RENCONTRE REGIONALE DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES

organisée par l'APMEP

Dans l'après-midi du samedi 22 mars 1997, une cinquantaine de professeurs de mathématiques se sont réunis au lycée Jean-Baptiste Schwilgué, de Sélestat. La rencontre a débuté par une conférence historique de Jean-Pierre Friedelmeyer sur les probabilités et s'est poursuivie par trois ateliers parallèles dont le compte rendu suit. Puis une assemblée générale adoptait de nouveaux statuts et discutait de la politique de la régionale.

ATELIER LYCEES PROFESSIONNELS.

par Jean-Claude SACHET,
responsable du secteur lycées professionnels
au bureau national de l'APMEP.

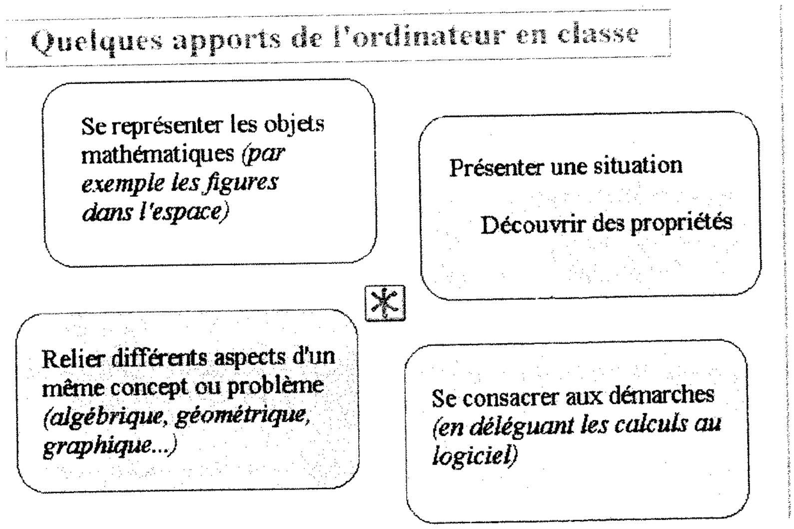
L'objectif principal de cet atelier était de présenter les travaux et les réflexions menées par l'APMEP au niveau national sur ce thème.
L'atelier a consacré une grande partie de son temps à présenter et à commenter les nouveaux programmes de mathématiques en baccalauréat professionnel qui sont entrés en vigueur à la rentrée 1996 pour les premières et en septembre 1997 pour les terminales.
La présentation du tronc commun et des différents chapitres spécifiques a été détaillée à la demande des participants. Il est apparu que ceux-ci manquaient d'informations à ce sujet et étaient très demandeurs. La répartition des éléments du programme en fonction des différentes spécialités professionnelles de bac. professionnel a été commentée . Les différentes réflexions de la commission nationale Lycées Professionnels de l'APMEP ont été ajoutées avec le souhait que ce type de travail se développe également au niveau régional de l'association.
La deuxième partie de la rencontre a été consacrée à la présentation des brochures réalisées par l'APMEP pour les collègues de lycées professionnels : recueils de sujets classés en BEP et bac. professionnel par thèmes professionnels. Les participants ont souhaité être mieux informés sur les brochures à venir. Notons à ce sujet que fin 1997 paraitront deux nouvelles brochures, l'une sur les sujets de BEP tertiaires et l'autre sur le Diplôme National du Brevet séries Technologiques et Professionnelles. Bien lire le Bulletin Grande Vitesse (BGV) de l'APMEP qui annoncera leur parution.
La fin de cette rencontre a été consacrée à la présentation des travaux menés par l'APMEP pour l'évaluation des programmes de BEP (EVAPM LP) : le cahier des exercices proposés aux élèves a été présenté et les principales analyses sur les résultats de cette évaluation ont été commentées.
Un appel a été lancé pour qu'en Alsace se forme un groupe APMEP réfléchissant aux questions concernant l'enseignement des mathématiques en lycées professionnels, un rapprochement avec le groupe similaire existant en Lorraine pouvant être une première approche.

DES OUTILS INFORMATIQUES POUR DIVERSES SITUATIONS MATHEMATIQUES

par Jacques OURLIAC,
collège Jean de la Fontaine, Geispolsheim.
Jourliac@ac-strasbourg.fr

L'objectif de l'atelier est de faire un tour rapide sur les apports des nouvelles technologies à l'enseignement des mathématiques. Pour cela, depuis peu, la DISTNB[1] a envoyé dans les Académies un ensemble d'outils sur Cédérom qui œuvrent dans ce sens.

