(-4)=$ $\qquad$ $\frac{-8}{21}:\left(\frac{-4}{7}\right)=$

$2:\frac{8}{3}=$ $\qquad$ $\frac{9}{\frac{7}{3}}=$ $\qquad$ $\frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}-\frac{1}{3}}=$ $\qquad$ $\frac{1+\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=$

$\frac{\frac{9}{7}}{3}=$ $\qquad$ $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{8}{15}}=$

$18:\frac{9}{4}=$

EXERCICE 8

Trouver des fractions pour compléter des égalités :

$\frac{64}{27}=\frac{....}{....}+\frac{....}{....}$ $\qquad$ $\frac{64}{27}=\frac{....}{....}-\frac{....}{....}$ $\qquad$ $\frac{64}{27}=\frac{....}{....}\times\frac{....}{....}$ $\qquad$ $\frac{64}{27}=\frac{....}{....}\times\frac{....}{....}\times\frac{....}{....}$

Ecrire $\frac{64}{27}$ comme le produit de trois fractions égales : $\frac{64}{27}=\frac{....}{....}\times\frac{....}{....}\times\frac{....}{....}$

EXERCICE 9

Ecrire la fraction irréductible la plus simple possible qui correspond :

Le double de $\frac{-2}{3}$ est ...... $\qquad$ La moitié de $\frac{-2}{3}$ est .... $\qquad$ Le carré de $\frac{-2}{3}$ est ....

Le tiers de $\frac{-2}{3}$ est .... $\qquad$ Le triple de $\frac{-2}{3}$ est ...... $\qquad$ Le quart de $\frac{-2}{3}$ est ......

Le dixième de $\frac{-2}{3}$ est ...

PRIORITE DES OPERATIONS

Règle 1 : Lorsqu'il y a de parenthèses, on peut toujours commencer par calculer ce qui est entre parenthèses.

Règle 2 : Lorsqu'il n'y a pas de parenthèses, on effectue:
* d'abord les puissances,
* puis les multiplications et divisions,
* et enfin les additions et soustractions.

Règle 3 : Deux opérations qui ont le même niveau de priorité s'effectuent dans l'ordre dans lequel elles sont écrites.

EXEMPLES	REMARQUES
Calculer $A = 2 - 5\times(7\times3-1) = 2-5\times(21-1)$ $A = 2-5\times20 = 2-100 = -98$	On effectue d'abord les calculs entre parenthèses (Règle 1) puis les puissances, les multiplications et les divisions (Règle 2) puis les additions et soustractions.
$B = 36 : (3-9) - 7 + 3\times4^2$. $B = 36 : (-6) - 7 + 3\times4^2$ $B = -6-7+3\times16$ $B = -6-7+48 = 35$	
$T = \dfrac{4-2^3}{4+2^3} = \dfrac{4-8}{4+8} = \dfrac{-4}{12} = \dfrac{-1}{3}$	Le cube concerne uniquement le 2. On effectue d'abord les puissances (Règle 2).

PRIORITE DES OPERATIONS - EXERCICES

EXERCICE 1 Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible :

$A = 6 - 2\times\dfrac{5}{4}$ $\quad B = \dfrac{11}{7} - \dfrac{9}{7}\times\dfrac{5}{3}$ $\quad C = \dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{4} : \dfrac{5}{2}$

$D = \dfrac{7}{4} - \dfrac{3}{4}\times\left(\dfrac{-1}{9}\right)$ $\quad E = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{3}\times\left(1-\dfrac{1}{5}\right)$ $\quad F = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{5}\times\dfrac{25}{7}$

$G = \left(3 - 4\times\dfrac{2}{3}\right) : \dfrac{1}{12}$ $\quad H = \left(\dfrac{2}{8} - \dfrac{3}{15}\right) : \dfrac{3}{10}$ $\quad I = (10 + \dfrac{5}{3}) : (10 - \dfrac{5}{3})$

EXERCICE 2 Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible :

$J = \left(\dfrac{5}{6}\right)^2 - \dfrac{2}{3}$ $\quad K = \left(\dfrac{5}{6} - \dfrac{2}{3}\right)^2$ $\quad L = \dfrac{5}{18}\times\left(\dfrac{6}{15} + \dfrac{4}{5}\right)$

$M = \dfrac{10^{-2} + 10^2}{10^2}$ $\quad N = \left(4 - \dfrac{2}{3}\right)\left(2 - \dfrac{4}{3}\right)$ $\quad O = \dfrac{2\times10^{-3}\times5}{10^{-5}}$

PUISSANCES D'UN NOMBRE - NOTATION SCIENTIFIQUE

a^n se lit **a puissance n** ou **a exposant n**.
a est un nombre non nul et n un entier naturel non nul.

$a^n = \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{\text{n facteurs égaux à a}}$ $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ est l'inverse de a^n.

Cas particuliers :

$a^1 = a$; pour $a \neq 0$, $a^0 = 1$; $a^{-1} = \frac{1}{a}$ est l'inverse de a ; $0^n = 0$ pour $n \neq 0$.

Puissances de 10 :

n est un entier naturel non nul : $10^n = 1\underbrace{0...0}_{\text{n zéros}}$ $\quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,\underbrace{0...01}_{\text{n chiffres}}$

Multiplier par une puissance de 10 :

* pour multiplier par 10^n (n entier positif) on déplace la virgule de n rangs vers la droite, en ajoutant des zéros si c'est nécessaire.

* pour multiplier par 10^{-n} (n entier positif) on déplace la virgule de n rangs vers la gauche.

Notation scientifique :

Tout nombre décimal positif A peut s'écrire sous la forme $\mathbf{a \times 10^p}$ où

* a est un nombre décimal compris entre 1 et 10 (10 exclu)

* p est un entier relatif.

La notation $\mathbf{a \times 10^p}$ s'appelle la **notation scientifique** de A.

EXEMPLES	REMARQUES
Calculer : $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$ $-4^2 = -4 \times 4 = -16$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$	a^2 se lit " a au carré " $a^2 = a \times a$ Ne pas confondre : 4^3 et 3^4 a^3 se lit "a au cube"; $a^3 = a \times a \times a$ $a^4 = a \times a \times a \times a$
Calculer : $2^{-1} = \frac{1}{2}$ $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$ $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001$	2^{-1} est l'inverse de 2. $a^{-1} = \frac{1}{a}$ $a^{-2} = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a \times a}$ 10^{-3} a 3 chiffres après la virgule.
Calculer : $A = 32,8 \times 10^4 = 328000$ $B = 32,8 \times 10^{-3} = 0,0328$	Pour A, on déplace la virgule de 4 rangs vers la droite. Pour B, on déplace la virgule de 3 rangs vers la gauche.
Ecrire en notation scientifique : $732\,000 = 7,32 \times 10^5$ $0,0196 = 1,96 \times 10^{-2}$ $541,75 = 5,4175 \times 10^2$	$1 \leq 7,32 < 10$ $1 \leq 1,96 < 10$ $1 \leq 5,4175 < 10$

PUISSANCES D'UN NOMBRE - NOTATION SCIENTIFIQUE - EXERCICES

EXERCICE 1

Calculer :

$a = 9^3$ $\quad$ $b = 10^5$ $\quad$ $c = 3^0$ $\quad$ $d = 0^5$ $\quad$ $e = (-1)^7$

$f = 3^{-2}$ $\quad$ $g = (-2)^4$ $\quad$ $h = 2^{-4}$ $\quad$ $i = -2^4$ $\quad$ $j = (-2)^{-4}$

$k = (-1)^0$ $\quad$ $l = 10^{-1}$ $\quad$ $m = 10^6$ $\quad$ $n = 10^{-3}$ $\quad$ $p = 0{,}4^2$

$q = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3$ $\quad$ $r = \left(\dfrac{-5}{2}\right)^3$ $\quad$ $s = \left(\dfrac{4}{5}\right)^2$ $\quad$ $t = 5^{-3}$ $\quad$ $u = -0{,}5^3$

EXERCICE 2

Compléter le tableau ci-dessous en suivant l'exemple de la première colonne :

a	2	-3	2	4		-3	
n	3	2			3		3
a^n	2^3						
calcul	8		$\frac{1}{4}$	64	1000	81	-8

a	15	10		0,3			-5
n	0		5	2	-3	4	
a^n							
calcul		0,0001	-1		- 0,001	0	1

EXERCICE 3

a) Ecrire sous la forme d'une puissance de 10 :

A = un million $\quad$ B = un centième $\quad$ C = cent mille $\quad$ D = un millième

E = dix milliards $\quad$ F = un millionième $\quad$ G = un dix millième

b) Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$a = 10^8$ $\quad$ $b = 10^{-4}$ $\quad$ $c = 10^{-1}$ $\quad$ $d = 10^5$ $\quad$ $e = -10^6$

$f = 987 \times 10^2$ $\quad$ $g = (-10)^6$ $\quad$ $h = 450 \times 10^{-3}$ $\quad$ $i = 15 \times 10^{-4}$ $\quad$ $j = 3210{,}4 \times 10^2$

EXERCICE 4

Ecrire les nombres suivants en notation scientifique :

a = 52 ; b = 91 000 ; c = 0,0075 ; d = - 6920 ; e = 0,000 012 ; f = -473,5 ; g = - 0,000 000 7

EXERCICE 5

Compléter par une puissance de 10 :

$123{,}54 \times .... = 123540$ $\quad$ $0{,}8 \times .... = 80000$ $\quad$ $990 \times .... = 0{,}099$

EXERCICE 6

Compléter par une puissance de 10 :

1 km = ... mm $\quad$ 1 dm = ... km $\quad$ 1 kg = ... cg $\quad$ 1 kg = ...mg

1 g = ... t $\quad$ 1 cL = ... hL $\quad$ 12 hL = 1,2 ×....... cL $\quad$ 10 kg = ... t

1m^2 =..........mm^2 $\quad$ 1cm^3 =........m^3 $\quad$ 1cL =.......cm^3 $\quad$ 1ha =..........are

0,1dm^2 =.........km^2 $\quad$ 1m^3 =.........L $\quad$ 1are =........m^2 $\quad$ 1ha=..........mm^2

PUISSANCES ET OPERATIONS

a et b sont des entiers relatifs non nuls et n, p des entiers relatifs :

$a^n \times a^p = a^{n+p}$

$(ab)^n = a^n \times b^n$

$\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

$\left(a^n\right)^p = a^{n\times p}$

Attention : $a^{n+p} \neq a^{n\times p}$.

EXEMPLES	REMARQUES
Ecrire sous la forme a^p : $2^{-3} \times 2^5 = 2^{-3+5} = 2^2$ $\dfrac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$ $\dfrac{10^2}{10^{-3}} = 10^{2-(-3)} = 10^5$ $\left(10^3\right)^5 = 10^{3\times5} = 10^{15}$	$a^n \times a^p = a^{n+p}$ avec $a = 2$ $n = -3$ $p = 5$ $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ avec $a = 2$ $n = 3$ $p = 5$ $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ avec $a = 10$ $n = 2$ $p = -3$ $\left(a^n\right)^p = a^{np}$ avec $a = 10$ $n = 3$ $p = 5$
Calculer : $\left(4 \times 10^{-3}\right)^2 = 4^2 \times \left(10^{-3}\right)^2 = 16 \times 10^{-6}$	$(ab)^n = a^n \times b^n$ avec $a = 4$ $b = 10^{-3}$ $n = 2$ et $\left(a^n\right)^p = a^{np}$
Calculer : $\left(\dfrac{-4}{5}\right)^3 = \dfrac{(-4)^3}{5^3} = \dfrac{-64}{125}$ $\dfrac{2\times10^7\times35\times10^{-3}}{5\times10^{-3}} = \dfrac{2\times35\times10^4}{5\times10^{-3}}$ $= 2\times7\times10^{4+3} = 14\times10^7$	$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ avec $a = -4$ $b = 5$ $n = 3$ $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ avec $a = 10$ $n = 4$ $p = -3$ $a^n \times a^p = a^{n+p}$ avec $a = 10$ $n = 4$ $p = 3$

PUISSANCES ET OPERATIONS - EXERCICES

EXERCICE 1

Ecrire sous la forme d'une seule puissance de 10 :

$A = 10^4 \times 10^5$ $\quad B = 10^3 \times 10^{-7}$ $\quad C = 10^{-4} \times 10^{-8}$ $\quad D = 100 \times 10000$

$E = \dfrac{1}{100 \times 100000}$ $\quad F = 10^5 \times 10 \times 10^{-6}$ $\quad G = (0,1)^3 \times (0,001)^{-2}$ $\quad H = \dfrac{10^3}{10^8}$

$I = \dfrac{10^{-5}}{10^2}$ $\quad J = \dfrac{10^5}{10^{-3}}$ $\quad K = (10^2)^{-4} \times (10^{-3})^2$ $\quad L = \dfrac{10^8}{(10^3)^3}$

EXERCICE 2

Ecrire les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance :

$R = (-2)^3 \times (-2)^7$ $\quad S = \dfrac{3^7}{3^4}$ $\quad T = \dfrac{5^6}{5^{-9}}$ $\quad U = \dfrac{2^8 \times 2^9}{2^{11} \times 2^3}$ $\quad V = (5^{-2})^4 \times 5$

EXERCICE 3

Calculer et donner les résultats en notation scientifique :

$a = 1700 \times 30000$ $\quad d = \dfrac{28 \times 10^3}{0,4 \times 10^4}$ $\quad g = \dfrac{0,7 \times 10^{-5} \times 0,21 \times 10^{12}}{42 \times 10^{23}}$

$b = 2000 \times 0,00004$ $\quad e = \dfrac{18 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-3}}$ $\quad h = \dfrac{12 \times 10^{-9} \times 5 \times (10^2)^3}{24 \times 10^{-2}}$

$c = \dfrac{250000}{0,00002}$ $\quad f = \dfrac{0,7 \times 10^5}{14 \times 10^3}$

EXERCICE 4

La Terre pèse environ 6 000 milliards de milliards de tonnes.
Ecrire en notation scientifique la masse de la Terre en kilogrammes.

EXERCICE 5

Une analyse de sang d'un patient a donné les résultats suivants:

Globules rouges ....$4,8 \times 10^6$ par mm^3 de sang

Globules blancs ....8×10^3 par mm^3 de sang

Calculer le nombre total de globules rouges et de globules blancs de ce patient sachant que son corps contient 5 litres de sang.

EXERCICE 6

L'**unité astronomique (u.a.)** est la distance moyenne de la Terre au Soleil, soit 150 millions de km.

a) Uranus se trouve à environ $2,87 \times 10^9$ km du Soleil. Quelle est la distance d'Uranus au Soleil en **u.a.?**

b) Mercure se trouve à environ 0,39 **u.a.** du Soleil. Déterminer, à l'aide de la notation scientifique, la distance de Mercure au Soleil en kilomètres.

EXERCICE 7

L'**année lumière (a.l.)** est la distance parcourue par la lumière pendant une année.

1°) Sachant que la lumière se déplace dans l'espace à une vitesse de 300 000 km·s^{-1}(kilomètres par seconde), quelle distance parcourt-elle en 1 min ? 1 heure ? 1 jour ? 1 an ?

2°) Combien de temps met la lumière pour nous parvenir du Soleil ?
(distance Terre-Soleil : 150 millions de kilomètres).

3°) L'étoile polaire est à environ 350 **a.l.** de la Terre. Exprimer cette distance en kilomètres.

RACINE CARREE D'UN NOMBRE POSITIF

b est un nombre positif ou nul.
La racine carrée de b, notée $\sqrt{b}$, est le nombre positif qui a pour carré b.

$b \geq 0 \qquad \left(\sqrt{b}\right)^2 = \sqrt{b^2} = b$

$a \geq 0$ et $b \geq 0 \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$a \geq 0$ et $b > 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$a \geq 0$ et n entier $\quad \sqrt{a^n} = \left(\sqrt{a}\right)^n$

attention $\quad a > 0$ et $b > 0 \quad \sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\sqrt{0} = 0$ car $0^2 = 0$; $\sqrt{1} = 1$ car $1^2 = 1$; $\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$; $\sqrt{10000} = \sqrt{100^2} = 100$

$\sqrt{0,01} = \sqrt{0,1^2} = 0,1$; $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7$

EXEMPLES	REMARQUES
Simplifier les écritures suivantes :	
$\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$	$a \geq 0 \quad \sqrt{a^2} = a$ avec $a = 6$
$\sqrt{10^2} = 10$	$a^2 = 100 = 10^2$ avec $a = 10$
$\sqrt{1,44} = \sqrt{1,2^2} = 1,2$	$a^2 = 1,44 = 1,2^2$ avec $a = 1,2$
$\sqrt{(1-\pi)^2} = \sqrt{(\pi-1)^2} = \pi - 1$	$(1-\pi)^2 = (\pi-1)^2$ avec $(\pi - 1) > 0 \qquad \sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2}$
$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3 \times \sqrt{5}$	$a \geq 0$ et $b \geq 0 \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ avec $a = 9$ et $b = 5$ $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$
$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$	$a \geq 0$ et $b > 0 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ avec $a = 25$ et $b = 16$ $25 = 5^2$ et $16 = 4^2$ on a aussi : $\frac{25}{16} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$ donc $\sqrt{\frac{25}{16}} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{5}{4}$
$\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$ $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$	$a > 0$ et $b > 0 \quad \sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

RACINE CARREE D'UN NOMBRE POSITIF - EXERCICES

EXERCICE 1

Ecrire plus simplement :

$A = \sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$

$B = \sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$C = \sqrt{3}+\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$D = (\sqrt{3}+\sqrt{3})\times\sqrt{3}$

$E = 2\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}$

$F = \sqrt{8}+\sqrt{32}$

$G = \sqrt{8}\times\sqrt{32}$

$H = \dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{32}}$

EXERCICE 2

Simplifier l'écriture :

$A = \sqrt{72}$

$B = -\sqrt{150}$

$C = \sqrt{3600}$

$D = 3\sqrt{20}+4\sqrt{45}-2\sqrt{80}$

$E = \sqrt{27}-2\sqrt{75}+3\sqrt{12}$

$F = \dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}$

$G = \dfrac{\sqrt{72\times 48}}{\sqrt{50\times 27}}$

$H = \sqrt{2^6\times 5^3\times 7^2}$

$I = \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$

EXERCICE 3

Calculer :

$A = \sqrt{2}(3-\sqrt{2})$

$B = (\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$

$C = (\sqrt{2})^2-(\sqrt{2}-1)^2$

$D = (3\sqrt{2}-7)^2$

$E = (3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})$

$F = \sqrt{13^2-12^2}$

EXERCICE 4

Comparer les nombres suivants :

$A = 7$ et $5\sqrt{2}$

$B = -17$ et $-12\sqrt{2}$

$C = \sqrt{26}$ et $5{,}1$

$D = -3\sqrt{5}$ et $-4\sqrt{2{,}8}$

$E = 2\sqrt{30}$ et 11

$F = -5\sqrt{13}$ et -18

EXERCICE 5

Exemples d'écriture sans radical au dénominateur :

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3}{5-\sqrt{2}} = \frac{3(5+\sqrt{2})}{(5-\sqrt{2})(5+\sqrt{2})} = \frac{3(5-\sqrt{2})}{5^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{3(5-\sqrt{2})}{23}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

Ecrire sans radical au dénominateur :

$A = \dfrac{3}{\sqrt{5}}$ $\quad B = \dfrac{2}{3+\sqrt{7}}$ $\quad C = \dfrac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\quad D = \dfrac{3+\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$ $\quad E = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

EXERCICE 6

Résoudre les équations :

$A = x\sqrt{2}-1 = 5\sqrt{2}$

$B = x^2-17 = 0$

$C = 2x-\sqrt{3} = 0$

$D = x\sqrt{2}+\sqrt{7} = 0$

$E = 2x-\sqrt{5} = x+3\sqrt{5}$

$F = x\sqrt{3}+3x = \sqrt{2}$

SOMME TERME PRODUIT FACTEUR QUOTIENT

$3 + 2x + x^2$ est une **somme**. 3 , 2x et x^2 sont les **termes** de cette somme. 4x - 5 est une **différence**. Une somme algébrique est une somme ou une différence.
5(2x -1) est un **produit**. 5 et (2x - 1) sont les deux **facteurs** de ce produit. $\frac{3x-2}{x+1}$ est un **quotient.** 3x - 2 est le **numérateur,** x + 1 est le **dénominateur.**

SOMME TERME PRODUIT FACTEUR QUOTIENT - EXERCICES

EXERCICE 1

Regrouper dans le tableau les sommes algébriques puis les produits et enfin les quotients :

$5x+7$; $(x+7)(2x-5)$; $3(x^2+5x+1)$; $(2x^2-3)(-x+7)+4$; $\frac{3x+7}{x-1}$; $\frac{5}{2}x-\frac{9}{4}$; $x^2-(4+x)x$

$\frac{3}{x+2}-5$; x^3 ; $4x^2-5x+2$; $(x+3)(7x-1)-2(x+2)$; $\frac{x^2}{16}-\frac{49}{25}$; $3-(x+1)^2$; $\frac{4x}{2x-3}$

Sommes algébriques	Produits	Quotients

EXERCICE 2

1) Ecrire une somme de deux termes dont le premier est un produit.
2) Ecrire un produit de deux facteurs dont le premier est une somme.
3) Ecrire une somme de deux termes dont le premier est un quotient et le second un produit de deux facteurs.
4) Ecrire le carré d'une somme.
5) Ecrire une somme de deux carrés.
6) Ecrire un quotient dont le numérateur est un produit de deux facteurs et le dénominateur une différence.

EXERCICE 3

Compléter les phrases suivantes. Exemple : x^2+y^2 est la somme de deux carrés :

$(x-y)^2$ est ....

.... est l'inverse d'une somme.

(x - 5)(x + 3) est ....

$3+x(x-2)$ est ....

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ est ....

........................est la racine carrée d'une somme.

REDUIRE ET ORDONNER UNE EXPRESSION.

Réduire l'expression $A = 5x - 2 + 3x - 7 - x$ et $B = 5x^2 - 7x + 4 - 3x^2 + 9x - 6$

$A = 5x - 2 + 3x - 7 - x = (5x + 3x - x) + (-2 - 7) = 7x - 9$

$7x - 9$ est l'expression réduite de A.

$B = 5x^2 - 7x + 4 - 3x^2 + 9x - 6 = \left(5x^2 - 3x^2\right) + (-7x + 9x) + (4 - 6) = 2x^2 + 2x - 2$

$2x^2 + 2x - 2$ est l'expression réduite de B.

Ordonner l'expression $C = 5x - 7x^2 + 4$

$C = 5x - 7x^2 + 4 = -7x^2 + 5x + 4$

$-7x^2 + 5x + 4$ est l'expression ordonnée de C suivant les puissances décroissantes de x.

Pour réduire et ordonner une expression, on doit savoir supprimer des parenthèses.

$a + (b + c) = a + b + c$ $\qquad$ $a - (b + c) = a - b - c$

$a + (b - c) = a + b - c$ $\qquad$ $a - (b - c) = a - b + c$

Réduire et ordonner l'expression $D = 5x - (7x - 4) + (-2x - 3)$

$D = 5x - (7x - 4) + (-2x - 3) = 5x - 7x + 4 - 2x - 3 = 5x - 7x - 2x + 4 - 3 = -4x + 1$

$-4x + 1$ est l'expression réduite et ordonnée de D.

REDUIRE ET ORDONNER UNE EXPRESSION - EXERCICES

EXERCICE 1

Réduire et ordonner :

$A = -3x + 5x - 4 - 7$

$B = 7a - 2b - 5a + 4b$

$C = -5x + 7y - 2x - 9y + 3$

$D = 4a - 3 + 5a - 7 - a$

$E = a^2 + 2a - 5a^2 + 3 + 5a$

$F = 5x^2 + 2x - 6x^2 + 7x - 3$

$G = 8y - 2x - 6x^2 + 7x - 3$

$H = \frac{2}{3}x - 2 + 3x - \frac{1}{5}$

$I = \frac{4}{5}x - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x - 3$

EXERCICE 2

Réduire et ordonner :

$A = (3x - 7) + (5x - 2) - (-4x - 7)$

$B = (5x - 4) - (2x - 3) - (-3x - 2)$

$C = 2x - (-3x + 2) + (3x - 5)$

$D = 4x - (3x - 2) - (-5x + 4)$

EXERCICE 3

Réduire et ordonner :

$A = \sqrt{2}x + 5 + 2\sqrt{2}x - 3$

$B = 4x + 2\sqrt{5} - 2x - 5\sqrt{5}$

DEVELOPPER UNE EXPRESSION

Développer, c'est transformer un produit en somme.
Pour développer une expression, on doit savoir **distribuer.**

1) Règle de la distributivité :

PRODUIT $\longrightarrow$ SOMME

$$k(a + b) = ka + kb$$
$$k(a - b) = ka - kb$$

$k(a + b)$ est le produit du nombre k par le nombre $(a + b)$.
$ka + kb$ est la somme des nombres ka et kb.

2) Règle de la double distributivité :

PRODUIT $\longrightarrow$ SOMME

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$
$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$(a + b)(c + d)$ est le produit du nombre $(a + b)$ par le nombre $(c + d)$.
$ac + ad + bc + bd$ est une somme.

EXEMPLES : **Développer, réduire et ordonner les expressions :**

Produit	Développement	Somme réduite
$3(5x+4)$	$=3\times 5x+3\times 4=$	$15x+12$
$5(3-x)$	$=5\times 3-5\times x=$	$15-5x$
$-2(5x+3)$	$=(-2)(5x+3)=(-2)\times 5x+(-2)\times 3=$	$-10x-6$
$7x(-2x+3)$	$=7x\times(-2x)+7x\times 3=$	$-14x^2+21x$
$2(x-1)-3(5+x)$	$=2x-2\times 1-3\times 5-3\times x=2x-2-15-3x=$	$-x-17$
$(2x+7)(3x+5)$	$=2x\times 3x+2x\times 5+7\times 3x+7\times 5$ $=6x^2+10x+21x+35=$	$6x^2+31x+35$
$(4x-3)(2x-5)$	$=4x\times 2x-4x\times 5-3\times 2x+3\times 5$ $=8x^2-20x-6x+15=$	$8x^2-26x+15$
$(x+2)(5x-1)$	$=x\times 5x-x\times 1+2\times 5x-2\times 1$ $=5x^2-x+10x-2=$	$5x^2+9x-2$

DEVELOPPER UNE EXPRESSION EXERCICES

EXERCICE 1

Développer, réduire et ordonner les expressions :

1) $7(2x+3) =$
2) $7(3x-2) =$
3) $-5(x+4) =$
4) $-3(2x-1) =$
5) $2x(x+5) =$
6) $\frac{3}{4}(2x+7) =$

EXERCICE 2

Développer, réduire et ordonner les expressions :

1) $5+3(2x+1) =$
2) $5(2x-1)+3(4x-2) =$
3) $x(2x+4)-3(5x-1) =$
4) $-7(x-3)+3(-2x-1) =$
5) $2x(3x-1)-3x(x+2) =$

EXERCICE 3

Développer, réduire et ordonner les expressions :

1) $(x+1)(x-2) =$
2) $(2x-1)(x-3) =$
3) $7(3x-2)+5(x+1) =$
4) $-7(3x-2)-5(x+1) =$
5) $-5(x^2+4)+(x+3)(x-1) =$
6) $(x+5)-3x(2x-1)+2(x^2-4) =$
7) $(x+3)(2x-1)-7x(x+5) =$
8) $3x(2x+4)-5x(-2x+1) =$
9) $(5x-3)(2x-1)-3(4x-2) =$
10) $x(2x+4)(5x-1) =$
11) $(x-7)(x-3)+3x(-2x-1) =$
12) $-2x(3x-1)+(1-3x)(x+2) =$

FACTORISER UNE EXPRESSION avec un facteur commun

Factoriser, c'est transformer une somme en produit.

Pour factoriser une expression, on utilise la distributivité de la multiplication sur l'addition.

SOMME ⟶ PRODUIT

$$ka + kb = k(a + b)$$
$$ka - kb = k(a - b)$$

ka + kb est la somme des nombres ka et kb ; k est le facteur commun à chaque terme.
k(a + b) est le produit du nombre k par le nombre (a + b).

Avant de factoriser, il faut repérer les facteurs communs à tous les termes de la somme.

EXEMPLES : **Factoriser les expressions suivantes :**

Expression	Transformation	Produit
$25x+35$	$=\underline{5}\times 5x+\underline{5}\times 7=$	$5(5x+7)$
$7x^2+5x$	$=7x\times\underline{x}+5\times\underline{x}=$	$x(7x+5)$
$3x+3$	$=\underline{3}\times x+\underline{3}\times 1=$	$3(x+1)$
$6x^2+18x$	$=\underline{6x}\times x+\underline{6x}\times 3=$	$6x(x+3)$
x^2-x	$=\underline{x}\times x-\underline{x}\times 1=$	$x(x-1)$
$42x^3+35x^2-63x$	$=\underline{7x}\times 6x^2+\underline{7x}\times 5x-\underline{7x}\times 9=$	$7x(6x^2+5x-9)$
$26x^2+13x$	$=2x\times\underline{13x}\ +1\times\underline{13x}=$	$13x(2x+1)$
$(x+3)(2x-5)+(x+3)(5-3x)$	$=\underline{(x+3)}(2x-5)+\underline{(x+3)}(5-3x)$ $=(x+3)[(2x-5)+(5-3x)]$ $=(x+3)(2x-5+5-3x)=$	$(x+3)(-x)$
$(4x-5)(2x+3)+(4x-5)$	$=\underline{(4x-5)}(2x+3)+\underline{(4x-5)}\times 1$ $=(4x-5)[(2x+3)+1]$ $=(4x-5)(2x+3+1)=$	$(4x-5)(2x+4)$
$(2x+7)^2-(x-9)(2x+7)$	$=\underline{(2x+7)}\times(2x+7)-(x-9)\underline{(2x+7)}$ $=(2x+7)[(2x+7)-(x-9)]$ $=(2x+7)(2x+7-x+9)=$	$(2x+7)(x+16)$

FACTORISER UNE EXPRESSION avec un facteur commun

EXERCICES

EXERCICE 1

Calculer sans calculatrice :

$A = 995 \times 27 + 5 \times 27$

$B = 6{,}5 \times 111 - 6{,}5 \times 11$

$C = 0{,}3 \times 0{,}5 - 0{,}3 \times 1{,}4 + 0{,}3 \times 0{,}9$

EXERCICE 2

Factoriser les expressions :

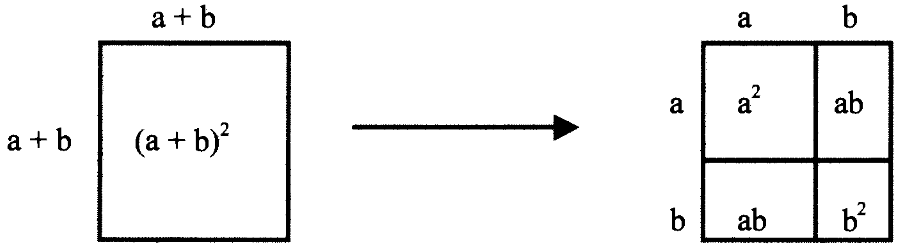
1) $4x + 16 =$
2) $-4a - 8 =$
3) $25a^2 + 49a =$
4) $3x^3 - 6x^2 =$
5) $a^2 + a =$
6) $18x - 9x^2 =$
7) $3a^4 - 3a =$
8) $25a^2 + 10a =$
9) $-10x^2 - 15x =$
10) $17x^3 - 34x^2 + 51x =$

EXERCICE 3

Factoriser les expressions :

1) $(x + 7)(2x - 5) + (x + 3)(2x - 5) =$
2) $(4x - 3)(2x + 7) - (4x - 3)(x - 2) =$
3) $(3x + 1)^2 + (3x + 1)(5x + 2) =$
4) $(3x - 2)(3x - 1) - 5(3x - 2) =$
5) $(x - 5)^2 - (x - 5)(-2x + 3) =$
6) $2(x + 3)(x - 5) - 7(x - 5) =$
7) $4x(5x - 3) + 2x(5x - 3) =$
8) $(x + 1)(3 - 2x) - (x + 1) =$
9) $(5x + 3)(x + 2) - 3(x + 2) =$
10) $(7x - 1)^2 + (7x - 1) =$

LES IDENTITES REMARQUABLES...
UNE TECHNIQUE POUR DEVELOPPER



Donc $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

PRODUIT	*Développer* →	SOMME
$(a+b)^2$	=	$a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2$	=	$a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)$	=	a^2-b^2

EXEMPLES	REMARQUES
Développer, réduire et ordonner : $A = (x+5)^2 = x^2+2\times x\times 5+5^2 = x^2+10x+25$	$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
Développer, réduire et ordonner : $B = (7-x)^2 = 7^2-2\times 7\times x+x^2 = 49-14x+x^2$	$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
Développer, réduire et ordonner : $C = (x+7)(x-7) = x^2-7^2 = x^2-49$	$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
Développer, réduire et ordonner : $D = (2x+5)^2 = (2x)^2+2\times 2x\times 5+5^2 = 4x^2+20x+25$	$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ Attention $(2x)^2 = 2^2x^2 = 4x^2$
Développer, réduire et ordonner : $E = (5x-8)^2 = (5x)^2-2\times 5x\times 8+8^2 = 25x^2-80x+64$	$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ Attention $(5x)^2 = 5^2x^2 = 25x^2$
Développer, réduire et ordonner : $F = (3x+7)(3x-7) = (3x)^2-7^2 = 9x^2-49$	$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ Attention $(3x)^2 = 3^2x^2 = 9x^2$

LES IDENTITES REMARQUABLES...
UNE TECHNIQUE POUR DEVELOPPER - EXERCICES

EXERCICE 1

Développer, réduire et ordonner :

1) $(x+8)^2 =$
2) $(x-4)^2 =$
3) $(x-2)(x+2) =$
4) $2(x-5)^2 =$
5) $(3x-5)^2 =$
6) $(8x+11)^2 =$
7) $(x-\frac{2}{3})^2 =$
8) $(\frac{1}{3}+x)(\frac{1}{3}-x) =$
9) $(9x-\frac{4}{5})(9x+\frac{4}{5}) =$
10) $(\frac{5}{3}x-\frac{1}{5})^2 =$
11) $(-x-8)^2 =$

EXERCICE 2

Compléter :

1) $(x+.....)^2 = ...+.....+16$
2) $(3x-.....)^2 = ...-24x+.....$
3) $(.....+7)(.....-.....) = x^2-.....$
4) $(.....+.....)^2 = \frac{1}{4}+.....+x^2$
5) $(.....-.....)^2 = ...-12x+4$

EXERCICE 3

Développer et réduire :

1) $A = x^2-(3x+1)^2$
2) $B = 4(x+3)+2(x-3)^2$
3) $C = 6x+2x(x-7)(x+7)$
4) $D = (6x+8)^2-2(1-5x)(2x+7)$

EXERCICE 4

Calculer

1) $999\,999 \times 1\,000\,001 =$
2) $1\,000\,001^2 - 999\,999^2 =$

LES IDENTITES REMARQUABLES...
UNE TECHNIQUE POUR FACTORISER

SOMME	*Factoriser* $\longrightarrow$	PRODUIT
$a^2+2ab+b^2$	=	$(a+b)^2$
$a^2-2ab+b^2$	=	$(a-b)^2$
a^2-b^2	=	$(a+b)(a-b)$

EXEMPLES	REMARQUES
Factoriser les expressions : $A = x^2+10x+25 = x^2+2\times5\times x+5^2 = (x+5)^2$	$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$
$B = 9-6x+x^2 = 3^2-2\times3\times x+x^2 = (3-x)^2$	$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$
$C = x^2-4 = x^2-2^2 = (x+2)(x-2)$	$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$
$D = 9x^2+6x+1 = (3x)^2+2\times1\times(3x)+1^2$ $= (3x+1)^2$	$a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$ Attention : $9x^2 = (3x)^2$
$E = 16x^2-24x+9 = (4x)^2-2\times3\times(4x)+3^2$ $= (4x-3)^2$	$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$ Attention : $16x^2 = (4x)^2$
$F = 4x^2-36 = (2x)^2-6^2 = (2x+6)(2x-6)$	$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ Attention : $4x^2 = (2x)^2$
Factoriser l'expression A : $A = (5x-1)^2-(2x-3)^2$ $A = [(5x-1)+(2x-3)][(5x-1)-(2x-3)]$ $A = [5x-1+2x-3][5x-1-2x+3]$ $A = (7x-4)(3x+2)$	$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ On factorise (mettre des crochets). On effectue les calculs dans les crochets. On réduit.
Factoriser l'expression B : $B = 49x^2-4(5x-2)^2$ $B = (7x)^2-[2(5x-2)]^2$ $B = [7x-2(5x-2)][7x+2(5x-2)]$ $B = (7x-10x+4)(7x+10x-4)$ $B = (-3x+4)(17x-4)$	$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ Ecrire d'abord l'expression sous la forme a^2-b^2 Attention : $49x^2 = (7x)^2$ $4(5x-2)^2 = [2(5x-2)]^2$
Factoriser l'expression C : $C = (x^2+6x+9)-25$ $C = (x+3)^2-5^2$ $C = [(x+3)-5][(x+3)+5]$ $C = [x+3-5][x+3+5]$ $C = (x-2)(x+8)$	Ecrire d'abord l'expression sous la forme a^2-b^2. On reconnaît : $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$ et $25 = 5^2$.

