

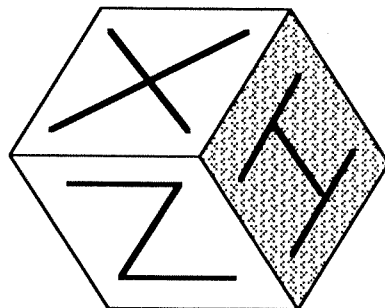


UNIVERSITE
LOUIS PASTEUR
STRASBOURG

I.R.E.M.
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG
Pour les brochures :
Tél. : 03 88 41 64 40
Fax : 03 88 41 64 49
E.mail : bibirem@math.u-strasbg-fr

VOIR ET RAISONNER :
A LA CONQUETE DE L'ESPACE
AU COLLEGE

Groupe collège de Strasbourg



VOIR ET RAISONNER :
A LA CONQUETE DE L'ESPACE
AU COLLEGE

**Travail réalisé avec le soutien de la D.L.C.
(Direction des Lycées et Collèges)**

Voir et raisonner : à la conquête de l'espace au collège.

IREM de Strasbourg.

Pendant trois ans, nous nous sommes penchés sur le problème de l'enseignement de la géométrie dans l'espace au collège. Fort de notre expérience de recherche dans le domaine de la géométrie plane, nous avons décidé de décoller du plan pour aller avec nos élèves à la conquête de l'espace. C'est à cette aventure que nous vous convions.

Voici la liste des membres de l'équipage :

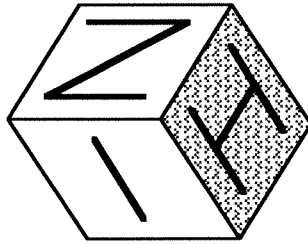
Claire Bayart (Collège Fustel, Strasbourg), Claude Gos (La Providence, Strasbourg), Chantal Hindelang (Collège Foch, Strasbourg), Marie-Anne Keyling (Collège Twinger, Strasbourg), Claude Mathern (Collège Martin Schongauer, Ostwald), Monique Ortlieb (Collège Twinger, Strasbourg), Jean-Claude Rauscher (Collège Martin Schongauer, Ostwald), Gabrielle Roesch (Collège Hans Arp, Strasbourg).

Tout au long de ce vol (parfois planant...) nous avons pu bénéficier des propositions, des conseils et des indications de R. Duval (alors professeur à l'ULP de Strasbourg, actuellement professeur d'Université à l'IUFM de Gravelines) et de M.-P. Rommevaux (professeur de mathématiques en lycée à Besançon) qui, sous la direction de R. Duval, achève une thèse sur l'apprentissage de la géométrie dans l'espace au lycée. Sans eux, ce travail n'aurait pu se faire.

Etes-vous prêt pour le compte à rebours ?

Cinq, quatre, trois, deux, un, zéro

Première partie



I Enseigner la géométrie dans l'espace au collège : une question de temps disponible ?

Que faire au début du collège pour initier nos élèves à la géométrie dans l'espace? Leur demander d'observer et de décrire des solides ? D'en réaliser les patrons ? De les représenter en perspective ? Le programme et les ouvrages scolaires nous invitent à pratiquer ces activités avec nos élèves. Mais cette pratique pose souvent un important problème de gestion du temps dans notre enseignement. En effet, nous sentons bien qu'il faut consacrer un temps non négligeable à ces activités pour qu'elles permettent à nos élèves de se familiariser efficacement avec l'espace. Mais de ce temps, bien souvent nous n'en disposons pas ou nous ne le donnons pas, surtout dans les premières années du collège. Ne serait-ce que parce qu'il semble en concurrence avec le temps consacré aux autres apprentissages comme par exemple celui laissé à la géométrie plane. Il reste alors peu de place à attribuer à la géométrie dans l'espace. D'ailleurs, elle se trouve souvent reléguée en fin d'année scolaire.

Pourtant, très rapidement, les élèves doivent être capables d'analyser les situations dans l'espace présentées par les exercices de 4ème et 3ème. Ces exercices se présentent généralement sous la forme d'un énoncé accompagné par une représentation de la situation en perspective. D'après le programme, il s'agit par exemple de savoir utiliser le théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs (diagonale d'un parallélépipède rectangle, rayon d'une section plane d'une sphère, hauteur d'une pyramide régulière) dans des situations simples et uniquement à propos de travaux sur les solides.

En voici un exemple tiré du livre de 4ème de l'IREM de Strasbourg (Hachette-Istra, 1992) dans le chapitre "Théorème de Pythagore et applications". Il nous paraît assez représentatif et nous permettra une première description des compétences qui sont demandées aux élèves dans le cadre de la géométrie de l'espace.

Nous proposons à nos lecteurs de l'exécuter avant de lire la brève analyse que nous en faisons. Comme nous, peut-être auront-ils des surprises !

Problème 1:

1° Représenter, comme ci-dessous, un cube dont l'arête mesure 5,5 cm.

2° Placer les points R, S et T sur les arêtes AB, DE et EH, tels que :
 $AR = DS = HT = 2 \text{ cm}$.

3° Calculer ST^2 et RS^2 (on admettra que le triangle RDS est rectangle en D)

4° Placer le point U sur l'arête AB tel que :
 $BU = 2 \text{ cm}$
 Quelle est la nature du quadrilatère BHTU ?
 Utiliser alors le triangle TUR pour calculer RT^2 .

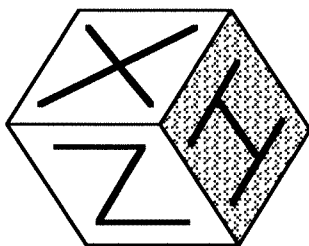
5° Prouver que le triangle RST est rectangle.

6° Construire, au compas et à la règle, en vraie grandeur, les triangles ARD, RDS et RST

Une analyse, même rapide, de cet énoncé nous laisse entrevoir les difficultés que les élèves devront surmonter pour réussir dans les tâches qui leur sont proposées.

L'énoncé précise que le triangle RDS est rectangle en D. Au collègue, l'élève n'est en effet pas sensé savoir qu'une droite orthogonale à deux droites sécantes d'un plan est orthogonale à toute autre droite de ce plan. Soit ! Par contre, il n'y a aucune indication immédiate en ce qui concerne la nature du triangle RUT. L'énoncé incite à utiliser la propriété de Pythagore pour calculer le carré de RT. Mais la représentation donnée tend à piéger le regard de notre élève et des professeurs que nous sommes : sur la figure le triangle RUT semble rectangle en R. Pourtant c'est l'angle en U qui est droit. La question précédente qui demande de préciser la nature du quadrilatère BHUT peut désamorcer ce piège. Mais encore faut-il avoir compris que contrairement à ce qui se passe en géométrie plane, le fait de représenter une situation en 3D dans un plan en 2D se solde généralement par une perte d'informations accessibles à la vision. Par exemple qu'un angle droit n'apparaît pas nécessairement comme droit. Il faut ensuite savoir restituer ces informations par une représentation mentale en 3D de la situation représentée en 2D. Il s'agit de savoir repérer et se représenter un plan dans lequel on pourra réaliser une analyse fiable qui déjouera le piège tendu au regard : ici, de faire le lien avec la question précédente (nature du quadrilatère BHUT) et considérer le plan ABHE dans lequel on peut situer le triangle RTU.

On voit donc, que, par rapport à la géométrie plane, la géométrie dans l'espace pose de nouveaux et redoutables problèmes à qui veut s'y aventurer.



II La question de la progression.

Comment préparer nos élèves à affronter ces difficultés malgré les contraintes de temps? Comment les initier à l'analyse de situations dans l'espace ? On voit déjà, après cette brève analyse, qu'il ne s'agit peut-être pas seulement d'une question de temps consacré à cet enseignement. En effet, pour que le temps consacré à la géométrie dans l'espace en classe soit suffisant sans être dévorant, il faut qu'il soit efficace. Or, notre impression a priori concernant notre pratique dans ce domaine était surtout celle d'un manque de cohérence entre les différentes activités réalisées avec nos élèves. On leur faisait bien construire en début de collège des cubes, des pavés et des prismes droits pour les décrire et les observer, compléter des représentations en perspective parallèle, réaliser des patrons, etc. Mais pourquoi faire telles activités à tels moments ? Quels apprentissages en résultent ? Ces apprentissages se révéleront-ils utiles aux élèves pour faire face aux situations qu'on leur proposera en fin de collège ? Et comment les développer alors ? A de telles questions nous ne savions pas proposer de réponses réfléchies. Mais y répondre semblait une nécessité pour élaborer une progression cohérente tout au long des quatre années du collège et proposer à nos élèves des parcours d'apprentissage motivants et cohérents. Pour les définir, on peut dans un premier temps se référer au programme et à ses commentaires (chose qu'on a parfois tendance à oublier). Ils ont en effet le mérite de suggérer une progression en termes de contenus précis et de compétences visées. Mais dans un second temps, nous nous sommes rendu compte que, pour définir une progression, une analyse plus précise des tâches en jeu par l'observation des élèves en activité se révèle nécessaire. Commençons par rappeler ce que nous suggère le programme.

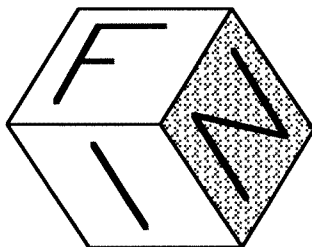
III La progression esquissée par le programme : apprendre à voir pour apprendre à calculer et à raisonner.

Comme pour les quadrilatères en géométrie plane ou les transformations du plan, le programme indique avec précision les objets qui sont à étudier à chacun des quatre niveaux du collège. Pour les quadrilatères par exemple, la 6ème est consacrée aux rectangles, carrés et losanges. C'est en 5ème qu'on intègre les parallélogrammes. En 4ème et 3ème, l'ensemble des

propriétés des quadrilatères particuliers doit être maîtrisé. En cohérence avec cette planification, les isométries étudiées sont : en 6ème, les symétries orthogonales, en 5ème les symétries centrales, en 4ème et 3ème, s'ajoutent les translations et les rotations. Une logique parallèle se retrouve à propos des solides étudiés au collège : le parallélépipède rectangle est "vu" en 6ème, le prisme droit et le cylindre de révolution en 5ème, la sphère, la pyramide et le cône de révolution en 4ème et 3ème.

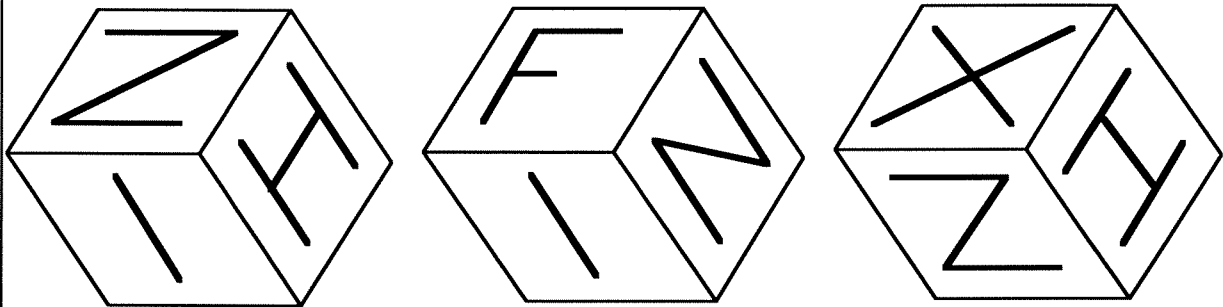
Mais au delà de ces contenus, le programme évoque et justifie aussi une progression en termes de compétences à développer tout au long des quatre années. Tout comme dans les apprentissages en géométrie plane, "voir" est indispensable dans les apprentissages relatifs à l'espace. Mais comme nous l'avons vu en analysant l'exercice proposé par le livre de l'IREM de Strasbourg, le regard est encore bien plus complexe dans la géométrie dans l'espace que dans la géométrie plane. Pour être pertinent, il demande à être éduqué. Le programme de collège subordonne donc les capacités de calculer et d'argumenter à celles de "voir dans l'espace". Ce n'est qu'en fin de collège que les élèves sont appelés explicitement à argumenter à partir des observations réalisées et de quelques énoncés "courants" concernant l'orthogonalité et le parallélisme. Les premières années du collège sont consacrées à "apprendre à voir" et à "dégager les principales connaissances". Ainsi, les commentaires du programme esquissent une perspective pour la progression à mener : apprendre à voir dans l'espace pour apprendre progressivement à y calculer et y raisonner. Ils donnent même des indications plus précises pour entreprendre cette progression. En 5ème par exemple, les commentaires stipulent : " Passer de l'objet à ses représentations constitue encore l'essentiel du travail..... L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure visualisation des différentes représentations d'un objet. Ces travaux permettront de consolider les images mentales déjà mises en place, relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité. "

Dans le paragraphe suivant, nous analyserons plus précisément les compétences en jeu dans le "voir" et le "raisonner" dans l'espace.