Ces thèmes sont abondamment illustrés par des exemples de situations concrètes. Observons en quelques uns.



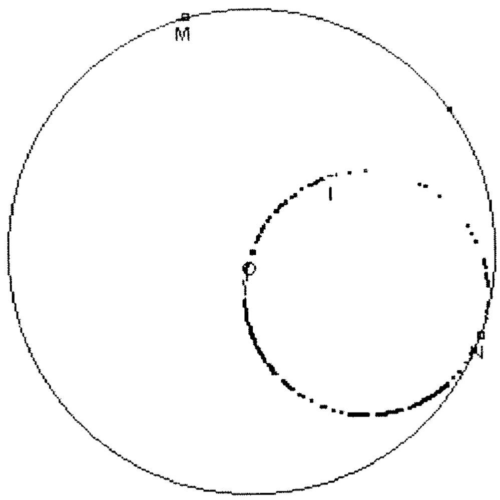
Au collège la géométrie, et en particulier dans l'espace, s'appuie sur la visualisation de figures. Depuis près de dix ans de nombreux logiciels de construction géométrique ont été développés.

Il n'est pas question de dire quel est le meilleur[2] logiciel ; comme pour un manuel chaque enseignant, chaque équipe fera son choix. Mais certaines fonctionnalités me paraissent pédagogiquement intéressantes :

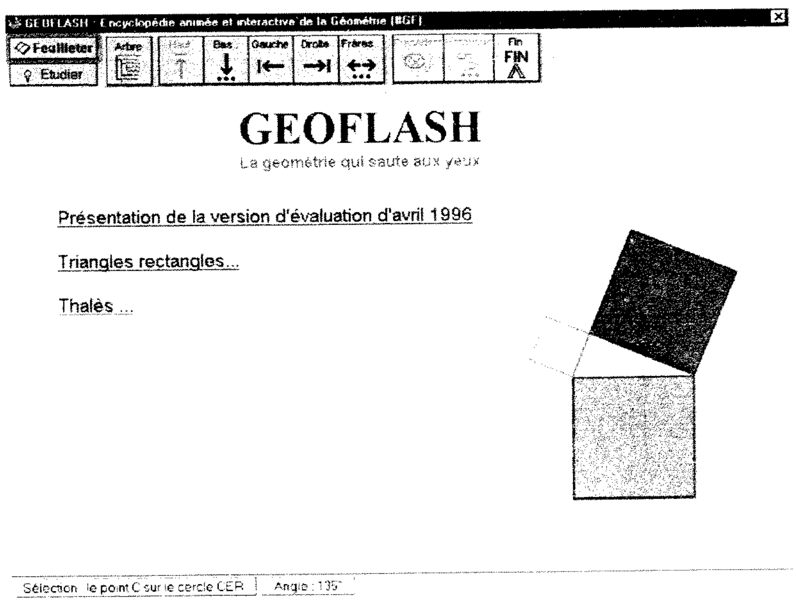
- l'historique d'une construction,
- l'animation automatique d'une figure (comme une vidéo),
- l'observation des lieux, et celle de l'évolution des figures...

[1] Direction de l'Information scientifique, des Technologies Nouvelles et des Bibliothèques
[2] La liste des divers logiciels figure sur le CD et sur le serveur Internet