LES IDENTITÉS REMARQUABLES ...
UNE TECHNIQUE POUR FACTORISER - EXERCICES

EXERCICE 1

Compléter :

1) $.....-6x+..... = (3x-.....)^2$
2) $4x^2+.....+25 = (2x+.....)^2$
3) $x^2-.....+100 = (.....-.....)^2$
4) $.....+14x+..... = (x+.....)^2$
5) $.....-x^2 = (7+.....)(.....-.....)$
6) $\frac{1}{25}x^2 - \frac{1}{9} = (.....x-.....)(.....x+.....)$
7) $x^4-..... = (x^2+4)(x^2-.....)$
8) $16x^2+25-..... = (.....-.....)^2$
9) $121-4x^2 = (.....+.....)(.....-.....)$
10) $9x^2 - \frac{4}{25} = (3x-.....)(3x+.....)$

EXERCICE 2

Factoriser :

1) $x^2+16x+64 =$
2) $x^2-4x+4 =$
3) $x^2-25 =$
4) $a^2+6a+9 =$
5) $\frac{1}{9}-x^2 =$
6) $25x^2-10x+1 =$
7) $144-x^2 =$
8) $9a^2+12a+4 =$
9) $\frac{1}{4}u^2-u+1 =$
10) $4x^2-\frac{1}{25} =$

EXERCICE 3

Factoriser les expressions :

1) $A = (x+3)^2-(5x+1)^2$
2) $B = 121x^2-(4-x)^2$
3) $C = 16(x+5)^2-36(x-3)^2$
4) $D = (x-1)^2-4(x-1)+4$

METHODES POUR FACTORISER

Factoriser, c'est transformer une somme en produit.	
Méthodes pour factoriser :	
1) On cherche un facteur commun :	• $-6a^3+3a^2=3a^2(-2a+1)$ • $(6x-1)(x+1)-2x(6x-1)=(6x-1)(x+1-2x)$ $=(6x-1)(-x+1)$
2) On cherche une identité remarquable :	• $x^2+6x+9=(x+3)^2$ • $4x^2-49=(2x)^2-(7)^2=(2x-7)(2x+7)$
3) On factorise en plusieurs étapes en faisant apparaître des factorisations partielles :	
a) on cherche un facteur commun dans une partie de l'expression.	• $(14x^2-35x)+(2x-5)=7x(2x-5)+1(2x-5)$ $=(2x-5)(7x+1)$
b) on cherche une identité remarquable dans une partie de l'expression.	• $x^2+12x+36+3x(x+6)=(x+6)^2+3x(x+6)$ $=(x+6)(x+6)+3x(x+6)$ $=(x+6+3x)(x+6)$ $=(4x+6)(x+6)$ $=2(2x+3)(x+6)$ • $64-9x^2-(8-3x)=8^2-(3x)^2-(8-3x)$ $=(8-3x)(8+3x)-1(8-3x)$ $=(8-3x)(8+3x-1)$ $=(8-3x)(7+3x)$

EXEMPLES :	REMARQUES :
$A=4x^2-20x+25-(4x-10)(3x+7)$ $=(2x)^2-2(5\times 2x)+5^2-2(2x-5)(3x+7)$ $=(2x-5)^2-2(2x-5)(3x+7)$ $=(2x-5)[2x-5-2(3x+7)]$ $=(2x-5)(2x-5-6x-14)$ $=(2x-5)(-4x-19)$	• $4x^2-20x+25$ est de la forme $a^2-2ab+b^2$. 2 est un facteur commun dans $4x-10$. • 2x - 5 est un facteur commun à chaque terme de A.
$B=(x-5)^2-(2x-1)^2+3(x-2)$ $=[x-5-(2x-1)][x-5+(2x-1)]+3(x-2)$ $=(x-5-2x+1)(x-5+2x-1)+3(x-2)$ $=(-x-4)(3x-6)+3(x-2)$ $=3(x-2)(-x-4)+3(x-2)$ $=3(x-2)(-x-4+1)$ $=3(x-2)(-x-3)$	• $(x-5)^2-(2x-1)^2$ est de la forme a^2-b^2. • On réduit ce qui est entre crochets. • $3(x-2)$ est un facteur commun.

Remarque : il y a des expressions que vous ne pouvez pas encore factoriser, par exemple : x^2+4.

METHODES POUR FACTORISER - EXERCICES

EXERCICE 1 Factoriser après avoir reconnu un facteur commun :

1) $(4x-3)(x+1)+x(4x-3)=$
2) $(2x-5)^2-3(1-x)(2x-5)=$
3) $3(4-x)^2+(x+2)(x-4)=$
4) $(x+3)(x-3)-x(2x-6)+(x-3)^2=$
5) $(x-11)^2+(33-3x)(x+2)=$

EXERCICE 2 Factoriser après avoir remarqué une identité remarquable :

1) $x^2+6x+9=$
2) $4x^2+2x+\dfrac{1}{4}=$
3) $25x^2-(x+1)^2=$
4) $x^2-x+\dfrac{1}{4}=$
5) $0{,}04-36x^2=$
6) $(2x+3)^2-4(x+1)^2=$

EXERCICE 3 Factoriser en plusieurs étapes :

1) $5x^4-45x^2=$
2) $25x^2-4+(5x+2)(4x-7)=$
3) $x^5+4x^4+4x^3=$
4) $(5x-1)(x+3)+3(25x^2-1)=$
5) $49-28x+4x^2+(7-2x)(5-3x)=$
6) $x^2(x-4)+2x(x-4)+(x-4)=$
7) $(x+1)^2+x^2-1=$

EXERCICE 4 Factoriser :

1) $36x+81x^2+4=$
2) $(2x-3)^2+4x-6=$
3) $(2x-1)^2-(5x+1)(6x-3)+8x^2-2=$
4) $(3x+1)^2+2(9x^2-1)-(3x+1)(5x+3)=$
5) $(2x+1)^2-(3x-5)^2=$
6) $4(2x+7)^2-9(x+3)^2=$
7) $(x+3)^2-9(2x-7)^2=$
8) $(x-1)^2-1=$
9) $7x^3-42x^2+63x=$
10) $(x-3)^2-(5x-15)=$

EQUATION DU PREMIER DEGRE

Programme de calcul : On choisit un nombre x. On multiplie ce nombre par 2. On ajoute 3 au résultat.	$x \underset{:2}{\overset{\times 2}{\rightleftarrows}} 2x \underset{-3}{\overset{+3}{\rightleftarrows}} 2x+3$
Lorsque le nombre final est 21, le nombre x est 9. On résout l'équation $2x + 3 = 21$. On cherche le nombre x qui vérifie cette égalité. La solution de l'équation est $x = 9$; en effet $2\times9 + 3 = 21$.	$9 \underset{:2}{\overset{\times 2}{\rightleftarrows}} 18 \underset{-3}{\overset{+3}{\rightleftarrows}} 21$ A partir de 21, on retranche 3, puis on divise par 2 le résultat obtenu. $2x + 3 = 21$ $2x + 3 - 3 = 21 - 3$ $2x = 18$ $x = 9$

Une équation est une égalité qui comporte une inconnue, en général l'inconnue est notée x. Résoudre une équation, c'est déterminer le nombre x qui rend vraie cette égalité. Le nombre trouvé est appelé la solution de l'équation.	$3x - 5 = 22$ est une équation. x est l'inconnue. Résolution de l'équation : $3x - 5 = 22$ $3x - 5 + 5 = 22 + 5$ $3x = 27$ $x = 27 : 3 = 9$ Vérification : $3\times9 - 5 = 27 - 5 = 22$ La solution de l'équation est 9.

REGLES

1) On peut ajouter ou retrancher à chaque membre d'une égalité le même nombre.

Si $a = b$ alors $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$

2) On peut multiplier ou diviser chaque membre d'une égalité par le même nombre (on divise par un nombre non nul).

Si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$ et $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ $(c \neq 0)$

Remarques :

-1 est solution de l'équation $3x - 2 = -5$ car $3\times(-1)-2=-3-2=-5$.

2 n'est pas solution de l'équation $3x - 2 = -5$ car $3\times2-2=6-2=4\neq-5$.

RESOLUTION D'EQUATIONS DU PREMIER DEGRE

EQUATION		RESOLUTION
x + a = b	x - 5 = -7 $x \xrightarrow{-5} x - 5 = -7$ $-2 \xleftarrow{+5} -7$ pour obtenir x à partir de x - 5 , on ajoute 5.	x - 5 = -7. (on ajoute 5 à chaque membre) x - 5 + 5 = - 7 + 5 x = - 7 + 5 x = - 2 Vérification : - 2 - 5 = - 7. La solution de l'équation est - 2.
a x = b	3x = - 2 $x \xrightarrow{\times 3} 3x = -2$ $-\frac{2}{3} \xleftarrow{:3} -2$ pour obtenir x à partir de 3x, on divise par 3.	3 x = - 2 (on divise chaque membre par 3) $\frac{3}{3}x = -\frac{2}{3}$ $x = -\frac{2}{3}$ Vérification : $3 \times (-\frac{2}{3}) = -2$. La solution de l'équation est $-\frac{2}{3}$.
a x + b = c	$3x - 1 = 7$ $x \xrightarrow{\times 3} 3x \xrightarrow{-1} 3x\text{-}1$ $\frac{8}{3} \xleftarrow{:3} 8 \xleftarrow{+1} 7$ pour obtenir x à partir de 3x-1, on ajoute 1 puis on divise par 3.	$3x - 1 = 7$ (on ajoute 1 à chaque membre) $3x - 1 + 1 = 7 + 1$ $3x = 8$ (on divise chaque membre par 3) $x = 8 : 3 = \frac{8}{3}$ Vérification : $3 \times \frac{8}{3} - 1 = 8 - 1 = 7$. La solution de l'équation est $\frac{8}{3}$.
a x + b = c x + d	• On regroupe les termes comportant l'inconnue ''x'' dans le même membre . • On ajoute 5 x à chaque membre. • On ajoute 7 à chaque membre. • On divise chaque membre par 7. Pour la vérification, on calcule séparément chaque membre puis on compare les deux nombres ainsi obtenus.	2 x - 7 = - 5 x + 9 2 x + 5 x - 7 = - 5 x + 5 x + 9 7 x - 7 = 9 7 x - 7 + 7 = 9 + 7 7 x = 16 $x = \frac{16}{7}$ Vérification : $2 \times \frac{16}{7} - 7 = \frac{32}{7} - \frac{49}{7} = \frac{-17}{7}$ $-5 \times \frac{16}{7} + 9 = \frac{-80}{7} + \frac{63}{7} = \frac{-17}{7}$ La solution de l'équation est $\frac{16}{7}$.

AUTRE APPROCHE POUR LA RESOLUTION D'EQUATIONS DU 1^{ER} DEGRE DE DIFFERENTS TYPES

Chaque membre d'une équation est représenté par le plateau d'une balance.
Les deux plateaux sont en équilibre.

EQUATION DU TYPE $x + a = b$

Résoudre l'équation $x - 5 = -7$	RESOLUTION	REMARQUES
$x - 5$ ↑ -7 $x - 5 + 5$ ↑ $-7 + 5$ x ↑ -2	$x - 5 = -7$ $x - 5 + 5 = -7 + 5$ $x = -2$ Vérification : $-2 - 5 = -7$ La solution de l'équation est -2.	On ajoute 5 à chaque membre pour isoler x. Le nombre x est égal à -2. Pour vérifier la solution trouvée, on remplace x par ce nombre dans l'équation.

EQUATION DU TYPE $a x = b$

Résoudre l'équation $3x = -2$	RESOLUTION	REMARQUES
$3x$ ↑ -2 $\frac{3x}{3}$ ↑ $\frac{-2}{3}$ x ↑ $-\frac{2}{3}$	$3x = -2$ $\frac{3x}{3} = \frac{-2}{3}$ $x = -\frac{2}{3}$ Vérification : $3\left(-\frac{2}{3}\right) = -2$ La solution de l'équation est $-\frac{2}{3}$	On divise chaque membre par 3 pour isoler x. Le nombre x est égal à $-\frac{2}{3}$.

EQUATION DU TYPE a x + b = c

Résoudre l'équation $-5x+7=-9$	RESOLUTION	REMARQUES
$-5x+7 \quad \uparrow \quad -9$ $-5x+7-7 \quad \uparrow \quad -9-7$ $-5x \quad \uparrow \quad -16$ $\frac{-5x}{-5} \quad \uparrow \quad \frac{-16}{-5}$ $x \quad \uparrow \quad \frac{16}{5}$	$-5x+7=-9$ $-5x+7-7=-9-7$ $-5x=-16$ $\frac{-5x}{-5}=\frac{-16}{-5}$ $x=\frac{16}{5}$ Vérification : $-5\times\frac{16}{5}+7=-16+7=-9$ La solution de l'équation est $\frac{16}{5}$.	On retranche 7 à chaque membre pour isoler -5x. On divise chaque membre par -5 pour isoler x. Le nombre x est égal à $\frac{16}{5}$.

EQUATION DU TYPE a x + b = c x + d

Résoudre l'équation $2x-6=-5x+9$	RESOLUTION	REMARQUES
$2x-6 \quad \uparrow \quad -5x+9$ $2x-6+5x \quad \uparrow \quad -5x+9+5x$ $7x-6 \quad \uparrow \quad 9$ $7x-6+6 \quad \uparrow \quad 9+6$ $7x \quad \uparrow \quad 15$ $\frac{7x}{7} \quad \uparrow \quad \frac{15}{7}$ $x \quad \uparrow \quad \frac{15}{7}$	$2x-6=-5x+9$ $2x-6+5x=-5x+9+5x$ $7x-6=9$ $7x-6+6=9+6$ $7x=15$ $\frac{7x}{7}=\frac{15}{7}$ $x=\frac{15}{7}$ Vérification : $2\times\frac{15}{7}-6=\frac{30}{7}-\frac{42}{7}=\frac{-12}{7}$ $(-5)\times\frac{15}{7}+9=\frac{-75}{7}+\frac{63}{7}=\frac{-12}{7}$ La solution de l'équation est $\frac{15}{7}$.	On ajoute 5x à chaque membre pour isoler les x à gauche. On ajoute 6 à chaque membre pour isoler 7x. On divise chaque membre par 7 pour isoler x. Le nombre x est égal à $\frac{15}{7}$. Pour vérifier la solution trouvée, on remplace x par le nombre obtenu dans chaque membre de l'équation.

EQUATION DU PREMIER DEGRE - EXERCICES

EXERCICE 1

Souligner en rouge les équations qui ont - 4 pour solution ; en bleu celles qui ont $\frac{3}{7}$ pour solution :

a) $7x = 3$
b) $7 + x = 3$
c) $x - 7 = 3$
d) $2 + x = 5 - 6x$
e) $4(6 + x) = 8$
f) $-x - 4 = x + 4$
g) $7(x + 1) = 10$
h) $6 - 14x = 0$
i) $4x + 16 = 0$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes :

1) $x + 12 = -5$
2) $x - 9 = -13$
3) $2{,}5 + x = -1{,}5$
4) $x + \frac{7}{8} = -2$
5) $x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$
6) $2x = -7$
7) $-3x = 5$
8) $0{,}5x = -2{,}5$
9) $\frac{2}{3}x = -9$
10) $-\frac{3}{4}x = \frac{2}{5}$
11) $3x - 9 = -7$
12) $-x + 3 = 5$
13) $2 - 5x = 11$
14) $\frac{1}{3}x + 5 = \frac{1}{4}$
15) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} = -3$

EXERCICE 3

Résoudre les équations suivantes :

1) $3x - 9 = 2x + 5$
2) $x + 5 = 3x - 7$
3) $5x - 15 = -2x + 1$
4) $\frac{1}{3}x = 2x + 4$
5) $3(x - 4) = 1$
6) $2(x + 1) = 10x - 6$
7) $5(x - 2) - 3(x + 1) = 2x$
8) $\frac{x + 2}{3} = 2x$
9) $\frac{2x}{5} = -1$
10) $3(2 - x) + 5 = -2(2x + 3) - 12$
11) $\frac{x + 1}{6} + \frac{x - 2}{3} = 5$

EXERCICE 4

Résoudre les équations suivantes :

1) $\frac{5x - 3}{6} - \frac{7x - 1}{4} = \frac{4x + 2}{12} - 5$
2) $1 - \frac{3(x + 1)}{2} - \frac{2(x - 1)}{3} = \frac{1}{2} - x$
3) $\frac{x + 1}{2} = \frac{2x - 5}{3}$

EXERCICE 5

Résoudre les équations suivantes :

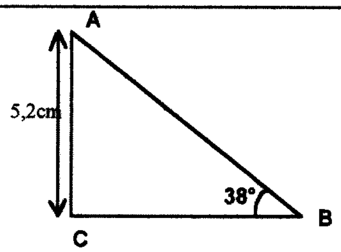
1) $3(x - 5) - 2(x + 1) = x + 10$
2) $7(2 - x) - 3 + 2x = 5(1 - x) + 6$
3) $\frac{x + 1}{2} - \frac{x - 1}{3} = \frac{x + 1}{6}$
4) $5(2 - x) + 2x = 10 - 3x$

EXERCICE 6

En additionnant le double et le triple d'un nombre, on trouve 107,5. Quel est ce nombre ?

VALEUR EXACTE - VALEUR APPROCHEE

Valeur exacte	$a = \frac{2}{7}$	$b = \pi$	$c = \sqrt{2}$	$d = 5 \times \cos 38°$
Valeur donnée par une calculatrice.	0,2857142...	3,1415927...	1,4142136...	0,7880107...
Valeur approchée par défaut à 10^{-1} près.	0,2	3,1	1,4	0,7
Valeur approchée par excès à 10^{-3} près.	0,286	3,142	1,415	0,789
Valeur arrondie à 10^{-2} près.	0,29	3,14	1,41	0,79
Encadrement à 10^{-2} près.	$0{,}28 < a < 0{,}29$	$3{,}14 < b < 3{,}15$	$1{,}41 < c < 1{,}42$	$0{,}78 < d < 0{,}79$
Troncature à 10^{-3} près.	0,285	3,141	1,414	0,788

EXEMPLES	SOLUTIONS	REMARQUES
a) Calculer la valeur exacte en cm² de l'aire d'un disque de rayon 7,8cm. b) Donner sa valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.	Aire du disque = $\pi \times$ rayon² $A = \pi \times 7{,}8^2 = \pi \times 60{,}84$ $A = 60{,}84\pi \text{ cm}^2$ $A \approx 191{,}13 \text{ cm}^2$	$60{,}84\pi$ est la valeur exacte de l'aire du cercle. 191,13 est la valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.
a) Calculer la valeur exacte en cm de la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 5 cm. b) Donner sa valeur approchée à 10^{-3} près par excès.	a) La hauteur h d'un triangle équilatéral de côté « a » est $h = a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ $h = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm $h \approx 4{,}331$cm à 10^{-3} près par excès.	$\frac{5\sqrt{3}}{2}$ est la valeur exacte de la hauteur du triangle équilatéral. 4,331 est la valeur approchée à 10^{-3} près par excès.
 ABC est un triangle rectangle. Calculer la valeur exacte en cm de AB puis donner un encadrement de AB au mm près.	Dans le triangle rectangle ABC $\sin 38° = \frac{AC}{AB} = \frac{5{,}2}{AB}$ Donc $AB = \frac{5{,}2}{\sin 38°}$cm Donc un encadrement de AB au mm près est $8{,}4 < AB < 8{,}5$.	$\frac{5{,}2}{\sin 38°}$ est la valeur exacte de AB. $8{,}4 < AB < 8{,}5$ est un encadrement de AB à 10^{-1} près.
Un carré a pour aire 15,202cm². a) Calculer la longueur en cm du côté c du carré. b) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près par excès.	a) $c^2 = 15{,}202$ donc $c = \sqrt{15{,}202}$ cm b) Une valeur approchée à 10^{-2} près par excès de c est 3,90 cm	$\sqrt{15{,}202}$ est la valeur exacte du côté du carré. 3,90 est une valeur approchée à 10^{-2} près par excès.

RESOLUTION DE PROBLEMES A UNE INCONNUE

La résolution d'un problème à une inconnue se fait en général en 4 étapes:

1° **le choix de l'inconnue**: il est essentiel d'identifier, dans l'énoncé, ce que l'on cherche et de lui associer une lettre (l'inconnue).

2° **la mise en équation du problème**: traduire l'énoncé en français par une équation mathématique.

3° **la résolution de l'équation** trouvée à l'étape 2°.

4° **l'interprétation de la solution** de l'équation par rapport à ce qui est demandé dans l'énoncé puis **la rédaction de la conclusion.**

EXEMPLES	SOLUTIONS
Nicolas a dépensé les $\frac{2}{3}$ de son argent plus 250 F; il lui reste alors 130 F. Combien avait-il au départ?	1° Soit x la somme d'argent que possédait Nicolas au départ. 2° Il a dépensé : $\frac{2}{3}x + 250$. Il lui reste alors : $x - (\frac{2}{3}x + 250)$. D'où la mise en équation : $x - (\frac{2}{3}x + 250) = 130$. 3° On résout cette équation : $x - \frac{2}{3}x - 250 = 130$ $\frac{1}{3}x = 130 + 250$ $\frac{1}{3}x = 380$ et $x = 380 \times 3$ donc $x = 1140$ 4° Nicolas possédait 1140 F au départ.
Calculer le côté d'un carré tel que, si on augmente ce côté de 7 cm, alors l'aire du nouveau carré mesure 112 cm² de plus que l'aire du carré initial (du départ).	1° Appelons a le côté du carré initial et a^2 son aire. 2° Le nouveau carré a pour côté a+7 et pour aire $(a+7)^2$. D'où la mise en équation : $(a+7)^2 = a^2 + 112$. 3° Pour la résolution de cette équation, on développe le membre de gauche. $a^2 + 14a + 49 = a^2 + 112$ $14a = 112 - 49$ $a = 63 : 14$ donc $a = 4,5$. 4° Le côté du carré initial mesure 4,5 cm.

RESOLUTION DE PROBLEMES A UNE INCONNUE - EXERCICES

EXERCICE 1
Dans une assemblée, 40 personnes ont plus de 40 ans, un quart a entre 30 et 40 ans et un tiers a moins de 30 ans. Quel est le nombre de personnes de cette assemblée?

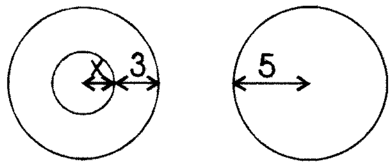
EXERCICE 2
Il me manque 1 F pour pouvoir acheter 6 cahiers. Si je n'en achète que 5, il me reste 6,50 F.
Quel est le prix d'un cahier?

EXERCICE 3
Un automobiliste remarque que s'il ajoute 12 L d'essence à son réservoir à moitié plein, il le remplit au 3/4. Combien d'essence contient le réservoir?

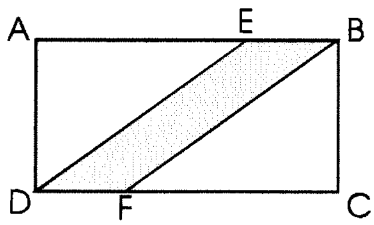
EXERCICE 4
Un examen comporte 3 épreuves :
Maths coefficient 5 ; Français coefficient 4 ; Anglais coefficient 3.
Tatiana a eu 12 en français et 11 en anglais. Elle a obtenu 13 de moyenne à l'examen. Quelle était sa note de maths ?

EXERCICE 5
Trouver trois entiers consécutifs (qui se suivent) dont la somme est 126.
Est-il possible de trouver trois entiers consécutifs dont la somme soit 451?

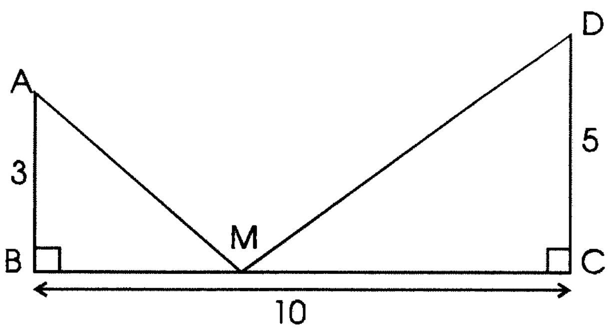
EXERCICE 6
L'unité est le centimètre.
Trouver x pour que la couronne circulaire ci-contre et le disque de rayon 5 aient la même aire.



EXERCICE 7
ABCD est un rectangle tel que:
AB = 14 cm, AD = 8 cm, EB = x cm.
Comment choisir x pour que l'aire hachurée soit égale à l'aire restante?



EXERCICE 8
L'unité de longueur est le centimètre.
Le point M se déplace sur le segment [BC].
Déterminer la position du point M sur le segment [BC] pour que les triangles rectangles ABM et CDM aient la même aire.
(Indication: poser BM = x)



RESOUDRE D'AUTRES EQUATIONS

EQUATION PRODUIT : $(ax + b)(cx + d) = 0$ (produit nul).

Lorsqu'un produit est nul alors un des facteurs est nul.
Lorsque $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$.

$(ax + b)(cx + d)= 0$ alors , $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$.

$x = -\frac{b}{a}$ et $x = -\frac{d}{c}$ ($a \neq 0$ et $c \neq 0$) sont les solutions de cette équation.

L'équation $(ax + b)(cx + d)=0$ a en général deux solutions.

EXEMPLES : Résoudre les équations suivantes :

$(-3x+4)(7+x)=0$ $-3x+4 = 0$ ou $7+x = 0$ $x = \frac{4}{3}$ ou $x = -7$ L'équation a deux solutions : $\frac{4}{3}$ et -7.	$(4x-1)^2 = 0$ $(4x-1)(4x-1) = 0$ $4x - 1= 0$ L'équation a une solution $\frac{1}{4}$.	$(6x-12)(x+5)(-x+7)=0$ $6x - 12 = 0$ ou $x+5 = 0$ ou $-x+7 = 0$ $x = 2$ ou $x = -5$ ou $x = 7$ L'équation a trois solutions : 2, -5 et 7.

AUTRES EQUATIONS

Souvent, pour résoudre des équations comportant des carrés, on se ramène à une équation produit.

Méthode: On regroupe tout dans un même membre pour obtenir une équation où le 2ème membre est 0.
On factorise le 1er membre en produit de facteurs du 1° degré.
On a alors une équation produit qu'on résout.

EXEMPLES : Résoudre les équations suivantes :

$x^2 = 7$ $x^2 - 7 = 0$ $x^2 - (\sqrt{7})^2 = 0$ $(x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7}) = 0$ $x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$ L'équation a deux solutions : $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.	$(5x+4)^2 = (1-x)^2$ $(5x+4)^2 - (1-x)^2 = 0$ $[(5x+4)+(1-x)][(5x+4)-(1-x)]=0$ $(4x+5)(6x+3) = 0$ $4x+5 = 0$ ou $6x+3 = 0$ $x = \frac{-5}{4}$ ou $x = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$ L'équation a deux solutions : $-\frac{5}{4}$ et $-\frac{1}{2}$.	$2x(x-1) = (4x+5)(3x-3)$ $2x(x-1)-(4x+5)(3x-3) = 0$ $2x(x-1)-3(4x+5)(x-1) = 0$ $(x-1)[2x-3(4x+5)] = 0$ $(x-1)(2x-12x-15) = 0$ $(x-1)(-10x-15) = 0$ $x-1 = 0$ ou $-10x-15 = 0$ $x = 1$ ou $x = \frac{15}{-10} = -\frac{3}{2}$ L'équation a deux solutions : 1 et $-\frac{3}{2}$.

CAS PARTICULIERS :

- Dans quelques cas, vous ne pouvez pas encore factoriser ou résoudre certaines équations, par exemple $x^2 + 7x - 1 = 0$
- Dans d'autres cas, lorsqu'on développe, les termes de plus haut degré s'annulent.
  On a une équation du 1° degré qu'on résout.

Exemple : $(x-4)^2 = x^2 - 8$

$x^2 - 8x + 16 = x^2 - 8$

$-8x = -8 - 16$

$-8x = -24$

$x = 3$ donc la solution de l'équation est le nombre 3.

RESOUDRE D'AUTRES EQUATIONS - EXERCICES

EXERCICE 1

Résoudre les équations suivantes :

1) $(5x-3)(2x+1)=0$

2) $(x+2)(x-1)(2x+7)=0$

3) $x(1-x)=0$

4) $-x(x-2)=0$

5) $(3-x)^2=0$

6) $5(x-2)(2-x)=0$

EXERCICE 2

Résoudre les équations suivantes :

1) $x^2-25=0$

2) $(x+2)(x-1)=3x+6$

3) $x^2+6x+9=0$

4) $(5x-3)^2-9=0$

5) $x^2-9+(x+3)(2x-1)=0$

6) $(2-x)^2+(2x-10)=0$

7) $2x^2-18-(3x+7)(x-3)=0$

8) $4x^2-1=(x+7)(6x-3)$

EXERCICE 3

Résoudre les équations suivantes :

1) $(5x+1)^2-(7x+2)(5x+1)=0$

2) $(2x-3)^2=16$

3) $\frac{1}{4}x^2-9=0$

4) $9x^2-12x=-4$

5) $(2x+3)^2=(x+3)^2$

6) $(3x-1)(x+2)=9x^2-6x+1$

EXERCICE 4

Si on augmente le côté d'un carré de 2, on obtient un nouveau carré dont l'aire est 4 fois l'aire du carré initial. Quelle est la longueur du côté du carré initial ?

EXERCICE 5

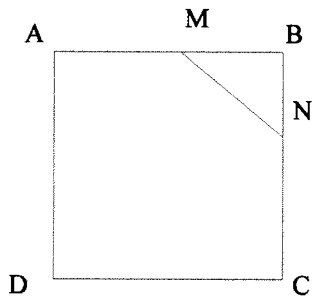
ABCD est un carré de côté AB = 4 cm

M est un point du segment [AB] et BM = x.