Nous proposons aux lecteurs qui ont certainement été intrigués par les cubes qui ponctuent les paragraphes précédents, un exercice qui a été donné dans le cadre du concours interclasses “Mathématiques Sans Frontières”. Il nous permettra aussi d’avancer dans l’analyse des tâches en jeu en géométrie dans l’espace.

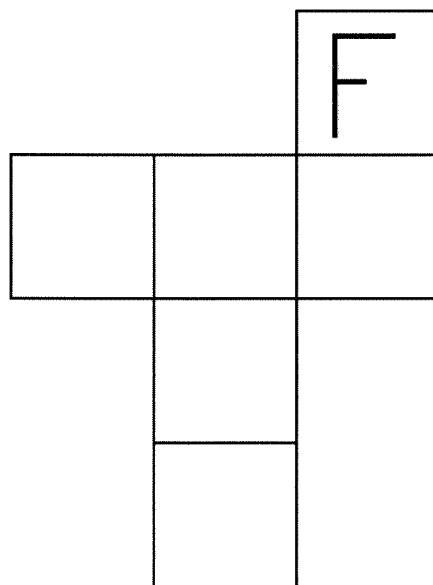
Le dé est jeté...



Sont représentés précédemment trois points de vue d’un cube en projection orthogonale.

Voici un patron de ce même cube.

Pouvez vous compléter le patron de ce cube ?



Avez-vous trouvé ?

IV Voir et raisonner dans l'espace pour résoudre un problème : quelles sont les compétences en jeu ?

Distinguer les différentes façons de communiquer aux élèves les données d'un problème permet déjà de décrire les tâches en jeu dans la géométrie tridimensionnelle et de repérer quelques modalités classiques d'enseignement. Nous en voyons quatre :

- Une première est de décrire la situation problématique uniquement par un texte. Elle suppose que l'élève est capable de se représenter en 3D la situation décrite et d'en donner une représentation en 2D.

- Une deuxième, la plus fréquemment rencontrée dans les manuels et dans les évaluations "classiques" (contrôle continu, brevet, etc.), est d'adjoindre au texte une représentation en perspective de la situation. Elle suppose que les élèves sachent "lire" ces représentations.

- Une troisième est d'adjoindre au texte une maquette ou un patron. Pour des raisons pratiques, elle ne se rencontre pas dans les livres mais seulement dans les activités menées en classe.

- Une quatrième est rendue possible avec les logiciels informatiques qui permettent de travailler sur un problème à partir d'une représentation en 3D qu'on peut faire virtuellement "bouger".

Ces façons de livrer une situation problématique aux élèves ne sont pas équivalentes. Chacune d'elles induit des tâches de natures différentes. Nous allons à présent analyser celles qui entrent en jeu dans les deux premières présentations, c'est à dire celles par lesquelles en fin de compte les élèves sont en général "évalués". Ceci permettra de situer la perspective trop partielle de certains efforts d'enseignement et de mettre à jour des aspects essentiels des compétences nécessaires pour aller à la conquête de l'espace.

a) Difficultés des problèmes présentés uniquement par un texte.

Commençons par l'analyse des tâches à effectuer par les élèves dans le cas a priori le plus difficile, lorsque le problème de représentation de la situation est entièrement à leur charge. Voici des exemples extraits du manuel de 3ème "MATHS , IREM de Strasbourg" (Hachette-Istra, 1993) :

Exemple 1 :

Un fin bâtonnet de 16 cm de longueur entre-t-il dans une boîte cubique de 10 cm de côté ?

Exemple 2 :

Une boule de pétanque en acier, de 75 mm de diamètre, a laissé dans le sable une trace de 72 mm de diamètre. A quelle profondeur s'était-elle enfoncée ?

Exemple 3 :

Lors d'un meeting aérien, quatre avions volent en formation. Chaque avion est à égale distance des trois autres. Leur altitude est alors de 800 m pour trois d'entre eux et de 1000 m pour le quatrième. Calculer la distance qui sépare deux avions. (D'après Math sans Frontières, Alsace, 1992).

Pour résoudre le premier problème, il est nécessaire de savoir se représenter les problèmes de distance entre des points à l'intérieur d'un cube. Par exemple, on doit choisir des sous-figures planes extraites de la situation en 3D qui permettent d'avoir une prise par la raison et par le calcul sur la question.

Pour résoudre le deuxième problème, il faut aussi savoir “entrer dans le solide” par des sections judicieusement choisies pour établir le lien entre le diamètre de la trace, le rayon de la boule et la distance du centre de la boule à la trace.

Par ces deux premiers exemples, on voit qu’une bonne représentation mentale des solides en jeu est nécessaire. La maîtrise de ces situations se manifestera d’ailleurs par la capacité des élèves à produire un dessin présentant les situations 3D sur une feuille, d’abord par une représentation en perspective, ensuite par la représentation de sous-figures planes extraites de l’objet.

Le troisième problème montre la difficulté de ces entreprises dans toute son ampleur.

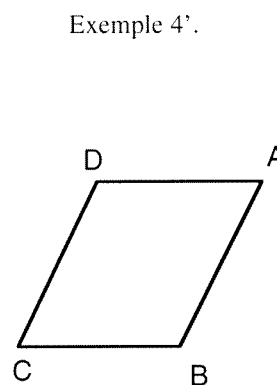
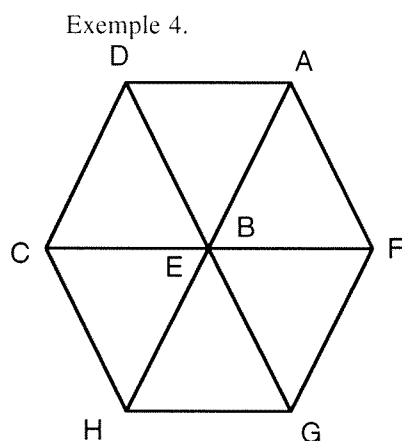
Pour résoudre le troisième problème, l’élève saura placer trois points équidistants sur un plan, mais comment y faire entrer l’espace pour y faire figurer le quatrième point ? Comment représenter une situation en 3D sur une feuille ? Comme le montre l’épistémologie dans ce domaine, le problème n’est pas “mince” ! Représenter un objet 3D en 2D demande une compréhension et une maîtrise des règles qui régissent un mode de représentation. Et savoir réaliser un tel passage, c’est déjà avoir une représentation mentale opératoire de la situation.

On comprend alors que les problèmes de géométrie de l’espace où aucune représentation ne vient accompagner le texte sont relativement rares dans les livres et posés plutôt en fin de chapitre, lorsque les connaissances ont été en principe assimilées. Pour résoudre les problèmes, l’élève a donc dans une majorité de cas une représentation en perspective à sa disposition. A priori on peut penser qu’il s’agit là d’une aide qui lui facilite le travail !

b) Les problèmes accompagnés d’une représentation en perspective de la situation sont-ils plus faciles ?

On peut le penser car l’élève a alors un support pour voir et raisonner. Mais il ne faut pas oublier les contraintes et les pièges occasionnés par le passage des objets tridimensionnels à l’une de leurs représentations bidimensionnelles.

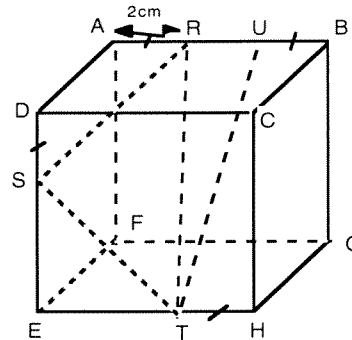
La première difficulté est de voir qu’une représentation graphique représente bien une situation tridimensionnelle. Ce n’est pas toujours facile, même pour un œil averti comme le montre l’exemple 4. L’inverse arrive aussi : certains élèves en début de collège appellent la figure de l’exemple 4’, un carré, parce qu’ils imaginent un carreau vu en perspective.



Ensuite il y a d'autres difficultés que nous avons déjà eu l'occasion de repérer à propos du problème 1. Pour situer ces difficultés, rappelons succinctement la teneur du problème et posons-nous quelques questions à son sujet.

Exemple 5:

A partir de la figure ci-contre, il s'agit de prouver que le triangle est rectangle en calculant ST^2 , RS^2 et RT^2 .



- Quelle est la nature du solide ABCDEFGH ? Il y a une première difficulté : un même dessin peut représenter plusieurs types d'objets. Ainsi présenté, il pourrait tout aussi bien s'agir d'un cube que d'un parallélépipède. Pour déjouer cette ambiguïté, il est nécessaire de préciser dans les hypothèses la nature de l'objet représenté (ce qui est fait dans l'énoncé initial de l'exemple 5). Mais signalons que, sans cette précision, le lecteur n'a aucun moyen pour trancher.
- La face DCHE est-elle la face avant ou arrière ? Il y a une autre ambiguïté classique sur l'orientation de l'objet représenté. Pour la lever, on recourt en général à l'usage de couleurs ou comme ici de pointillés. Mais même avec des pointillés, le lecteur peut encore voir tantôt un cube où DCHE est une face avant, tantôt un cube où DCHE est une face arrière. Arriver à voir à volonté l'une ou l'autre de ces situations est d'ailleurs bon signe quant à nos capacités perceptives !
- Les triangles SRT et RUT sont-ils dans un même plan ? Une contrainte très forte de la représentation d'un objet 3D en 2D est de représenter une multiplicité de plans parallèles ou sécants dans un seul plan. Discerner ces plans à partir d'une représentation en perspective devient alors un problème.
- Quelle est la nature des triangles CBE et BFD ? Le triangle RUT est-il rectangle en R ? La représentation d'un objet 3D en 2D fixe nécessairement un point de vue qui donne une image insuffisante ou déformée de l'objet. Contrairement à la géométrie plane, l'accès aux informations n'est pas immédiat. Ce qui se donne à voir demande un traitement pour être confirmé ou infirmé. Il faut, par exemple, imaginer la situation vue sous un autre angle. Mais cela ne suffit pas. Il faut aussi savoir raisonner pour valider les hypothèses nées de ces changements de points de vue : par exemple établir que le triangle DFB est équilatéral parce que ses côtés sont des diagonales des faces du cube.

En conclusion, même si l'on est familier avec l'usage des représentations en perspective, on voit que les réponses ne sont pas immédiates. Un temps de réflexion et d'analyse est nécessaire. Dans le n°153 (juillet 1990) de "Pour la Science" (cité par M.-P. Rommevaux, 1991), J. Hubbard dit :

"Nous ne voyons des objets sur de telles projections, que quand nous les connaissons déjà : un dessin dans le plan avec sa perspective, ses différents plans n'est assimilé par l'observateur que s'il a

intégré préalablement cette structure dans son cerveau. Pour l'analyser il doit le voir bouger ou le regarder avec des lunettes stéréoscopiques."

Il apparaît donc clairement que le fait d'accompagner un problème par une représentation en perspective de la situation ne facilite pas décisivement le travail de l'élève, s'il n'a pas déjà intégré des images mentales de la situation, images sur lesquelles il peut efficacement opérer en les faisant bouger et en raisonnant à partir d'elles.

c) Voir et raisonner dans l'espace : les compétences à développer.

La conclusion précédente peut paraître un peu désespérante : ne savent voir et raisonner dans l'espace que ceux qui ont à leur disposition des représentations mentales sur lesquelles ils peuvent opérer ! Le problème reste entier : comment aider les élèves à se fabriquer ces représentations ? Cette analyse des difficultés de quelques problèmes de 3D à propos de solides au programme du collège nous permet déjà de repérer de façon plus opératoire quelques conditions nécessaires (mais non suffisantes, surtout prises isolément) que doivent remplir les élèves pour qu'ils puissent surmonter ces difficultés. Ces conditions sont : connaître les règles élémentaires du dessin en perspective (conservation du parallélisme et des milieux), avoir compris qu'on ne peut comme en géométrie plane se fier à ce qui est vu sur le dessin et qu'une représentation en perspective se traduit par des pertes d'informations, enfin savoir qu'il est possible de restituer certaines informations en faisant bouger mentalement un objet 3D représenté en 2D, en raisonnant sur l'objet représenté ou en discernant les plans pertinents pour la résolution du problème.

