Courrier des lecteurs

Maths, physique,... informatique

Jean Lefort

L'article de Jean-Luc Gasser dans le numéro 88 de l'Ouvert m'inspire les remarques suivantes. Il n'est pas question pour moi de mettre en cause le bien fondé de la réflexion menée dans le groupe maths-physique de l'irem de Strasbourg. Je ne peux que louer une telle démarche visant à modifier le comportement un peu sectaire de chaque discipline en l'ouvrant à la réalité et aux exigences de l'autre. Je voudrais seulement montrer que les problèmes posés dans l'article de notre collègue transcendent largement les deux disciplines citées, qu'au sein même des mathématiques certains problèmes existent et qu'il pose d'une façon plus général la difficulté de savoir ce que l'on entend par culture scientifique que le Ministère, à travers les programmes et en particulier ceux des sections littéraires, semble vouloir promouvoir.

1) Classement

L'usage de plus en plus répandu de l'informatique montre que l'organisation des ensembles de nombres n'est pas la même en informatique et en mathématique. Les exemples simples ci-dessous empruntés à MAPPLE montrent qu'un entier n'est pas un nombre à virgule mais... qu'on peut le transformer en nombre à virgule (ou nombre décimal) alors qu'un nombre à virgule entier ne peut pas être transformé en entier !

```
> whattype(5);
                        integer
> whattype(5.);
                        float
> is(5,float);
                        false
> convert(5,float);
                        5.
> convert(5.,integer);
Error, unable to convert
```

Le problème est voisin avec les nombres fractionnaires (ou rationnel), mais comme les simplifications sont automatiques, il y a reconnaissance des entiers et les conversions se font dans les deux sens :

```
> whattype(22/10);
                        fraction
> whattype(50/10);
                        integer
> convert(22/10,float);
                      2.200000000
> convert(2.2,fraction);
```

$$\frac{11}{5}$$

Ceci nous permet de transformer un nombre à virgule entier en un entier, mais il faut aider le logiciel en lui indiquant les étapes :

```
> x:=convert(5.0,fraction);
```

$$x := 5$$

```
> whattype(x);
```

integer

Peut-on conclure que le type "integer" ($\mathbb{N}$) est inclu dans le type "float" ($\mathbb{D}$) et que le type "float" ($\mathbb{D}$) est inclu dans le type "fraction" ($\mathbb{Q}$) ? Ce n'est pas tout à fait ça et il apparaît des subtilités de notation qui font que les réponses informatiques (pour ce logiciel, mais aussi pour bien d'autres) sont fausses alors que les réponses mathématiques sont vraies !
Quant à la définition des réels, l'informatique ne sait pas ce que c'est. On s'en doute puisqu'il n'y a qu'un nombre fini de nombres représentables en machine. Au moins pourrait-on penser que les nombres algébriques (qui sont dénombrables comme les rationels) et que certains classiques comme π ou e pourraient apparaître comme tels. Il n'en est rien :

```
> whattype(sqrt(2));
```

^

```
> evalf(sqrt(2));
```

1.414213562

```
> whattype(Pi);
```

string

```
> evalf(Pi);
```

3.141592654

```
> whattype(exp(1));
```

function

```
> evalf(exp(1));
```

2.718281828

```
> whattype(sin(2));
```

function

```
> evalf(sin(2));
```

.9092974268

```
> whattype(sin(x));
```

function

```
> a:=solve(x^5-3*x+1);
```

$$a := \mathrm{RootOf}(\_Z^5 - 3\,\_Z + 1)$$

```
> whattype(a);
```

function

```
> evalf(a);
```

-1.388791984

Nous voyons donc que si un certain nombre d'expressions sont bien reconnus comme des nombres en ce sens que le logiciel peut leur attribuer des valeurs numériques approchées, leur statut n'est pas, à vraiment parler, celui de nombres comme l'indique leur "type" qui prend différentes formes que rien, d'un point de vue ensembliste ne permet de justifier. De plus, il est impossible de les classer par ordre croissant quand il s'agit de réels (sauf à utiliser les valeurs approchées).

```
> sort([sqrt(2),Pi,exp(1),a]);
```

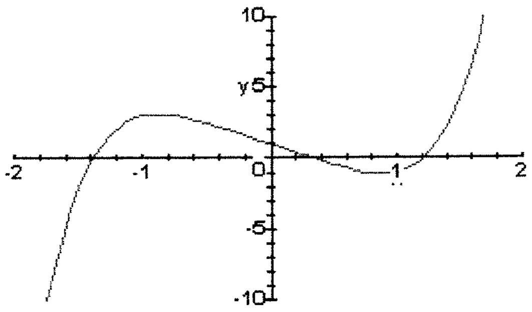
$$[\pi, \exp(1), \sqrt{2}\ , \mathrm{RootOf}(\_Z^5 - 3\,\_Z + 1)]$$

```
> sort([evalf(sqrt(2)),evalf(Pi),evalf(exp(1)),evalf(a)]);
```

[-1.388791984, 1.414213562, 2.718281828, 3.141592654]

Plus difficile à faire passer pédagogiquement, l'équation du cinquième degré semble n'avoir qu'une solution a, alors qu'elle en a manifestement 3 réelles (et 2 complexes) !

```
> plot(x^5-3*x+1,x=-2..2,y=-10..10);
```



Nous pouvons conclure provisoirement en disant que le logiciel ne connait pas vraiment la structure emboîtée des ensembles de nombres. Nous nous en doutions. Mais quelle peut être l'approche qu'en ont nos élèves possesseurs d'une T.I. 92 ?