N est un point du segment [BC] et BN = x

1) Déterminer x pour que l'aire de BMN soit égale à 4,5 cm².

2) Déterminer x pour que l'aire de AMNCD soit égale à 14 cm².



SYSTEME DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES

$\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 3x + y = -8 \end{cases}$ est un système de deux équations à deux inconnues: x et y.

Résoudre ce système, c'est déterminer tous les couples de nombres (x, y) qui sont à la fois solutions des deux équations du système.

Il y a deux méthodes de résolution par le calcul :

* la méthode par **substitution**

* la méthode par **combinaison**

EXEMPLES	SOLUTIONS	REMARQUES
Résoudre par substitution le système : $\begin{cases} 2x - 7y = -12 & (1) \\ x - 2y = 3 & (2) \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 7y = -12 & (1) \\ x - 2y = 3 & (2) \end{cases}$ Le système s'écrit alors $\begin{cases} x = 2y + 3 \\ 2x - 7y = -12 & (1) \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2y + 3 \\ 2(2y + 3) - 7y = -12 \end{cases}$ Après réduction, on obtient : $\begin{cases} x = 2y + 3 \\ -3y = -18 \end{cases}$ puis $\begin{cases} x = 15 \\ y = 6 \end{cases}$. Vérification: $\begin{cases} 2 \times 15 - 7 \times 6 = 30 - 42 = -12 \\ 15 - 2 \times 6 = 15 - 12 = 3 \end{cases}$ La solution du système est le couple (15 ; 6).	On exprime une des inconnues en fonction de l'autre à l'aide de l'équation la plus simple (ici (2)). Ici on exprime x en fonction de y à l'aide de l'équation (2). Puis on reporte l'expression obtenue dans l'équation (1).
Résoudre par combinaison le système : $\begin{cases} 4x - 5y = 2 & (1) \\ 3x + y = -8 & (2) \end{cases}$.	$\begin{cases} 4x - 5y = 2 & (1) \\ 3x + y = -8 & (2) \end{cases}$ On a $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 15x + 5y = -40 \end{cases}$ on obtient le système : $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 15x + 4x = -40 + 2 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 19x = -38 \end{cases}$ puis $\begin{cases} x = -2 \\ 4 \times (-2) - 5y = 2 \end{cases}$ puis $\begin{cases} x = -2 \\ -5y = 10 \end{cases}$ et enfin $\begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$. Vérification : $\begin{cases} 4 \times (-2) - 5 \times (-2) = 2 \\ 3 \times (-2) + (-2) = -8 \end{cases}$. La solution du système est le couple $(-2 ; -2)$.	On multiplie les deux membres de l'équation (2) par 5, puis on additionne les deux équations membre à membre pour éliminer l'inconnue y.

SYSTEME DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES
EXERCICES

EXERCICE 1
Résoudre les systèmes suivants en choisissant la méthode adéquate :

a) $\begin{cases} 2x - 7y = -12 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x - 7y = 3 \\ 6x - 7y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2y + 3x = -9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - 3y = 1 \\ 5x + 2y = 7 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 4x - 5y = 13 \\ 9x + y = 17 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x + 3y = -11 \\ 5y + 68 = 3(x+1) \end{cases}$ g) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = -4 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$

EXERCICE 2
a) Trouver un système de deux équations à deux inconnues qui a pour solution le couple $(-2;3)$.
b) Trouver un système de deux équations à deux inconnues qui a pour solution le couple $(\frac{3}{4};\frac{-1}{5})$.

EXERCICE 3
1° Résoudre le système suivant $\begin{cases} x + y = 8 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$
2° On désigne par x la longueur d'un rectangle et par y sa largeur, exprimées en cm.
Le périmètre de ce rectangle est 16 cm. Si l'on ajoute 3 cm à la longueur et si l'on double la largeur, le périmètre devient 28 cm. Déterminer la longueur et la largeur de ce rectangle.

EXERCICE 4
1° Résoudre le système suivant $\begin{cases} x + y = 35 \\ 8x + 7y = 260 \end{cases}$
2° Pour l'achat d'un livre et d'un stylo, la dépense est de 35 F. Après une réduction de 20% sur le prix du livre et de 30% sur le prix du stylo, la dépense n'est que de 26 F.
Calculer le prix d'un livre et celui d'un stylo avant la réduction.

EXERCICE 5
4 classeurs et 2 stylos coûtent 95 F, 3 classeurs et 4 stylos coûtent 80 F.
Quel est le prix d'un classeur ? d'un stylo ?
(*Indication: soit x le prix d'un classeur et y le prix d'un stylo*)

EXERCICE 6
Déterminer deux nombres sachant que leur somme est 666 et que, si l'on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est 3 et le reste 62.

EXERCICE 7
La route qui relie deux villes A et B comporte, de A vers B, une montée, puis une descente.
Un cycliste dont la vitesse moyenne est de 10 km/h en montée, et de 30 km/h en descente, met 1 h 30 min pour aller de A à B et 2 h 30 min pour aller de B à A.
Calculer la distance de chaque ville au point le plus élevé de la route.

MISE EN EQUATION D'UN PROBLEME

Un vélomoteur monte une colline à la vitesse de 15 mètres par seconde ; puis il redescend de l'autre côté à la vitesse de 21 mètres par seconde. Le parcours total a duré 270 secondes, et la montée est de 126 mètres plus longue que la descente. Combien de temps a duré la montée.

Ce problème fait intervenir une montée et une descente et pour chaque partie du parcours trois grandeurs interviennent : vitesse, durée et distance. On peut faire un tableau pour organiser les données de ce problème et écrire les relations entre les inconnues.

On appelle x est la durée de la montée et y la durée de la descente, on peut écrire la distance de la montée et la distance de la descente en fonction de x et de y. La distance parcourue est proportionnelle à la vitesse.

On complète le tableau suivant :

	Vitesse (en m par s)	Durée (en s)	Distance (en m)
Montée	15	x	15 x
Descente	21	y	21 y
Autres renseignements		x + y = 270	15x = 21 y +126

La phrase « le parcours total a duré 270s » permet d'écrire l'équation $x + y = 270$

La phrase « la montée est de 126m plus longue que la descente » permet d'écrire l'équation $15x = 21y + 126$.

On doit donc à résoudre le système $\begin{cases} x + y = 270 \\ 15x = 21y + 126 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 270 - y \\ 15x = 21y + 126 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 270 - y \\ 15(270 - y) = 21y + 126 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 270 - y \\ 4\,050 - 15y = 21y + 126 \end{cases}$$

on a $\begin{cases} x = 270 - y \\ 4\,050 - 15y - 4\,050 = 21y + 126 - 4\,050 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = 270 - y \\ -15y - 21y = 21y - 3\,924 - 21y \end{cases}$

puis $\begin{cases} x = 270 - y \\ -36y = -3\,924 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = 270 - y \\ \dfrac{-36}{-36} y = \dfrac{-3\,924}{-36} \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = 270 - y \\ y = 109 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} x = 270 - 109 = 161 \\ y = 109 \end{cases}$

La montée a donc duré 161 secondes.

EXERCICE 1

Paul a des sacs de blé dur et des sacs de blé tendre. Il a en tout 89 sacs . Chaque sac de blé dur contient 29 kg, chaque sac de blé tendre contient 22 kg.

Il y a 173 kg de plus de blé tendre que de blé dur. Combien y a-t-il de sacs de blé tendre ?

EXERCICE 2

Un bâton est constitué de deux parties : l'une en zinc, l'autre en fer. Chaque centimètre de la partie en zinc pèse 4 g. Chaque centimètre de la partie en fer pèse 7 g. Le poids total du bâton est de 430 g, sa longueur totale est de 76 cm. Quel est le poids de la partie en zinc ?

EXERCICE 3

Dans une usine on fabrique du chocolat. Une première machine fabrique 13 kg de chocolat par minute. Après un certain temps on remplace la première machine par une deuxième qui fabrique 21 kg de chocolat par minute. La fabrication a duré en tout 510 min. La première machine a fabriqué 238 kg de plus que la deuxième machine. Combien de temps a fonctionné la première machine ?

INEGALITES

Règle 1 : lorsqu'on ajoute ou soustrait un même nombre aux deux membres d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.	Quels que soient les nombres a, b et c : lorsque $a < b$ alors $a+c < b+c$ et $a-c < b-c$.
Règle 2 : lorsqu'on multiplie ou divise par un même nombre non nul positif les deux membres d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de même sens.	Quels que soient les nombres a, b et c : lorsque $a < b$ et $c > 0$ alors $ac < bc$ et $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
Règle 3 : lorsqu'on multiplie ou divise par un même nombre non nul négatif les deux membres d'une inégalité, on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire.	Quels que soient les nombres a, b et c : lorsque $a < b$ et $c < 0$ alors $ac > bc$ et $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
Règle 4 : on peut ajouter membre à membre deux inégalités de même sens; on obtient une nouvelle inégalité de même sens.	Quels que soient les nombres a, b, c et d : lorsque $a < b$ et $c < d$ alors $a+c < b+d$

EXEMPLE	SOLUTION	REMARQUES
On sait que : $-1 < x < 2$. Déterminer un encadrement de $2x-5$ puis de $-x+7$.	$-1 < x < 2$ $-2 < 2x < 4$ $-2-5 < 2x-5 < 4-5$ $-7 < 2x-5 < -1$. $-1 < x < 2$ $-2 < -x < 1$ $-2+7 < -x+7 < 1+7$ $5 < -x+7 < 8$.	$-1 < x < 2$ signifie que : $-1 < x$ et $x < 2$. $-1 < x < 2$ est un encadrement du nombre x. Pour déterminer les encadrements demandés, on utilise les règles 1, 2 ou 3.

INEGALITES EXERCICES

EXERCICE 1

On sait que : $-2 < x < 3$. Déterminer un encadrement de a) $3x-6$ puis de b) $-5x+3$ et de c) $4-x$.

EXERCICE 2

Une table rectangulaire a une longueur L (en cm) et une largeur l (en cm) telles que :

$$82{,}56 < L < 82{,}57 \quad \text{et} \quad 51{,}43 < l < 51{,}44.$$

Donner un encadrement du périmètre, puis de l'aire de cette table.

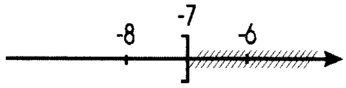
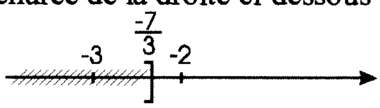
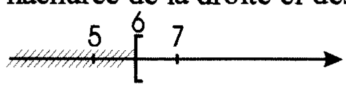
EXERCICE 3

Le périmètre d'un rectangle est compris entre 21 cm et 22 cm. On sait que la longueur mesure 3 cm de plus que la largeur. On appelle x la largeur de ce rectangle.

a) Exprimer le périmètre de ce rectangle en fonction de x.

b) En déduire un encadrement de la largeur, puis de la longueur.

RESOLUTION D'INEQUATIONS DE DIFFERENTS TYPES

EXEMPLES	RESOLUTION	REMARQUES
Résoudre puis représenter graphiquement les solutions de l'inéquation suivante : $x+4\leq -3$.	$x+4\leq -3$ $x+4-4\leq -3-4$ $x\leq -7$ Les solutions de cette inéquation sont tous les nombres inférieurs ou égaux à -7. Elles sont représentées par la partie non hachurée de la droite ci-dessous : 	Pour isoler x dans le membre de gauche, on ajoute (-4) à chaque membre : on obtient une nouvelle inégalité de même sens. Attention à la position du crochet !
Résoudre $-3x-1<6$ puis représenter graphiquement les solutions.	$-3x-1<6$ $-3x-1+1<6+1$ $-3x<7$ $7\div(-3)<x$ $\frac{-7}{3}<x$ Les solutions de cette inéquation sont tous les nombres strictement supérieurs à $\frac{-7}{3}$. Elles sont représentées par la partie non hachurée de la droite ci-dessous : 	Pour isoler -3x dans le membre de gauche, on ajoute 1 à chaque membre. Pour isoler x dans le membre de gauche, on divise chaque membre par (-3) : on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire car (-3) est négatif.
Résoudre $-5x+3\leq -9-3x$ puis représenter les solutions graphiquement.	$-5x+3\leq -9-3x$ $-5x+3x+3\leq -9-3x+3x$ $-2x+3\leq -9$ $-2x+3-3\leq -9-3$ $-2x\leq -12$ $-12\div(-2)\leq x$ $6\leq x$ Les solutions de cette inéquation sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 6. Elles sont représentées par la partie non hachurée de la droite ci-dessous : 	Pour isoler les " x "dans le membre de gauche, on ajoute 3x, puis on soustrait 3 à chaque membre. Pour isoler x dans le membre de gauche, on divise chaque membre par (-2) : on obtient une nouvelle inégalité de sens contraire car (-2) est négatif.

RESOLUTION D'INEQUATIONS - EXERCICES

EXERCICE 1

Parmi les nombres suivants, trouver ceux qui sont solutions de l'inéquation $15x - 2 \leq - 17$:
1 ; -5 ; 3 ; - 10 ; 0,5 ; -2,5 ; 0 ; 10 ; -1.
Déterminer cinq autres solutions de cette inéquation.
Représenter toutes les solutions sur une droite.

EXERCICE 2

Dans chaque cas, résoudre l'inéquation et représenter l'ensemble des solutions sur une droite :

1) $x+3 \leq 12$
2) $x-4 > -9$
3) $3 < x+7$
4) $8 \leq 3x+5$
5) $5x-2 < -2$
6) $5x+3 > -3$
7) $3-2x \leq 7$
8) $5x+3 \geq 8x-1$
9) $\dfrac{5x-3}{7} < 4$
10) $\dfrac{4x+1}{3} \geq -\dfrac{1}{2}$
11) $x-2 < 3(x+1)$
12) $5(x-1)-x \geq -5$
13) $\dfrac{4}{3}x-5 > \dfrac{1}{4}$

EXERCICE 3

Dans chaque cas, résoudre l'inéquation et représenter l'ensemble des solutions sur une droite :

1) $\dfrac{x}{2}-5 > 3x-3$
2) $\dfrac{x-1}{2}+\dfrac{x+1}{3} < \dfrac{x}{6}$
3) $\dfrac{x-5}{3}-\dfrac{3+x}{2} \geq \dfrac{2x-5}{3}-4$
4) $\dfrac{x+2}{5}-\dfrac{3x+1}{10} > 0$
5) $\dfrac{7+9x}{2} \geq 5-6x$
6) $\dfrac{x-4}{2} > \dfrac{7}{2}x-2$

EXERCICE 4

Résoudre les systèmes d'inéquations et représenter leurs solutions sur une droite :

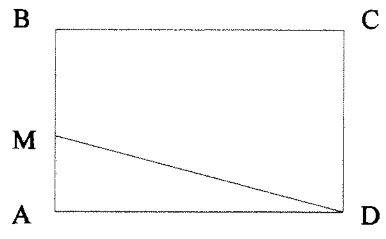
1) $\begin{cases} 3x-4 < 8 \\ 5+x > -1 \end{cases}$
2) $\begin{cases} 8x > -24 \\ 2x < -9 \end{cases}$
3) $\begin{cases} 3x < -6 \\ 5-4x > 25 \end{cases}$

EXERCICE 5

ABCD est un carré de côté x, EFG est un triangle équilatéral de côté x + 2. Pour quelles valeurs de x le périmètre du triangle est-il supérieur ou égal au périmètre du carré ?

EXERCICE 6

ABCD est un rectangle AB = 3 cm, AD = 5 cm.
M est un point du segment [AB].On pose AM = x.
Pour quelles valeurs de x l'aire du triangle ADM est-elle inférieure au quart de l'aire du trapèze MBCD?



LA PROPORTIONNALITE

TABLEAU DE PROPORTIONNALITE

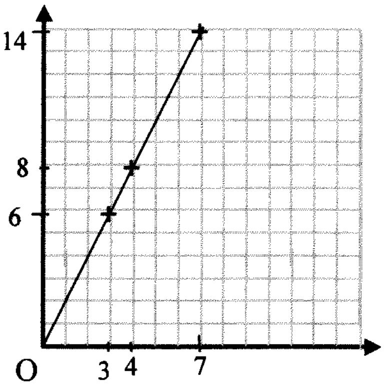
3	4	7
6	8	14

Ce tableau est un tableau de proportionnalité car : $\frac{6}{3}=\frac{8}{4}=\frac{14}{7}=2$

Le nombre 2 s'appelle **coefficient de proportionnalité.**

REPRESENTATION GRAPHIQUE

La représentation graphique d'une situation de proportionnalité est formée de points alignés avec l'origine du repère.



EXEMPLES / SOLUTIONS

Exemple :

Le tableau suivant est-il un tableau de proportionnalité ? Justifier.
Que représente le coefficient de proportionnalité ?

masse en kg	6	8	10
prix en F.	15	20	25

Solution :

$\frac{15}{6}=\frac{20}{8}=\frac{25}{10}=2,5$

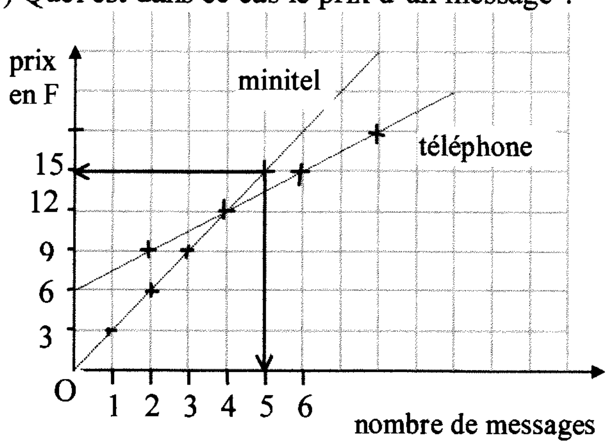
On peut passer de la 1ère ligne à la 2ème ligne en multipliant chaque nombre par 2,5 ; c'est un tableau de proportionnalité.
Le coefficient de proportionnalité 2,5 représente le prix d'un kilogramme.

Exemple :

Les graphiques ci-dessous représentent les prix des messages envoyés sur un messager de poche à partir d'un minitel ou par une opératrice téléphonique.

a) Avec quel appareil le prix est-il proportionnel au nombre de messages?

b) Quel est dans ce cas le prix d'un message ?



Solution :

a) Avec un minitel, le prix est proportionnel au nombre de messages car les points sont alignés avec l'origine.
Avec un téléphone, les points ne sont pas alignés avec l'origine alors le prix n'est pas proportionnel au nombre de messages.

b) Prix d'un message par minitel :
exemple de calcul : $\frac{15}{5}=3$
Par minitel, on paye 3 F par message envoyé.

LA PROPORTIONNALITE - EXERCICES

EXERCICE 1

On considère un carré de côté variable.

a) Compléter le tableau suivant :

Côté du carré (en cm)	1	2	3	4	5	6	7
Périmètre du carré (en cm)							
Aire du carré (en cm²)							

b) Représenter sur un premier graphique le périmètre du carré en fonction de son côté.

c) Représenter sur un deuxième graphique l'aire du carré en fonction de son côté.

d) Quel est le graphique qui traduit une situation de proportionnalité ? Pourquoi ?

EXERCICE 2

Un véhicule consomme en moyenne 6,5 L aux 100 km.

a) Combien consomme-t-il pour parcourir 250 km ? 1 300 km ?

b) Combien de km peut-il parcourir avec 32,5 L ? Avec 50 L ?

EXERCICE 3

Compléter le tableau ci-contre pour qu'il soit un tableau de proportionnalité.

7	35	3,5			1			11,2		61,6	
5			20	35		1	18		19		106

Quel est le coefficient de proportionnalité ?

EXERCICE 4

Julien fait un trajet en deux étapes. Il lui a fallu 2 heures pour la première étape, longue de 90 km et 30 min pour la seconde, longue de 25 km.

1) Calculer sa vitesse moyenne sur chacune des deux étapes.

2) Quelle est sa vitesse moyenne sur tout le trajet ?

EXERCICE 5

Dans le parc de Yellowstone, aux Etats-Unis, le geyser " Le Géant " rejette en moyenne 13 850 hL d'eau chaude au cours de chacune de ses éruptions. Chaque éruption dure environ 4 minutes. Calculer le débit du geyser en m^3 par seconde.

POURCENTAGES

Comment appliquer un pourcentage?
Calculer 5 % d'un nombre x, c'est:
multiplier x par 5 et diviser ce produit par 100
ou multiplier x par $\frac{5}{100}$
ou multiplier x par 0,05.

Comment déterminer un taux de pourcentage?

EXEMPLE	SOLUTION
Sur 425 élèves d'un collège, 119 pratiquent le football régulièrement. Quel est le pourcentage d'élèves footballeurs dans ce collège?	1ère méthode : Il y a 119 footballeurs sur 425 élèves. La proportion de footballeurs dans ce collège est $\frac{119}{425}$. On écrit ce nombre en centièmes : $\frac{119}{425} = 0,28 = \frac{28}{100}$. Le collège possède 28 % d'élèves footballeurs. 2ème méthode en faisant un tableau : Footballeurs : 119 ; x Elèves : 425 ; 100 Ce tableau est un tableau de proportionnalité. On effectue un produit en croix : $425 \times x = 119 \times 100$ $x = \frac{11\,900}{425} = 28$ Le collège contient 28 % de footballeurs.

Tableau de la 2ème méthode :

Footballeurs	119	x
Elèves	425	100

POURCENTAGES - EXERCICES

EXERCICE 1

Sur 55,8 millions de Français, 62,5 % sont partis en vacances et 44 % de ceux-ci sont allés au "bord de la mer". Combien de vacanciers français sont en vacances au bord de la mer ?

EXERCICE 2

Dans deux classes de 3° d'un collège, on organise une enquête pour décider de l'ouverture d'un club d'échec.

En 3°A, 6 élèves sur 24 souhaitent l'ouverture. En 3°B, 10 élèves sur 29 souhaitent l'ouverture.

1° Calculer, pour chacune des classes, le pourcentage des élèves qui souhaitent l'ouverture.

2° Le club n'existera que si au moins 30 % des élèves de l'ensemble des deux classes ont répondu oui. Le club ouvrira-t-il ?

EXERCICE 3

Un capital de 3 500 F rapporte 140 F d'intérêts au bout d'un an. A quel taux était-il placé ?

POURCENTAGES ET AUGMENTATION

On augmente un nombre x de 7%. Exprimer en fonction de x le nombre obtenu.

L'augmentation est de :

$x \times \frac{7}{100} = 0{,}07\,x$

Le nouveau nombre est :

$x + 0{,}07x = (1 + 0{,}07)\,x = 1{,}07x$

Règle :

Augmenter un nombre de 7% c'est multiplier ce nombre par 1,07.
Augmenter un nombre de 23% c'est multiplier ce nombre par 1,23
Augmenter un nombre de 35% c'est multiplier ce nombre par 1,35.
Si un nombre a été multiplié par 1,14 c'est que ce nombre a augmenté de 14%.

EXEMPLES	SOLUTIONS
J'ai payé 698,88 francs un costume avec 12% d'augmentation. Calculer le prix du costume avant augmentation.	Je sais qu'augmenter un nombre de 12% c'est le multiplier par 1,12. Si x est le prix de l'objet avant augmentation, le prix après augmentation sera 1,12 x. Je sais donc que $1{,}12\,x = 698{,}88$. Donc $x = \frac{698{,}88}{1{,}12} = 624$ Le pantalon valait 624 F avant l'augmentation.
Les tarifs SNCF vont augmenter de 1,3%. L'ancien tarif d'un billet Strasbourg Paris était de 256 F. Quel sera le nouveau prix de ce billet ?	Je sais que augmenter un nombre de 1,3% c'est multiplier ce nombre par 1,013. Donc le nouveau prix du billet sera : $256 \times 1{,}013 \approx 259{,}33$ F Le prix du billet après augmentation est de 259,33 F.
Un ouvrier a été augmenté par son patron. L'ancien salaire était de 8 760 F et le nouveau salaire est de 8 979 F. Calculer le pourcentage d'augmentation obtenu sur le salaire.	L'ancien salaire était de 8 760 F, il y a eu une augmentation. Le nouveau salaire est égal à 8 979 F. Cherchons le nombre x tel que $8\,979 = x \times 8\,760$. Donc $x = \frac{8979}{8760} = 1{,}025$ $1{,}025 = 1 + 0{,}025 = 1 + \frac{2{,}5}{100}$ Le pourcentage d'augmentation est de 2,5 %.

POURCENTAGES ET REDUCTIONS

On réduit un nombre x de 7%. Exprimer en fonction de x le nombre obtenu.

La réduction est de :

$x \times \frac{7}{100} = 0,07\ x$

Le nouveau nombre est :

$x - 0,07x = (1 - 0,07)\ x = 0,93\ x$

Règle :

Réduire un nombre de 7% c'est multiplier ce nombre par 0,93.

Réduire un nombre de 23% c'est multiplier ce nombre par 0,77.

Réduire un nombre de 35% c'est multiplier ce nombre par 0,65.

Si un nombre a été multiplié par 0,94 c'est que ce nombre a été réduit de 6%.

EXEMPLES	SOLUTIONS
Je peux obtenir 8,5% de réduction sur le prix d'une télévision marquée 3 650 F. Combien vais-je payer pour ce poste ?	Je sais que réduire un nombre de 8,5% c'est multiplier ce nombre par 0,915. Donc le prix du poste sera : $3\ 650 \times 0,915 = 3\ 339,75$ F Le prix de la télévision après réduction est de 3 339,75 F.
J'ai payé 329,96 francs un pantalon avec 27% de réduction. Calculer le prix du pantalon avant réduction.	Je sais que réduire un nombre de 27% c'est le multiplier par 0,73. Donc si x est le prix de l'objet avant réduction, le prix après réduction sera 0,73x. Je sais donc que 0,73x = 329,96. Donc $x = \frac{329,96}{0,73} = 452$ Le pantalon valait 452 F avant réduction.
Un meuble marqué 1 850 F a été vendu 1 387,50 F. Calculer le pourcentage de réduction obtenu sur le prix de l'objet.	L'ancien prix était de 1 850 F, il y eu une réduction et le meuble a été vendu 1 387,50 F. Cherchons le nombre x tel que $1\ 387,50 = x \times 1\ 850$. Donc : $x = \frac{1387,50}{1850} = 0,75$ $0,75 = 1 - 0,25 = 1 - \frac{25}{100}$ Le pourcentage de réduction est de 25%.

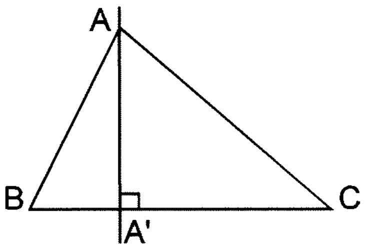
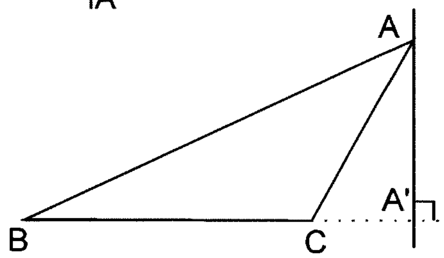
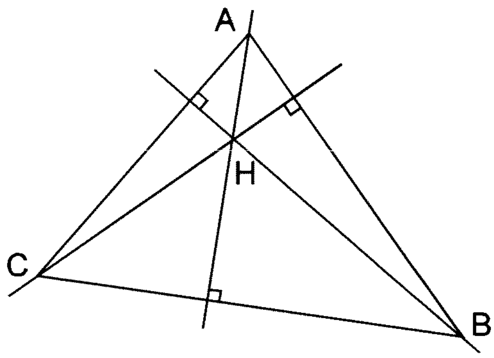
FICHES

DE

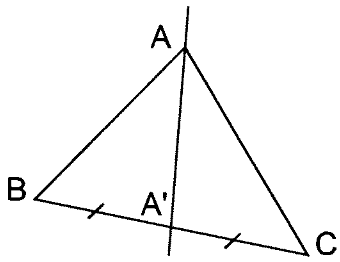
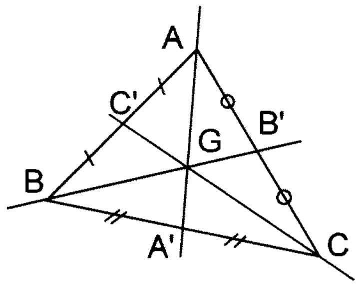
GEOMETRIE

DROITES REMARQUABLES DANS UN TRIANGLE

LES HAUTEURS

Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé. (AA') est la hauteur **correspondante ou relative** au côté [BC] A' s'appelle le **pied de la hauteur issue** de A. Le segment [AA'] et la distance AA' s'appellent aussi hauteur.	 
Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point H appelé **orthocentre** du triangle. *Remarque: l'orthocentre d'un triangle peut se trouver à l'extérieur du triangle.*	

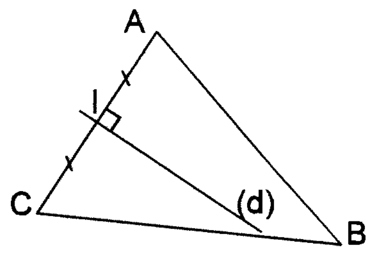
LES MEDIANES

Dans un triangle, une médiane est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé. (AA') est la médiane **issue** de A. (AA') est la médiane **correspondante ou relative** au côté [BC].	
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point G appelé **centre de gravité** du triangle. De plus : $AG=\frac{2}{3}AA'$; $BG=\frac{2}{3}BB'$; $CG=\frac{2}{3}CC'$. Le centre de gravité d'un triangle se trouve aux 2/3 de chaque médiane, en partant du sommet. *Remarque : le centre de gravité d'un triangle se trouve toujours à l'intérieur du triangle.*	

LES MEDIATRICES

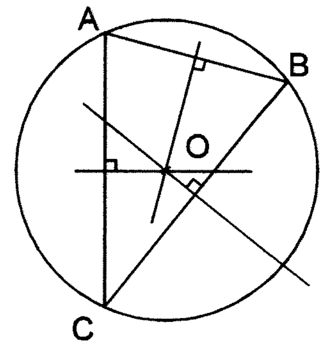
La **médiatrice** d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui est perpendiculaire à ce segment.

(d) est la médiatrice **correspondante ou relative** au côté [AC]. I est le milieu de [AC] (voir Guide page 117).



Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes. Leur point de concours est équidistant des trois sommets: c'est **le centre du cercle circonscrit au triangle.**

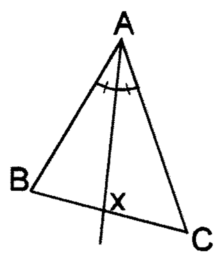
Remarque : le centre O du cercle circonscrit peut se trouver parfois à l'extérieur du triangle.



LES BISSECTRICES

La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles égaux.

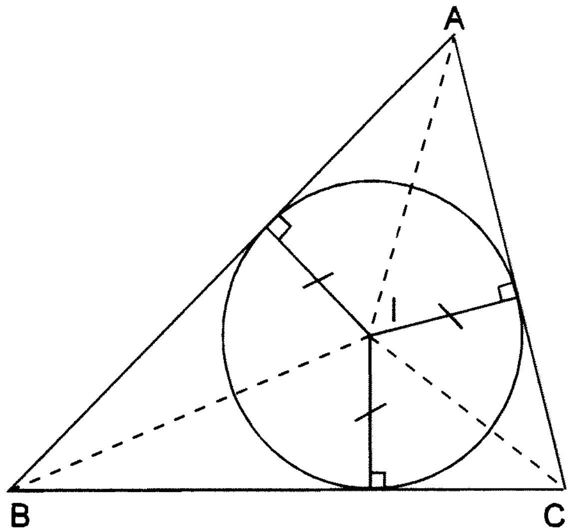
[Ax) est la bissectrice de l'angle Â.



Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes. Leur point de concours est à égale distance des trois côtés du triangle; on l'appelle **le centre du cercle inscrit au triangle**; ce cercle est tangent aux trois côtés du triangle.

Le point I est équidistant des côtés [AB], [AC] et [BC].

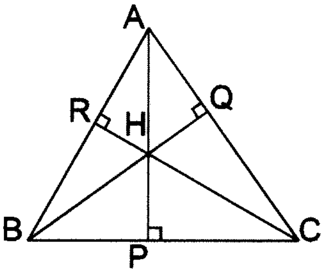
Remarque : le centre du cercle inscrit est toujours à l'intérieur du triangle.



DROITES REMARQUABLES D'UN TRIANGLE - EXERCICES

LES HAUTEURS

EXERCICE 1
Quel est l'orthocentre de chacun des triangles suivants : ABH ; CAH ; BCH ; AHR ; HPC ?



EXERCICE 2
a) Tracer un triangle BCM, puis construire A de façon que M soit l'orthocentre du triangle ABC.
b) Placer deux points D et E distants de 6 cm. Construire le point F de façon que l'orthocentre du triangle DEF soit à 3 cm du point D et à 5 cm du point E.

EXERCICE 3
Construire un parallélogramme OELM. Soit I le point d'intersection de la perpendiculaire à (EL) passant par O et de la perpendiculaire à (OL) passant par E. Quelle est la nature du triangle MIL ?

EXERCICE 4
Construire un cercle (C) de centre O et placer sur ce cercle deux points A et B non diamétralement opposés. (OA) n'est pas perpendiculaire à (OB).
Tracer le cercle (C') de diamètre [OA].
On appelle I le deuxième point d'intersection de la droite (AB) avec le cercle (C').
On appelle J le deuxième point d'intersection de la droite (OB) avec le cercle (C').
On appelle K le point d'intersection des droites (AJ) et (OI).
Montrer que la droite (BK) est perpendiculaire à la droite (OA).