Dans quelle mesure ces conditions étaient-elles a priori remplies chez nos élèves ? C'est ce que nous avons voulu savoir avant d'élaborer des stratégies d'enseignement. Nous avons élaboré un instrument d'évaluation qui nous a permis de faire l'état des lieux. Cet outil devait permettre de voir si les élèves savaient représenter des situations dans l'espace et réciproquement, analyser les situations de l'espace représentées dans le plan. Il devait aussi montrer si, de la cinquième à la troisième, on assistait à une progression des capacités visées ou au contraire à une stagnation. Nous avons fait passer ce test dans nos classes de 5ème (136 élèves), de 4ème (106 élèves) et 3ème (116 élèves). La population interrogée correspondait à des situations variées de recrutement d'un point de vue sociologique. Les trois parties (exercice 1 d'abord, 2, 3 et 4 ensuite, et 5 pour finir) ont été passées à des moments différents, en début de séances portant sur d'autres contenus. Elles n'ont pas pris plus d'un quart d'heure chacune. L'intégralité du test est présentée page 23.

V Nos élèves savent-ils voir et raisonner dans l'espace : compte rendu d'une enquête.

a) Les objectifs du test.

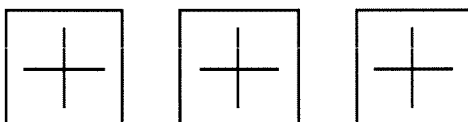
Le but était d'évaluer les compétences des élèves dans le domaine de la géométrie dans l'espace tels que nous venons de les décrire. L'analyse des productions des élèves nous permettra d'ailleurs souvent de relever les lacunes de notre test et de cerner davantage encore les tâches en jeu.

Tout d'abord avec la question 1, il s'agit de savoir si les élèves savent produire ou compléter la représentation en perspective d'un cube en respectant les règles de ce genre de production. Dans les questions 2, 3 et 4 nous avons présenté plusieurs points de vue d'un même objet. Par ce procédé, nous avons cherché à savoir si les élèves savent qu'il ne faut pas se fier aux apparences d'une représentation, mais de faire bouger mentalement un cube ou d'en analyser les caractéristiques, soit à partir des faces, soit en discernant des plans sécants pour restituer certaines informations. La question 5 permet surtout de voir si les élèves savent discerner des plans dans une représentation en perspective.

b) Analyse du test

Exercice 1 : Les élèves savent-ils produire ou compléter la représentation en perspective d'un cube en respectant les règles ?

On a des étiquettes carrées sur lesquelles figure un signe +. Chaque étiquette a les mêmes dimensions que les faces d'un cube. On colle ces étiquettes sur les faces du cube.



Dessine ce cube de façon à voir 3 faces munies de leurs étiquettes.

- Représentation du cube en perspective

Résultats :

	Réussite	Erreur	Non réponse
5ème	70%	26%	3%
4ème	78%	22%	0%
3ème	81%	18%	3%

Nous n'avons pas tenu compte des coefficients de réduction, nous avons accepté les perspectives parallèles et les perspectives à points de fuite (très exceptionnelles). Nous avons rejeté les représentations comportant des erreurs flagrantes de parallélisme.

- Dessiner des croix sur les trois faces visibles du cube.

Résultats:

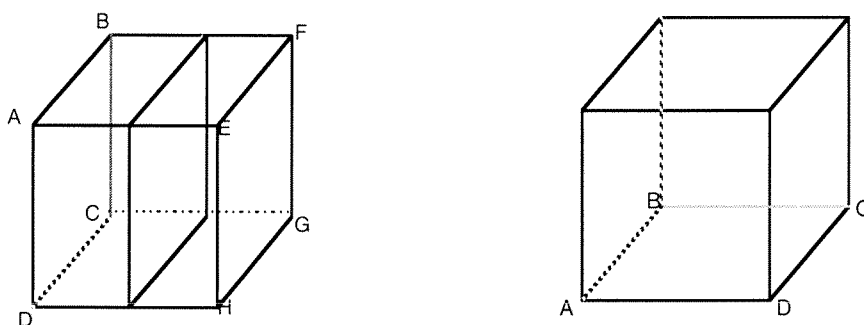
	1	5	9	Non réponse
5ème	29%	10%	49%	12%
4ème	27%	11%	50%	12%
3ème	40%	15%	38%	7%

Le code 1 a été attribué si la croix était correctement dessinée sur les trois faces. (C'est le parallélisme des branches de la croix aux arêtes du cube qui a été pris en compte)

Le code 5 a été attribué s'il n'y avait qu'un seul défaut de dessin sur une seule face du cube. Sinon, nous avons attribué le code 9.

On observe que le dessin des croix est bien moins réussi que celui du cube. Cela montre que la réussite du dessin du cube ne signifie pas que les règles de la perspective parallèle sont connues et encore moins maîtrisées. On peut penser qu'il s'agit surtout de la reproduction de dessins déjà vus antérieurement (éventuellement appris sur quadrillage). Beaucoup d'élèves représentent les croix sur les faces latérales du cube telles qu'elles seraient vues sur la face avant du cube. Les règles de conservation du parallélisme et des milieux ne sont pas appliquées. A noter qu'en troisième, plus de la moitié des élèves n'ont pas encore assimilé ces règles.

Exercice 2 : Les élèves savent-ils déterminer et imaginer les mouvements d'un cube à partir de représentations en perspective ?



On a tourné le cube.

Remplace les sommets manquants et dessine la partie grisée sur le nouveau cube.

- Placement des sommets.

Résultats:

	Réussite	Erreur	Non réponse
5ème	85%	7%	8%
4ème	90%	5%	5%
3ème	91%	6%	3%

- La position du plan.

Résultats:

	Réussite	Erreur	Non réponse
5ème	61%	34%	5%
4ème	62%	28%	10%
3ème	78%	15%	7%

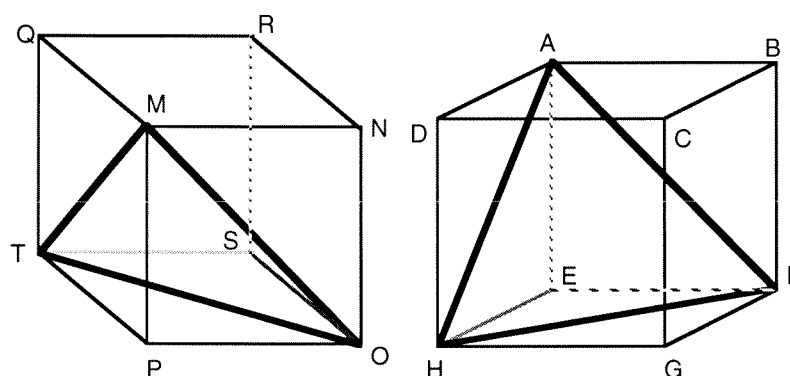
On remarque que les réussites sont bonnes de la cinquième à la troisième. Cela est vrai, dans une moindre mesure, pour la deuxième question. Peut-on, pour autant, penser que les élèves ont bien imaginé la rotation du cube ? Ce n'est pas sûr car certains indices permettent de résoudre la question sans "voir" la rotation en jeu.

Ainsi, les deux vues du cube proposées se déduisent l'une de l'autre dans un plan parallèle au plan de projection, c'est à dire qu'il suffit d'imaginer une rotation plane de la face ADHE. Les deux points E et H étant placés, les autres sommets s'en déduisent.

On peut remarquer aussi que dans la deuxième question les sommets de la partie grisée sont les milieux des arêtes du cube. Cela permet de placer le plan dans sa nouvelle position sans nécessairement imaginer la rotation. Par contre les élèves qui ont gardé le plan vertical n'ont ni déterminé, ni imaginé la rotation. Mais peut-être n'ont-ils justement fait que "voir" le "cube tourné" sans se préoccuper de contrôler leur impression première. Par exemple, les élèves qui placent correctement les sommets et la partie grisée, ont pu raisonner uniquement sur la désignation des faces et des arêtes. Le taux élevé de réussites à cet exercice ne témoigne donc pas de façon incontestable de la capacité des élèves à faire bouger mentalement une représentation du cube dans l'espace. Les exercices suivants nous apporteront davantage de précisions à ce sujet.

Exercices n°3 et n°4 : Les élèves sont-ils capables de "Voir" des triangles identiques dans des cubes représentés sous des points de vue différents ?

n°3 :



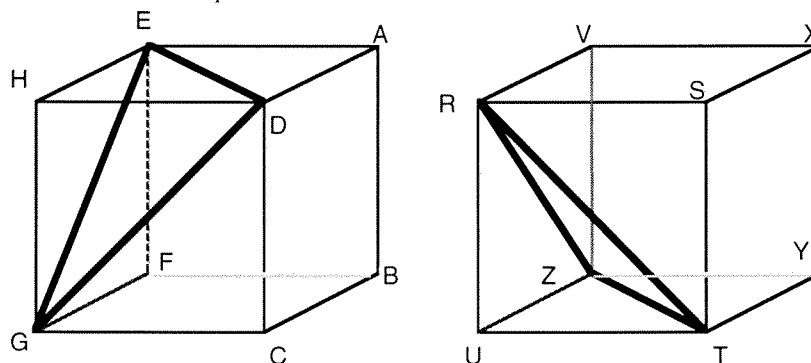
Les deux cubes ci-dessus ont la même dimension. Dans chacun d'eux, on a dessiné un triangle.

Dominique dit : "Le triangle AHF et le triangle MOT sont identiques".

Claude dit : "Les triangles AHF et MOT sont différents (n'ont pas les mêmes dimensions)."

A ton avis, quel enfant a raison ? Pourquoi ?

n°4 :



Les deux cubes ci-dessus ont la même dimension. Dans chacun d'eux, on a dessiné un triangle.

Benoît dit : "Le triangle DGE est isocèle, le triangle RZT est quelconque."

Paul dit : "Les triangles DGE et RZT sont tous les deux équilatéraux."

A ton avis, quel enfant a raison ? Pourquoi ?

Les résultats des deux exercices ont été codés conjointement car les textes qui les accompagnent pouvaient perturber les résultats enregistrés. Seuls les réussites ou les échecs conjoints donnent une indication sur les capacités de raisonnement ou d'imagination des élèves, étant donné que les réussites-échecs ou échecs-réussites peuvent être imputés à des problèmes linguistiques et non mathématiques. En effet, l'exercice 3 porte sur deux affirmations s'excluant mutuellement. Dans l'exercice 4, une affirmation comporte deux indications ; l'autre affirmation en comporte une seule concernant les natures précises des triangles. La réussite aux deux exercices tendrait à prouver que les élèves imaginent bien l'isométrie des faces du cube. Un échec conjoint laisse supposer une lecture directe des dessins : les élèves les traitent comme des figures planes, mesurent des longueurs et des angles et n'imaginent pas l'objet à partir du dessin.

Résultats :

	1	5	9	Non réponses
5ème	25%	17%	58%	0%
4ème	26%	26%	46%	2%
3ème	32%	26%	38%	3%

Nous avons codé 1, la réussite aux deux exercices. Nous avons accepté les justifications qui parlaient de diagonales de faces ou de rotation du cube. Le code 5 signifie la réussite à l'un des deux exercices, et le code 9 l'échec aux deux exercices ou l'échec à l'un et la non-réponse à l'autre.

On note un fort taux d'échec et peu de progrès de la cinquième à la troisième. Les productions des élèves montrent qu'une majorité d'entre eux a effectivement traité les dessins comme des figures planes : ils se fient à l'aspect des triangles ou mesurent les longueurs de leurs côtés. Ainsi, à propos de l'exercice 3 voici quelques réponses représentatives :

“C'est Claude qui a raison car le triangle AFH est plus grand que le triangle MOT”

“C'est Claude qui a raison car le triangle MOT est un triangle rectangle et le triangle AFH est équilatéral; ils ne peuvent pas être identiques”

Ou à propos de l'exercice 4 :

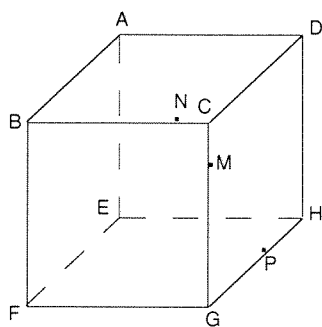
“Benoît a raison car $ED=2,2$ cm, $EB= DG=5,5$ cm donc le triangle EDG est isocèle en G. Le triangle RZT est quelconque car $RZ= 3,5$ cm $RT= 5,5$ cm , $ZT = 2,4$ cm”

“Aucun des deux n'a raison parce que EDG n'est pas isocèle ni équilatéral” (sur la figure la présence d'arcs de cercle montre que l'élève a utilisé un compas pour comparer les longueurs des côtés).