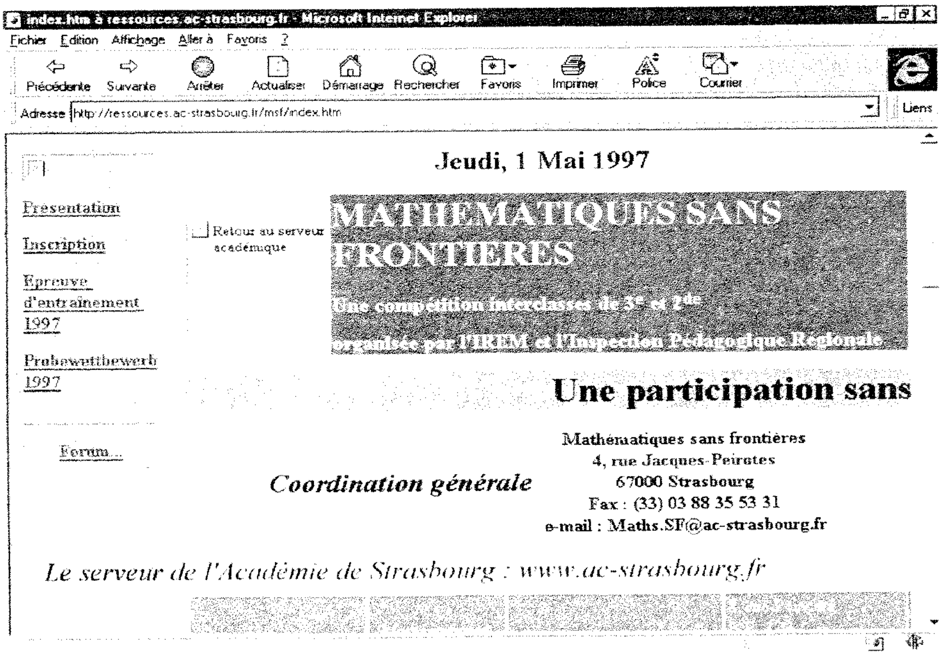
Prenons l'exemple en 4$^{\text{ème}}$ de l'ensemble des milieux I d'une corde [MN] d'un cercle lorsque la corde pivote autour de N . L'image ci-dessous est issue de cette « vidéo » que l'on peut paser aux élèves sans se préoccuper de l'outil (informatique ici). Cette même image sera intégrée facilement au sein d'un document...



Depuis longtemps l'informatique est coûteuse en temps et le restera encore, mais au plaisir de voir l'étonnement de nos élèves face au multimédia en géométrie s'ajoute la facilité de réalisation ! D'ailleurs peut-on parler ici de multimédia (son, images animées) ? Pas vraiment mais sur le CD précédemment cité des ouvertures intéressantes sont faites :



Avec cette encyclopédie et l'outil de création qui va avec, nous pouvons rêver de films mathématiques qui pourraient passionner nos élèves sur les réseaux informatiques de l'établissement, sur Internet…
Vous avez-dit Internet ? C'est la mode ! Pas seulement.
L'Académie de Strasbourg[3] s'est engagée dans cette aventure (mathématiques sans frontières en est un élément) mais le ministère de l'éducation nationale aussi et une grande partie des éléments du CD support de cet atelier est disponible en ligne pour tous. Pour conclure on ne peut qu'inviter chacun à découvrir et à partager les immenses ressources de ce réseau.



[3] www.ac-strasbourg.fr

UNE ALTERNATIVE POUR UN ENSEIGNEMENT DE L'ANALYSE EN TERMES D'ORDRES DE GRANDEUR

Abdenacer MAKHLOUF
Université de Haute Alsace
N.Makhlouf@univ-mulhouse.fr

L'ensemble des professeurs s'accorde à souligner la difficulté à enseigner l'Analyse au Lycée dans son état actuel. On est souvent partagé pour introduire les limites entre une approche numérique sous forme d'activités et un énoncé d'une suite d'axiomes dont le champ d'action est limité ou bien une présentation formelle «epsilon-deltaique » bien éloignée de la perception intuitive et trop abstraite pour des élèves dont les niveaux en mathématiques sont très hétérogènes. L'objectif de cet exposé est la présentation d'une alternative à l'enseignement de l'Analyse au lycée basée sur l'introduction en mathématique de la notion de grandeur, ce qui va réconcilier les mathématiques intuitives et les mathématiques formelles. Les fondements de cette approche sont contenus dans la brochure APMEP N°103: « *Fondement pour un enseignement de l'Analyse en termes d'ordres de grandeur : les réels dévoilés* » par R.Lutz, A.Makhlouf et E. Meyer.
Cette alternative reprend d'une certaine manière les idées de G.W. Leibniz et I. Newton au 17 ème siècle et défendues par de nombreux mathématiciens du 18 ème siècle dont la famille Bernoulli, le marquis de l'Hospital, Euler, D'Alembert...