LES MEDIANES

EXERCICE 1
Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 8 cm.
On appelle A', B' et C' les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB] (A' est le milieu de [BC], B' est le milieu de [AC], C' est le milieu de [AB]). Soit G le centre de gravité du triangle ABC.
a) Caculer les distances BB' et CC'.
b) En déduire les distances BG et CG. Vérifier sur le dessin.

EXERCICE 2
Dans chacun des cas suivants, construire le triangle ABC (A', B', C' désignent les milieux respectifs des côtés [BC], [AC] et [AB]) :
a) BC = 7 cm ; CC' = 9 cm ; BB' = 6 cm.
b) BC = 5 cm ; AA' = 7,2 cm ; BB' = 6 cm.
c) BC = 7 cm ; BB' = CC' = 6 cm. Quelle est la nature de ce triangle ? Le prouver.

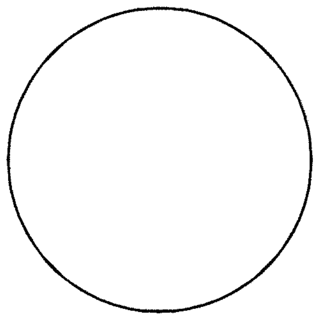
EXERCICE 3
Tracer un parallélogramme ABCD de centre O. Soit I le milieu de [AB] et J le milieu de [BC].
On désigne par P et Q les points d'intersection de (AC) avec les droites (DI) et (DJ).
a) Montrer que P est le centre de gravité du triangle ABD.
b) Montrer que $AP = PQ = QC = \dfrac{AC}{3}$.

EXERCICE 4
Tracer un triangle ABC; placer le point I milieu de [BC] et J milieu de [AC]. On appelle K le symétrique du point I par rapport à J.
a) Quelle est la nature des quadrilatères AICK et AKIB ? Le prouver.
b) On appelle L le point d'intersection des droites (BK) et (AI).
On appelle M le point d'intersection des droites (BK) et (AC).
Que représente le point M pour le triangle AKI ? Montrer que la droite (IM) coupe le segment [AK] en son milieu.

LES MEDIATRICES

EXERCICE 1
Construire un triangle BUS tel que BU = 5 cm BS = 6 cm et $\widehat{UBS}=110°$.
Construire un triangle RIZ rectangle en I tel que RI = 7 cm et IZ = 4 cm.
Construire les médiatrices des côtés de chacun de ces triangles puis le cercle circonscrit de chaque triangle.

EXERCICE 2
Construire au compas et à la règle non graduée
le centre du cercle ci-contre.

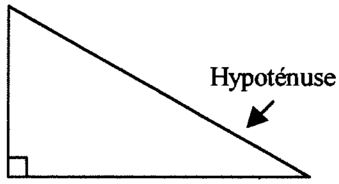
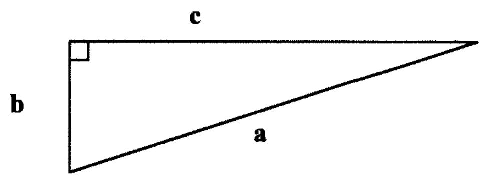
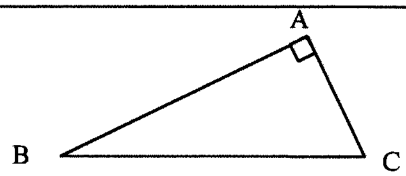


EXERCICE 3
1° Tracer un triangle ABC et placer un point M sur le côté [BC].
Construire les points E symétrique de M par rapport à la droite (AB) et F symétrique de M par rapport à la droite (AC).
2° Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle MEF ? Justifier.

EXERCICE 4
1° Démontrer que dans un triangle ABC isocèle en A, la médiatrice du côté [BC], la médiane et la hauteur issues de A sont confondues.
2° Construire un triangle équilatéral ABC sachant que AA' = 6 cm, A' étant le milieu de [BC].

EXERCICE 5
Soit EFG un triangle quelconque. Soit I le milieu de [FG] et (C) le cercle de diamètre [FG]. Les médiatrices de [EG] et de [EF] se coupent en O. Démontrer que la droite (OI) est parallèle à la tangente* à (C) au point F. (* Voir guide page 130).

TRIANGLE RECTANGLE THEOREME DE PYTHAGORE

Théorème de Pythagore Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.	
Le triangle est rectangle, a est la longueur de l'hypoténuse, les longueurs des autres côtés sont b et c alors $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$	
Le triangle ABC est rectangle en A BC est la longueur de l'hypoténuse alors $\mathbf{BC^2 = AB^2 + AC^2}$	

EXEMPLES	SOLUTIONS	FIGURES A FAIRE
EFG est un triangle rectangle en E. EF = 4 cm et FG = 5 cm. a) Faire la figure. b) Calculer EG.	Le triangle EFG est rectangle en E. On applique le théorème de Pythagore $FG^2 = EF^2 + EG^2$ $5^2 = 4^2 + EG^2$ $25 = 16 + EG^2$ $EG^2 = 25 - 16 = 9$ $EG = \sqrt{9}$ $EG = 3\,\text{cm}$	
ABC est un triangle rectangle en A. AB = 4 cm et AC= 5 cm. a) Faire la figure. b) Calculer BC. c) Donner une valeur approchée de BC au mm près.	b) Le triangle ABC est rectangle en A. On applique le théorème de Pythagore $BC^2 = AB^2 + AC^2$ $BC^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$ La valeur exacte de BC est : $BC = \sqrt{41}$ cm. c) La valeur approchée de BC au millimètre près est : $BC \approx 6{,}4$ cm	

TRIANGLE RECTANGLE THEOREME DE PYTHAGORE
EXERCICES

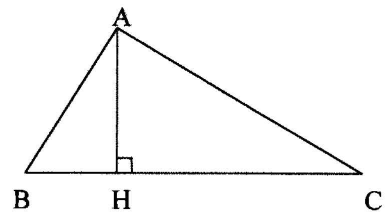
EXERCICE 1
Construire un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 33 mm et AC = 44 mm. Calculer BC.

EXERCICE 2
Construire un triangle DEF rectangle en D tel que EF = 37 mm et DF = 12 mm. Calculer DE.

EXERCICE 3
Construire un triangle RST rectangle en R tel que RS = 7 cm et RT = 3 cm. Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée à 0,1 cm près de TS.

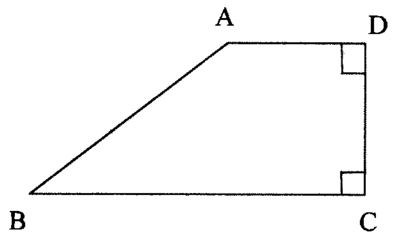
EXERCICE 4
Construire un triangle IJK rectangle isocèle en I tel que IJ = 5 cm . Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au mm près de JK.

EXERCICE 5
Construire un triangle ABC rectangle en A .
(AH) est perpendiculaire à (BC).
BC = 6 cm. AC = 4,8 cm



1) Calculer AB.
2) Calculer l'aire du triangle ABC.
3) Ecrire l'aire du triangle ABC d'une autre façon, en déduire la longueur AH.
4) Calculer le longueurs BH et CH.

EXERCICE 6
ABCD est un trapèze rectangle
AD = 3 cm, CD = 4 cm et BC = 8 cm.
Calculer AB.

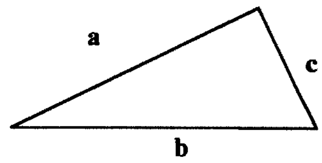
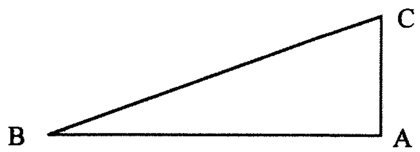


RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE

Pour démontrer qu' un triangle est rectangle

Réciproque du théorème de Pythagore

Dans un triangle, lorsque le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Les longueurs des côtés d'un triangle sont a, b et c et $b^2 = a^2 + c^2$ alors ce triangle est rectangle.	
Les longueurs des côtés d'un triangle ABC vérifient $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.	

EXEMPLES	SOLUTIONS	FIGURES A FAIRE
IJK est un triangle. IJ = 5,1 cm JK = 6,8 cm et KI = 8,5 cm. a) Faire la figure . b) Le triangle IJK est – il rectangle ?	Dans le triangle IJK : $KI^2 = 8{,}5^2 = 72{,}25$ $IJ^2 + JK^2 = 5{,}1^2 + 6{,}8^2$ $= 26{,}01 + 46{,}24 = 72{,}25$ On a : $KI^2 = IJ^2 + JK^2$ D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle IJK est rectangle en J.	
DEF est un triangle. DE = 3,5 cm EF = 4,5 cm et DF = 5,5 cm. a) Faire la figure. b) Le triangle DEF est-il rectangle ?	Dans le triangle DEF : $DF^2 = 5{,}5^2 = 30{,}25.$ $DE^2 + EF^2 = 3{,}5^2 + 4{,}5^2$ $= 12{,}25 + 20{,}25 = 32{,}5$ On constate que $DF^2 \neq DE^2 + EF^2$ DEF n'est pas un triangle rectangle. (le théorème de Pythagore n'est pas vérifié).	

RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE - EXERCICES

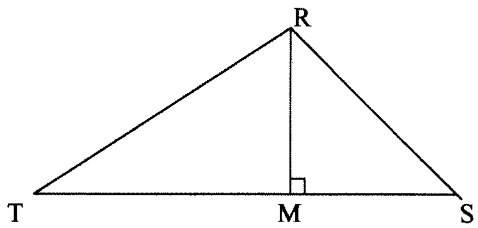
Pour démontrer qu'un triangle est rectangle

EXERCICE 1
Construire un triangle ABC tel que AB = 20 mm, AC = 21 mm. et BC = 29 mm. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

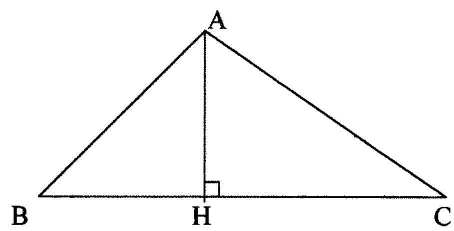
EXERCICE 2
Construire un triangle DEF tel que EF = 7 cm , DF = 11 cm et DE = 13 cm. Le triangle DEF est-il rectangle ? Justifier.

EXERCICE 3
Construire un parallélogramme RSTU tel que RS = 8,4 cm, RU = 6,3 cm et RT = 10,5. Prouver que le parallélogramme RSTU est un rectangle.

EXERCICE 4
Construire un triangle RST tel que
(RM) est perpendiculaire à (ST).
RM = 2 cm, SM = 1 cm et ST = 5 cm.
Le triangle RST est-il rectangle ? Justifier.



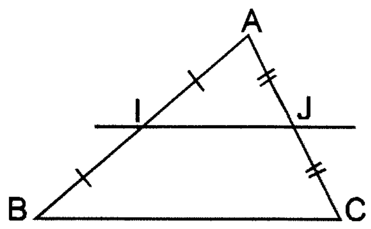
EXERCICE 5
Soit ABC un triangle.
(AH) est perpendiculaire à (BC).
AH = 4 cm, BC = 8 cm et BH = 3 cm.
Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.



THEOREME DES MILIEUX

Pour démontrer que des droites sont parallèles

Théorème des milieux :
Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.
De plus, le segment qui joint les milieux de deux côtés a pour longueur la moitié de celle du troisième côté.



Dans le triangle ABC,
on sait que I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC],
on en déduit que (IJ) est parallèle à (BC) et que $IJ = \frac{BC}{2}$.

Applications:
le théorème des milieux permet de :

- montrer que des droites sont parallèles
- calculer certaines longueurs dans un triangle.

EXEMPLE	SOLUTION	REMARQUES
On considère un triangle ABC quelconque; on appelle I, J, K les milieux respectifs des côtés [AB], [AC] et [BC]. a) Faire une figure. b) Quelle est la nature du quadrilatère AJKI ? Justifier. <u>Figure à faire</u>	Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et K le milieu de [BC]. D'après le théorème des milieux, on en déduit que les droites (IK) et (AC) sont parallèles ou encore que les droites (IK) et (AJ) sont parallèles car J appartient à la droite (AC). De plus, d'après le théorème des milieux, on a $IK = \frac{AC}{2}$. Comme J est le milieu de [AC], on a aussi $AJ = \frac{AC}{2}$. D'où IK = AJ. Un quadrilatère qui a deux côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme. Donc AJKI est un parallélogramme.	Il faut toujours préciser dans quel triangle et avec quels milieux on utilise le théorème des milieux. On aurait pu montrer que (IK) et (AJ) d'une part, (AI) et (JK) d'autre part sont parallèles.

THEOREME DES MILIEUX - EXERCICES

Pour démontrer que des droites sont parallèles

EXERCICE 1
On considère un triangle ABC rectangle en A.
On appelle I, J, K les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [BC].
1) Que dire des droites (IK) et (AC) ? des droites (IK) et (AB) ?
2) Quelle est la nature du quadrilatère AJKI ?

EXERCICE 2
ABC est un triangle quelconque.I et J sont les milieux respectifs des côtés [AB] et [AC].
On appelle P le milieu de [AI] et Q le milieu de [AJ].
a) Montrer que les droites (PQ) et (IJ) sont parallèles.
b) Que dire des droites (IJ) et (BC) ?
c) On suppose que BC = 16 cm. Quelle est la longueur du segment [PQ] ?

EXERCICE 3
(C) et (C') sont deux cercles de centres respectifs O et O' qui se coupent en A et B.
La droite (AO) recoupe le cercle (C) en M et la droite (AO') recoupe le cercle (C') en M'.
Montrer que les droites (OO') et (MM') sont parallèles.

EXERCICE 4
Tracer un triangle ABC et placer un point M sur le segment [BC].
On appelle I le milieu du côté [AB], J le milieu du segment [AM] et K le milieu du côté [AC].
Montrer que les points I, J et K sont alignés.

EXERCICE 5
Construire un quadrilatère ABCD puis marquer les milieux respectifs I, J, K et L des côtés [AB], [BC], [CD] et [AD].
1) a) Prouver que les droites (IJ) et (LK) sont parallèles.
   b) Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ?
2) a) Comment choisir le quadrilatère ABCD pour que IJKL soit un rectangle ?
   b) Comment choisir le quadrilatère ABCD pour que IJKL soit un losange ?
   c) Comment choisir le quadrilatère ABCD pour que IJKL soit un carré ?

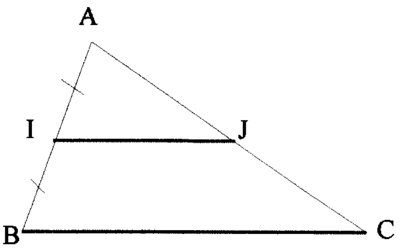
EXERCICE 6
Sur un cercle de centre O, placer trois points A, B et C. On appelle I, J, K les milieux des cordes [AB], [AC] et [BC]. Montrer que O est l'orthocentre du triangle IJK.

RECIPROQUE DU THEOREME DES MILIEUX

Réciproque du théorème des milieux :

Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté , qui est parallèle à un autre côté, coupe le troisième côté en son milieu.

ABC est un triangle , I est le milieu de [AB],
J est sur [AC], (IJ) et (BC) sont parallèles
alors on en déduit que
J est le milieu de [AC].



EXEMPLE	SOLUTION	REMARQUES
EFG est un triangle rectangle en E. La médiatrice (D) de [EF] coupe [EF] en I et [FG] en J. 1) Faire une figure. 2) Démontrer que J est le milieu de [FG] <u>Figure à faire</u>	(D) est la médiatrice de [EF]. La médiatrice d'un segment coupe ce segment en son milieu et est perpendiculaire à ce segment donc I est le milieu de [EF] et (D) est perpendiculaire à [EF]. EFG est un triangle rectangle en E donc [EF] et [EG] sont perpendiculaires. Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles. On en déduit que (D) et (EG) sont parallèles. Dans le triangle EFG, la droite(D) passe par le milieu I de [EF] et est parallèle à la droite (EG). D'après la réciproque du théorème des milieux, on en déduit que (D) coupe [FG] en son milieu J. Donc J est le milieu de [FG].	• Faire une figure soignée et codée au commencement de l'exercice • Bien citer toutes les hypothèses utiles avant d'appliquer un théorème.

RECIPROQUE DU THEOREME DES MILIEUX - EXERCICES

EXERCICE 1
ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] (voir guide page 129). I est le milieu de [AD], (d) est la droite qui passe par I et qui est parallèle à (AB). (d) coupe (AC) en J et (BC) en K.
Faire la figure.
Démontrer que J et K sont les milieux respectifs de [AC] et [BC].

EXERCICE 2
ABCD est un parallélogramme. E est le symétrique de B par rapport à C. Les droites (DE) et (AB) se coupent en G.
Faire la figure.
Démontrer que D est le milieu de [EG].

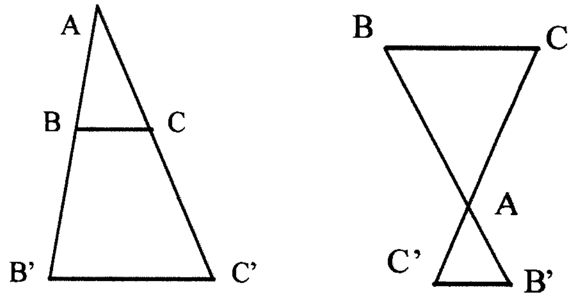
EXERCICE 3
ABC est un triangle, U est le milieu de [AB]. La parallèle à (AC) passant par U coupe (BC) en V. La parallèle à (BC) passant par U coupe (AC) en W.
Faire la figure.
1) Démontrer que V et W sont le milieux respectifs de [BC] et [AC].
2) Que peut-on en déduire pour les droites (AB) et (VW).

EXERCICE 4
ABCD est un trapèze [AB] et [CD] sont parallèles. I est le milieu de [AD], J est le milieu de [AC]. La droite (IJ) coupe la droite (BC) en K.
Faire la figure.
Démontrer que K est le milieu de [BC].

THEOREME DE THALES
Pour calculer une ou plusieurs longueurs

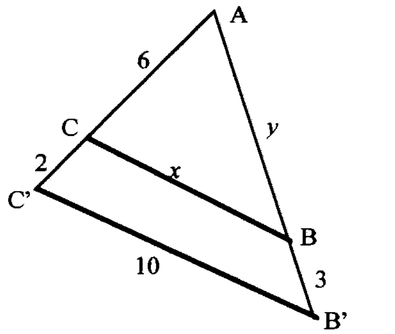
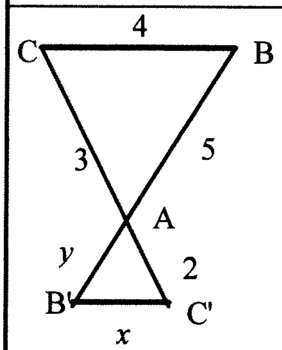
Des triangles en situation de Thalès :

Les triangles ABC et A’B’C’ sont en situation de Thalès car
- les points A, B, B’ sont alignés
- les points A, C, C’ sont alignés
- les droites (BC) et (B’C’) sont parallèles.



Théorème de Thalès :
Si deux triangles ABC et AB’C’ sont en situation de Thalès alors on a l’égalité des rapports :
$\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$ ou $\frac{AB}{AB'}=\frac{AC}{AC'}=\frac{BC}{B'C'}$

Remarque : les longueurs des côtés des deux triangles sont proportionnelles.

EXEMPLES	SOLUTIONS
 Les droites (BC) et (B’C’) sont parallèles. Calculer x et y.	Les points A, B et B' sont alignés. Les points A, C et C' sont alignés. Les droites (BC) et (B’C’) sont parallèles donc les triangles ABC et AB’C’ sont en situation de Thalès. On peut utiliser le théorème de Thalès. On a $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$ donc $\frac{y+3}{y}=\frac{6+2}{6}=\frac{10}{x}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ Donc $3(y+3)=4y$; $3y+9=4y$; $3y-4y=-9$; $-y=-9$; $y=9$ | $4x=10\times3$; $4x=30$; $x=\frac{30}{4}=7{,}5$ On trouve $x=7{,}5$ et $y=9$.
 Les droites (BC) et (B’C’) sont parallèles. Calculer x et y.	Les points A, B et B' sont alignés. Les points A, C et C' sont alignés. Les droites (BC) et (B’C’) sont parallèles donc les triangles ABC et AB’C’ sont en situation de Thalès. On peut utiliser le théorème de Thalès. On a $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$ donc $\frac{y}{5}=\frac{2}{3}=\frac{x}{4}$. Donc $3x=8$; $x=\frac{8}{3}$ | $3y=10$; $y=\frac{10}{3}$ On a donc $x=\frac{8}{3}$ et $y=\frac{10}{3}$.

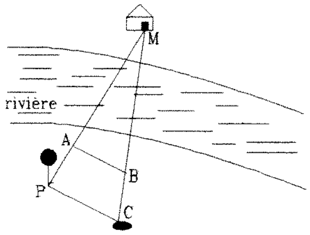
THEOREME DE THALES - EXERCICES
Pour calculer une ou plusieurs longueurs

EXERCICE 1

ABC est un triangle. M est un point de [AB]. La parallèle à (BC) passant par le point M coupe le côté [AC] en N. (AJ) est la hauteur issue de A du triangle ABC. On appelle I le point d'intersection de (AJ) et de (MN). De plus, MN = 12,6 cm, BC = 21 cm et IJ = 10 cm.

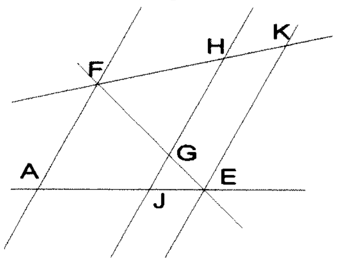
1) Faire un schéma.
2) Calculer AI.

EXERCICE 2



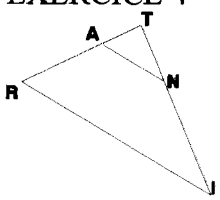
On cherche à déterminer la distance du gros caillou C à la maison M. Ils sont séparés par une rivière infranchissable.
Par un système de visées, on place les piquets A et B alignés respectivement avec P, M et C, M de façon que la droite (AB) soit parallèle à la droite (PC).
On mesure en hectomètres : CB = 3, AB = 3, CP = 5.
Calculer CM.

EXERCICE 3



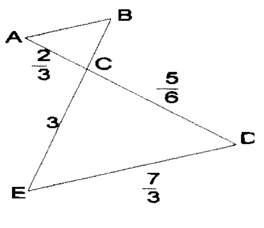
Les droites (AF), (JH) et (KE) sont parallèles.
L'unité est le cm.
FH = 10,625 ; AJ = 7,65 ; JE = 3,6 ; EF = 8,5.
On demande de calculer GE et FK.

EXERCICE 4



Les droites (AN) et (RI) sont parallèles. L'unité de longueur est le centimètre. TA = 1,6 ; AR = 5,4 ; TI = 8,4 ; et AN = 1.
Calculer TN puis RI.

EXERCICE 5

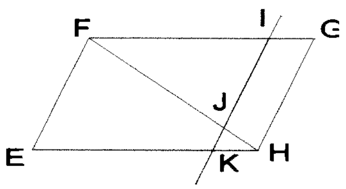


Les droites (AB) et (ED) sont parallèles. L'unité de longueur est le cm.

AC = $\frac{2}{3}$; CE = 3 ; CD = $\frac{5}{6}$; ED = $\frac{7}{3}$

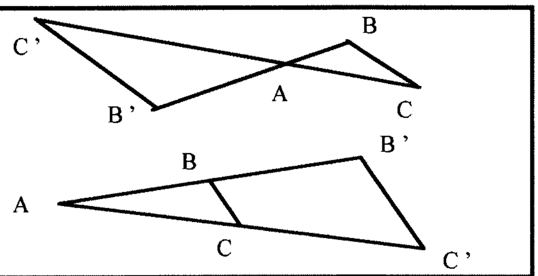
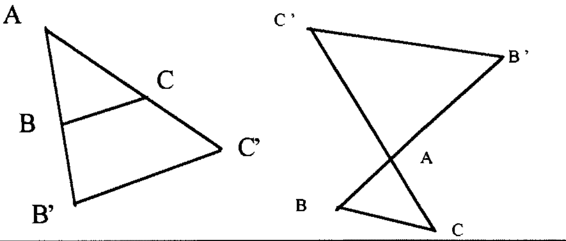
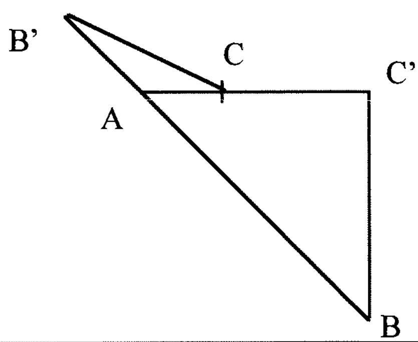
Calculer BC.

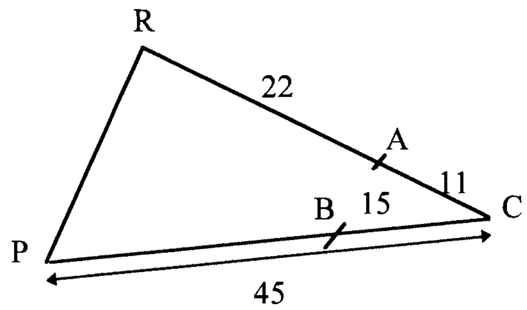
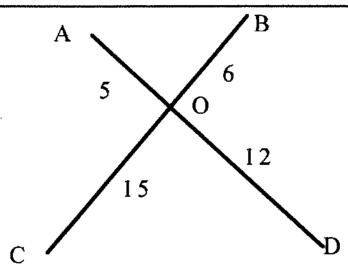
EXERCICE 6



EFGH est un parallélogramme.
EF = 8 cm ; EH = 12 cm ; FH = 10 cm.
(IK) est parallèle à (EF) et KH = 2,4 cm.
Calculer les longueurs HJ et JK.

RECIPROQUE DU THEOREME DE THALES
Pour démontrer que des droites sont parallèles

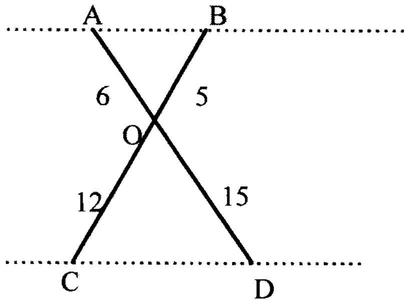
Les points A, C, C' et A, B, B' sont alignés dans le même ordre : A se trouve entre B et B' et entre C et C', ou bien, A se trouve à l'extérieur du segment [BB'] et à l'extérieur du segment [CC'].	
La réciproque du théorème de Thalès : Si $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$ et si les points A, B, B' et A, C, C' sont alignés dans le même ordre alors les droites (BC) et (B'C') sont parallèles.	
Remarque : Il se peut que les points A, B, B' et A, C, C' ne soient pas alignés dans le même ordre. Exemple : $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{1}{3}$ et A se trouve entre B et B' et à l'extérieur de [CC']. On ne peut pas utiliser la réciproque du théorème de Thalès.	

EXEMPLES	SOLUTIONS
 Les droites (PR) et (AB) sont-elles parallèles ?	$\frac{CA}{CR} = \frac{11}{22+11} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}$ $\frac{CB}{CP} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$ $\frac{CA}{CR} = \frac{CB}{CP}$ et les points C, A, R et C, B, P sont alignés dans le même ordre. On utilise la réciproque du théorème de Thalès . On en déduit que les droites (PR) et (AB) sont parallèles.
 Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?	$\frac{OA}{OD} = \frac{5}{12}$ $\frac{OB}{OC} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ $\frac{5}{12} \neq \frac{2}{5}$ donc $\frac{OA}{OD} \neq \frac{OB}{OC}$ donc le théorème de Thalès n'est pas vérifié. On en déduit que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

RECIPROQUE DU THEOREME DE THALES - EXERCICES

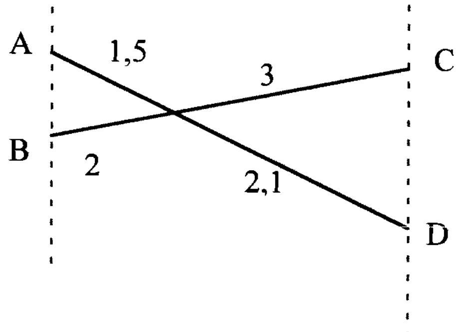
Pour démontrer que des droites sont parallèles.

EXERCICE 1



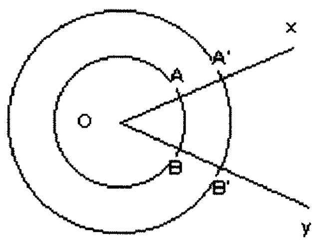
Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

EXERCICE 2



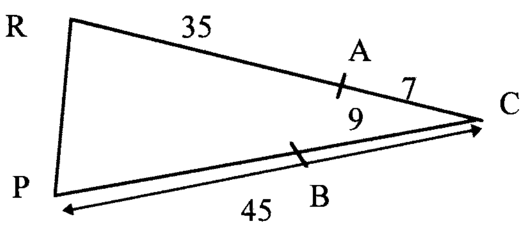
Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

EXERCICE 3



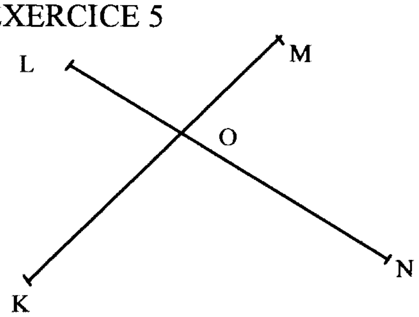
On considère deux cercles concentriques C et C' de centre O, de rayon R et R'.
Une demi-droite [Ox) coupe C en A et C' en A' ; une autre demi-droite [Oy) coupe C en B et C' en B'.
Montrer que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

EXERCICE 4



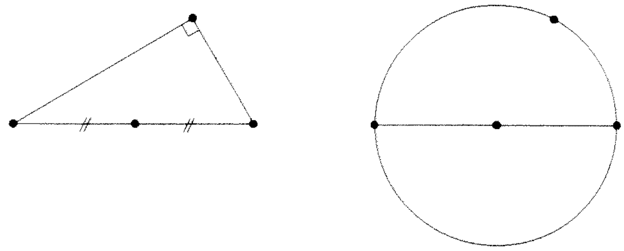
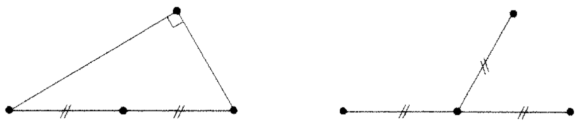
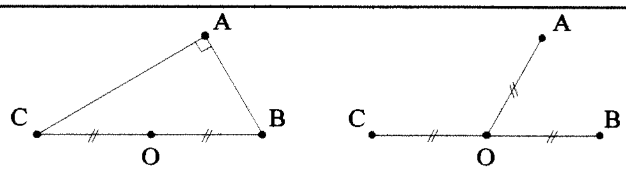
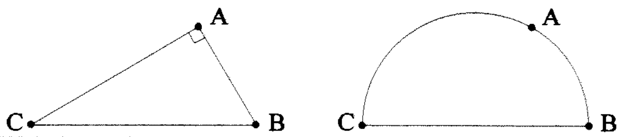
Les droites (AB) et (RP) de la figure ci-contre sont-elles parallèles ? Justifier.

EXERCICE 5



On donne pour la figure ci-contre LO = 3 ; OK = 3,9 ; ON = 4,5 et OM = 2,6.
Les droites (LM) et (KN) sont-elles parallèles ?

TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE

Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit, ou aussi l'hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit.	
Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est à égale distance des trois sommets.	
Dans le triangle rectangle ABC rectangle en A, le milieu O de l'hypoténuse vérifie OA = OB = OC.	
Dans le triangle ABC rectangle en A, A appartient au cercle de diamètre [BC].	

EXEMPLES	SOLUTIONS	FIGURES A FAIRE.
ABC est un triangle rectangle en A, BC = 4cm; a) faire une figure; b) calculer le rayon R du cercle circonscrit.	[BC] est l'hypoténuse du triangle rectangle ABC, on en déduit que [BC] est un diamètre du cercle circonscrit à ABC, d'où R = 2cm.	
ABCD est un rectangle a) faire une figure ; b) montrer que A, B, C et D sont sur un même cercle.	ABC est un triangle rectangle d'hypoténuse [AC], donc B appartient au cercle de diamètre [AC] ; de même ACD est un triangle rectangle d'hypoténuse [AC], donc D appartient au cercle de diamètre [AC]. On en déduit que A,B,C et D sont sur le cercle de diamètre [AC].	
(d) et (d') sont deux droites perpendiculaires se coupant en I. A est un point de (d), B est un point de (d'); montrer que I est sur le cercle de diamètre [AB].	(IA) et (IB) sont perpendiculaires, le triangle IAB est rectangle en I, on en déduit que I appartient au cercle de diamètre [AB].	

TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE - EXERCICES

EXERCICE 1
ABC est un triangle rectangle en B et AC = 5cm ; calculer le rayon du cercle circonscrit à ABC et tracer le cercle.

EXERCICE 2
PQR est un triangle rectangle en P et I le milieu de [QR] ; PQ = 4cm et PR = 6cm. Calculer PI.