Les représentations données et les textes qui les accompagnent (*“les deux cubes ci-dessous ont la même dimension”*) ne conduisent pas forcément les élèves à traiter d'une situation de l'espace : ils traitent une configuration plane. Et cela se confirme par leurs réponses à l'exercice 4.

Pour les élèves qui imaginent en revanche un cube qu'on fait bouger, on remarque que, les mots “isocèles” et “équilatéraux” ont provoqué une analyse plus fine de la situation. Les justifications font appel plus souvent aux *“diagonales des faces du cube”* que dans l'exercice 3 où on trouve plutôt des formules plus lapidaires du type *“on a tourné le cube”*.

Exercice 5 : Les élèves savent-ils discerner des plans dans une représentation en perspective?

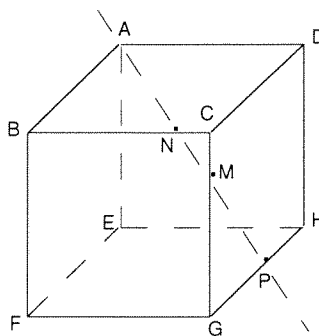


Ce dessin représente le cube $ABCDEFGH$.

Le point M est un point de l'arête $[CG]$,

le point N est un point de l'arête $[BC]$,

et le point P est un point de l'arête $[GH]$.



La droite (AM) a été tracée dans le cube $ABCDEFGH$.

Le dessin ci-dessus représente cette nouvelle situation.

Certains élèves s'interrogent devant ce que représente ce dessin:

Paul dit: "**Cette droite (AM) passe par le point P .**"

A ton avis a-t-il raison? OUI NON J'HESITE

Marie rétorque: "**Mais non, c'est la droite (NM) qui passe par P .**"

A ton avis a-t-elle raison? OUI NON J'HESITE

Julien veut mettre tout le monde d'accord et dit: "**De toute façon, les droites (AM) et (NM) sont dans le cube une et une seule droite.**"

A ton avis a-t-il raison? OUI NON J'HESITE

Hinda intervient: "**Mais non, vous vous laissez tromper par le dessin, les deux droites (AM) et (NM) sont différentes et aucune ne passe par P .**"

A ton avis a-t-elle raison? OUI NON J'HESITE

Et toi, quel est ton point de vue? Pourquoi?

Le but de cet exercice est de tester les élèves sur leur capacité à repérer à partir de cette représentation que dans la réalité la droite AM ne peut pas passer par N , ni par P .

Si les exercices 3 et 4 pouvaient être résolus par l'analyse des faces du cube, dans l'exercice 5, il faut savoir repérer que la droite AM n'est contenue dans aucun des plans correspondants aux faces du cube mais dans le plan $AEGC$ "coupant" le cube, laissant de côté les points P et N .

Un codage des différentes combinaisons de réponses en OUI, NON, J'HÉSITE sur les quatre affirmations, s'est révélé délicat et ne semblait pas apporter des éléments d'analyse évidents. En revanche, il apparaît que confrontés à ces quatre prises de positions, les élèves sont entrés dans le débat et ont pu ensuite se positionner clairement en exprimant leur point de vue. L'analyse des réponses de nos élèves fait apparaître trois catégories:

- Les élèves qui n'avaient aucun doute: "**Les points A , M , N , P sont alignés**". Ces élèves traitent la figure en dimension 2. Ils sont de loin les plus nombreux.

- Les élèves, peu nombreux, qui ont su discerner que ce qui apparaît sur la représentation comme une droite passant par A, N, M et P peut dans la réalité en 3D recouvrir des situations bien différentes. Mais ils ne se sont pas forcément tenus au fait qu'il était indiqué dans l'énoncé que c'est la droite AM qui a été représentée. Voici quelques avis représentatifs de cette catégorie :

“Ils se laissent tout simplement tromper par le dessin, les deux droites sont différentes, aucune ne passe par P”

“Je crois que c'est une droite et qu'elle passe par A et P, mais comme c'est un cube en perspective, ça nous trompe, elle ne passe pas par M et N”

- Les élèves qui, après avoir pris connaissance des avis de Marie, Julien, Paul et Hinda, ont bien compris la nature du problème didactique que nous nous posions. Voici une réponse donnée: *“Je me demande si on doit répondre aux questions par rapport à la réalité ou au dessin”*.

c) Conclusion

Le verdict est clair. Si l'exercice 1 nous montre des élèves qui savent assez souvent représenter des situations de l'espace (mais peut être de façon stéréotypée), les réussites aux exercices 3, 4 et 5 restent faibles de la cinquième à la troisième. Les élèves en regardant une figure en dimension 2 ne sont pas habitués à imaginer l'objet et à raisonner sur l'image mentale de cet objet. Ils la traitent comme une figure plane et non comme une représentation d'un objet de l'espace. Les images mentales qui permettent d'interpréter les représentations ne sont pas constituées. Notre analyse donne une idée des différentes appréhensions des représentations dans l'espace par les élèves :

Premier type d'appréhension : La représentation en 3D est prise comme une situation en 2D au premier degré ! L'élève colle à la réalité du dessin et ne fait pas le lien avec la situation en 3D.

Deuxième type d'appréhension : L'élève distingue la réalité de la représentation et la réalité de l'objet représenté. Mais on peut distinguer différents degrés de perfectionnement :

- L'élève a compris que la représentation est différente de la réalité mais ne produit aucune analyse pour faire le lien. Il se contente de dire que l'objet en réalité est différent de ce qui est donné à voir sur la représentation.

- L'élève est capable de lier la représentation avec l'objet réel par des analyses faites à partir des faces du solide.

- L'élève est capable de lier la représentation avec l'objet réel par des analyses faites non seulement à partir des faces du solide mais en imaginant des sections du solide non matérialisées sur la représentation.

Troisième type d'appréhension : L'élève sait non seulement faire une entrée en 3D à partir de la représentation en 2D mais aussi établir des faits en raisonnant à l'aide de propriétés de l'espace (orthogonalité et parallélisme dans l'espace par exemple).

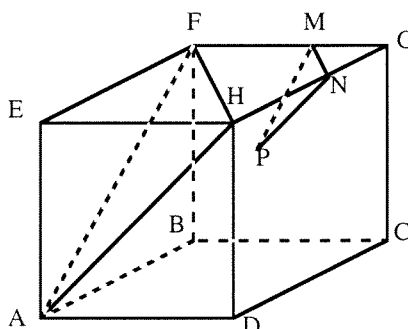
C'est au deuxième type d'appréhension que le collègue devrait raisonnablement mener un maximum d'élèves afin qu'ils puissent développer plus explicitement les démonstrations au lycée. Quelles sont les stratégies d'enseignement qui permettront cela ? C'est la question que nous allons aborder maintenant en présentant nos propositions.

VI Voir et raisonner dans l'espace : les stratégies d'enseignement.

L'analyse des résultats du test met à mal une idée qui préside parfois à nos efforts, en l'occurrence maladroits, d'enseignement : **Il ne suffit pas d'enseigner le code de lecture et d'écriture des représentations en perspective.**

Même si de nombreux élèves arrivent à représenter un solide tel que le cube et ses faces en perspective, ils n'arrivent pas pour autant à traiter une représentation de l'espace en faisant le lien avec la dimension 3.

M.-P. Rommevaux (1991) et A. Chevalier (1989) nous montrent le piège tendu par un effort d'enseignement prioritairement et uniquement axé sur l'apprentissage des règles de représentation en perspective. Ces règles, comme par exemple la conservation du milieu et du parallélisme, relèvent de la géométrie plane et du coup les élèves traitent les représentations comme des figures planes comme sur l'exemple suivant :



Production d'élève pour le dessin de la section du cube ABCDEFGH par un plan parallèle à AFH passant par le point M de l'arête FG.

Cet exemple montre bien que ce n'est pas par la connaissance a priori du code de lecture et d'écriture des représentations en perspective que l'élève développera sa connaissance des situations en 3D. Il est nécessaire que dans sa phase d'apprentissage, l'élève ait à sa disposition, non seulement une représentation, mais aussi une maquette de la situation, maquette qu'il pourra faire bouger à sa guise.

C'est dans l'interaction entre la représentation et la maquette manipulable que l'élève pourra développer des représentations mentales. Pour favoriser cette interaction entre maquette et représentation, il faut développer la capacité à repérer et à représenter en vraie grandeur des sous-figures planes.

C'est en sélectionnant des sections des solides que l'on peut analyser plus précisément la nature de certaines relations entre les éléments de la situation (orthogonalité, parallélisme ou égalité de longueurs par exemple). Cet aspect nous rend attentifs aux variables à prendre en compte pour les maquettes proposées aux élèves. Un cube peut se présenter sous différentes formes :

- une maquette pleine et opaque,
- une maquette “découpée” par des sections, notamment par assemblage de deux prismes droits ayant pour bases des triangles rectangles isocèles,
- une maquette creuse où seules les faces, transparentes ou non, sont matérialisées,
- une maquette squelettique où seules les arêtes sont matérialisées (par des tiges soudées par exemple).

Le choix effectué permettra ou non certaines actions matérielles (manipulations, découpages, dessins, projections) qui détermineront les appréhensions possibles. Une maquette opaque et pleine par exemple rendra difficile la perception d’un triangle situé “à l’intérieur” du cube. En revanche une maquette “fil de fer” ou transparente autorisant le dessin permet de repérer, de confirmer ou d’infirmier une conjecture sur la nature d’un tel triangle.

Finalement, les activités que l’on proposera aux élèves se déploieront autour de trois registres figuratifs :

- **Les objets tridimensionnels (maquettes)**
- **Leurs représentations en perspective**
- **Des représentations de sous-figures planes des objets considérés.**

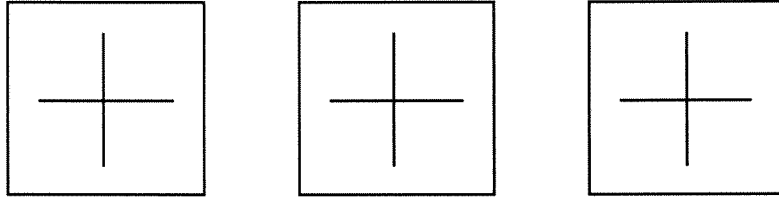
C’est la pratique des passages d’un registre à l’autre qui permettra aux élèves de se constituer leurs représentations mentales dans l’espace et d’acquérir progressivement les compétences en jeu. Pour permettre ces passages, le choix de la nature matérielle des maquettes sera primordial.

TEST

NOM
PRENOM
CLASSE

EXERCICE n°1

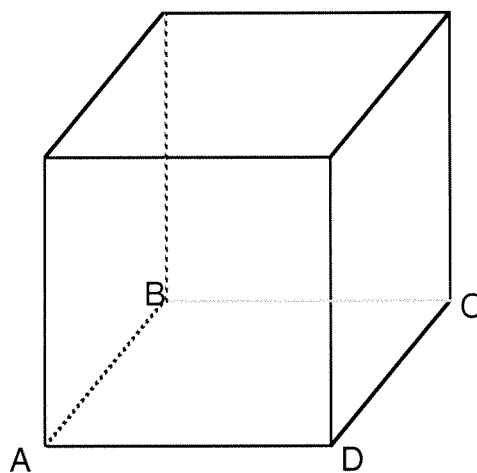
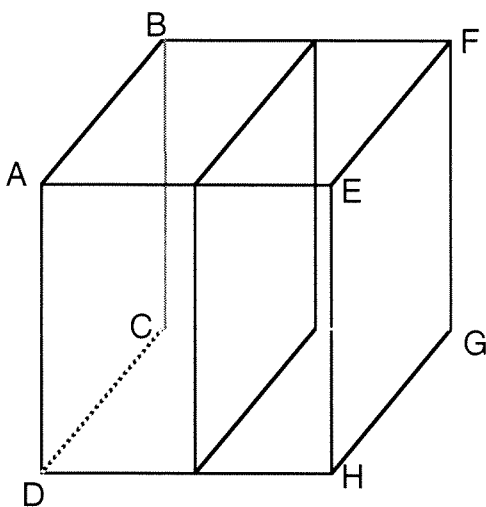
On a des étiquettes carrées sur lesquelles figure un signe +. Chaque étiquette a les mêmes dimensions que les faces d'un cube. On colle ces étiquettes sur les faces du cube.



Dessine ce cube de façon à voir 3 faces munies de leurs étiquettes.