Par souci de rigueur en mathématique, les infinitésimaux, dépourvus de fondement logique, sont tombés en désuétude et la notion de limite a trouvé une définition en termes de majorations. Cette définition, irréprochable sur le plan de la logique, est peu conforme à l'idée intuitive et conduit par ailleurs à des raisonnements contravariants[4]. Les infinitésimaux sont réhabilités par le logicien A. Robinson (1960) dans un cadre appelé « *Analyse non standard* » et formalisés ensuite par E.Nelson (1977), il s'agit d'une extension de la théorie de Zermelo et Fraenkel en adjoignant le prédicat *standard* et trois axiomes qui le régissent. Les idées infinitésimales fécondes dans de nombreux domaines de la recherche mathématique appelaient une application didactique. A cet effet, un cadre élémentaire, inspiré de l'Analyse non standard avec un vocabulaire plus approprié, est présenté dans la brochure précitée.
L'introduction des ordres de grandeur dans l'ensemble des entiers s'effectue à peu de frais. On se place dans le cadre mathématique habituel et on rajoute au langage le prédicat (adjectif) *entier modéré* avec les quatre axiomes suivants :

- *l'entier naturel* 1 *est modéré.*
- *La somme et le produit de deux entiers modérés sont modérés.*
- *Tout entier inférieur à un entier modéré est modéré.*
- *Il existe dans l'ensemble des entiers naturels un nombre entier non modéré appelé entier très grand...*

[4] Un raisonnement covariant est un raisonnement direct, comme en algèbre ; il consiste en une succession d'assertions déduites l'une de l'autre. En revanche, dans un raisonnement contravariant , on commence par la fin pour déterminer une stratégie gagnante.

Cette extension, appelée ZF+, enrichit le concept de nombre entier et permet d'étendre, de façon naturelle, la notion d'ordre de grandeur à l'ensemble des nombres réels. On définit un *réel modéré* comme un réel dont la partie entière est modérée, un réel est *très grand* si sa partie entière est très grande. Parmi les réels modérés, les *réels très petits* ou *infinitésimaux* sont ceux dont l'inverse est un réel très grand,. L'arithmétique sur ces nombres est fidèle à l'intuition.

On définit à l'aide des infinitésimaux la *notion de proximité* qui est fondamentale pour l'Analyse. On dit que deux réels sont *très proches* si leur différence est un réel très petit. On en déduit de nombreuses règles d'approximation qui sont très simples à élaborer et à démontrer. Ce premier niveau d'extension permet de réhabiliter l'aspect numérique de l'Analyse. Un travail sur la nature d'expressions algébriques dépendantes d'un nombre x très grand ou très petit ou très proche d'un nombre donné r permet de faire de l'Analyse sur les nombres et prépare ainsi l'élève à un apprentissage plus facile des différents concepts de l'Analyse.

Un exemple significatif est de démontrer, à l'aide de manipulations algébriques sur les nombres, que si $z = \sqrt[3]{1+x}$ où x est un nombre très petit alors $z = 1 + \frac{x}{3}(1+t)$ où t est un nombre très petit. Un expert verrait un développement limité mais le traitement qu'on fait est exclusivement numérique, on ignore complètement la notion de fonction et de dérivée.
Le cadre avec les ordres de grandeur ZF+ est insuffisant pour établir une définition de la limite équivalente à la définition classique. Un second niveau d'extension est par conséquent nécessaire.

Le second niveau d'extension, appelé ZFE, s'obtient en adjoignant, à la théorie classique de Zermelo et Fraenkel (avec l'axiome du choix), le prédicat *bien déterminé* avec trois axiomes le régissant. L'extension ZF+ en est un sous produit. On retrouve naturellement les ordres de grandeur et toute l'analyse approximative qui vont permettre de définir et de communiquer plus facilement les idées fondamentales de l'Analyse. Ainsi, la définition de limite est établie telle que nous la suggère l'intuition : la limite d'une fonction f quand x tend vers a est le réel bien déterminé l tel que pour tout x très proche de a, $f(x)$ est très proche de l. Les théorèmes classiques de l'Analyse (théorème des valeurs intermédiaires, toute fonction continue sur un intervalle fermé est bornée, toute suite croissante et majorée est convergente...) possèdent dans ce cadre des démonstrations d'un type nouveau accessibles à un élève de lycée. Ce calcul infinitésimal par sa fidélité à la perception intuitive facilite et développe chez l'élève l'art de raisonner et d'inventer.

La pédagogie de cette approche reste à élaborer. Des groupes IREM sont mis en place en Alsace et en Picardie pour réaliser des documents et mener des expérimentations. Les âmes sensibles et désireuses de participer au débat et à la construction d'un nouvel enseignement de l'Analyse sont invitées à nous rejoindre.