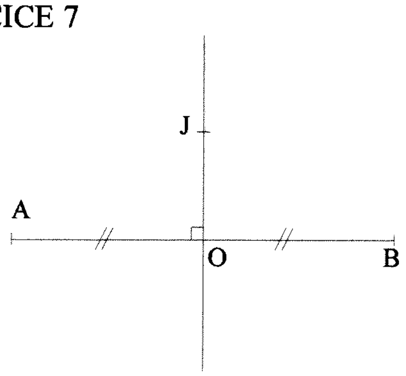
EXERCICE 3
ABC est un triangle rectangle en A et BCE un triangle rectangle en E ; montrer que A,B,C et E sont sur un même cercle.

EXERCICE 4
(D) et (D') sont deux droites perpendiculaires se coupant en I ; A est un point de (D) distinct de I et B un point de (D') distinct de I. Montrer que I est sur le cercle de diamètre [AB].

EXERCICE 5
ABC est un triangle ; on appelle H le pied de la hauteur issue de A et K le pied de la hauteur issue de B. Montrer que A, H, B et K sont sur un même cercle. Quel est son centre ?

EXERCICE 6
ABC est un triangle isocèle en B ; montrer que le milieu de [AC] appartient aux cercles de diamètres [AB] et [BC].

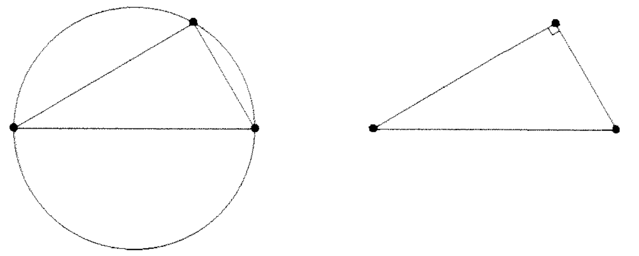
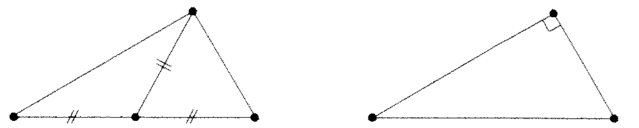
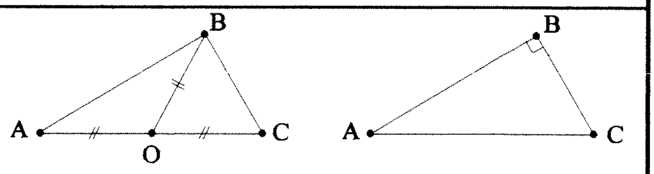
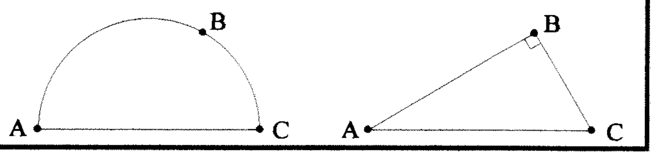
EXERCICE 7



Montrer que le milieu O de [AB] appartient à l'intersection des cercles de diamètre [BJ] et [AJ].

TRIANGLE ET CERCLE

Pour démontrer qu'un triangle est rectangle

Dans un triangle, lorsque l'un des côtés est un diamètre du cercle circonscrit à ce triangle, alors ce triangle est rectangle.	
Dans un triangle, lorsque le milieu de l'un des côtés est à égale distance des trois sommets, alors ce triangle est rectangle.	
Dans le triangle ABC, lorsque le milieu O de [AC] vérifie OA = OB = OC, alors le triangle est rectangle en B.	
B appartient au cercle de diamètre [AC] , alors le triangle ABC est rectangle en B.	

EXEMPLES	SOLUTIONS	FIGURES A FAIRE
A, B, C et I sont quatre points tels que AI = CI = BI, A, I et C sont alignés. a) Faire la figure. b) Montrer que le triangle ABC est rectangle.	A,I et C sont alignés et AI = IC, donc I est le milieu de [AC] ; AI = CI = BI, I est à égale distance des trois points A, B et C. On en déduit que le triangle ABC est rectangle en B.	
Le diamètre [AC] du cercle circonscrit au triangle ABC est 5 cm et AB = 3cm . a) Faire la figure. b) Montrer que ABC est un triangle rectangle en B. Calculer BC.	B appartient au cercle de diamètre [AC]. On en déduit que le triangle ABC est rectangle en B. On peut appliquer le théorème de Pythagore au triangle ABC : $AC^2 = AB^2+BC^2$, $BC^2 = AC^2-AB^2 = 25-9 = 16$ BC = 4cm.	

POUR DEMONTRER QU' UN TRIANGLE EST RECTANGLE

EXERCICES

Triangle et cercle

EXERCICE 1
Construire un triangle ABC rectangle en B tel que AB = 3 cm et dont le rayon du cercle circonscrit est 2,5 cm.

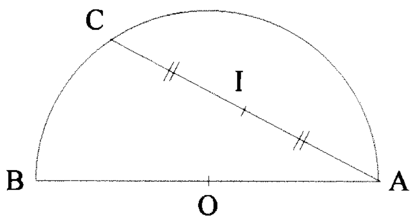
EXERCICE 2
ABC est un triangle.
BC = 3cm, I est le milieu de [BC] et AI = 1,5 cm. Montrer que le triangle ABC est rectangle.

EXERCICE 3
ABC est un triangle rectangle en A, M est le milieu de [BC]et E est le point tel que M est le milieu de [AE]. Quelle est la nature de ABCE ?

EXERCICE 4
D et E sont deux points tels que DE = 4 cm ; construire sans équerre (en utilisant uniquement la règle et le compas) 5 triangles rectangles d'hypoténuse [DE].

EXERCICE 5
(D) est une droite et A un point qui n'appartient pas à (D) ; tracer sans équerre la droite perpendiculaire à (D) et passant par A.
En déduire un programme de construction des hauteurs d'un triangle sans équerre.

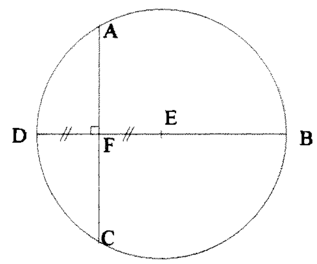
EXERCICE 6



1) Montrer que les triangles ABC et IOA sont rectangles et que I est sur le cercle de diamètre [OA].

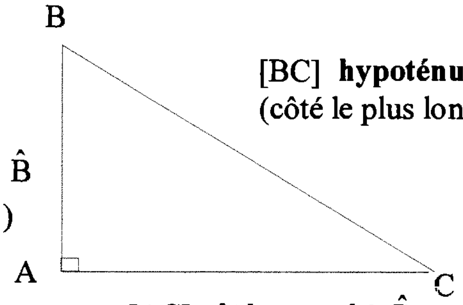
2) Lorsque AB = 5cm ; calculer les rayons des cercles circonscrits aux triangles ABC et IOA.

EXERCICE 7
Trouver tous les triangles rectangles de la figure.



TRIGONOMETRIE : Vocabulaire

Le triangle ABC est <u>rectangle en A</u>



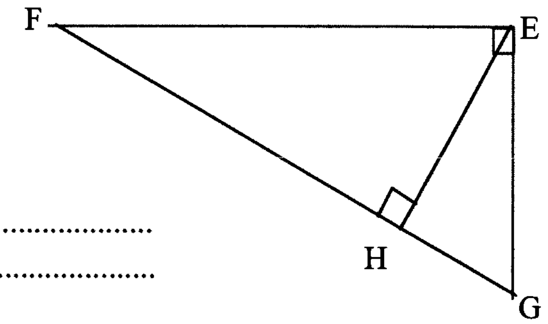
[BC] **hypoténuse**
(côté le plus long)

[AB]
côté adjacent à $\hat{B}$
(qui touche $\hat{B}$)

[AC] **côté opposé** à $\hat{B}$
(en face de $\hat{B}$)

Les angles $\hat{B}$ et $\hat{C}$ **sont complémentaires :** $\hat{B}+\hat{C}=90°$

On considère la figure ci-contre :
Compléter les phrases suivantes :



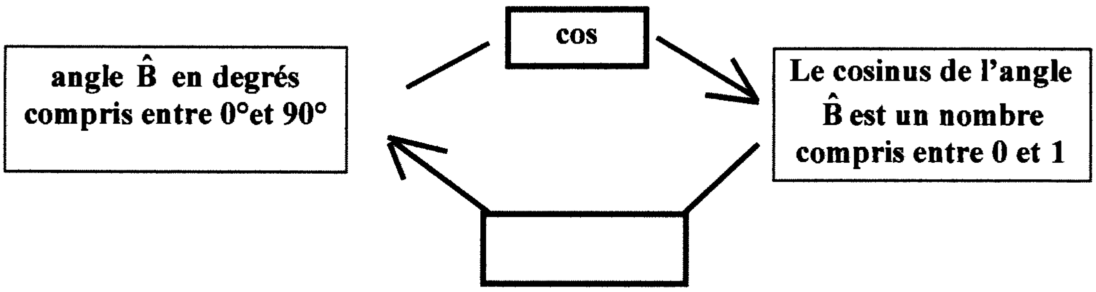
EXERCICE 1
Dans le triangle EFH
1. Le triangle EFH est .... en .... car ....
2. Les angles $\hat{E}$ et $\hat{F}$ sont .... donc ....
3. Le côté opposé à l'angle $\hat{F}$ est ....
4. Le côté adjacent à l'angle $\hat{F}$ est ....
5. Le côté opposé à l'angle $\hat{E}$ est ....
6. Le côté adjacent à l'angle $\hat{E}$ est ....
7. Le côté [EF] est........................... du triangle.

EXERCICE 2
Dans le triangle EGH
1. Le côté opposé à l'angle $\hat{E}$ est ....
2. Le côté [EG] est........................... du triangle.
3. Le côté adjacent à l'angle $\hat{G}$ est ....
4. Le triangle EGH est .... en .... car ....
5. Les angles $\hat{E}$ et $\hat{G}$ sont .... donc ....
6. Le côté adjacent à l'angle $\hat{E}$ est ....
7. Le côté opposé à l'angle $\hat{G}$ est ....

EXERCICE 3
Dans le triangle EGF.
1. Le côté adjacent à l'angle $\hat{F}$ est ....
2. Les angles $\hat{F}$ et $\hat{G}$ sont .... donc ....
3. Le côté opposé à l'angle $\hat{G}$ est ....
4. Le triangle EGF est .... en .... car ....
5. Le côté adjacent à l'angle $\hat{G}$ est ....
6. Le côté [FG] est........................... du triangle.
7. Le côté opposé à l'angle $\hat{F}$ est ....

COSINUS D'UN ANGLE AIGU ET CALCULATRICE

TOUCHES de la calculatrice



Valeurs remarquables :

$\cos 0° = 1$ $\quad \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \cos 60° = \frac{1}{2}$ $\quad \cos 90° = 0$

EXEMPLES	TOUCHES sur la calculatrice	SOLUTIONS
Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de : a = cos 52° b = cos 27°	Compléter :	Valeur approchée du nombre à 10^{-2} près : a ≈ 0,62. b ≈ 0,89
Déterminer une valeur approchée de l'angle à 10^{-1} près : cos $\hat{E}$ = 0,54 cos $\hat{I}$ = 0,123		Valeur approchée de l'angle à 10^{-1} près : $\hat{E}$ ≈ 57,3° $\hat{I}$ ≈ 82,9°

EXERCICE Compléter le tableau :

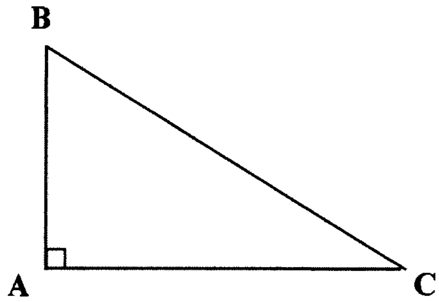
Angle en degrés à 0,1° près	Cosinus de l'angle à 10^{-2} près.	Angle en degrés à 0,1° près	Cosinus de l'angle à 10^{-2} près.
58°		88°	
	0,85	65,3°	
12°			0,02
28°			0,93
	0,48	9,8°	

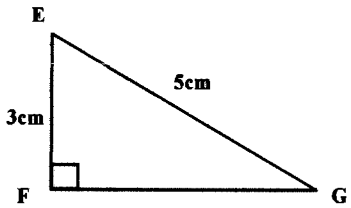
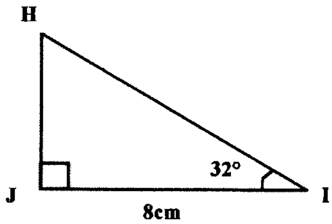
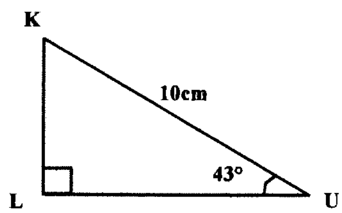
TRIGONOMETRIE : COSINUS D'UN ANGLE AIGU

Calculs d'angles et de côtés

Dans le triangle ABC rectangle en A
on a

$$\cos \hat{B} = \frac{\textbf{côté adjacent}}{\textbf{hypoténuse}} = \frac{BA}{BC}$$



EXEMPLES	SOLUTIONS	REMARQUES
Déterminer l'angle Ê à 1° près.  	Le triangle EFG est rectangle en F. $\cos \hat{E} = \frac{EF}{EG}$ $\cos \hat{E} = \frac{3}{5} = 0{,}6$ $\hat{E} \approx 53°$ (à 1° près).	On connaît : • l'hypoténuse EG • le côté adjacent de Ê A l'aide de la calculatrice, on peut déterminer une valeur approchée de l'angle Ê à partir du cosinus de l'angle Ê.
Calculer la valeur exacte du côté IH, puis sa valeur approchée à 0,1 cm près.  	Le triangle IJH est rectangle en J . $\cos \hat{I} = \frac{IJ}{IH}$ $\cos 32° = \frac{8}{IH}$ Valeur exacte de IH : $IH = \frac{8}{\cos 32°}$ cm. Valeur approchée de IH à 0,1 cm près : $IH \approx 9{,}4$ cm.	On connaît : • l'angle Î • le côté adjacent IJ. On peut calculer l'hypoténuse IH en utilisant le cosinus de l'angle Î.
Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée à 0,1 cm près du côté UL.  	Le triangle KLU est rectangle en L . $\cos \hat{U} = \frac{UL}{UK}$ $\cos 43° = \frac{UL}{10}$ Valeur exacte de UL : $UL = 10 \cos 43°$ cm. Valeur approchée de UL à 0,1 cm près : $UL \approx 7{,}3$ cm.	On connaît : • l'angle Û • l'hypoténuse UK On peut calculer le côté adjacent UL en utilisant le cosinus de l'angle Û.

TRIGONOMETRIE : COSINUS D'UN ANGLE AIGU - EXERCICES

Calculs d'angles et de côtés

EXERCICE 1

On considère un triangle LMN rectangle en L tel que LM = 4 cm et $\widehat{LMN}=35°$.
Calculer la valeur exacte puis une valeur approchée à 0,1 près des distances MN et LN.

EXERCICE 2

Construire un triangle ABC rectangle en C tel que AB = 8 cm et AC = 7 cm.
Déterminer une valeur approchée de l'angle $\hat{A}$ à 0,001 près par défaut.

EXERCICE 3

Dans chacun des cas suivants, calculer une valeur approchée des mesures des angles aigus du triangle rectangle :

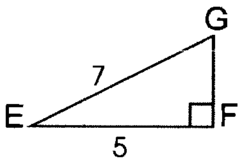


figure 1

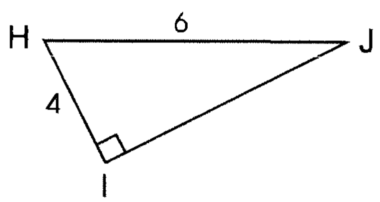


figure 2

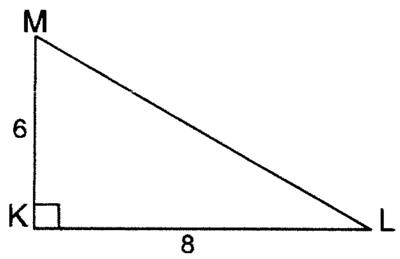
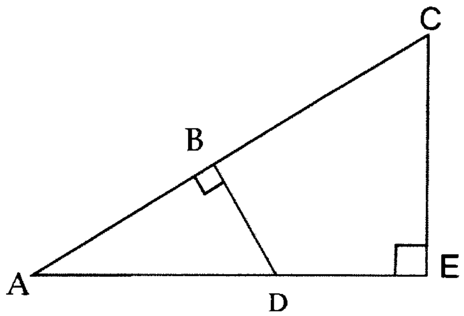


figure 3

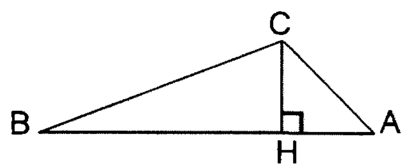
EXERCICE 4

On considère la figure ci-contre :
a) Sachant que AB = 4, AD = 5 et AE = 7, calculer AC.
b) Donner une mesure de l'angle $\hat{A}$ à 0,1° près par défaut.



EXERCICE 5

1°) Reproduire en vraie grandeur, la figure ci-contre, sachant que AC = 4 cm, AH = 2,6 cm et AB = 10 cm.

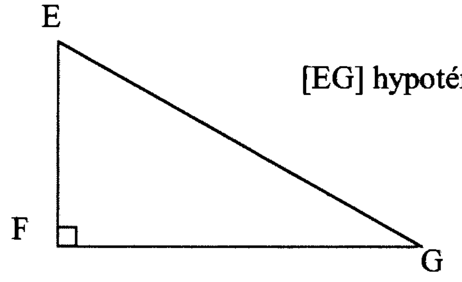


2°) Calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.
3°) Calculer une valeur approchée au dixième des distances HC et BC.
4°) Calculer une valeur approchée des mesures des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$.
Vérifier sur la figure à l'aide d'un rapporteur.

RELATIONS TRIGONOMETRIQUES

[EG] hypoténuse

[EF]
côté adjacent à Ê

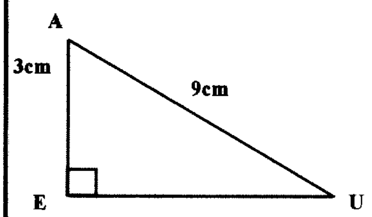
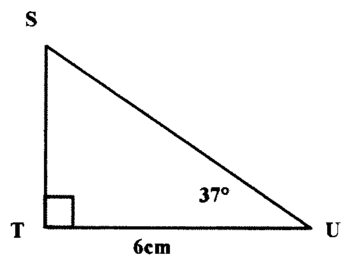


[FG] côté opposé à Ê

Dans le triangle EFG rectangle en F on a

$$\cos \hat{E} = \frac{EF}{EG} \qquad \sin \hat{E} = \frac{FG}{EG} \qquad \tan \hat{E} = \frac{FG}{EF}$$

$$0 \leq \cos \hat{E} \leq 1 \qquad 0 \leq \sin \hat{E} \leq 1 \qquad 0 \leq \tan \hat{E}$$

EXEMPLES	SOLUTIONS	REMARQUES
Déterminer l'angle Û à 1° près.  	Le triangle AEU est rectangle en E. $\sin \hat{U} = \frac{AE}{AU} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ $\hat{U} \approx 19°$ à 1° près	On connaît : • le côté AE = 3 cm • l'hypoténuse AU = 9 cm A l'aide de la calculatrice, on peut déterminer l'angle Û à partir de sin Û .
Calculer la valeur exacte du côté ST puis la valeur approchée à 0,1 cm près.  	Le triangle STU est rectangle en T. $\tan \hat{U} = \frac{ST}{TU}$ $\tan 37° = \frac{ST}{6}$ Valeur exacte de ST : ST = 6 tan 37° cm. Valeur approchée à 0,1 cm près : ST ≈ 4,5 cm	On connaît : • l'angle Û = 37° • le côté TU = 6 cm On peut calculer le côté ST en utilisant tan Û.

RELATIONS TRIGONOMETRIQUES - EXERCICES

EXERCICE 1
Le triangle NIS est rectangle en S, IN = 8 cm , $\widehat{SNI} = 68°$. Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au dixième près de SN et de SI.

EXERCICE 2
Le triangle HUE est rectangle en H, HU = 32 mm et $\widehat{HEU} = 70°$. Calculer la valeur exacte puis la valeur approchée au millimètre près de EU.

EXERCICE 3
Le triangle NUL est rectangle en N, [NU] mesure 8,5 cm et [NL] mesure 7 cm .
Calculer la valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{NUL}$.

EXERCICE 4
Le triangle ABC est isocèle en A, la hauteur [AH] mesure 6,5 cm, [BC] mesure 5 cm . Calculer la valeur approchée au degré près des angles du triangle ABC puis la valeur approchée au dixième près de AB.

EXERCICE 5
Dans chaque cas, ABC est un triangle rectangle en C. Compléter le tableau en donnant les résultats arrondis au dixième près pour les 4 premières figures; pour les figures 5 et 6 donner les valeurs exactes :

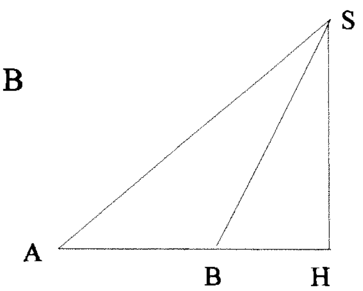
	fig.1	fig.2	fig.3	fig.4	fig.5	fig.6
AB	45	54			9	8
AC			40			
BC	29		30	56		
$\hat{A}$		29°		58°		45°
$\hat{B}$					30°	

EXERCICE 6
ABCD est un trapèze rectangle en A et en B. AD = 2 cm; AB = 6 cm; $\widehat{BCD} = 60°$.Donner la valeur exacte puis la valeur approchée au dixième près de l'aire et du périmètre de ce trapèze.

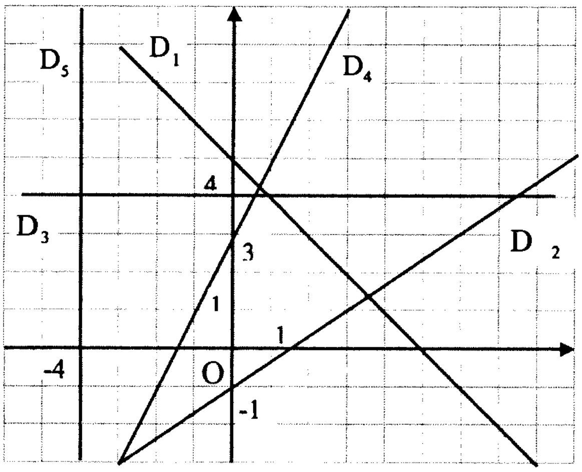
EXERCICE 7
RST est un triangle , H est le pied de la hauteur issue de R. RH = 6 cm ; SH = 4 cm et RT = 9 cm .
Calculer les longueurs des côtés et des angles du triangle RST (valeur approchée au dixième près).

EXERCICE 8
Un cycliste grimpe une côte de 3 kilomètres de long dont la pente est de 11 %.
De quelle hauteur s'est-il élevé ?

EXERCICE 9
Pour mesurer la hauteur d'une montagne, on se place en deux points A et B distants de 500 mètres, on mesure à chaque fois l'angle en visant le sommet et l'horizontale. On a $\widehat{SAH} = 40°$ et $\widehat{SBH} = 60$ °.
Quelle est l'altitude du sommet (au mètre près) ?



EQUATION D'UNE DROITE



(D_1) a pour équation $y = -x+5$; (D_2) a pour équation $y = \frac{2}{3}x - 1$

(D_3) a pour équation $y = 4$; (D_4) a pour équation $y = 2x+3$; (D_5) a pour équation $x = -4$

<u>Définitions</u>

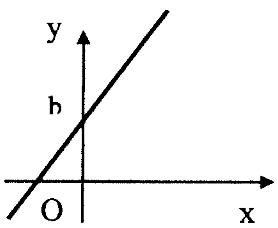
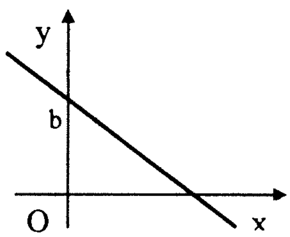
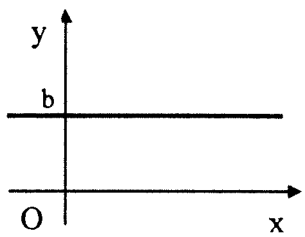
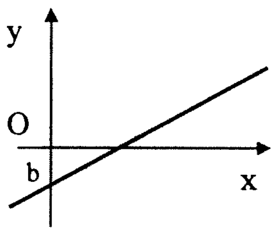
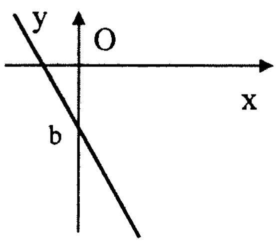
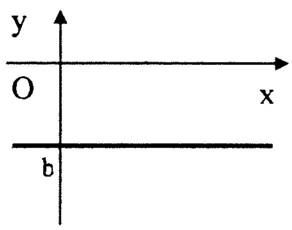
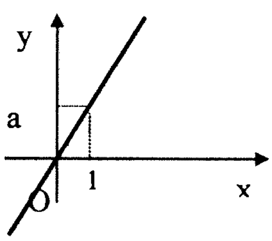
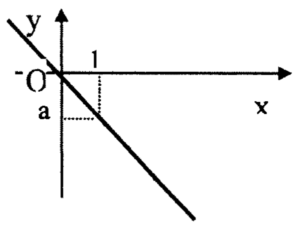
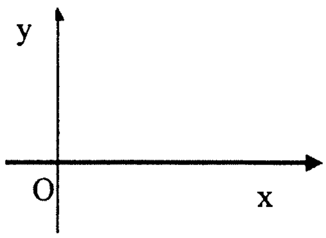
Toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $y = ax + b$

Le nombre a s'appelle le **coefficient directeur** de la droite.

Le nombre b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite.

Une droite parallèle à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $x = c$.

<u>Différents cas possibles</u>

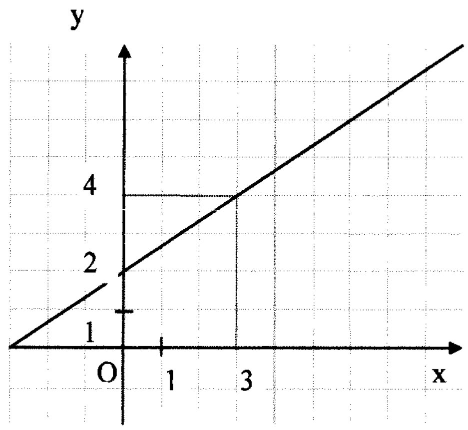
	$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
$b > 0$			
$b < 0$			
$b = 0$			

L'axe (Ox) a pour équation $y = 0$

L'axe (Oy) a pour équation $x = 0$

DROITE ET REPRESENTATION

TRACER UNE DROITE CONNAISSANT SON EQUATION

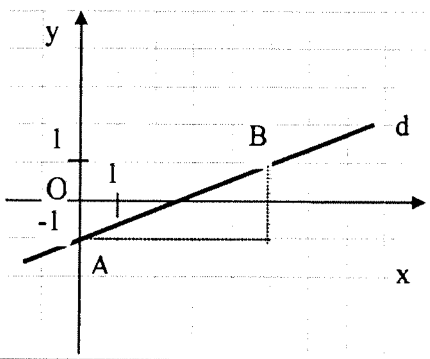
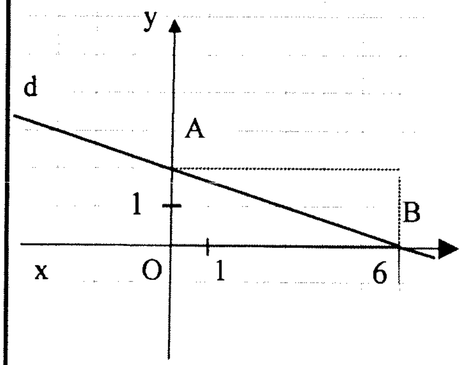
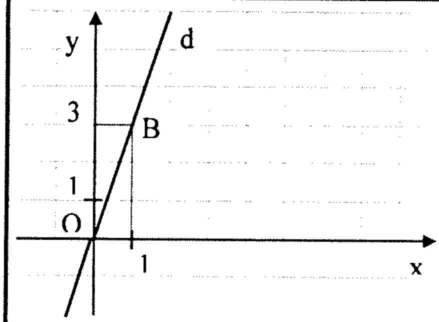
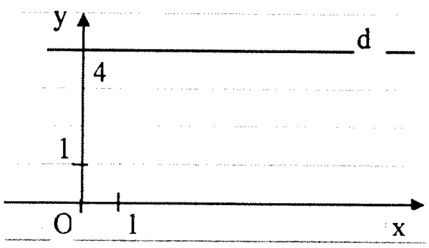
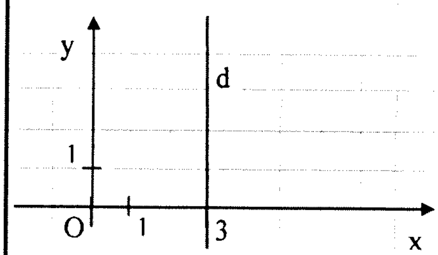
<table>
<tr><th>EXEMPLE</th><th>SOLUTION</th></tr>
<tr><td>Tracer la droite d'équation
$y = \frac{2}{3}x + 2.$
Expliquer la construction.</td><td>On cherche les coordonnées de deux points de la droite (un troisième point permet de vérifier l'exactitude du tracé):
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr></table>(on choisit les points assez éloignés pour plus de précision du tracé).
La droite passe par les points de coordonnées (0 ; 2) et (3 ; 4) , elle passe aussi par le point de coordonnées (6 ; 6).

</td></tr>
</table>

VERIFIER QU'UN POINT EST SUR UNE DROITE

<table>
<tr><th>EXEMPLE</th><th>SOLUTION</th></tr>
<tr><td>La droite (D) a pour équation
$y = \frac{1}{2}x + 1.$
Les points A $(3 ; \frac{5}{2})$ et
B $(2 ; \frac{3}{2})$ appartiennent-ils à la droite (D) ?</td><td>A a pour coordonnées $(3 ; \frac{5}{2})$
$\frac{1}{2}x_A + 1 = \frac{1}{2} \times 3 + 1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} = y_A$
Les coordonnées de A vérifient l'équation de (D) alors A appartient à la droite (D).

B a pour coordonnées $(2 ; \frac{3}{2})$
$\frac{1}{2}x_B + 1 = \frac{1}{2} \times 2 + 1 = 1 + 1 = 2 \neq y_B$
Les coordonnées de B ne vérifient pas l'équation de (D) alors B n'appartient pas à la droite (D).</td></tr>
</table>

DETERMINATION GRAPHIQUE DE L'EQUATION D'UNE DROITE

EXEMPLES	SOLUTIONS
	<u>Lecture du coefficient directeur a</u> : on choisit deux points A et B sur la droite (d). Pour aller du point A au point B en suivant le quadrillage, on avance de 5 unités et on monte de 2 unités. Le coefficient directeur est $a = \frac{2}{5}$. <u>Lecture de b</u> : la droite (d) coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée -1 donc b = - 1. L'équation de la droite (d) est $y = \frac{2}{5}x - 1$.
	<u>Lecture du coefficient directeur a</u> : pour aller du point A au point B en suivant le quadrillage, on avance de 6 unités horizontalement et on descend de 2 unités verticalement, le coefficient directeur est négatif. Le coefficient directeur est $a = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$ <u>Lecture de b</u> : la droite (d) coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 2 donc b = 2. L'équation de la droite (d) est $y = -\frac{1}{3}x + 2$.
	<u>Lecture du coefficient directeur a</u> : pour aller du point O au point B en suivant le quadrillage on avance de 1 unité et on monte de 3 unités. Le coefficient directeur est $a = \frac{3}{1} = 3$ <u>Lecture de b</u> : la droite (d) passe par l'origine O du repère donc b = 0. L'équation de la droite (d) est $y = 3x$.
	**La droite (d) est parallèle à l'axe(Ox)**, son coefficient directeur est nul. L'équation de (d) est de la forme $y = b$. La droite (d) coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 4 donc b = 4. L'équation de la droite (d) est $y = 4$
	**La droite (d) est parallèle à l'axe (Oy),** son équation est de la forme $x = c$. Tous les points de (d) ont pour abscisse 3. L'équation de la droite (d) est $x = 3$

DETERMINATION DE L'EQUATION D'UNE DROITE PAR LE CALCUL

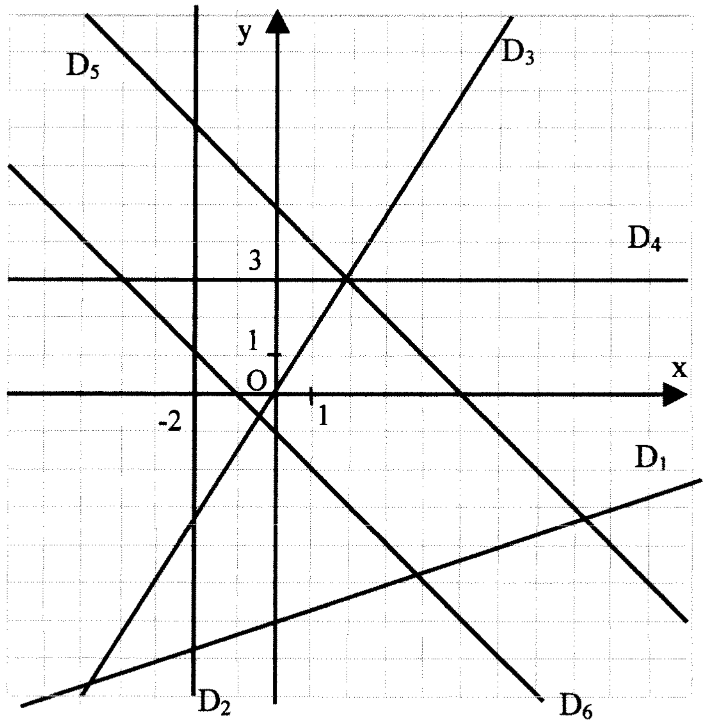
Une droite a une équation de la forme $y = ax + b$ ou $y = b$ ou $x = c$.