NOM
PRENOM
CLASSE

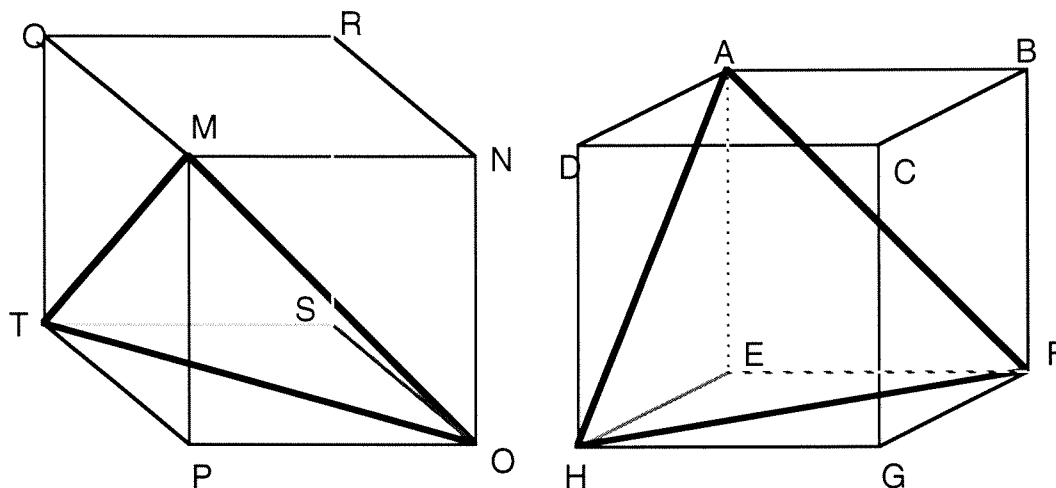
EXERCICE n°2



On a tourné le cube.

Remplace les sommets manquants et dessine la partie grisée sur le nouveau cube.

EXERCICE n°3



Les deux cubes ci-dessus ont la même dimension.

Dans chacun d'eux, on a dessiné un triangle.

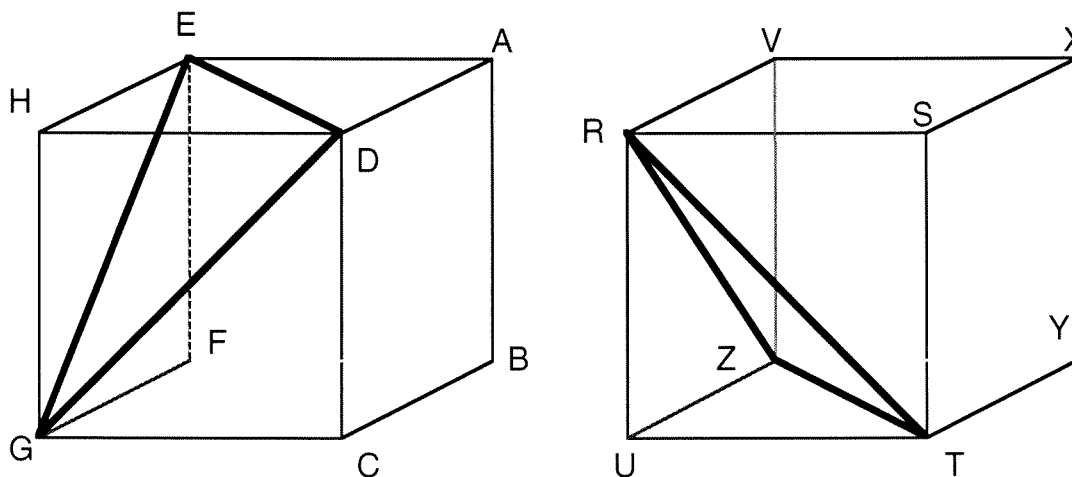
Dominique dit : «Le triangle AHF et le triangle MOT sont identiques.»

Claude dit: "Les triangles AHF et MOT sont différents (n'ont pas les mêmes dimensions)."

A ton avis, quel enfant a raison? Pourquoi?

NOM
PRENOM
CLASSE

EXERCICE n°4



Les deux cubes ci-dessus ont la même dimension.

Dans chacun d'eux, on a dessiné un triangle.

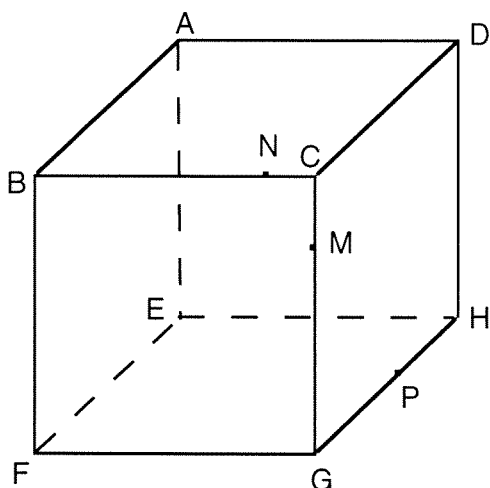
Benoît dit: "Le triangle DGE est isocèle, le triangle RZT est quelconque."

Paul dit: "Les triangles DGE et RZT sont tous les deux équilatéraux."

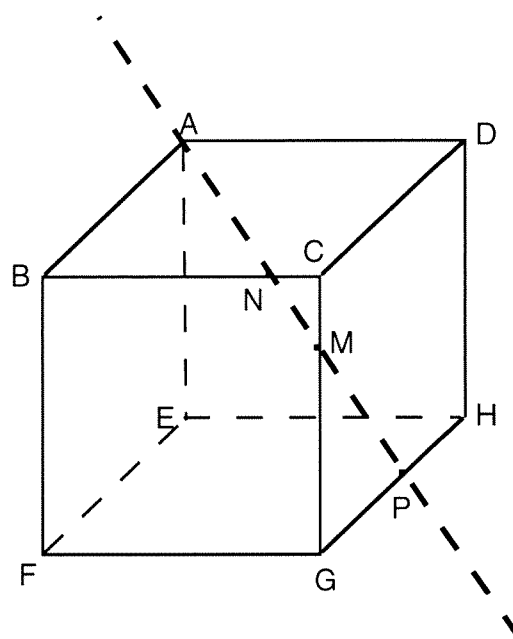
A ton avis, quel enfant a raison? Pourquoi?

NOM
PRENOM
CLASSE

EXERCICE n°5



Ce dessin représente le cube ABCDEFGH.
Le point M est un point de l'arête [CG],
le point N est un point de l'arête [BC],
et le point P est un point de l'arête [GH].



La droite (AM) a été tracée dans le cube
ABCDEFGH.
Le dessin ci-dessus représente cette
nouvelle situation.

Certains élèves s'interrogent devant ce que représente ce dessin:

Paul dit: **“Cette droite (AM) passe par le point P.”**

A ton avis a-t-il raison?

OUI

NON

J'HESITE

Marie rétorque: **“Mais non, c'est la droite (NM) qui passe par P.”**

A ton avis a-t-elle raison?

OUI

NON

J'HESITE

Julien veut mettre tout le monde d'accord et dit: **“De toute façon, les droites (AM) et (NM) sont dans le cube une et une seule droite.”**

A ton avis a-t-il raison?

OUI

NON

J'HESITE

Hinda intervient : **“Mais non, vous vous laissez tromper par le dessin, les deux droites (AM) et (NM) sont différentes et aucune ne passe par P.”**

A ton avis a-t-elle raison?

OUI

NON

J'HESITE

Et toi, quel est ton point de vue? Pourquoi?

Deuxième partie

Nous présentons les activités que nous avons élaborées et qui permettent aux élèves de se construire progressivement des représentations mentales des objets étudiés.

Nous avons utilisé les trois registres figuratifs :

- *les objets tridimensionnels (maquettes)*
- *leurs représentations en perspective*
- *des représentations de sous-figures planes des objets considérés*

et favorisé le passage de l'un à l'autre. Nous avons, en particulier, voulu habituer l'élève à changer le point de vue des représentations en perspective, ce qui favorise le retour à la maquette. Tout cela développe sa capacité à voir dans l'espace.

Le tableau présenté à la page 28 donne, pour chaque activité, les changements de registre mis en oeuvre. Les documents à photocopier pour les élèves sont donnés en annexe en fin de brochure.

LE CUBE EN CLASSE DE SIXIEME

SEANCE 1

Condition de déroulement :

Première séance de l'année consacrée au cube, pendant une heure de cours (50 min)

Objectifs :

Description d'un cube, mise en place du vocabulaire : sommet - arête - face.

Découverte de patrons du cube et fabrication d'un cube.

Prérequis :

Savoir tracer un carré sur papier non quadrillé.

Déroulement de l'activité :

Matériel pour le professeur:

Un cube de présentation (en papier cartonné, bois, Plexiglas...).

deux ou trois cubes fabriqués à partir de différents patrons et fermés à l'aide de papier adhésif (cf. annexe 1)

Matériel pour les élèves :

Quelques cubes apportés par des élèves.

Quelques feuilles de papier quadrillé.

Une feuille de papier canson.

Niveau	Objectifs	Activités
6ème	Décrire un cube Fabriquer un cube	Le cube en 6ème Séance 1.
	Représenter un cube S'approprier des règles de représentation de perspective parallèle	Séance 2, 3, 4. Cube couleur Cube décoré
5ème	Passages : cube \longleftrightarrow représentation	Des solides à partir d'un cube. Question 1) : faire un patron Question 2) :
	Passage : représentation \longleftrightarrow sous-figure (patron)	a) description des deux solides obtenus
	Passages : maquette \longleftrightarrow représentation	b) faire un patron avec dessins et couleurs des deux solides.
	Passages : maquette \longleftrightarrow sous-figures	Questions : 3) et 4) b) et c)
	Passages : maquette \longleftrightarrow sous-figure \longleftrightarrow représentation	Question 4) a)
4ème	Décrire un prisme droit Passage : représentation \longleftrightarrow sous-figures Savoir "lire" une représentation en perspective Savoir tracer une représentation en perspective	Trouver bases et hauteur d'un prisme. Différentes représentations en perspective d'un même prisme. Etre ou paraître
3ème	Passages : représentation \longleftrightarrow maquette \longleftrightarrow sous-figures représentation \longleftrightarrow sous-figures	Réalisation d'un modèle de sphère.

Première étape :

Les élèves observent un cube, s'expriment à ce sujet.

A l'aide d'un travail collectif, le vocabulaire "sommet-arête-face" est précisé et on aboutit à une description précise du cube.

Deuxième étape:

On demande aux élèves de dessiner un patron de cube sur une feuille de papier quadrillé qu'ils peuvent découper (la longueur des arêtes peut être imposée).

Au bout de 5 à 10 min, la plupart des élèves ont réalisé le travail.

Comme le patron en croix romaine est de loin le plus fréquent, le professeur découpe devant eux ses cubes préfabriqués à partir d'autres patrons (par exemple ceux présentés en annexe 1). Les élèves découvrent ces autres patrons avec étonnement et certains ont alors envie d'en chercher d'autres.

Troisième étape:

On demande aux élèves de dessiner un patron de cube de 5 cm de côté sur la feuille de papier canson, de le découper et de fabriquer le cube.

Ce travail peut être terminé à la maison.

Une grande précision dans l'exécution du tracé est exigée dans cette dernière étape. C'est l'occasion pour les élèves de reprendre le tracé de perpendiculaires.

(Dans la deuxième partie, on peut utiliser, lorsqu'on en dispose, du matériel disponible dans le commerce (polydron, clixi, ...) qui comprend, entre autres, des carrés pouvant être assemblés.)

SEANCES 2, 3 et 4

Objectif :

Mise en place des règles de dessin en perspective parallèle.

Prérequis :

Savoir tracer des droites parallèles.

Condition de déroulement séance par séance :

La séance 2 nécessite 10 à 15 min. Il y a lieu de prévoir un autre travail pour la fin de la séance.

Les séances 3 et 4 nécessite une heure de cours chacune (environ 50 min).

Déroulement :

Matériel pour le professeur :

Squelette d'un cube réalisé en baguettes de bois, fil de fer, pailles (on pourra faire appel aux compétences du collègue de technologie).

Rétroprojecteur pour les séances 3 et 4.

Matériel pour les élèves :

Feuilles de papier non quadrillé.

- **Séance 2**

On demande aux élèves de dessiner un cube sur une feuille non quadrillée sans évoquer la notion de perspective.

Ils ont devant eux le squelette de cube apporté par le professeur.

Les élèves travaillent seuls sans aucune aide du professeur.

Celui-ci ramasse leurs productions.

Il reproduit sur transparents des dessins justes et des dessins qui comportent des erreurs significatives ou fréquentes (voir annexe 2).