2) Langage

Il m'a toujours paru important d'exercer les élèves à la recherche. Or un chercheur ne connaît pas, en mathématiques les hypothèses exactes du théorème qu'il veut démontrer, en physique les paramètres qu'il pourra négliger pour une étude prédictive de tel phénomène. Bien sûr le bac, pour ne citer que cet examen, n'a pas pour but de recruter des chercheurs. Mais l'esprit de recherche, de curiosité, de questionnement systématique n'est-il pas à valoriser chez nos élèves pour en faire des citoyens pleinement responsables de leurs actes et non pas des personnes qui font leur petit travail sans s'occuper des incidences ou de ce qui se passe à côté ? Imaginons dans la vie professionnelle une séance de travail entre plusieurs collaborateurs. Quelqu'un lance une phrase qui pourrait être importante, mais elle n'est bien évidemment pas formulée de façon rigoureuse, il y a, dans un premier temps, beaucoup de non-dits, beaucoup d'à-peu-près. C'est celui qui saura la reprendre, la reformuler, la repréciser qui apparaîtra comme le leader incontesté du groupe. Que faisons nous dans notre enseignement, à travers l'ensemble des disciplines, pour former nos élèves à cet aspect de la socialisation au sens le plus large possible ?

Le problème de physique parle de "phase de démarrage", et sous-entend que cette phase de démarrage commence à l'instant $t=0$. Certes, c'est du non-dit ; et alors ? Bien sûr, nous sommes dans une société multiculturelle, or le non-dit varie d'une culture à l'autre et c'est pourquoi il faut essayer de préciser au maximum toutes les données. Mais la quête de l'absence de non-dit est infinie. N'est-ce pas le rôle du professeur d'enseigner une certaines culture scientifique (mathématique ou physique, ce n'est pas la même), culture unificatrice de celle des élèves, et où certains non-dits devraient être évidents ?

Il me gêne beaucoup plus de bâtir tout un problème autour de la suite 0 , 1 , 4 , 9 , 16 , 25 , 36 , 49 (distance parcourue au bout d'un nombre entier de secondes d'après la figure 1) pour finir par démontrer que la fonction sous-jacente est $y = x^2$. Où sont les maths et la physique ? Et ceci est indépendant du choix de la définition de la dérivée (dérivée ordinaire ou dérivée symétrique). À trop vouloir simplifier les valeurs numériques on finit par poser des problèmes dont l'intérêt physique est nul. N'oublions pas qu'un physicien (mais aussi un mathématicien, par exemple dans une phase de recherche d'une formule de dénombrement) doit établir des lois, et des lois qui doivent être les plus simples possibles pour l'explication et la prédiction du phénomène étudié. N'importe quel chercheur et n'importe quel candidat bachelier n'a pas besoin d'une étude de dérivation pour aboutir à la fonction "carrée" à partir de la suite précédente ! Si le problème posé n'a pour but que de vérifier la connaissance d'une certaine formule, alors autant la demander à l'aide d'un questionnaire !

Je rejoins tout à fait notre collègue J.L. Gasser dans sa troisième partie. Mais autant je suis d'accord avec sa conclusion relative à l'approximation du nombre dérivé, car ces différentes approximations sont utilisées en analyse numérique dont les enseignants de physique devraient avoir des notions (et ceux de maths aussi mais c'est peut-être moins urgent), autant je ne suis pas d'accord avec celle relative aux fonctions linéaires et affines. Chaque métier a son jargon. Il me paraît souhaitable de savoir jongler avec ces divers jargons, de ne pas confondre les sens d'un même mot. C'est une situation classique en français courant (cf annexe) mais c'est surtout un signe de maturité et de respect d'autrui. Par suite cela veut dire aussi que les enseignants de chaque discipline sont au courant de ces autres sens au moins dans les disciplines voisines. On ne peut pas demander à nos élèves de respecter la diversité des cultures si nous-mêmes ne respectons pas celles très proches des autres disciplines scientifiques. Je remercie les membres du groupe maths-physique d'oeuvrer en ce sens.

3) Annexe

Voici dix phrases utilisants le mot "mouton" et que le contexte éclaire suffisamment. Si nous devions traduire ces phrases en anglais il faudrait utiliser dix mots différents qui sont indiqués entre parenthèses.

1) Le berger garde ses moutons (*sheep*).
2) Il fait froid, je vais mettre mon mouton (*sheepskin*).
3) Les moutons parsemaient la mer (*white horses*).
4) Le ménage n'avait pas été fait et des moutons trainaient ça et là (*fluff*).
5) La police avait placé un mouton dans la cellule du truand (*mouton*).
6) Ce type est un mouton, il gobe n'importe quoi ("*une périphrase*").
7) J'ai demandé au boucher s'il avait du mouton (*mutton*).
8) Le mouton vermoulu avait cédé entraînant la chute de la cloche (*stock*).
9) Il enfonçait les pilotis à l'aide d'un mouton (*beetle*).
10) Revenons à nos moutons (*subject*).