EXEMPLES	SOLUTIONS
Déterminer l'équation de la droite (AB) lorsque A et B ont pour coordonnées A (- 2 ; 3) et B (4 ; - 1).	Les points A et B ont des abscisses différentes, la droite (AB) a une équation de la forme $y = ax + b$ <u>calcul de a</u> : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1-3}{4-(-2)} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$ l'équation de la droite (AB) est $y = -\frac{2}{3}x + b$ <u>calcul de b</u> : A (- 2 ; 3) est un point de (AB),les coordonnées de A vérifient l'équation de la droite (AB), donc $3 = -\frac{2}{3}(-2) + b$ $3 = \frac{4}{3} + b$ $b = 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$ La droite (AB) a pour équation $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$.
Déterminer l'équation de la droite (AB) lorsque A et B ont pour coordonnées : A (2 ; - 3) et B (2 ; 5).	Les points A et B ont la même abscisse 2. L'équation de la droite (AB) est de la forme $x = c$. La droite (AB) a pour équation $x = 2$.
Déterminer l'équation de la droite (AB) lorsque A et B ont pour coordonnées : A (5 ; 4) et B (- 3 ; 4).	Les points A et B ont la même ordonnée 4. Dans ce cas le coefficient directeur est nul. L'équation de la droite (AB) est de la forme $y = b$. La droite (AB) a pour équation $y = 4$.
Trouver l'équation de la droite (D) passant par A (- 3 ; 5) et de coefficient directeur 4.	La droite (D) a une équation de la forme $y = 4x + b$ <u>calcul de b</u> : A (- 3 ; 5) est un point de (D), les coordonnées de A vérifient l'équation de la droite (D) donc $5 = 4(-3) + b$ $5 = -12 + b$ $b = 17$ La droite (AB) a pour équation $y = 4x + 17$.

EQUATION DE DROITES - EXERCICES

EXERCICE 1

Lire graphiquement l'équation des droites tracées :



EXERCICE 2

On donne les points A (- 3 ; 4), B (- 2 ; 0), C (2 ; 4), E (2 ; - 4) et F (5 ; 0).
Ecrire les équations des droites (AB) , (AC) , (EC) , (EF).
Tracer ces droites.

EXERCICE 3

On considère un repère (O, I, J). Placer les points A (4 ; 1) et B (- 6 ; - 4).
Trouver une équation de la droite (AB).
H est le point de coordonnées (2 ; 0), E est le point de coordonnées (1 ;-1), les points H et E appartiennent-ils à la droite (AB) ?

EXERCICE 4

Dans un repère (O, I, J), placer les points A (- 3 ; 5) et B (3 ; 8).
1) Déterminer l'équation de la droite (AB).
2) La droite (Δ) a pour équation y = - 2x - 1. Justifier qu'elle passe par A.
3) Tracer les deux droites.
4) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (AB) et de la droite (Δ) avec les axes. Contrôler les résultats sur le graphique.

POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES

Deux droites (d) et (d') ont pour équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$. Si les droites (d) et (d') sont **parallèles**, alors elles ont le **même coefficient directeur** ($a = a'$). Si les droites (d) et (d') ont **le même coefficient** directeur ($a = a'$), alors les droites sont **parallèles**.
Dans un repère orthonormal (axes perpendiculaires avec la même unité), les deux droites (d) et (d') ont pour équations respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$. Si (d) et (d') sont perpendiculaires, alors le produit de leurs coefficients directeurs est égal à -1. Si le produit des coefficients directeurs de (d) et (d') est égal à - 1, alors les droites sont perpendiculaires.

EXEMPLES	SOLUTIONS
Trouver l'équation de la droite (D) passant par le point A (3 ; - 5) et parallèle à la droite (D') d'équation $y = -2x + 5$.	(D) et (D') sont parallèles donc elles ont le même coefficient directeur - 2. (D) a une équation de la forme $y = -2x + b$ A (3 ; - 5) est un point de (D) alors ses coordonnées vérifient l'équation de (D) : $-5 = -2 \times 3 + b$ $-5 = -6 + b$ donc $b = 1$. (D) a pour équation $y = -2x + 1$.
Dans un repère orthonormal, la droite (D') a pour équation $y = -\frac{1}{2}x - 3$. Trouver l'équation de la droite (D) passant par le point A (3 ; 1) et perpendiculaire à la droite (D').	(D) a une équation de la forme $y = ax + b$. (D) et (D') sont perpendiculaires donc le produit de leurs coefficients directeurs est égal à - 1 $-\frac{1}{2} \times a = -1$ donc $a = 2$ (D) a une équation de la forme $y = 2x + b$. A (3 ; 1) est un point de (D) alors ses coordonnées vérifient l'équation de (D) : $1 = 2 \times 3 + b$ donc $b = -5$ (D) a pour équation $y = 2x - 5$.

POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES - EXERCICES

EXERCICE 1

Tracer dans un repère orthonormal (O , I , J) la droite (D) d'équation $y = -3x$ et la droite (D') qui passe par le point B (1 ; 2) et qui est parallèle à la droite (D). Déterminer l'équation de (D').

EXERCICE 2

Dans la plan muni d'un repère orthonormal, placer les points A (1 ; 3), B (0 ; 5) et C (- 2 ; - 1).

1) Déterminer une équation de la droite (d) passant par A et de coefficient directeur (- 2). Vérifier que le point B appartient à (d) et tracer (d).

2) Soit (d') la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x$. Montrer que (d) et (d') sont perpendiculaires. Vérifier que le point C appartient à (d') et tracer (d').

EXERCICE 3

On donne les points A (7 ; 7), B (- 1 ; 1) et C (6 ; 0) dans un repère orthonormal. Faire une figure. Ecrire l'équation de la droite (AB). En déduire l'équation de la hauteur issue de C du triangle ABC, puis l'équation de la parallèle à (AB) passant par C.

INTERSECTION DE DROITES

COORDONNEES DU POINT D'INTERSECTION DE DEUX DROITES

EXEMPLES	SOLUTIONS
(D) est la droite d'équation $y=-\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}$ et (D') la droite d'équation $y=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}x$. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (D) et (D') s'il existe.	On regarde d'abord si les droites sont parallèles, c'est à dire si elles ont le même coefficient directeur. L'équation de (D') est : $y=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}x$ donc $y=-\frac{2}{5}x+\frac{1}{5}$ (D) et (D') ont le même coefficient directeur $-\frac{2}{5}$ mais n'ont pas la même ordonnée à l'origine, les droites sont strictement parallèles donc il n'existe pas de point d'intersection.
(D) et (D') sont les droites d'équations respectives : $y=-2x+5$ et $y=7x-3$. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection A.	Les coordonnées du point A commun aux deux droites vérifient les deux équations de ces droites : $\begin{cases}y=-2x+5\\y=7x-3\end{cases}$ donc $\begin{cases}y=-2x+5\\-2x+5=7x-3\end{cases}$ $\begin{cases}y=-2x+5\\5+3=7x+2x\end{cases}$ donc $\begin{cases}y=-2x+5\\8=9x\end{cases}$ $\begin{cases}y=-2x+5\\x=\frac{8}{9}\end{cases}$ $\begin{cases}y=-2\times\frac{8}{9}+5=\frac{29}{9}\\x=\frac{8}{9}\end{cases}$ alors A a pour coordonnées $\left(\frac{8}{9};\frac{29}{9}\right)$.

INTERSECTION D'UNE DROITE AVEC LES AXES

EXEMPLES	SOLUTIONS
(D) est la droite d'équation $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{4}$. Déterminer les coordonnées du point A, intersection de la droite (D) avec l'axe des abscisses.	L'axe des abscisses a pour équation y = 0, alors le point A a pour ordonnée 0. Le point A est sur (D). Les coordonnées du point A vérifient : $\begin{cases}y=0\\y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{4}\end{cases}$ $\begin{cases}y=0\\\frac{1}{2}x+\frac{7}{4}=0\end{cases}$ $\begin{cases}y=0\\\frac{1}{2}x=-\frac{7}{4}\end{cases}$ $\begin{cases}y=0\\x=-\frac{7}{4}\times 2=-\frac{7}{2}\end{cases}$ alors A a pour coordonnées $\left(-\frac{7}{2};0\right)$.
(D) est la droite d'équation $y=-\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}$. Déterminer les coordonnées du point B, intersection de la droite (D) avec l'axe des ordonnées.	L'axe des ordonnées a pour équation x = 0, alors le point B a pour abscisse 0. Le point B est sur (D). Les coordonnées du point B vérifient : $\begin{cases}x=0\\y=-\frac{5}{3}x+\frac{4}{3}\end{cases}$ $\begin{cases}x=0\\y=-\frac{5}{3}\times 0+\frac{4}{3}=\frac{4}{3}\end{cases}$ alors B a pour coordonnées $\left(0;\frac{4}{3}\right)$.

INTERSECTION DE DROITES - EXERCICES

EXERCICE 1

Dans un repère (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$ et la droite (D') d'équation $y = -x - 2$.

1) Déterminer les coordonnées des points d'intersection A et B de la droite (D) avec l'axe des abscisses et avec l'axe des ordonnées.
2) Déterminer les coordonnées du point d'intersection E des droites (D) et (D').
3) Construire les droites (D) et (D'), contrôler les résultats des questions précédentes.

EXERCICE 2

Dans un repère (O, I, J) placer les points A (- 6 ; 4), B (2 ; - 2) et C (10 ; 7).
Déterminer l'équation de la médiane issue de A du triangle ABC, puis celle de la médiane issue de C.
Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC.

EXERCICE 3

Dans un repère (O, I, J) orthonormal, placer les points A (9 ; - 5), B (3 ; 2) et C (- 3 ; - 1).
Calculer les coefficients directeurs des droites (AC) et (BC).
Déterminer les équations des hauteurs issues respectivement de A et de B du triangle ABC.
Calculer les coordonnées de l'orthocentre de ce triangle.

EXERCICE 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, placer les points A (- 3 ; 2), B (6 ; 5) et C (2 ; 3).
Calculer les coordonnées du milieu M de [BC] et du milieu N de [AC].
Déterminer l'équation de la médiatrice de [BC] puis l'équation de la médiatrice de [AC].
Ces deux droites se coupent en S. Calculer les coordonnées de S.

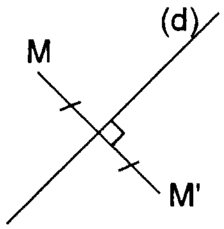
EXERCICE 5

Dans un repère orthonormal (O, I, J) on considère la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 2$ et le point A (3 ; 1). Déterminer l'équation de la droite (D') perpendiculaire à la droite (D) et passant par A.
(D') coupe (D) en M. Calculer les coordonnées du point M.

TRANSFORMATIONS

Symétrie axiale

" on fait un pliage"



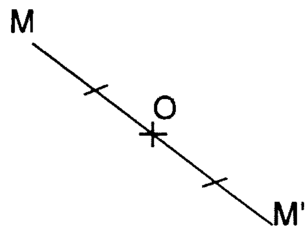
(d) est une droite donnée.
M' est l'image de M par la symétrie axiale d'axe (d) signifie que la droite (d) est la médiatrice de [MM'].

On dit que M et M' sont symétriques par rapport à la droite (d).

Remarque: lorsque N est sur (d), N et son symétrique N' sont confondus.

Symétrie centrale

" on fait un demi-tour "



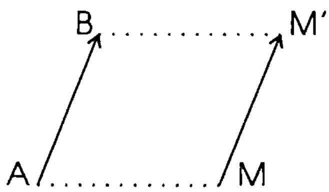
O est un point donné.
M' est l'image de M par la symétrie de centre O signifie que O est le milieu du segment [MM'].

On dit que M et M' sont symétriques par rapport au point O.

Remarque: le centre O de la symétrie et son symétrique O' sont confondus.

Translation

" on fait glisser "

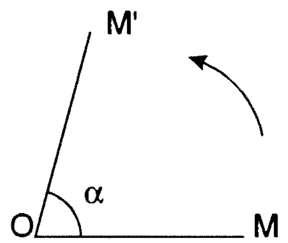


A et B sont deux points donnés.
M' est l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ signifie que ABM'M est un parallélogramme.

On peut écrire : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

Rotation

" on fait tourner "



Le point O et la mesure α sont donnés.
M' est l'image de M par la rotation de centre O et d'angle α (dans le sens inverse des aiguilles d'une montre) signifie que :

$$OM = OM' \text{ et } \widehat{MOM'} = \alpha$$

Remarque: le centre O de la rotation et son image par la rotation de centre O sont confondus.

Propriétés

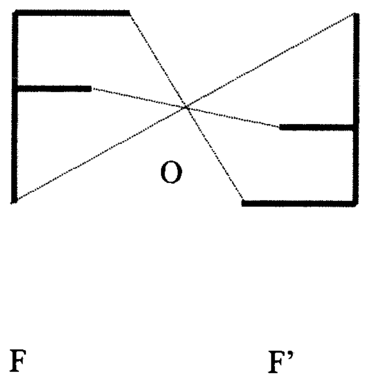
Dans ces quatre transformations, une figure F et son image F' sont superposables, elles ont les mêmes dimensions.

A' est l'image de A et B' est l'image de B par la transformation.

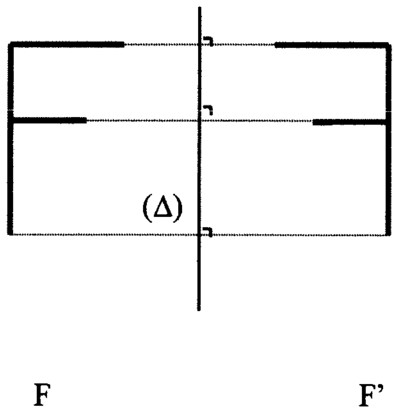
L'image d'une droite est une droite : (AB) a pour image (A'B').
L'image d'un segment est un segment de même longueur : AB = A'B'.
L'image d'un cercle est un cercle de même rayon : r = r'.

L'image d'un angle est un angle de même mesure : $\widehat{FEG} = \widehat{F'E'G'}$.
Les images de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.
Les images de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires.

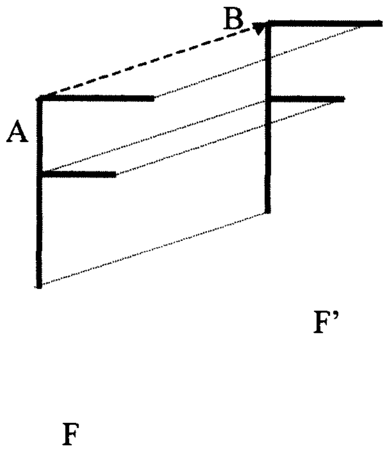
EXEMPLES d'image d'une figure



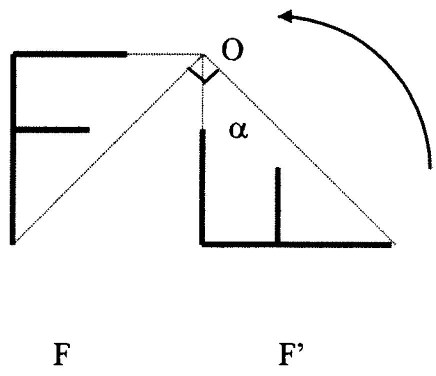
F a pour image F' dans la symétrie par rapport à O.



F a pour image F' dans la symétrie orthogonale d'axe (Δ).



F a pour image F' dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

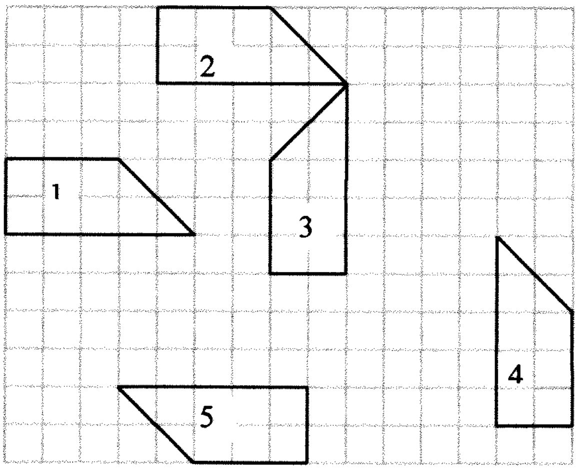


F a pour image F' dans la rotation de centre O, d'angle $\alpha = 90°$ et de sens direct.

TRANSFORMATIONS - EXERCICES

EXERCICE 1

Reproduire les figures ci-dessous sur du papier quadrillé.



Trouver la transformation permettant de passer :

- de 1 à 2 ;
- de 2 à 5 ;
- de 2 à 4 ;
- de 1 à 5 ;
- de 2 à 3.

Faire apparaître sur la figure les éléments qui définissent chaque transformation.

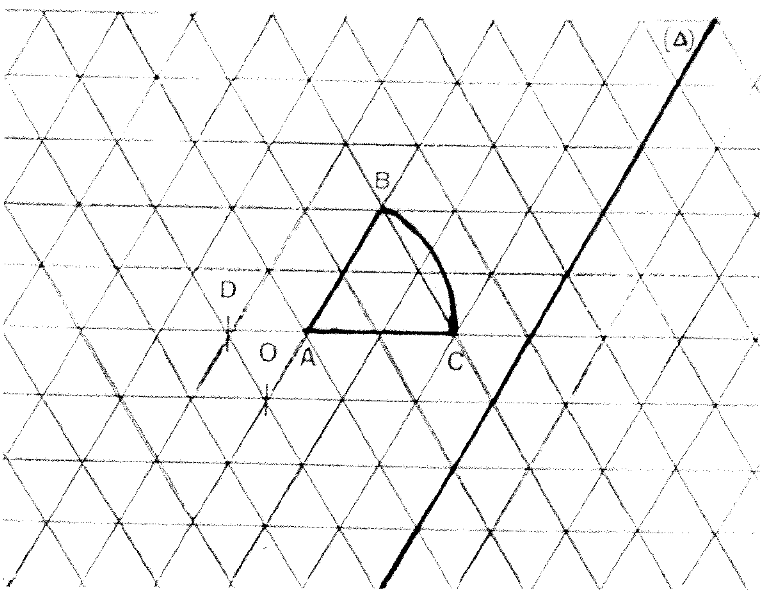
EXERCICE 2

Sur la figure ci-après, en utilisant uniquement le quadrillage :

1) Construire en bleu l'image A'B'C' de ABC par la symétrie d'axe (Δ).

2) Construire en vert l'image $A_1B_1C_1$ de ABC par la symétrie centrale de centre O.

3) Construire en rouge l'image $A_2B_2C_2$ de ABC par la rotation de centre D, d'angle 120°, pris dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.



EXERCICE 3

Tracer une droite (d) ; placer un point I sur (d) et un point O à l'extérieur de (d). Construire l'image de la droite (d) par

a) la symétrie d'axe (OI).

b) la rotation de sens direct, de centre O et d'angle 90°.

c) la rotation de sens direct, de centre I et d'angle 90°.

d) la symétrie de centre I.

e) la symétrie de centre O.

f) la translation de vecteur $\overrightarrow{OI}$.

g) la translation de vecteur $\overrightarrow{IO}$.

EXERCICE 4

1) Tracer un parallélogramme ABCD de centre O. Tracer une droite (Δ) passant par O ; appeler M son point d'intersection avec la droite (AB) et N son point d'intersection avec la droite (DC).

2) Démontrer que le point O est le milieu du segment [MN] en utilisant la symétrie de centre O.

EXERCICE 5

On considère un triangle quelconque ABC et on désigne par H le projeté orthogonal de A sur la droite (BC).

1) Construire les symétriques D et E du point H par rapport aux droites (AB) et (AC).

2) Montrer que AE = AH = AD.

En déduire que les points D et E sont sur le cercle de centre A, de rayon AH. Montrer que la droite (BC) est tangent à ce cercle en H.

EXERCICE 6

Tracer un triangle ABC, isocèle en A, puis construire les points D et E, images des points A et B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.

Montrer que le triangle EBD est isocèle.

EXERCICE 7

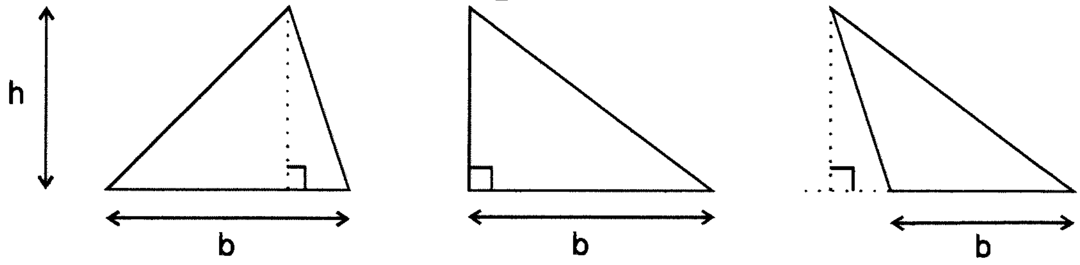
Tracer un triangle ABC rectangle en A tel que : $\widehat{ABC} = 30°$ et BC = 6 cm.

Construire le point D, image de C par la rotation directe de centre B et d'angle 60°.

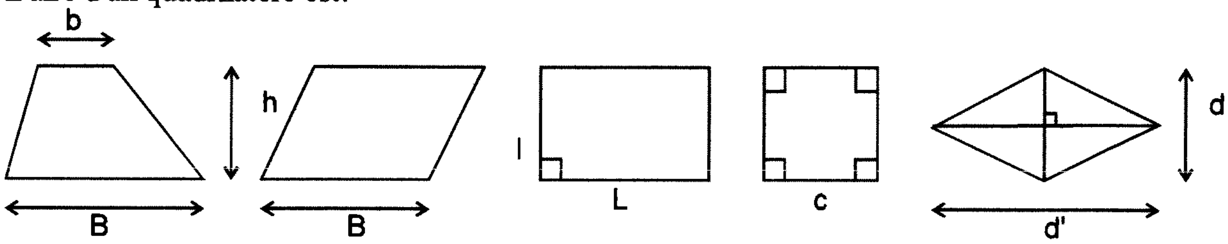
Quelles sont les particularités des triangles BCD et ABD ? Justifier.

CALCULS D'AIRES

L'aire d'un triangle est: $\dfrac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \dfrac{b \times h}{2}$

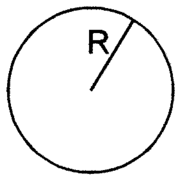


L'aire d'un quadrilatère est:

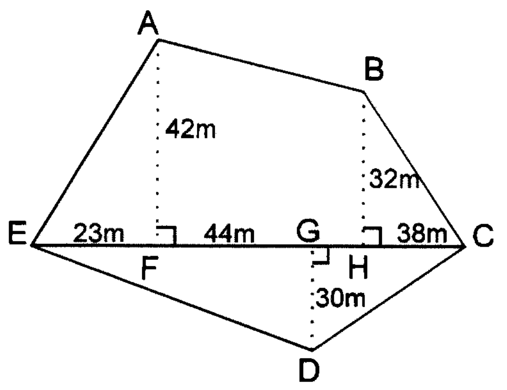


trapèze	parallélogramme	rectangle	carré	losange
$\dfrac{(B+b) \times h}{2}$	$B \times h$	$L \times l$	c^2	$\dfrac{d \times d'}{2}$

Le périmètre d'un cercle de rayon R est $2\pi R$.
L'aire d'un disque de rayon R est πR^2.



PROBLEME	SOLUTION
Calculer l'aire du terrain ABCDE.	Le terrain ABCDE se décompose en deux triangles rectangles AFE et BHC, un triangle EDC et un trapèze ABHF.



Aire de AFE $= \dfrac{23 \times 42}{2} = 483 \text{ m}^2$

Aire de BHC $= \dfrac{32 \times 38}{2} = 608 \text{ m}^2$

Aire de EDC $= \dfrac{(23+44+38) \times 30}{2} = 1575 \text{ m}^2$

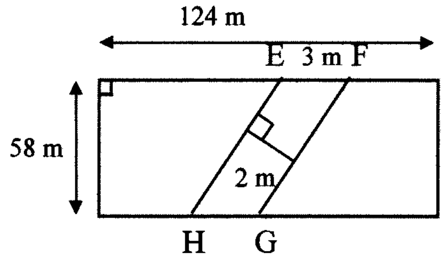
Aire de ABHF $= \dfrac{(42+32) \times 44}{2} = 1628 \text{ m}^2$

L'aire du terrain est
$483 + 608 + 1575 + 1628 = 4294 \text{ m}^2$.

CALCULS D'AIRES - EXERCICES

EXERCICE 1
La figure ci-dessous représente un terrain rectangulaire traversé par un chemin dont les bords sont parallèles :
a) Calculer l'aire du parallélogramme EFGH.

b) Calculer la longueur EH.



EXERCICE 2
a) Construire un rectangle ABCD tel que AB = 6 cm et AD = 4 cm.
Placer le point E du segment [AD] et le point F du segment [DC] tels que :

$$AE = \frac{1}{4}AD \ ; \ DF = \frac{1}{3}DC.$$

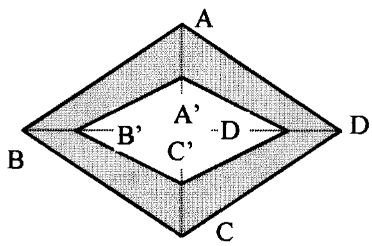
Tracer les segments [EF] et [EC].
b) Calculer DE et FC. En déduire l'aire du triangle EFC.
c) Calculer EF et EC. En déduire le périmètre du triangle EFC.

EXERCICE 3
Un triangle a pour aire 9,6 cm^2. Deux de ses côtés mesurent 4 cm et 6,4 cm.
a) Calculer les hauteurs relatives à ces côtés.
b) Construire un tel triangle.

EXERCICE 4
Sur la figure ci-contre, ABCD est un losange ;
AB = 2,4 cm ; BD = 6,6 cm. A', C' sont les points de [AC], B', D' les points de [BD] tels que :

$$AA' = CC' = \frac{1}{4}AC \ ; \ BB' = DD' = \frac{1}{6}BD.$$

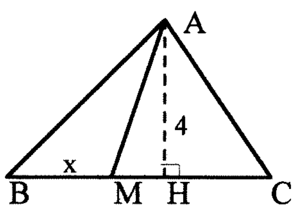
Calculer l'aire de la surface grisée.



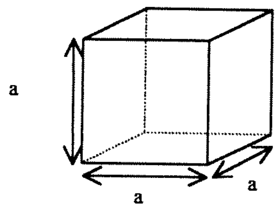
EXERCICE 5
Calculer l'aire d'un carré ABCD dans chacun des cas suivants :
a) AB = 6 cm. b) AC = 10 cm

EXERCICE 6
Un champ triangulaire a 410 m de base et 225 m de hauteur. Il est partagé en deux parcelles ; l'une a 36 ares de plus que l'autre (1 a = 100 m^2). Calculer l'aire des deux parcelles.

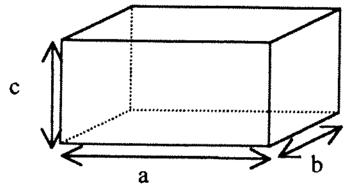
EXERCICE 7
On considère un triangle ABC et H le pied de la hauteur issue de A. M est un point du segment [BC]. On donne AH = 4, BC = 7 et BM = x.
Calculer l'aire du triangle ABM et l'aire du triangle ACM en fonction de x.



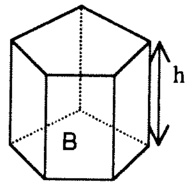
CALCUL DE VOLUMES



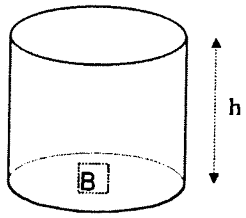
Un cube
a est l'arête du cube
Volume = a^3



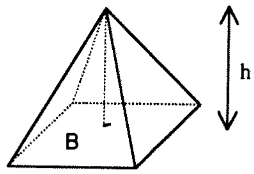
Un parallélépipède rectangle
a est la longueur, b la largeur,
c la hauteur
Volume = $a \times b \times c$



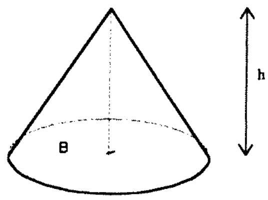
Un prisme
B est la base, h la hauteur.
Volume = aire $B \times h$



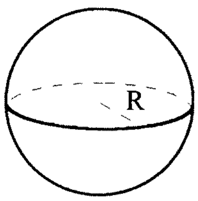
Un cylindre
B est la base, h la hauteur.
Volume = aire $B \times h$



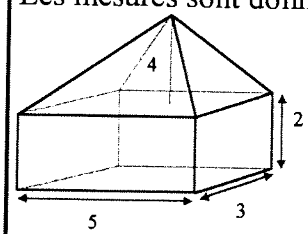
Une pyramide
B est la base, h la hauteur.
Volume = $\frac{1}{3}$ aire $B \times h$



Un cône
B est la base, h la hauteur.
Volume = $\frac{1}{3}$ aire $B \times h$



Une sphère
R est le rayon
Volume = $\frac{4}{3}\pi R^3$

EXEMPLE	SOLUTION
Calculer le volume du solide dessiné ci-dessous : Les mesures sont données en cm. 	Volume du parallélépipède : $5 \times 3 \times 2 = 30\ cm^3$ Volume de la pyramide : $\frac{1}{3} \times 5 \times 3 \times 4 = 20 cm^3$ Volume du solide : $30+20 = 50\ cm^3$

CALCUL DE VOLUMES - EXERCICES

EXERCICE 1

Un triangle a un côté de 5 cm et la hauteur relative à ce côté mesure 4 cm. Ce triangle est la base d'une pyramide de 6 cm de hauteur. Calculer le volume de cette pyramide.

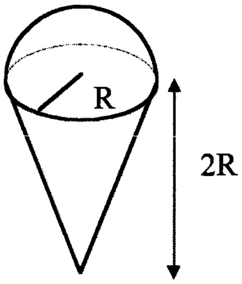
EXERCICE 2

Une pyramide régulière à base carrée* a un volume de 1,2 L et une hauteur de 15 cm. Calculer en cm la longueur du côté de sa base. (* Voir Guide page 131).

EXERCICE 3

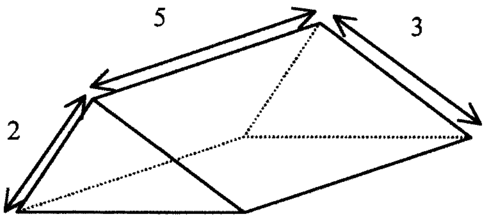
Un verre conique contient un quart de litre. Quelle est sa profondeur, au mm près, sachant qu'il a un diamètre de 8 cm.

EXERCICE 4



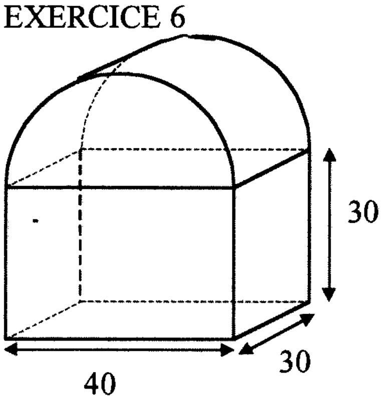
Le bouchon est composé d'un cône surmonté d'une demi-sphère. Calculer en fonction de R le volume de ce bouchon.

EXERCICE 5



Calculer le volume du prisme dessiné ci-contre dont les mesures sont données en cm.

EXERCICE 6

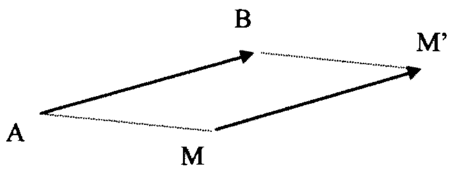
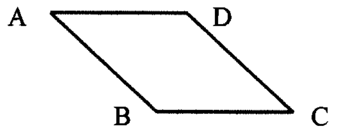
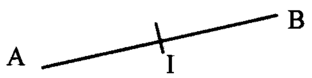


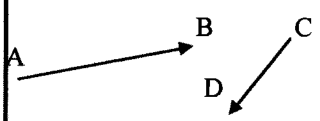
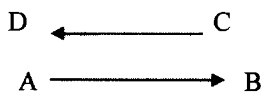
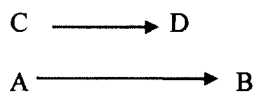
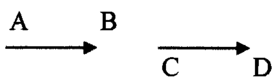
Une borne est composée d'un parallélépipède rectangle et d'un demi-cylindre. Calculer à 1 cm^3 près le volume de cette borne.