- **Séance 3**

Première étape:

Les transparents fabriqués sont présentés aux élèves. Très vite, la discussion s'installe: les dessins 1, 2, 3 et 4 (voir annexe 2) sont spontanément rejetés; les dessins 8, 9 et 10 gênent les élèves sans qu'ils arrivent à dire pourquoi. C'est en comparant aux dessins 5, 6 et 7, adoptés d'emblée, qu'ils parviennent à percevoir la conservation du parallélisme sur le dessin.

D'autre part, il apparaît que certains élèves pensent que toutes les arêtes doivent être dessinées de même longueur; pour d'autres, au contraire, les fuyantes doivent être dessinées plus courtes: "plus longues, c'est faux".

A ce moment-là, on projette le squelette du cube sur le tableau en utilisant le faisceau lumineux du rétroprojecteur ou encore mieux, les rayons du soleil ! (Il faut placer le cube très près du tableau).

En faisant tourner le cube, les élèves découvrent plusieurs projections. En repassant à la craie sur ces ombres, on obtient plusieurs représentations en perspective parallèle. Il est important de montrer plusieurs représentations en perspective; les livres proposent très souvent le même point de vue.

Cette dernière manipulation frappe beaucoup l'imagination des élèves et sert de support à une première synthèse :

- conservation du parallélisme
- conservation de l'égalité des longueurs des arêtes parallèles.

Deuxième étape:

On demande aux élèves de dessiner plusieurs cubes en perspective sur une feuille non quadrillée. Le professeur aide les élèves qui ont le plus de difficultés et rappelle, si nécessaire, les règles dégagées précédemment.

10 minutes avant la fin, on distribue l'activité "croix" (voir annexe 3) :

ils doivent faire le travail seuls, sans aucune aide.

Les feuilles sont ramassées.

Remarque :

Au cours de cette séance, nous avons constaté que les élèves qui savaient dessiner un cube en perspective n'avaient aucune connaissance explicite des règles utilisées. Ils ne possèdent en fait qu'une technique figée de dessin.

• **Séance 4**

De la même façon que dans la séance 3, les élèves analysent un document sur transparent reprenant un certain nombre de leurs productions issues de l'activité "croix" (voir annexe 4).

Les erreurs sont rapidement décelées par le groupe et la discussion fait apparaître deux stratégies :

- l'une utilise les milieux des arêtes.
- l'autre, la conservation du parallélisme. (Les élèves sont alors confrontés au problème du centrage de la croix. L'idée de tracer les diagonales des faces est avancée.)

La séance se termine par le tracé de croix sur six cubes représentés sous des points de vue différents (voir annexe 5).

Remarque :

A l'issue des séances 2, 3 et 4, nous avons constaté que les élèves étaient capables de se servir des règles mises en place pour repérer et analyser correctement leurs erreurs, mais l'exécution de tracés en perspective reste une tâche difficile.

SEANCE 5 : Cube couleur.

Condition de déroulement :

Une séance de 50 min.

Objectifs :

Manipuler un cube pour l'amener dans la position représentée par le dessin en perspective et travailler ainsi le passage de la maquette à une représentation en perspective donnée.

Déroulement de l'activité :

On distribue aux élèves la feuille «cube couleur» (annexe 6).

On les invite à trouver les couleurs manquantes sans autre consigne. Très vite, certains élèves fabriquent (en cachette) une maquette et l'utilisent pour répondre ; cette idée est reprise par le professeur qui conseille aux élèves en difficulté d'imiter leurs camarades : ils tournent le cube pour l'amener dans la position représentée.

Remarques :

En confrontant les résultats par petits groupes, les élèves constatent des solutions différentes dans la dernière situation (une seule couleur donnée). C'est l'occasion pour

eux de vérifier qu'il y a plusieurs réponses possibles et de les chercher toutes. La recherche systématique de toutes les solutions pose problème à certains qui ne voient pas comment tourner le cube.

SEANCE 6 : Cube décoré.

Condition de déroulement :

Deux séances de 50 min chacune.

Objectifs :

Les mêmes qu'à la séance 5 auxquels s'ajoutent l'utilisation des règles de dessin en perspective parallèle.

Prérequis :

Connaître les règles de dessin en perspective.

Déroulement de l'activité :

On distribue aux élèves le document «cube décoré» (annexe 7). Les élèves fabriquent le cube et complètent les faces.

Remarques :

- Il est nécessaire de vérifier la conformité des dessins sur les patrons des élèves avec ceux du modèle. C'est l'occasion d'analyser les différents motifs utilisés.
- Les erreurs dans le choix des motifs sont le plus souvent dues à une mauvaise observation des motifs donnés, en particulier de leur orientation. Noter que dans l'une des 9 situations, il y a 2 solutions et dans une autre, il y en a 4. Pour corriger leurs erreurs, les élèves travaillent le lien entre l'objet et sa représentation.
- L'exigence d'un tracé précis oblige les élèves à utiliser les règles de dessin en perspective (respect des milieux et des parallèles). Ils ont du mal à accepter la déformation de certaines figures : le triangle qui ne paraît plus isocèle, le carré qui a l'allure d'un rectangle,.... Ce travail les prépare donc à la lecture d'un dessin en perspective.

DES SOLIDES A PARTIR D'UN CUBE EN CLASSE DE CINQUIEME.

Objectifs :

Décrire et fabriquer des prismes droits.

Représenter en perspective parallèle des prismes droits.

Travailler les différents passages entre maquette, représentation en perspective et sous-figure.

Prérequis :

Savoir faire un patron de cube.

Reconnaître et savoir dessiner les figures usuelles de la géométrie plane (carré, rectangle, parallélogramme, triangles, cercles...)

Connaître les conventions de la représentation en perspective parallèle.

Durée de l'activité :

Cinq séances de 50 min chacune.

Description de l'activité :

Matériel pour le professeur:

Un cube "modèle" avec dessins et couleurs.

Deux prismes à base triangulaire (question 2) fermés à l'aide de papier adhésif.

Matériel pour les élèves:

Quelques feuilles de papier quadrillé.

Quelques feuilles de papier canson (ou bristol uni).

Crayons de couleur, ciseaux.

SEANCE 1

Les élèves traitent la première question.

Le professeur distribue la fiche "des solides à partir d'un cube" (annexe 8) et montre le cube "modèle" ; il demande aux élèves d'en rechercher un patron au brouillon (sur papier quadrillé) avec les motifs.

Après découpage du brouillon, les élèves vérifient les couleurs et les motifs.

On demande aux élèves de finir ce travail "au propre" pour la séance suivante.

Remarques :

Sur les 24 élèves observés, 23 ont réalisé le patron en "croix romaine"; un élève a représenté le cube en perspective.

Quelques élèves ont dessiné les demi-cercles à l'envers.

SEANCE 2

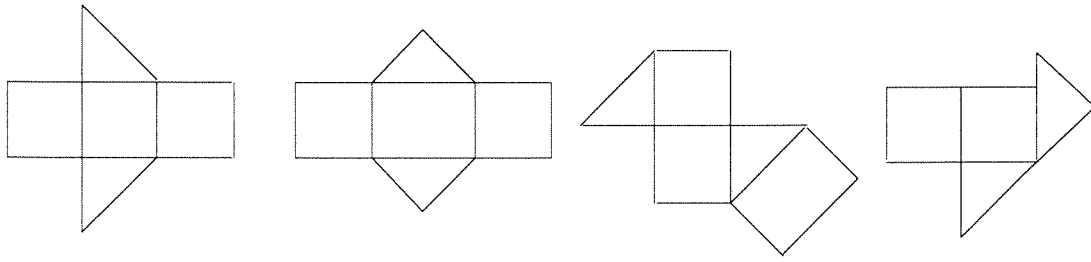
Les élèves traitent la 2ème question.

Lors de ce travail, le professeur évite de diriger les élèves. Il laisse fuser les idées et incite les élèves à la fabrication de patrons et de maquettes.

Remarques :

Pour décrire les solides obtenus après découpage du cube selon une diagonale, la représentation en perspective donnée sur la fiche semble être une aide précieuse pour les élèves. Ceux-ci voient tout de suite que le solide comporte deux faces en forme de triangle rectangle isocèle. Certains pensent que les trois autres faces sont des carrés ; quelques-uns parlent de deux carrés et d'un parallélogramme, idée rapidement abandonnée grâce à la réalisation du patron.

Dans la question 2.b) les patrons proposés par les élèves sont très divers :



Pour trouver les motifs et les couleurs, la majorité des élèves placent le patron du solide sur le cube de la question 1. Quelques-uns utilisent deux patrons et les "accolent" pour retrouver les motifs sur le patron du cube réalisé précédemment.

Pour la séance suivante, on demande aux élèves de réaliser deux solides avec motifs et couleurs.

SEANCE 3

Le professeur vérifie les maquettes des solides puis les élèves traitent la troisième question.

Remarques :

Quelques erreurs de raccords de couleurs sont rectifiées. Pour des élèves faibles, des révisions de géométrie plane (recherche des centres des cercles notamment) peuvent être nécessaires pour reproduire les motifs.

SEANCE 4

Les élèves se mettent par groupes de quatre ou cinq pour traiter la quatrième question..

Remarques :

Tous les groupes découvrent assez rapidement au moins deux possibilités d'assemblage. La description ne pose pas de problème. Par contre, représenter un solide (autre que le cube ou le pavé) en perspective parallèle est une tâche difficile pour les élèves. L'analyse d'un document sur transparent reprenant un certain nombre de leurs productions permet de rappeler les conventions de représentation et les erreurs à éviter. On pourra compléter l'activité avec celle présentée en annexe 9.

La question 4.c) est à faire à la maison.

SEANCE 5

Bilan de la séance précédente et définition du prisme.

Le professeur inscrit au tableau la description de chaque solide obtenu en distinguant les faces qui sont des polygones superposables et les faces rectangulaires. Les élèves remarquent rapidement des analogies dans les descriptions. A ce moment, la définition d'un prisme droit est donnée ainsi que le vocabulaire (bases, faces latérales...)

Il présente ensuite une collection de solides et demande aux élèves de trouver parmi ces objets les prismes droits.

Remarque :

Les élèves proposent volontiers le pavé et le cube comme exemples particuliers de prismes droits.

RECONNAITRE LA BASE ET LA HAUTEUR D'UN PRISME DROIT EN CLASSE DE CINQUIEME.

Condition de déroulement :

Une séance de 50 min.

Objectifs :

Savoir reconnaître des sous-figures à partir d'un dessin en perspective pour pouvoir donner la base et la hauteur d'un prisme.

Prérequis :

Connaître la définition d'un prisme.

Déroulement :

La feuille de l'annexe 10 est distribuée aux élèves et ils travaillent individuellement. Au bout de 15 min, on demande aux élèves de se mettre par groupes de trois, quatre pour confronter leurs résultats.

Remarques :

De nombreux élèves considèrent la base d'un prisme comme la face sur laquelle l'objet est posé. C'est ainsi que la figure 2 est en général bien réussie.

L'énoncé précisant qu'il s'agit d'un prisme, trouver la base revient à reconnaître une face qui n'est pas un rectangle. Les bases sur les figures 1, 4, 8, 9 sont alors facilement identifiées puisque ce ne sont pas des quadrilatères. Reste à examiner les figures où les 6 faces sont représentées par des quadrilatères. Un retour sur les règles de dessin en perspective permet de rappeler que dans la représentation d'un rectangle les côtés opposés sont parallèles. Les cas 2, 3 et 6 se trouvent ainsi résolus. Quant aux figures 5 et 7 le problème reste entier

La figure 5 est considérée par tous les élèves comme étant un parallélépipède rectangle car elle est proche de la représentation habituelle et la figure 7 comme prisme dont la base est un parallélogramme. Or seul un texte permettrait de donner la nature des 6 faces, ce qui n'est pas le cas ici. On est sûr que 4 faces sont des rectangles puisqu'il s'agit de prisme mais rien ne permet de les identifier. On ne peut donc pas donner la base et la hauteur de ces deux prismes.

Cet exercice permet de sensibiliser les élèves à l'importance du texte qui accompagne les figures. En son absence, les solides ne peuvent pas être identifiés et, en particulier, le pavé et le cube ne peuvent pas être reconnus parmi les prismes.

Un autre déroulement possible serait de faire des statistiques sur les pourcentages de réussite des élèves. Ensuite une analyse de ces résultats permettrait de classer ces figures suivant leur degré de difficulté. L'analyse de chaque figure reste à faire avec les élèves.

LE CYLINDRE EN CLASSE DE CINQUIEME

Problème posé aux élèves:

On dispose d'une feuille de papier $21 \times 29,7$.

Comparer les volumes des cylindres qui ont cette feuille pour surface latérale.

Condition de déroulement:

La séance nécessite une heure de cours.

Objectifs:

Mettre en relation les dimensions du cylindre et les dimensions de la feuille de papier.

Découvrir que deux cylindres de même surface latérale peuvent avoir des volumes différents.

Prérequis:

Connaître le patron d'un cylindre.

Savoir calculer le volume d'un cylindre.

Savoir calculer le rayon d'un disque connaissant son périmètre.

Matériel:

Deux feuilles de papier $21 \times 29,7$ par élève.

Du ruban adhésif.

Déroulement:

Dans un premier temps, les élèves fabriquent les cylindres.

Ensuite, on leur demande une comparaison spontanée du volume des deux cylindres.

Un calcul de pourcentage des réponses données peut être proposé. La plupart des élèves pensent que les volumes sont égaux. Les a priori des élèves étant énoncés, on peut engager les calculs de volumes.

Prolongement:

On peut prévoir une autre activité attirant l'attention des élèves sur l'indépendance entre aire et volume, voire aire et périmètre.

CLASSE DE QUATRIEME : ETRE OU PARAITRE

Les deux activités qui suivent ont pour objet d'amener les élèves à dépasser les apparences de la représentation en perspective d'un solide (ici, un cube) pour déterminer les propriétés réelles de l'objet représenté. Elles s'appuient sur des manipulations de maquettes et favorisent les passages entre les trois registres.

Prérequis :

Vocabulaire relatif au cube.

Théorème de Pythagore pour la séance 2.

SEANCE 1: triangles dans un cube

Conditions de déroulement :

Première séance de l'année de géométrie dans l'espace.

Une séance de 50 minutes.

Objectifs :

- Analyser la position d'un triangle donné sur la représentation en perspective d'un cube.
- Prendre conscience qu'un même triangle se présente sous des apparences différentes suivant le point de vue adopté pour représenter le cube.

Matériel pour le professeur :

un cube transparent ouvert (15 cm d'arête).

Les trois triangles de l'activité découpés dans du papier canson.

Matériel pour les élèves :

Un cube transparent de 5 cm d'arête et un feutre effaçable pour deux élèves ou un squelette de cube et fil de laine.

Première étape :

On présente aux élèves la situation 1 (annexe 11).

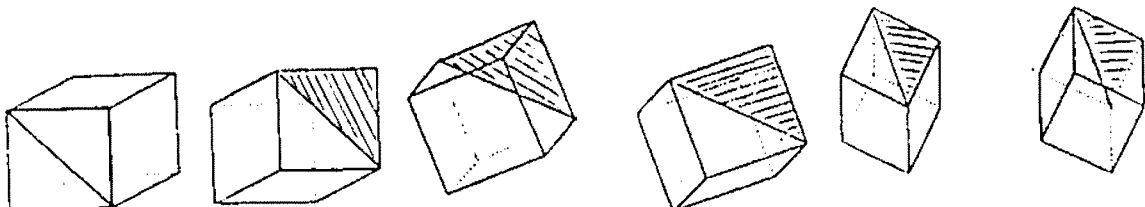
Ils travaillent seuls, mais on les incite à dessiner le triangle sur le cube transparent.

Une mise en commun permet :

- de rappeler le vocabulaire : sommet, arête, face, diagonale d'une face, diagonale du cube.
- de faire remarquer aux élèves que le triangle donné a une représentation différente suivant la face du cube choisie.

Remarque :

Lors de l'élaboration de cette situation, nous avons, dans un premier temps, proposé six points de vue du cube différents. Les élèves avaient recherché une face représentée par un carré pour y tracer leur triangle. Ainsi les triangles étaient tous dessinés rectangles isocèles comme le montre la production d'un élève ci-dessous :



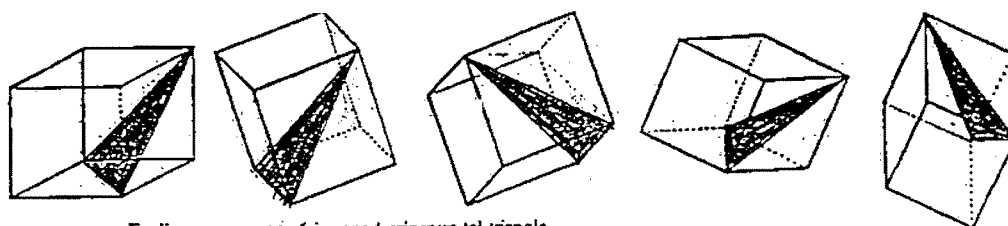
J'ai tracé les diagonales des faces du cube où il y avait des angles droits

Nous avons donc modifié l'exercice en proposant six fois le même point de vue du cube. Ainsi, la représentation du triangle est à chaque fois différente.

Deuxième étape :

On leur présente la situation 2 (annexe 12).

Certains élèves cherchent à obtenir un triangle qui a les mêmes mesures que le triangle dessiné.



Explique comment tu fais pour dessiner un tel triangle.

J'ai fait la même mesure comme sur le dessin.

On les invite à dessiner le triangle sur le cube transparent et à faire tourner leur cube. Les élèves comprennent rapidement que les côtés du triangle sont des diagonales de faces.

Lors de la mise en commun, ils parlent de triangle équilatéral. Comme dans la situation 1, on peut leur faire remarquer que le triangle « n'apparaît pas » forcément équilatéral sur la représentation en perspective.

Troisième étape :

Enfin, on leur présente la situation 3 (annexe 13).

Les élèves s'aperçoivent très vite qu'il leur est impossible de dessiner l'un des côtés du triangle sur le cube transparent. On les invite alors à analyser la position de chaque côté du triangle par rapport au cube. Lors de la mise en commun, cette analyse est clairement énoncée et invoquée pour justifier que les triangles dessinés sont superposables (côtés respectivement de même longueur). La question de leur nature n'est pas traitée ici.

Remarque :

Il est souvent nécessaire de faire observer individuellement aux élèves la position d'un côté du triangle sur la représentation en perspective, puis de leur faire repérer la position de ce côté sur la maquette, et inversement. Ce va-et-vient entre représentation en perspective et maquette ne se fait pas de manière spontanée chez tous les élèves.

Le professeur peut placer le triangle étudié dans le cube transparent, le faire tourner et montrer ainsi les différents points de vue aux élèves en difficulté.

SEANCE 2 : des problèmes de vision.

Condition de déroulement :

20 minutes pour la première étape.

Une séance complète ou plus pour la deuxième étape.

Objectifs :

- Mettre en lumière les difficultés de lecture d'une représentation en perspective qui persistent après la première séance.
- Savoir déterminer la nature d'un triangle dont les sommets sont trois sommets d'un cube.

Déroulement de l'activité :

matériel :

le même que pour la première séance.

Première étape :

On remet à chaque élève la fiche n°1 (annexe 14) qu'il complète de manière individuelle.

Le professeur ramasse toutes les fiches et comptabilise les résultats de la classe pour chaque triangle. (N.B. : un triangle est réussi lorsque les trois cases le concernant sont correctement renseignées). Il garde les fiches n°1. Elles seront rendues aux élèves après la deuxième étape pour confrontation des résultats.

Deuxième étape :

On remet à chaque élève la fiche n°2 (annexe 15) où la ligne, concernant le nombre de réussites par triangle dans la classe, et seulement celle-ci, aura été complétée par le professeur.

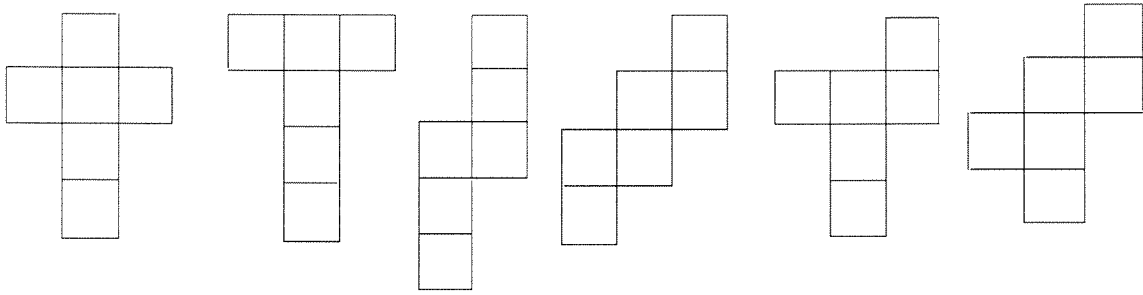
- Les élèves répondent individuellement à la question a).
- Les pourcentages de réussite obtenus donnent lieu à un échange dans la classe qui aboutit à la conclusion:
 - les triangles de face sont les mieux réussis
 - les triangles les moins bien réussis sont ceux qui sont placés dans le cube sous un angle qui ne permet pas de voir leur nature (par exemple CHE ou AFH)
- Les difficultés étant bien perçues, les élèves abordent les questions c), d) et e). Le travail en petits groupes peut être adopté. C'est en confrontant leurs opinions et en contrôlant soit sur le cube transparent, soit sur le cube squelette que les élèves parviennent à remplir le tableau de manière correcte.

Pour la construction des triangles en vraie grandeur, les élèves recourent plus volontiers aux calculs (théorème de Pythagore) qu'au report de longueurs mais ils adhèrent facilement à cette dernière méthode lorsqu'ils en ont saisi le principe.

LA SPHERE EN CLASSE DE TROISIEME

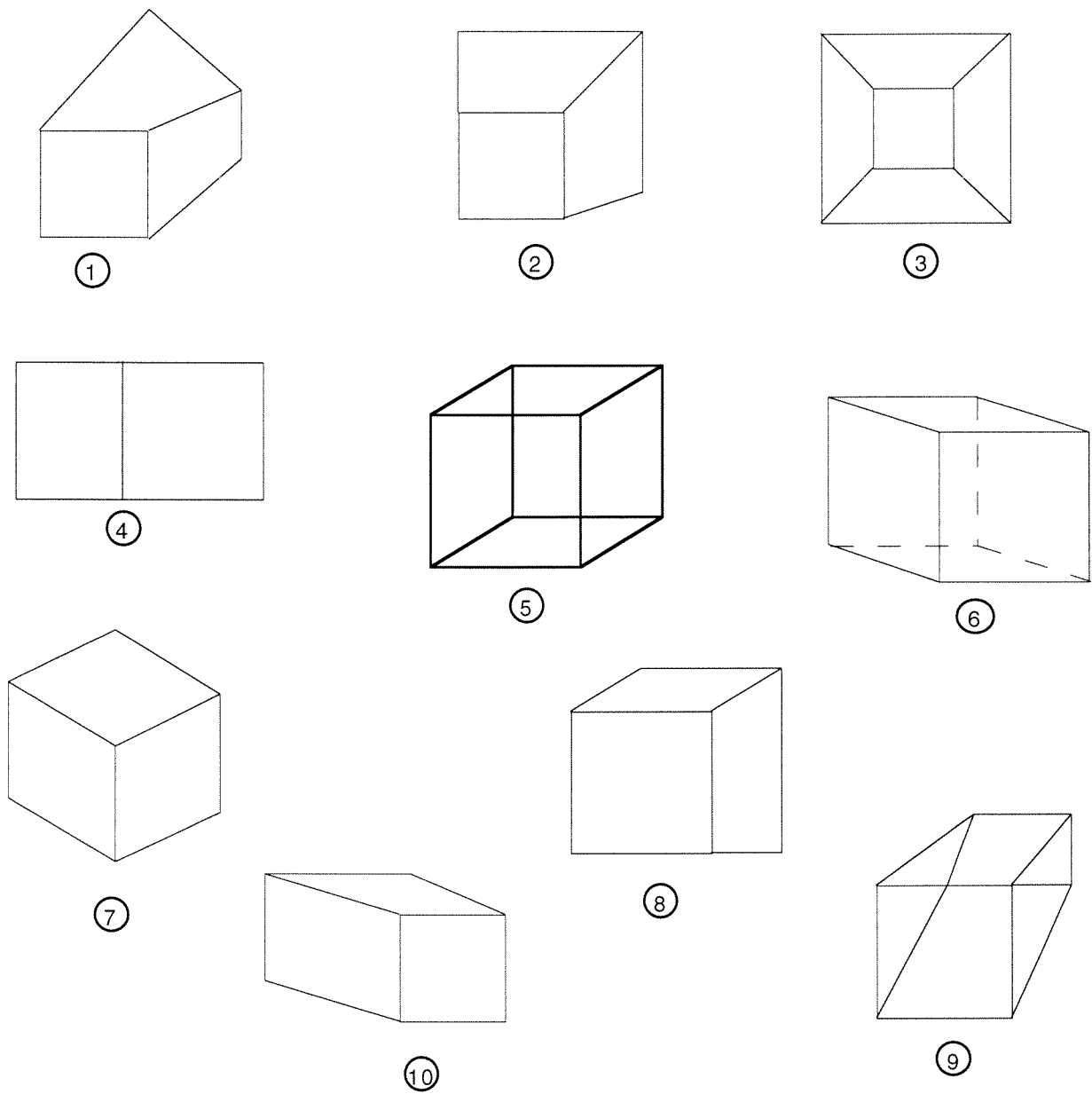
Nous recommandons une activité du livre de l'IREM de Strasbourg 4ème (ISTRA) : la réalisation d'un modèle de sphère (annexe 16). Cette maquette facilite l'étude des problèmes liés à la section de la sphère par un plan.