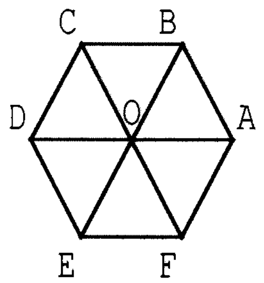
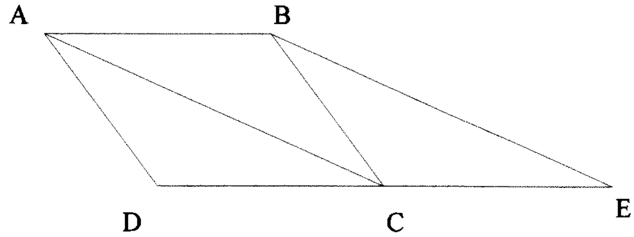
EXERCICE 7

Calculer le volume, à 1 cm^3 près, d'une sphère de 12,5 m de rayon.

LES VECTEURS

	Le point M a pour image le point M' par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ signifie que • ABM'M est un parallélogramme. • *Les droites (AB) et (MM') sont parallèles (elles ont la même direction). * Les demi-droites [AB) et [MM') ont le même sens. * Les segments [AB] et [MM'] ont la même longueur : AB = MM'. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MM'}$ sont égaux : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$.
	Deux points A et B définissent le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le vecteur $\overrightarrow{BA}$. Le point A est l'origine de $\overrightarrow{AB}$, le point B est l'extrémité. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ ont la même direction, la même longueur et sont de sens contraire.
	Egalité vectorielle et parallélogramme : Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.... Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ (ou $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$) alors ABCD est un parallélogramme.
	Cas particuliers : • $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{0}$ (vecteur nul). • Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$ alors A = B.
	Si I est le milieu du segment [AB] alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$. Si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ alors I est le milieu du segment [AB].

			
Les vecteurs n'ont pas la même direction (les droites ne sont pas parallèles) ; les vecteurs ne sont pas égaux. $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$	Les vecteurs ont la même direction, mais n'ont pas le même sens ; les vecteurs ne sont pas égaux. $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$	Les vecteurs ont la même direction, ont le même sens, mais n'ont pas la même longueur; les vecteurs ne sont pas égaux. $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$	Les vecteurs ont la même direction , ont le même sens et ont la même longueur ; les vecteurs sont égaux. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

EXEMPLES	SOLUTIONS
ABCDEF est un hexagone régulier de centre O. 1) Faire la figure. 2) Citer quatre parallélogrammes de la figure. 3) Citer tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{EO}$, $\overrightarrow{OD}$.	 2) ABCO, AOEF, CBOD, DOFE sont des parallélogrammes. 3) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FO}$; $\overrightarrow{EO} = \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FE}$.
ABCD est un parallélogramme. 1. Construire le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$. 2. Démontrer que le point C est le milieu du segment [DE].	 On sait que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$. En utilisant la propriété de l'égalité vectorielle et du parallélogramme, on en déduit que ABEC est un parallélogramme. Donc on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$, De plus on sait que ABCD est un parallélogramme, on en déduit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. On a donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$. De l'égalité $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$, on peut en déduire que C est le milieu de [DE].

LES VECTEURS - EXERCICES

EXERCICE 1 ABCD est un carré de centre O.

1) Citer un vecteur égal à $\overrightarrow{CB}$.

2) Citer un vecteur de même direction , de sens contraire et de même longueur que $\overrightarrow{AO}$.

3) Citer un vecteur de même direction , de même sens que $\overrightarrow{AO}$ mais de longueur différente.

4) Citer deux vecteurs de directions différentes.

EXERCICE 2 ABC est un triangle. Construire les points D, E, F et G tels que

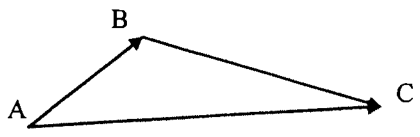
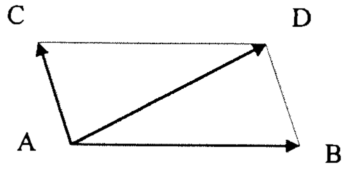
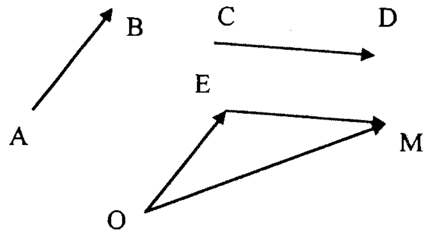
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{BC}$.

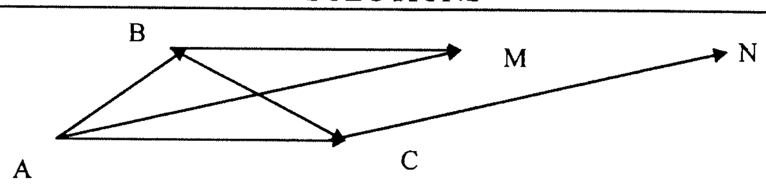
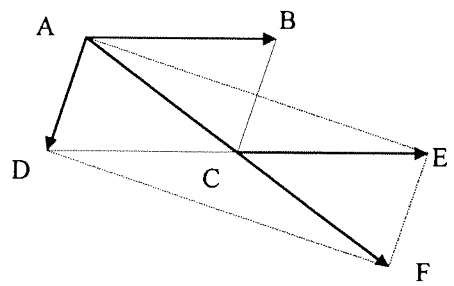
EXERCICE 3 ABC est un triangle. Construire les points D, E et F tels que

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BC}$.

Démontrer que EFBD est un parallélogramme.

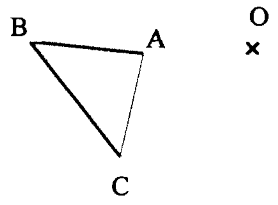
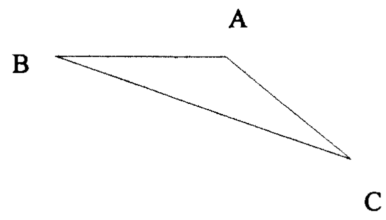
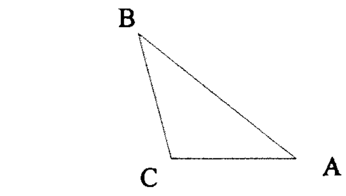
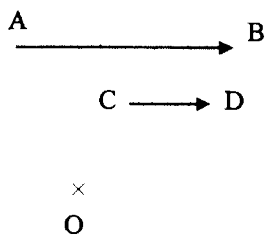
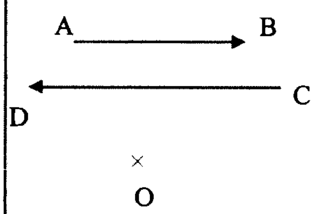
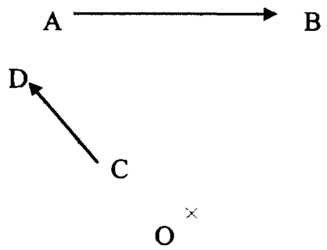
SOMME DE VECTEURS

	La somme de deux vecteurs est un vecteur. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (**relation de Chasles**). Première **méthode de construction** de la somme de deux vecteurs : *Lorsque l'extrémité du premier vecteur est confondue avec l'origine du second.*
	Règle du parallélogramme : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ où ABDC est un parallélogramme. Deuxième **méthode de construction** de la somme de deux vecteurs : *Lorsque les deux vecteurs ont la même origine.*
	Somme de deux vecteurs dans le cas général : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont deux vecteurs quelconques. O est un point du plan. Pour construire la somme $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$ à partir du point O : *On construit le point E tel que* $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{AB}$ *, on construit ensuite le point M tel que* $\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{CD}$ *. On a alors* $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{EM}=\overrightarrow{OM}$

EXEMPLES	SOLUTIONS
A, B et C sont trois points donnés, construire les points M et N tels que 1. $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ 2. $\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$	 Remarques : • $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ donc on construit le point M tel que $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AC}$. ABMC est un parallélogramme. • $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AM}$ (règle du parallélogramme) donc on construit le point N tel que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{CN}$.
ABCD est un parallélogramme, le point E vérifie $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CE}$ et le point F vérifie $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$. 1. Faire la figure. 2. Démontrer que C est le milieu de [AF].	 ABCD est un parallélogramme $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, or $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CE}$ donc $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{CE}$. On en déduit que C est le milieu de [DE]. Le point F vérifie $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$. Donc AEFD est un parallélogramme. Ses diagonales [AF] et [DE] ont le même milieu. Donc C est le milieu de [AF].

SOMME DE VECTEURS   EXERCICES

EXERCICE 1 Construire dans chaque cas le point M tel que

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ 	$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ 	$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ 
$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ 	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ 	$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ 

EXERCICE 2 ABCD est un parallélogramme de centre O. Compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{DA} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{OB} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \ldots\ldots$

$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AO} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \ldots\ldots$; $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{DC} = \ldots\ldots$

EXERCICE 3 ABCD est un parallélogramme de centre O. Compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AD} + \ldots\ldots = \overrightarrow{AC}$; $\ldots\ldots + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DA}$; $\overrightarrow{CB} + \ldots\ldots = \overrightarrow{DB}$; $\overrightarrow{OB} + \ldots\ldots = \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{BO} + \ldots\ldots = \overrightarrow{OA}$.

EXERCICE 4 A, D et C sont trois points non alignés.

Construire le point B tel que $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB}$.
La parallèle à (AC) passant par B coupe (AD) en E et (DC) en F.

1. Démontrer que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$ et que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}$. Que peut-on en déduire pour le point B ?
2. O est le point d'intersection des diagonales de ABCD, O' est le symétrique de O par rapport à B.

   Démontrer que $\overrightarrow{EO'} = \overrightarrow{OF}$.

EXERCICE 5 ABCD est un quadrilatère.

1. Construire les points F et E tel que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$.
2. En déduire la nature des quadrilatères ABFD et ACFE.
3. Que peut-on dire de la nature du quadrilatère BCDE ? Justifier.

VECTEUR ET COORDONNEES

O, I et J sont trois points non alignés.
(O, I, J) est un **repère** du plan.
Le point A a pour **coordonnées** $(x_A ; y_A)$.
x_A est l'**abscisse** du point A.
y_A est l'**ordonnée** du point A.
Le point B a pour coordonnées $(x_B ; y_B)$.

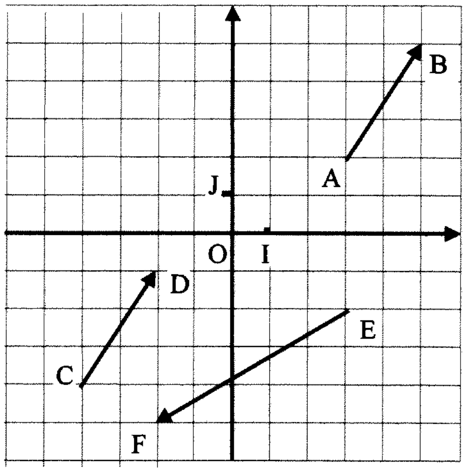
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour **coordonnées** $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$.

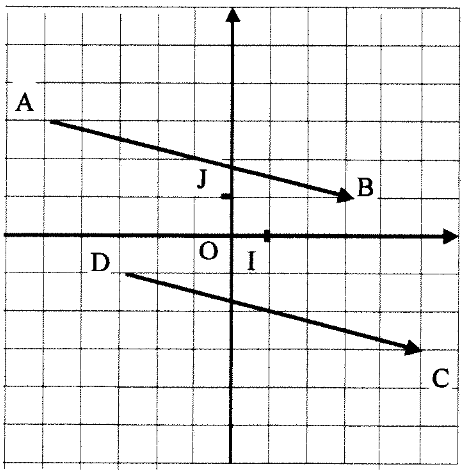
Deux vecteurs égaux ont les mêmes coordonnées.

Sur la figure, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont pour coordonnées (2 ; 3).
Pour aller de A vers B, on avance de 2 et on monte de 3.

$\overrightarrow{EF}$ a pour coordonnées (- 5 ; - 3).
Pour aller de E vers F, on recule de 5 et on descend de 3.



EXEMPLES	SOLUTIONS
On considère les points A (-5 ; 3), B(3 ; 1) et C(5 ; -3) du plan muni du repère (O, I, J). 1. Faire la figure. 2. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$. 3. Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. 	1. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$. Donc le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (3-(-5) ; 1-3) = (8 ; -2). 2. ABCD est un parallélogramme lorsque $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (8 ; -2). Appelons (x ; y) les coordonnées du point D. $\overrightarrow{DC}$ a pour coordonnées (5 - x ; -3 - y). On doit avoir 5 - x = 8 et -3 - y = -2. Donc x = -3 et y = -1. Les coordonnées du point D sont (-3 ; -1).

GUIDE

LES NOMBRES

LES NOMBRES ENTIERS NATURELS

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
zéro	un	deux	trois	quatre	cinq	six	sept	huit	neuf

Les nombres s'écrivent avec les **chiffres** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

10 : dix	20 : vingt	30 : trente	40 : quarante
11 : onze	21 : vingt et un	31 : trente et un	41 : quarante et un
12 : douze	22 : vingt-deux	32 : trente-deux	42 : quarante-deux
13 : treize	23 : vingt-trois	33 : trente-trois	43 : quarante-trois
14 : quatorze	24 : vingt-quatre	34 : trente-quatre	44 : quarante-quatre
15 : quinze	25 : vingt-cinq	35 : trente-cinq	45 : quarante-cinq
16 : seize	26 : vingt-six	36 : trente-six	46 : quarante-six
17 : dix-sept	27 : vingt-sept	37 : trente-sept	47 : quarante-sept
18 : dix-huit	28 : vingt-huit	38 : trente-huit	48 : quarante-huit
19 : dix-neuf	29 : vingt-neuf	39 : trente-neuf	49 : quarante-neuf

50 : cinquante	60 : soixante	70 : soixante-dix
51 : cinquante et un	61 : soixante et un	71 : soixante et onze
52 : cinquante-deux	62 : soixante-deux	72 : soixante-douze
53 : cinquante-trois	63 : soixante-trois	73 : soixante-treize
54 : cinquante-quatre	64 : soixante-quatre	74 : soixante-quatorze
55 : cinquante-cinq	65 : soixante-cinq	75 : soixante-quinze
56 : cinquante-six	66 : soixante-six	76 : soixante-seize
57 : cinquante-sept	67 : soixante-sept	77 : soixante-dix-sept
58 : cinquante-huit	68 : soixante-huit	78 : soixante-dix-huit
59 : cinquante-neuf	69 : soixante-neuf	79 : soixante-dix-neuf

80 : quatre-vingts	90 : quatre-vingt-dix	100 : cent
81 : quatre-vingt-un	91 : quatre-vingt-onze	200 : deux cents
82 : quatre-vingt-deux	92 : quatre-vingt-douze	300 : trois cents
83 : quatre-vingt-trois	93 : quatre-vingt-treize	400 : quatre cents
84 : quatre-vingt-quatre	94 : quatre-vingt-quatorze	500 : cinq cents
85 : quatre-vingt-cinq	95 : quatre-vingt-quinze	600 : six cents
86 : quatre-vingt-six	96 : quatre-vingt-seize	700 : sept cents
87 : quatre-vingt-sept	97 : quatre-vingt-dix-sept	800 : huit cents
88 : quatre-vingt-huit	98 : quatre-vingt-dix-huit	900 : neuf cents
89 : quatre-vingt-neuf	99 : quatre-vingt-dix-neuf	

1 000 : mille
10 000 : dix mille
100 000 : cent mille
1 000 000 : un million
10 000 000 : dix millions
100 000 000 : cent millions
1 000 000 000 : un milliard

On lit:
147 : cent quarante-sept
598 : cinq cent quatre-vingt-dix-huit
1 996 : mille neuf cent quatre-vingt-seize
11 256 : onze mille deux cent cinquante-six
21 879 : vingt et un mille huit cent soixante-dix-neuf
306 594 : trois cent six mille cinq cent quatre-vingt-quatorze
1 956 378 : un million neuf cent cinquante six mille trois cent soixante-dix-huit

LES NOMBRES DECIMAUX

4,24 ; 18,732 ; 651,05 ; 10 524,36 ; 0,0073 sont des **nombres décimaux**.
" **,** " est une **virgule**. Les chiffres écrits après la virgule s'appellent les **décimales**.

On lit:
4,25 : quatre virgule vingt-cinq
18,732 : dix-huit virgule sept cent trente-deux
651,05 : six cent cinquante et un virgule zéro cinq
0,0073 : zéro virgule zéro zéro soixante-treize

partie entière				,	partie décimale		
mille	centaine	dizaine	unité	,	dixième	centième	millième
			4	,	2	5	
		1	8	,	7	3	2
5	4	6	7	,	0	9	
			0	,	0	0	3

On lit : 5 467,09 : cinq mille quatre cent soixante-sept virgule zéro neuf
0,003 : zéro virgule zéro zéro trois

Remarque : un entier naturel est un nombre décimal particulier : 28 = 28,0 = 28,00

L'OPPOSE D'UN NOMBRE

- 5 est **l'opposé** de 5 ; on note : opp(5) = - 5
- (- 5) est **l'opposé** de - 5 ; on note : opp(- 5) = - (- 5) = + 5 = 5
On dit que - 5 et 5 sont des **nombres opposés**.

- 12,5 est l'opposé de 12,5 ; on note : opp(12,5) = - 12,5
- (- 12,5) est l'opposé de - 12,5 ; on note : opp(- 12,5) = - (- 12,5) = + 12,5 = 12,5
On dit que - 12,5 et 12,5 sont des nombres opposés.

LES NOMBRES RELATIFS

$-8,27$; $+14$; -504 ; $+0,63$ sont des **nombres relatifs.**
Ils s'écrivent avec un signe + ou un signe - puis un nombre entier ou décimal.

On lit : - 8,27 : moins huit virgule vingt-sept
+ 14 : plus quatorze
- 504 : moins cinq cent quatre
+ 0,63 : plus zéro virgule soixante-trois

On écrit : $+ 14 = 14$ $\qquad\qquad$ $+ 0,63 = 0,63$

+ 14 ; - 504 ; +9 sont des entiers relatifs; - 8,27 ; + 15,93 ; - 74,1 sont des décimaux relatifs.

- 8,27 ; - 504 ; - 16,439 ; - 2 ; 0 sont des **nombres négatifs.**
+1 ; +14 ; + 0,63 ; + 4,72 ; + 98 ; 0 sont des **nombres positifs.**

Remarque : 0 est le seul nombre à la fois positif et négatif.

LES FRACTIONS

$\frac{1}{4}$; $\frac{10}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{48}{15}$; $\frac{15}{3}$; $\frac{7}{14}$ sont des **fractions.**

On peut écrire $\frac{a}{b}$ lorsque $b \neq 0$. $\frac{a}{b}$ se lit " a sur b " ou " a divisé par b ".

a s'appelle le **numérateur** et b s'appelle le **dénominateur** de la fraction $\frac{a}{b}$.

On lit:

$\frac{1}{2}$: un demi	$\frac{7}{2}$: sept demis	$\frac{1}{10}$: un dixième
$\frac{1}{3}$: un tiers	$\frac{5}{3}$: cinq tiers	$\frac{1}{100}$: un centième
$\frac{1}{4}$: un quart	$\frac{3}{4}$: trois quarts	$\frac{1}{1000}$: un millième

L'INVERSE D'UN NOMBRE

$\frac{1}{2}$ est **l'inverse** de 2 ; 2 est **l'inverse** de $\frac{1}{2}$. On dit que $\frac{1}{2}$ et 2 sont **inverses l'un de l'autre.**

$-\frac{1}{4}$ est **l'inverse** de - 4 ; - 4 est **l'inverse** de $-\frac{1}{4}$. On dit que $-\frac{1}{4}$ et - 4 sont **inverses l'un de l'autre.**

LES OPERATIONS

L'ADDITION

23+15 = 38
23+15 est une **somme**. 23 et 15 sont les deux **termes** de cette somme ; on lit " 23 plus 15 égal 38 ".
On dit : **additionner** 23 et 15 ou **ajouter** 23 à 15.

- 5 et 5 sont des nombres opposés : (-5) + 5 = 0; leur somme est nulle.
-12,5 et 12,5 sont des nombres opposés : (-12,5) + 12,5 = 0 ; leur somme est nulle.

LA SOUSTRACTION

50 - 17 = 33
50 - 17 est une **différence**. 50 et 17 sont les deux **termes** de cette différence.
On lit " 50 moins 17 égal 33 ".
On dit : **soustraire** 17 de 50 ou **retrancher** 17 de 50 ou **ôter** 17 de 50.
50 - 17 = 33 : on lit " 50 moins 17 égal 33 ".

Soustraire un nombre, c'est ajouter l'opposé de ce nombre : 10 - (-3) = 10 + opp(-3) =10 + 3 = 13.

LA MULTIPLICATION

$32 \times 5 = 160$
32×5 est un **produit**. 32 et 5 sont les deux **facteurs** de ce produit.
On lit " 32 multiplié par 5 égal 160 " ou " 32 fois 5 égal 160 ".
On dit : **multiplier** 32 par 5.

La règle des signes :

$(+3) \times (+5) = 15$ $\qquad$ $(-7) \times 5 = -35$
$(-3) \times (-4) = 12$ $\qquad$ $(+2) \times (-4) = -8$

Le produit de deux nombres relatifs est positif lorsque les deux nombres sont de même signe.
Le produit de deux nombres relatifs est négatif lorsque les deux nombres sont de signes différents.

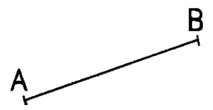
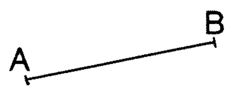
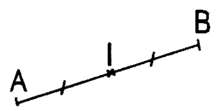
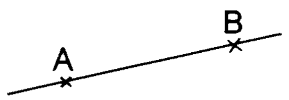
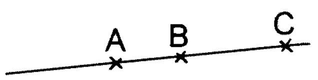
Remarque:
$0,5 \times 2 = 1$; 0,5 et 2 sont **inverses** l'un de l'autre; leur produit est égal à 1.
$(-0,25) \times (-4) = 1$; - 0,25 et - 4 sont **inverses** l'un de l'autre; leur produit est égal à 1.
$\frac{1}{3} \times 3 = 1$; $\frac{1}{3}$ et 3 sont **inverses** l'un de l'autre; leur produit est égal à 1.

LA DIVISION

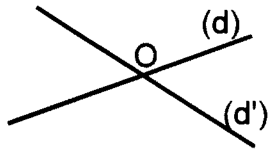
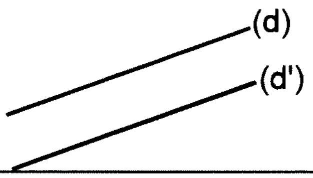
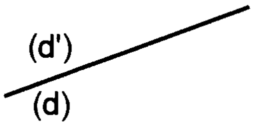
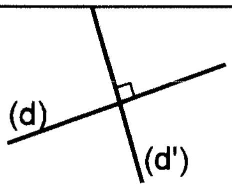
15 : 3 = 5
15 : 3 est un **quotient**; 15 est le dividende et 3 est le diviseur; on lit " 15 divisé par 3 égal 5 ".
$25 \div 3 = 25 \times \frac{1}{3} = \frac{25}{3}$. Diviser par un nombre, c'est multiplier par l'inverse de ce nombre.

Signe d'un quotient : le quotient de deux nombres de même signe est positif, le quotient de deux nombres de signes différents est négatif.

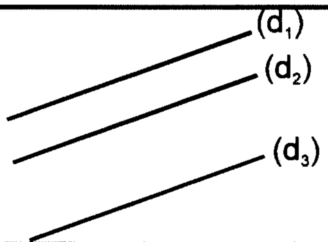
POINT-SEGMENT-DROITE

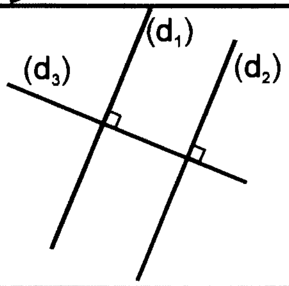
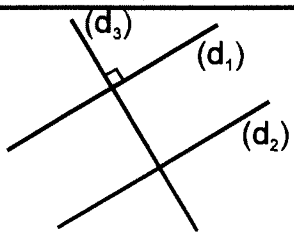
REPRESENTATION	VOCABULAIRE	NOTATION
	Le **point** A	A
	Le **segment** [AB]	[AB]
	Le segment [AB] mesure 2,5 cm. La **distance** entre les points A et B est 2,5 cm.	AB = 2,5 cm
	Le point I est le **milieu** du segment [AB].	I ∈ [AB] et AI = IB
	La **droite** (AB)	(AB)
	La **droite** (d) Le point M **appartient à** la droite (d). La droite (d) **passe par** le point M.	(d) M ∈ (d)
	Par deux points distincts, il passe une droite et une seule.	
	Les points A, B et C sont **alignés**. Le point A appartient à la droite (BC). Les points A, B et C appartiennent à la même droite.	A ∈ (BC)
	La **demi-droite** [Ax).	[Ax)

POSITION DE DEUX DROITES

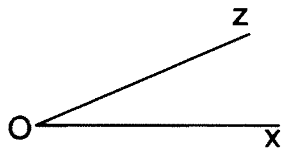
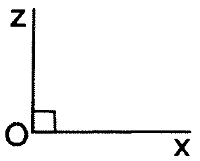
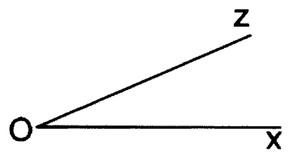
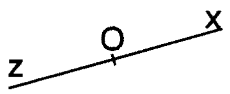
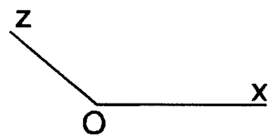
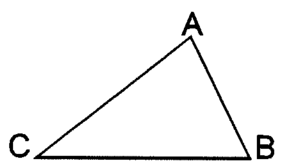
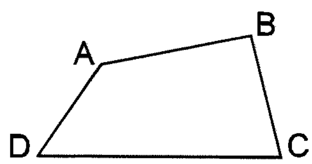
	Les droites (d) et (d') sont **sécantes en** O. Les droites (d) et (d') se coupent en O. O est le **point d'intersection** des droites (d) et (d').	O ∈ (d) et O ∈ (d')
	Les droites (d) et (d') sont **parallèles**. Les droites (d) et (d') ne se coupent pas.	(d) // (d')
	Les droites (d) et (d') sont **confondues**: les droites (d) et (d') sont parallèles.	(d) = (d')
	Les droites (d) et (d') sont **perpendiculaires**.	(d) ⊥ (d')

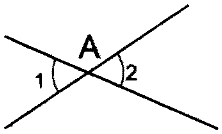
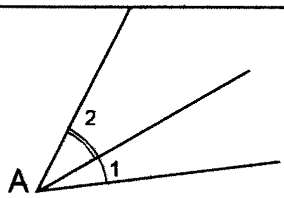
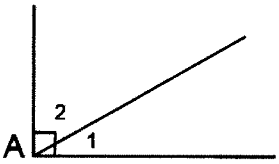
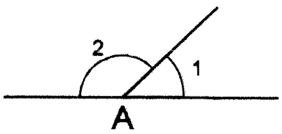
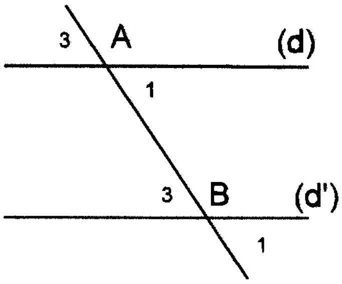
DROITES PARALLELES

	Lorsque deux droites sont parallèles à une même troisième, elles sont parallèles entre elles.	On sait que :
		$(d_1)//(d_2)$ et $(d_1)//(d_3)$
		on en déduit que :
		$(d_2)//(d_3)$.

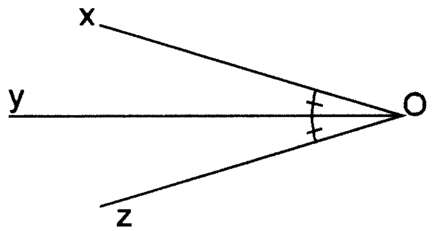
	Lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, elles sont parallèles entre elles.	On sait que : $(d_1)\perp(d_3)$ et $(d_2)\perp(d_3)$ on en déduit que : $(d_1)//(d_2)$.
	Lorsque deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.	On sait que : $(d_1)//(d_2)$ et $(d_1)\perp(d_3)$ on en déduit que : $(d_2)\perp(d_3)$.

ANGLE

REPRESENTATION	VOCABULAIRE	NOTATION
	L'angle $\widehat{xOz}$ a pour sommet O et pour côtés [Ox) et [Oz).	$\widehat{xOz}$
	L'angle $\widehat{xOz}$ est **nul**. Les côtés [Ox) et [Oz) sont confondus.	$\widehat{xOz} = 0°$
	L'angle $\widehat{xOz}$ est **droit**. Les côtés [Ox) et [Oz) sont perpendiculaires.	$\widehat{xOz} = 90°$
	L'angle $\widehat{xOz}$ est un angle **aigu**. Sa mesure est comprise entre 0° et 90°.	$0° < \widehat{xOz} < 90°$
	L'angle $\widehat{xOz}$ est un angle **plat**.	$\widehat{xOz} = 180°$
	L'angle $\widehat{xOz}$ est un angle **obtus**. Sa mesure est comprise entre 90° et 180°.	$90° < \widehat{xOz} < 180°$
	L'angle $\hat{B}$ a pour sommet B et pour côtés [BA] et [BC]. La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.	$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$
	La somme des mesures des angles d'un quadrilatère est égale à 360°.	$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 180°$

	Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$ sont **opposés par le sommet**. Ils sont égaux.	$\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
	Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$ sont **adjacents** : ils ont le même sommet et un côté commun.	
	Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$ sont **complémentaires :** la somme de leurs mesures est égale à 90°.	$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90°$
	Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{A}_2$ sont **supplémentaires :** la somme de leurs mesures est égale à 180°.	$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180°$
	(d) et (d') sont deux droites parallèles, coupées par une sécante. Les angles $\hat{A}_1$ et $\hat{B}_3$ sont **alternes-internes**; ils sont égaux. Les angles $\hat{A}_3$ et $\hat{B}_1$ sont **alternes-externes**; ils sont égaux. Les angles $\hat{A}_3$ et $\hat{B}_3$ sont **correspondants**; ils sont égaux.	$\hat{A}_1 = \hat{B}_3$ $\hat{A}_3 = \hat{B}_1$ $\hat{A}_3 = \hat{B}_3$

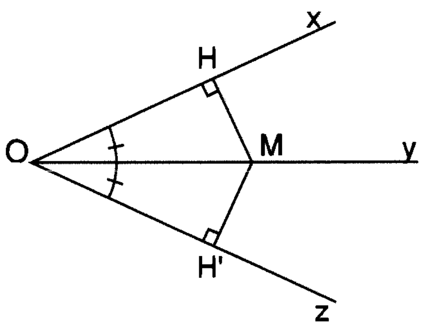
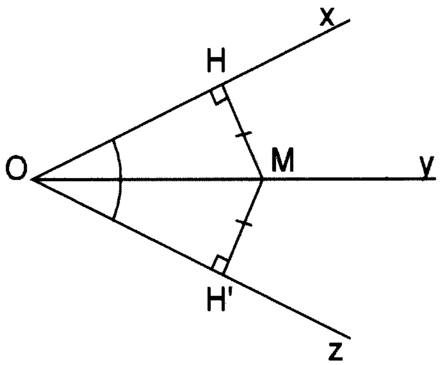
BISSECTRICE D'UN ANGLE



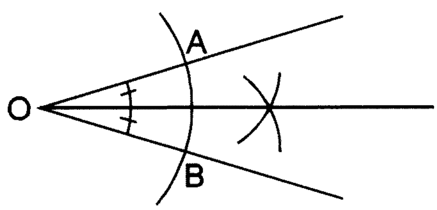
Définition:
La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui le partage en deux angles égaux: c'est l'axe de symétrie de l'angle.

[Oy) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOz}$.
$\widehat{xOy} = \widehat{yOz}$.

PROPRIETE CARACTERISTIQUE DE LA BISSECTRICE D'UN ANGLE

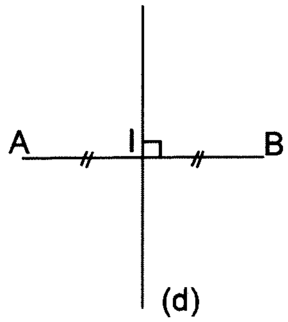
	Lorsque M appartient à la bissectrice d'un angle, alors M est équidistant des côtés de l'angle.	On sait que [Oy) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOz}$ et $M \in$ [Oy) alors MH = MH'.
	Lorsque M est équidistant des côtés d'un angle, alors M appartient à la bissectrice de cet angle.	On sait que MH = MH' alors $M \in$ [Oy) et [Oy) est la bissectrice de $\widehat{xOz}$.

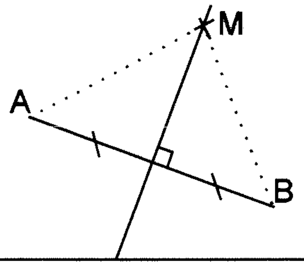
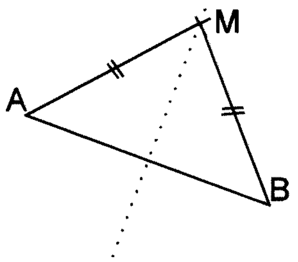
CONSTRUCTION DE LA BISSECTRICE D'UN ANGLE (avec un compas)

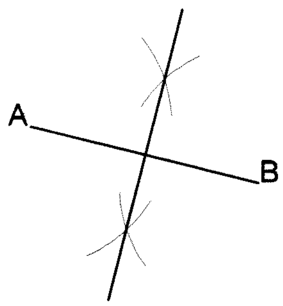
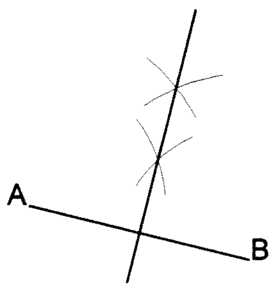


On construit un arc de cercle de centre O qui coupe les côtés de l'angle en A et B.
On construit deux arcs de cercle de centre A et B, sécants et de même rayon.

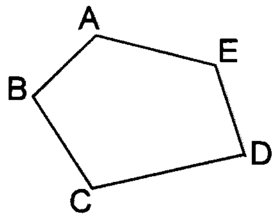
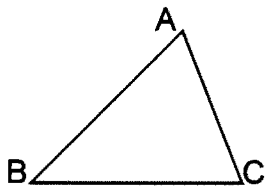
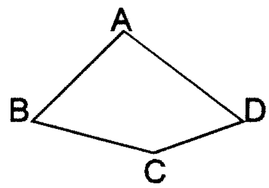
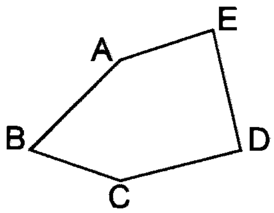
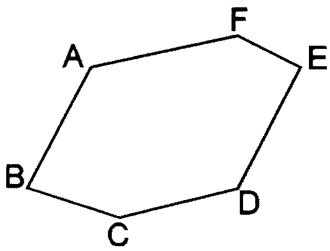
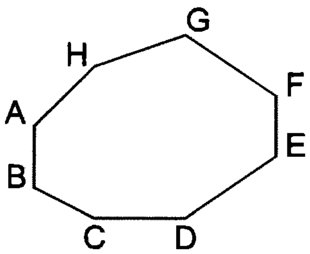
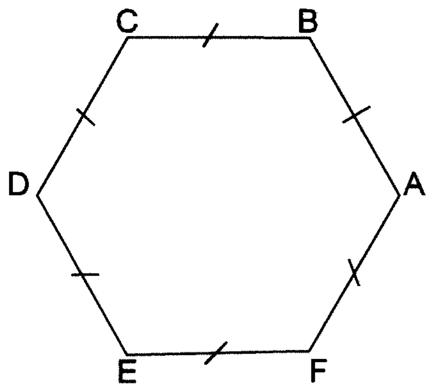
MEDIATRICE D'UN SEGMENT

	Définition: La médiatrice d'un segment [AB] est la droite (d) qui est perpendiculaire à la droite (AB) et qui passe par le milieu de [AB].

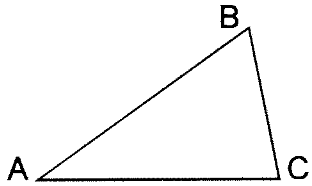
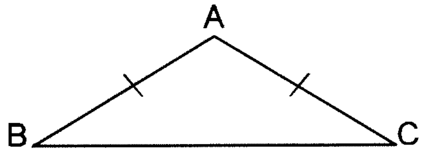
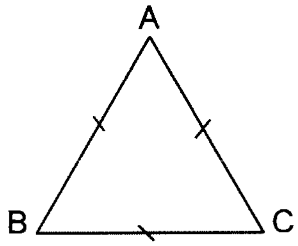
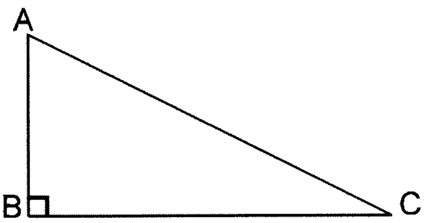
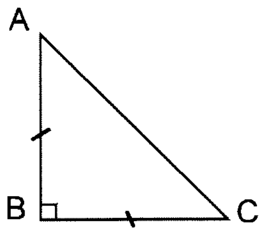
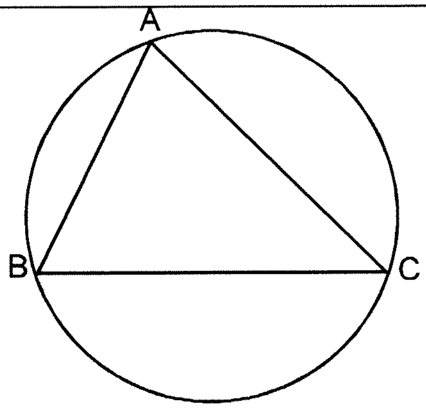
PROPRIETE CARACTERISTIQUE DE LA MEDIATRICE D'UN SEGMENT		
	Lorsque M appartient à la médiatrice d'un segment, alors M est équidistant des extrémités de ce segment.	On sait que: $\begin{cases} M \in (d) \\ (d) \in \text{médiatrice de } [AB] \end{cases}$ alors MA = MB.
	Lorsque M est équidistant des extrémités d'un segment, alors M appartient à la médiatrice de ce segment.	On sait que: MA = MB alors $\begin{cases} M \in (d) \\ (d) \text{ médiatrice de } [AB] \end{cases}$

CONSTRUCTION DE LA MEDIATRICE D'UN SEGMENT (avec un compas)	
	

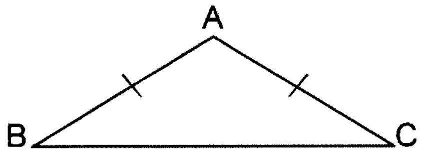
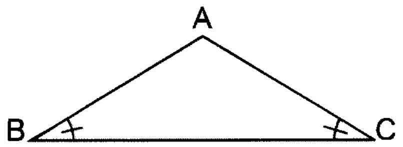
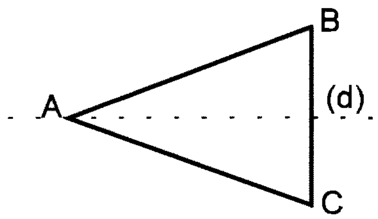
POLYGONE

	ABCDE est un **polygone.** Les points A, B, C, D et E sont les **sommets.** A et B sont deux sommets **consécutifs.** [AB] et [BC] sont deux côtés **consécutifs.** [AC], [AD], [BD] .... sont des **diagonales**.
 ABC est un **triangle** : il a 3 sommets et 3 côtés.	 ABCD est un **quadrilatère** : il a 4 sommets et 4 côtés.
 ABCDE est un **pentagone** : il a 5 sommets et 5 côtés.	 ABCDEF est un **hexagone** : il a 6 sommets et 6 côtés.
 ABCDEFGH est un **octogone** : il a 8 sommets et 8 côtés.	 Un **polygone régulier** a ses côtés de même longueur et ses angles égaux.

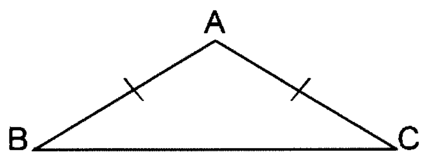
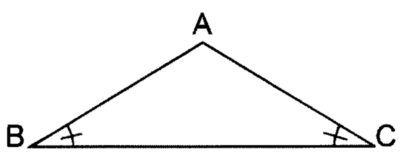
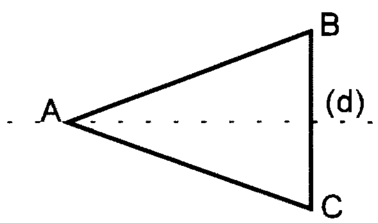
TRIANGLE

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>ABC est un triangle.
Les points A, B et C sont les sommets.
[AB], [AC] et [BC] sont les côtés.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>ABC est un triangle isocèle.
ABC a deux côtés de même longueur.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>ABC est un triangle équilatéral.
ABC a trois côtés de même longueur.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>ABC est un triangle rectangle en B.
$\hat{B}$ est un angle droit.
Le plus grand côté d'un triangle rectangle s'appelle l'hypoténuse.
[AC] est l'hypoténuse du triangle ABC.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>ABC est un triangle isocèle rectangle.
ABC a deux côtés de même longueur et un angle droit.</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>Le cercle qui passe par les trois sommets A, B, C du triangle s'appelle le cercle circonscrit au triangle ABC.
Le triangle ABC est inscrit dans le cercle.</td>
</tr>
</table>

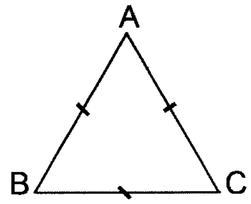
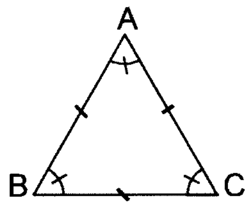
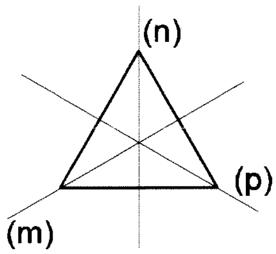
PROPRIETES DU TRIANGLE ISOCELE

	Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.	ABC est isocèle de sommet principal A alors AB = AC.
	Un triangle isocèle est un triangle qui a deux angles de même mesure.	ABC est isocèle de sommet principal A alors $\hat{B} = \hat{C}$.
	Un triangle isocèle est un triangle qui a un axe de symétrie.	ABC est isocèle de sommet principal A alors : * (d) est axe de symétrie de ABC * (d) est la médiatrice du côté [BC]. * (d) est aussi la bissectrice de l'angle $\hat{A}$.

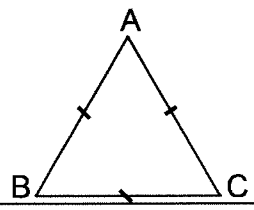
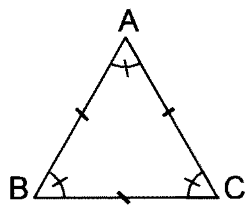
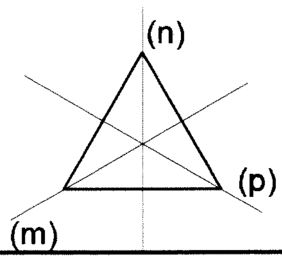
COMMENT MONTRER QU'UN TRIANGLE EST ISOCELE ?

	Un triangle qui a deux côtés de même longueur est un triangle isocèle.	On sait que AB = AC on en déduit que ABC est un triangle isocèle de sommet principal A.
	Un triangle qui a deux angles de même mesure est un triangle isocèle.	On sait que $\hat{B} = \hat{C}$ on en déduit que ABC est un triangle isocèle de sommet principal A.
	Un triangle qui a un axe de symétrie est un triangle isocèle .	On sait que (d) est axe de symétrie du triangle ABC on en déduit que ABC est un triangle isocèle.

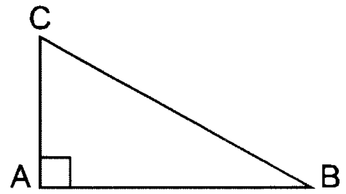
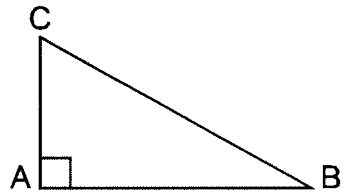
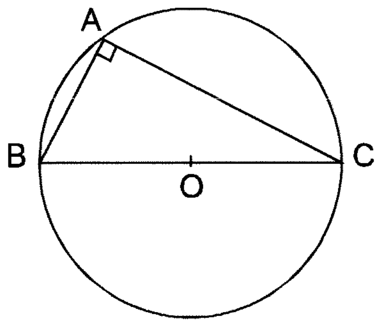
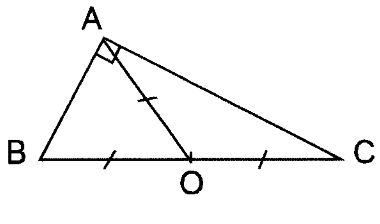
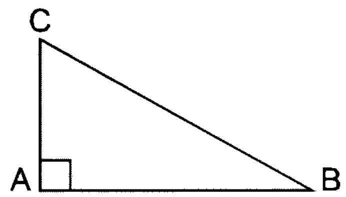
PROPRIETES DU TRIANGLE EQUILATERAL

	Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois côtés de même longueur.	ABC est équilatéral alors AB = AC = BC.
	Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois angles de même mesure : 60°.	ABC est équilatéral alors $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$.
	Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois axes de symétrie. Ces trois axes de symétrie sont aussi les hauteurs, les médianes, les médiatrices et les bissectrices du triangle.	ABC est équilatéral alors (m), (n) et (p) sont les axes de symétries de ABC.

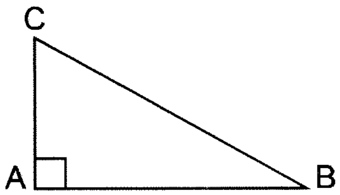
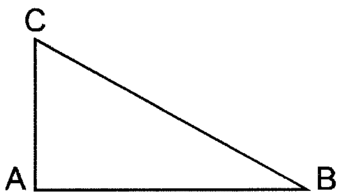
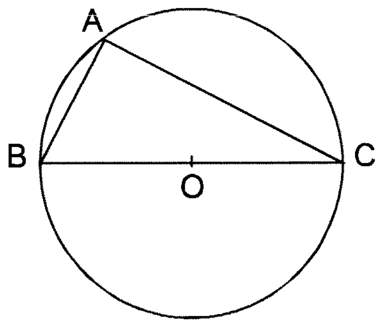
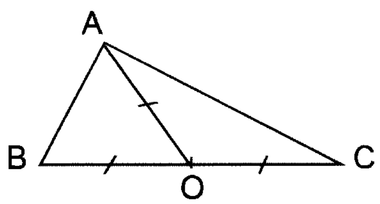
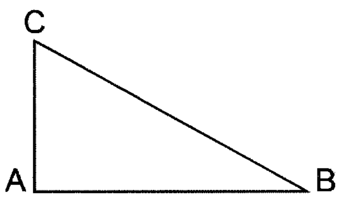
COMMENT MONTRER QU'UN TRIANGLE EST EQUILATERAL ?

	Un triangle qui a trois côtés de même longueur est un triangle équilatéral.	On sait que AB = AC = BC on en déduit que ABC est un triangle équilatéral.
	Un triangle qui a trois angles de même mesure (60°) est un triangle équilatéral.	On sait que $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$ on en déduit que ABC est un triangle équilatéral.
	Un triangle qui a trois axes de symétrie est un triangle équilatéral .	On sait que (m), (n) et (p) sont trois axes de symétrie de ABC on en déduit que ABC est un triangle équilatéral.

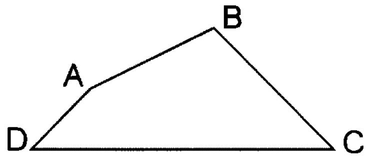
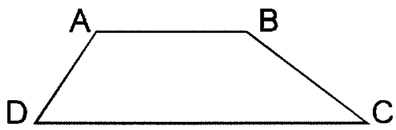
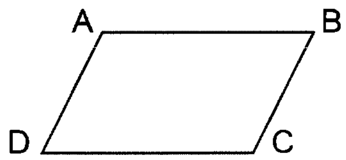
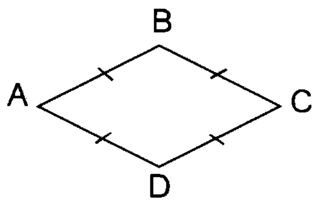
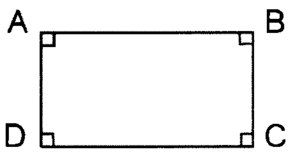
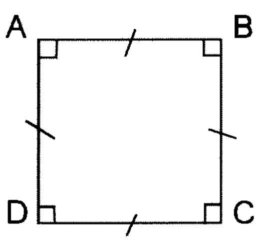
PROPRIETES DU TRIANGLE RECTANGLE

	Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.	ABC est rectangle en A alors [AB] $\perp$ [AC].
	Un triangle rectangle est un triangle qui a deux angles complémentaires.	ABC est rectangle en A alors $\hat{B} + \hat{C} = 90°$.
	Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre l'hypoténuse.	ABC est rectangle en A alors A, B et C sont sur le cercle de diamètre [BC].
	Dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.	ABC est rectangle en A et O est le milieu de [BC] alors $AO = \frac{1}{2}BC = BO = CO$.
	Le Théorème de Pythagore : dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux côtés de l'angle droit.	Le Théorème de Pythagore : on sait que ABC est rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

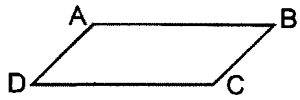
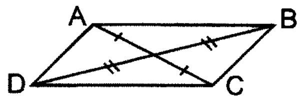
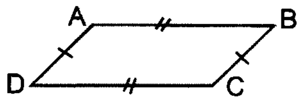
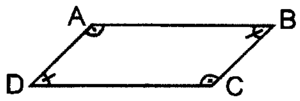
COMMENT MONTRER QU'UN TRIANGLE EST RECTANGLE ?

	Un triangle qui a un angle droit est un triangle rectangle.	On sait que [AB] $\perp$ [AC] on en déduit que ABC est un triangle rectangle en A.
	Un triangle qui a deux angles complémentaires est un triangle rectangle.	On sait que $\hat{B} + \hat{C} = 90°$ on en déduit que ABC est un triangle rectangle en A.
	Lorsque A appartient au cercle de diamètre [BC], le triangle ABC est rectangle en A.	On sait que A est sur le cercle de diamètre [BC] on en déduit que ABC est un triangle rectangle en A.
	Lorsque la médiane relative à un côté d'un triangle mesure la moitié de ce côté alors ce triangle est rectangle.	On sait que * O est le milieu de [BC] * $AO = \frac{1}{2}BC$ on en déduit que ABC est rectangle en A.
	Réciproque du Théorème de Pythagore Lorsque les côtés d'un triangle ABC vérifient : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.	On calcule AB^2, AC^2 et BC^2. On remarque que : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

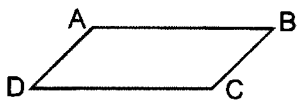
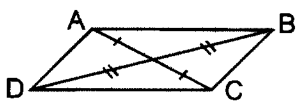
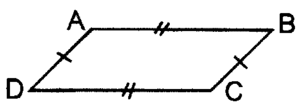
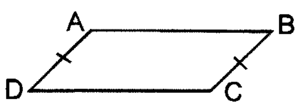
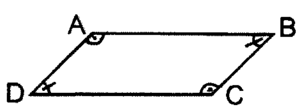
QUADRILATERE

	ABCD est un **quadrilatère**. A, B, C ,D s'appellent les **sommets**. [AB], [BC] , [CD] et [AD] s'appellent les **côtés**. Les segments [AC] et [BD] s'appellent les **diagonales**. [AB] et [BC] sont deux côtés **consécutifs**. [AB] et [DC] sont deux côtés **opposés**.
	ABCD est un **trapèze**. [AB] et [CD] sont parallèles et s'appellent les **bases** du trapèze.
	ABCD est un **parallélogramme**. (AB) // (CD) et (AD) // (BC)
	ABCD est un **losange**. ABCD a quatre côtés de même longueur.
	ABCD est un **rectangle**. ABCD a quatre angles droits.
	ABCD est un **carré**. ABCD a quatre côtés de même longueur et quatre angles droits.

PROPRIETES DU PARALLELOGRAMME

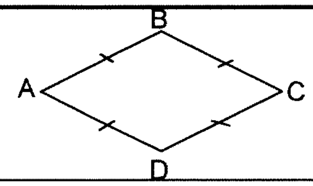
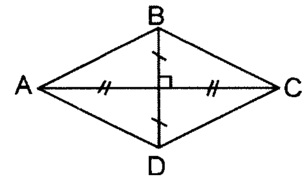
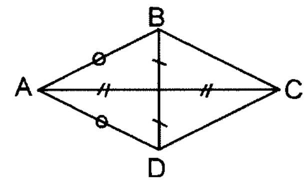
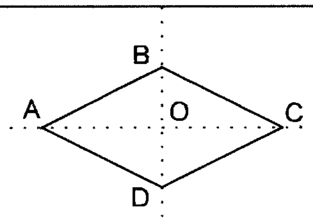
	Un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles.	ABCD est un parallélogramme alors (AB) // (CD) et (AD) // (BC).
	Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.	ABCD est un parallélogramme alors [AC] et [BD] ont le même milieu.
	Un parallélogramme a ses côtés opposés de même longueur.	ABCD est un parallélogramme alors AB = DC et AD = BC.
	Dans un parallélogramme, les angles opposés ont la même mesure, les angles consécutifs sont supplémentaires .	ABCD est un parallélogramme alors $\hat{A} = \hat{C}$, $\hat{B} = \hat{D}$ et $\hat{A} + \hat{B} = 180°$.

COMMENT MONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN PARALLELOGRAMME ?

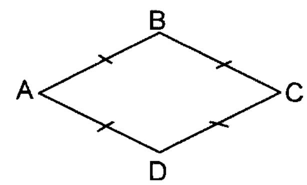
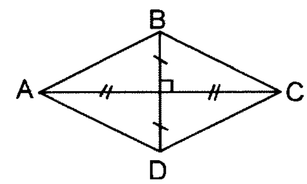
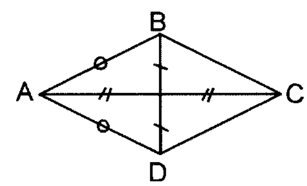
	Un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme.	On sait que (AB) // (CD) et (AD) // (BC) on en déduit que ABCD est un parallélogramme.
	Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.	On sait que [AC] et [BD] ont le même milieu on en déduit que ABCD est un parallélogramme.
	Un quadrilatère qui a ses côtés opposés de même longueur est un parallélogramme.	On sait que AB = DC et AD = BC on en déduit que ABCD est un parallélogramme.
	Un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.	On sait que: (AB) // (CD) et AB = DC on en déduit que ABCD est un parallélogramme.
	Un quadrilatère dont les angles opposés ont la même mesure est un parallélogramme.	On sait que $\hat{A} = \hat{C}$ et $\hat{B} = \hat{D}$ on en déduit que ABCD est un parallélogramme.

PROPRIETES DU LOSANGE

Le losange est un parallélogramme particulier, il a toutes les propriétés du parallélogramme.

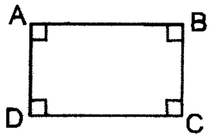
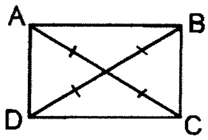
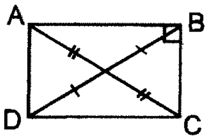
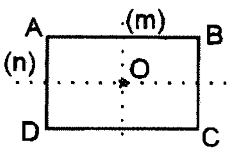
	Un losange a quatre côtés de même longueur.	ABCD est un losange alors AB = BC = CD = AD.
	Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.	ABCD est un losange alors [AC] et [BD] ont le même milieu et [AC] $\perp$ [BD].
	Un losange est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur.	ABCD est un losange alors ABCD est un parallélogramme et AB = AD.
	Un losange a un centre de symétrie et deux axes de symétrie.	ABCD est un losange alors O est centre de symétrie et (AC) et (BD) sont axes de symétrie.

COMMENT MONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN LOSANGE ?

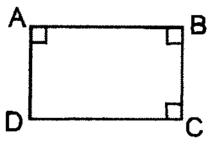
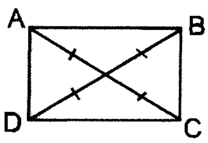
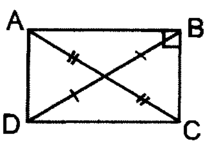
	Un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur est un losange.	On sait que AB = BC = CD = AD on en déduit que ABCD est un losange.
	Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires est un losange.	On sait que [AC] et [BD] ont le même milieu et que [AC] $\perp$ [BD] on en déduit que ABCD est un losange.
	Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.	On sait que ABCD est un parallélogramme et que AB = AD on en déduit que ABCD est un losange.

PROPRIETES DU RECTANGLE

Le rectangle est un parallélogramme particulier, il a toutes les propriétés du parallélogramme.

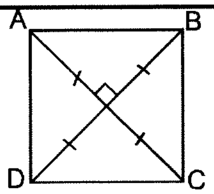
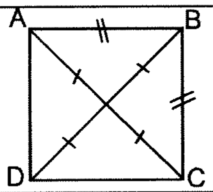
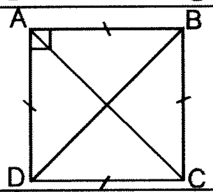
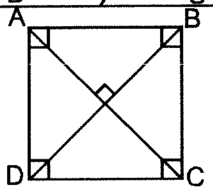
	Un rectangle a quatre angles droits.	ABCD est un rectangle alors $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90°$.
	Les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu et sont de même longueur.	ABCD est un rectangle alors [AC] et [BD] ont le même milieu et AC = BD.
	Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.	ABCD est un rectangle alors ABCD est un parallélogramme et $\hat{B} = 90°$.
	Un rectangle a un centre de symétrie et deux axes de symétrie.	ABCD est un rectangle alors O est centre de symétrie et (m) et (n) axes de symétrie.

COMMENT MONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN RECTANGLE ?

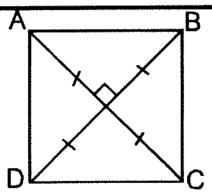
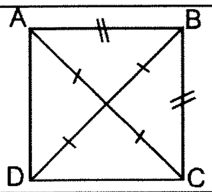
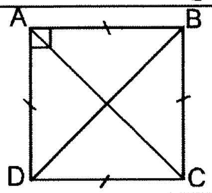
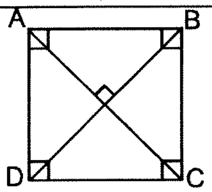
	Un quadrilatère qui a trois angles droits est un rectangle.	On sait que $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 90°$ on en déduit que ABCD est un rectangle.
	Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur est un rectangle.	On sait que [AC] et [BD] ont le même milieu et que AC = BD on en déduit que ABCD est un rectangle.
	Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle.	On sait que ABCD est un parallélogramme et que $\hat{B} = 90°$ on en déduit que ABCD est un rectangle.

PROPRIETES DU CARRE

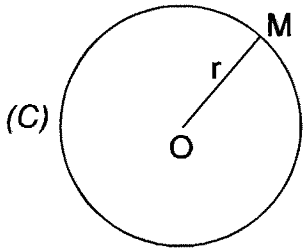
Le carré est à la fois un rectangle et un losange, il a toutes les propriétés du rectangle et du losange.

	Les diagonales d'un carré ont le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires	ABCD est un carré alors : * [AC] et [BD] ont même milieu * AC = BD * [AC] ⊥ [BD].
	Un carré est un rectangle qui a deux côtés consécutifs de même longueur.	ABCD est un carré alors ABCD est un rectangle et AB = BC.
	Un carré est un losange qui a un angle droit.	ABCD est un carré alors ABCD est un losange et [AB] ⊥ [AD].
	Un carré est un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires.	ABCD est un carré alors ABCD est un rectangle et [AC] ⊥ [BD].

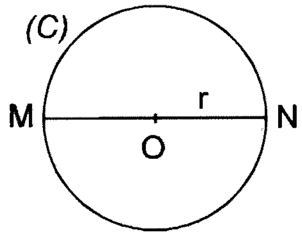
COMMENT MONTRER QU'UN QUADRILATERE EST UN CARRE ?

	Un quadrilatère dont les diagonales * ont le même milieu * ont la même longueur et * sont perpendiculaires est un carré.	On sait que * [AC] et [BD] ont même milieu * AC = BD * [AC] ⊥ [BD] on en déduit que ABCD est un carré.
	Un rectangle qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un carré.	On sait que * ABCD est un rectangle * AB = BC on en déduit que ABCD est un carré.
	Un losange qui a un angle droit est un carré.	On sait que * ABCD est un losange * [AB] ⊥ [AD] on en déduit que ABCD est un carré.
	Un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires est un carré.	On sait que * ABCD est un rectangle * [AC] ⊥ [BD] on en déduit que ABCD est un carré.

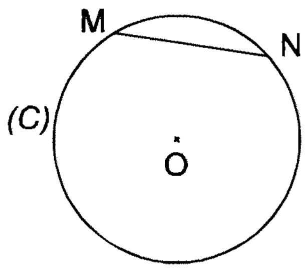
CERCLE - DISQUE



(C) est un **cercle** de **centre** O et de **rayon** r.
M est un point du cercle *(C)*.
[OM] est un rayon du cercle.
Lorsque M est sur *(C)* alors OM = r.
Lorsque OM = r alors M est sur *(C)*.

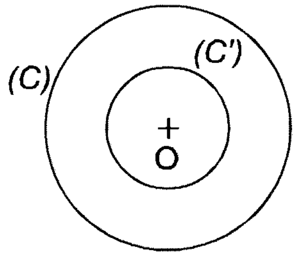


[MN] est un **diamètre** du cercle *(C)*.
O est le milieu de [MN].
M et N sont **diamétralement opposés** sur *(C)*.
MN = 2 × r

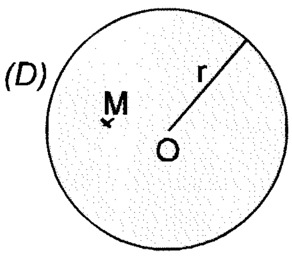


[MN] est une **corde** du cercle *(C)*.

$\overset{\frown}{MN}$ est un **arc de cercle** d'extrémités M et N.



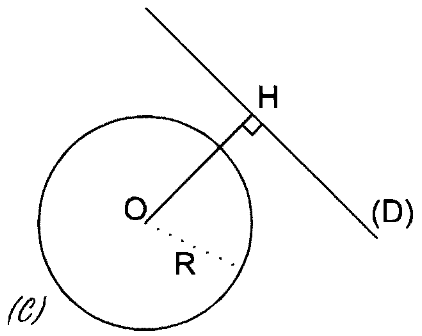
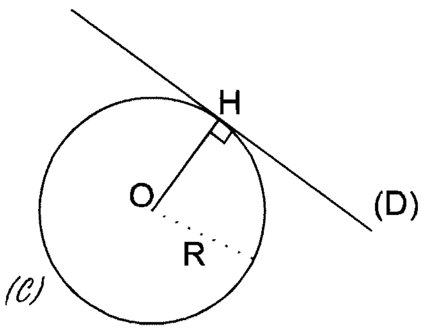
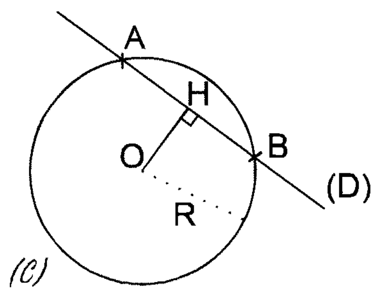
Les cercles *(C)* et *(C')* ont le même centre mais pas le même rayon: *(C)* et *(C')* sont **concentriques**.



Le **disque** (*D*) de centre O et de rayon r est formé du cercle *(C)* et de son intérieur.
Lorsque M appartient à (*D*) alors OM ≤ r.
Lorsque OM ≤ r alors M appartient à (*D*).

POSITION RELATIVE D'UNE DROITE ET D'UN CERCLE

(C) est un cercle de centre O et de rayon R et (D) est une droite.
Soit H le pied de la perpendiculaire à (D) issue de O.
OH est la distance du point O à la droite (D).

OH > R		Lorsque la distance du centre du cercle à la droite est supérieure au rayon, le cercle et la droite n'ont aucun point commun. On dit que la droite (D) est extérieure au cercle **(C)**.
OH = R		Lorsque la distance du centre du cercle à la droite est égale au rayon, le cercle et la droite ont un seul point commun. La droite (D) est perpendiculaire au rayon [OH] en H. On dit que la droite **(D) est la tangente au cercle (C) en H.**
OH < R		Lorsque la distance du centre du cercle à la droite est inférieure au rayon, le cercle et la droite ont deux points communs. La droite (D) coupe le cercle **(C)** en deux points distincts A et B. On dit que la droite (D) est sécante au cercle **(C)** en A et B.

BIBLIOGRAPHIE

KOURKOULOS M. : Modélisation mathématiques de situations aboutissant à des équations du premier degré, Strasbourg, thèse ULP, (90).

Problèmes de mises en équations. IREM Strasbourg.

Mathématiques en fiches au collège CRDP du Limousin

Banque de données APMEP collège.

Brochures de l'APMEP.

Mathématiques 3ème : IREM Strasbourg Istra, Hachette, Pythagore Hatier.

Mathématiques 2de : Transmath Nathan, Déclic Hachette.

Faire des mathématiques en seconde. CRDP ROUEN.

TABLE DE MATIERES

Page

Titre : **OUTILS MATHÉMATIQUES POUR ÉLÈVES NON FRANCOPHONES OU EN DIFFICULTÉ**

Auteurs : Odile ANDRÉ – Geneviève JOST – Marie Anne KEYLING – Catherine LECLERC – Odile OSTERMANN – Nathalie WACH – Maria Luisa PEREZ C. de A. – Fabienne SCHEURER

Mots-clés : Calcul numérique – calcul algébrique – géométrie plane – aire – volume – droite – trigonométrie – vecteur – quatrième – troisième – collège

Date : 1ère édition : Janvier 1998. Réimpression :

Nombre de pages : 140 pages A4

Éditeur : IREM de Strasbourg (**S. 175**)
http://irem.unistra.fr

Pour les brochures :
Courriel : bibirem@math.unistra.fr – Tél. : 03 68 85 01 61

ISBN10 : 2-911446-11-9
ISBN13 : 978-2-911446-11-5

Public concerné : Professeurs de collèges

Résumé : Cette brochure a été conçue pour offrir un outil de travail aux élèves non francophones confrontés pour la première fois à l'enseignement des Mathématiques en France. C'est aussi un outil de travail pour les élèves en difficulté.

Les fiches de travail couvrent l'essentiel des connaissances qu'un collégien doit maîtriser.

Prix : 10 € TTC¤ (+ de frais de port).

UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

UFR de mathématique
et d'informatique
7 rue René Descartes
F-67084 Strasbourg Cedex