6^{ème} : Annexe 1



Pour les curieux : il y en a 11 (non superposables)

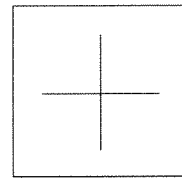
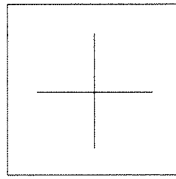
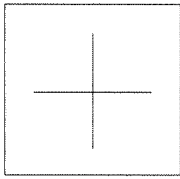
6^{ème} : Annexe 2



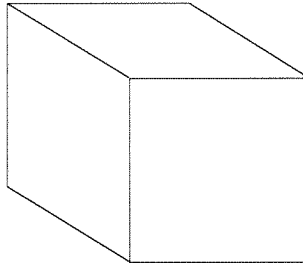
6^{ème} : Annexe 3

Voici trois étiquettes carrées sur lesquelles figurent des signes :

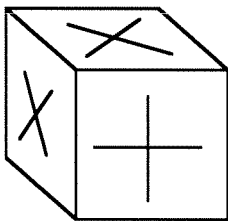
Ces étiquettes ont les mêmes dimensions que les faces d'un dé cubique.



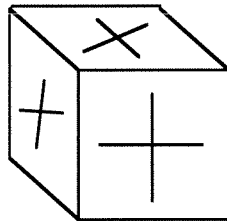
Sur le cube représenté ci-dessous, dessinez l'étiquette placée sur chaque face visible.



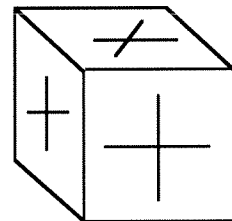
6^{ème} : Annexe 4



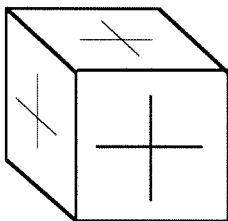
①



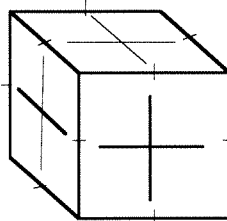
②



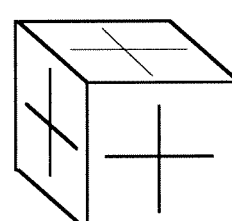
③



④

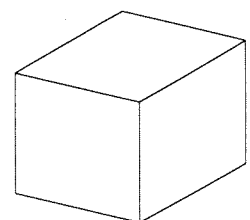
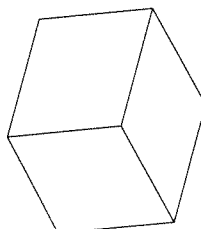
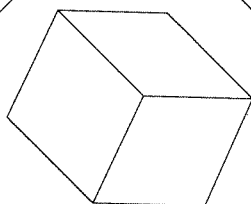
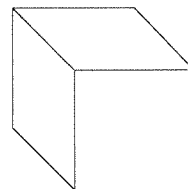
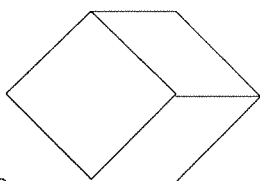
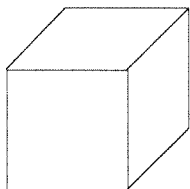


⑤



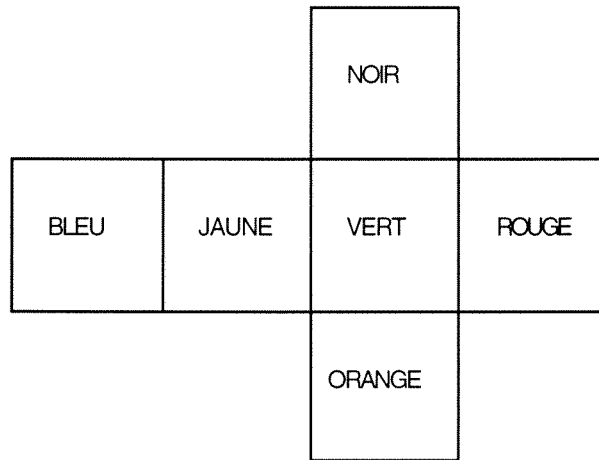
⑥

6^{ème} : Annexe 5



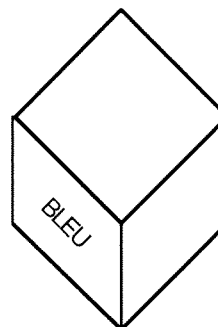
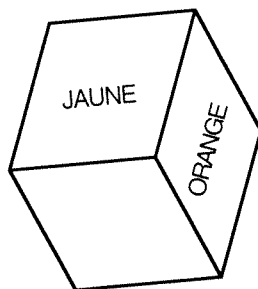
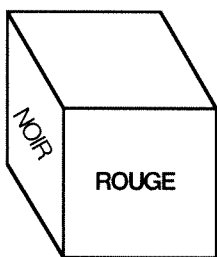
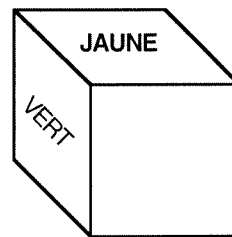
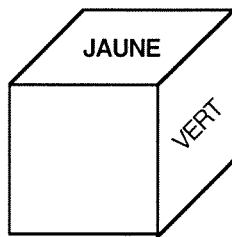
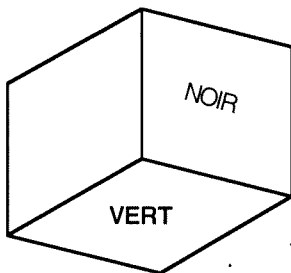
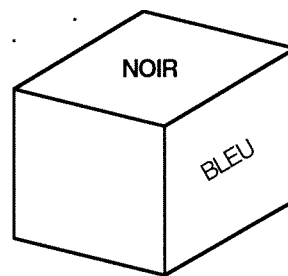
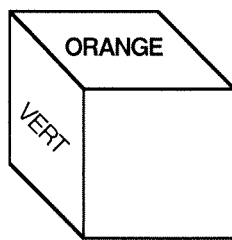
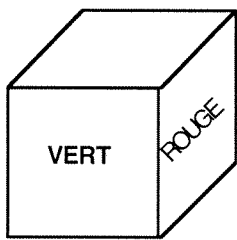
6^{ème} : Annexe 6 CUBE COULEUR.

Voici le patron d'un cube avec ses couleurs :



Ce cube est représenté 9 fois en perspective.

Trouver sur chaque représentation la couleur qui manque.

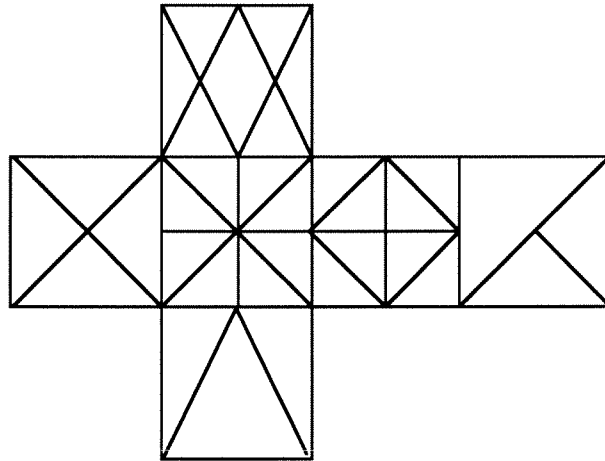


NB : Dans cette activité les élèves sont invités à utiliser leurs crayons de couleur.

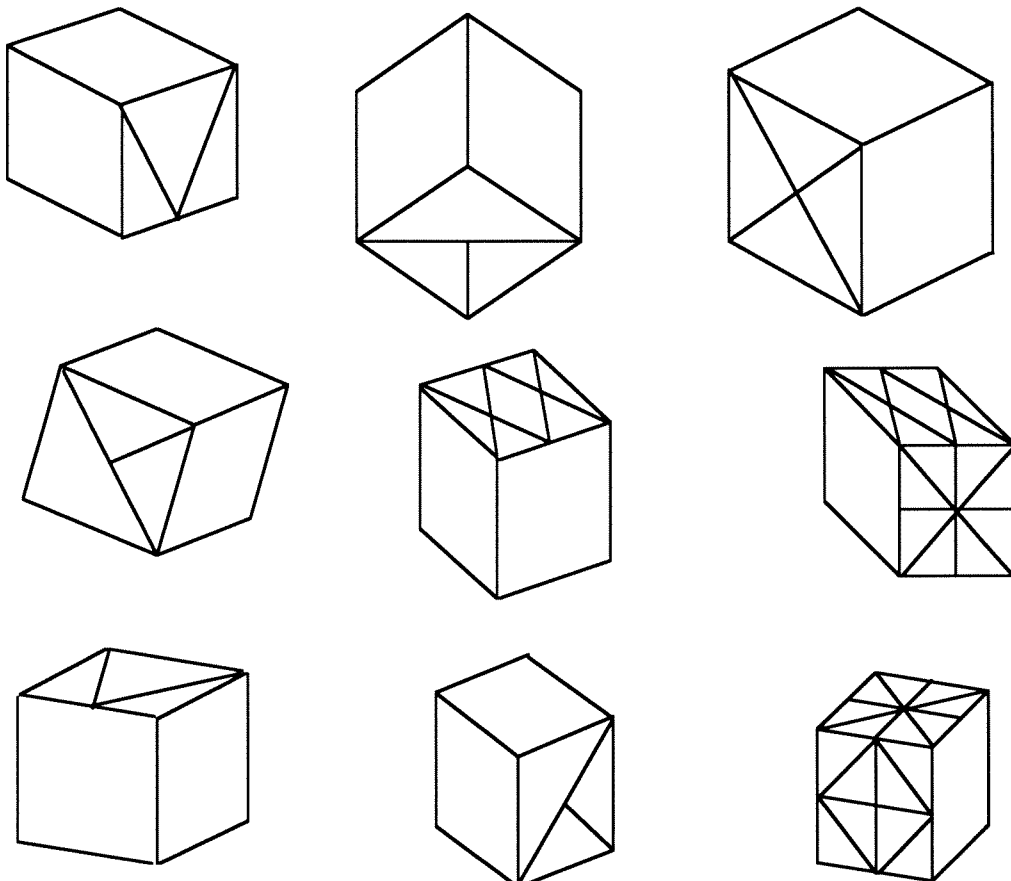
6^{ème} : Annexe 7 : CUBE DECORE.

D'après une activité de l'IREM de Lorraine (1986)

Voici le développement d'un cube. Reproduis -le sur du papier blanc mais en choisissant une arête de 4 cm. Reproduis aussi les motifs qui décorent les faces (utilise simplement des milieux...), puis construis ce cube.



Nous avons représenté 9 fois ce même cube en perspective. Retrouve les motifs manquants en observant ton cube et trace les avec précision.

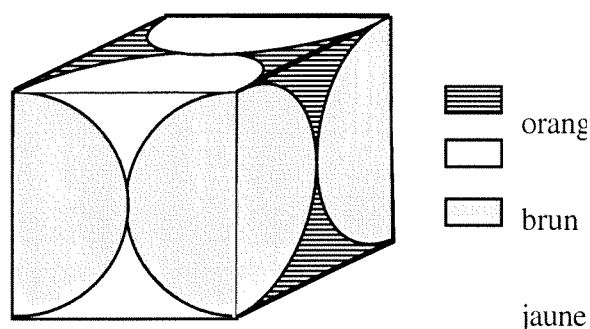


5^{ème} : ANNEXE 8 : DES SOLIDES A PARTIR D'UN CUBE

d'après une activité du livre de 5^{ème} IREM de Strasbourg

Voici un cube colorié en trois couleurs :

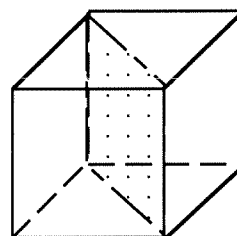
- les arêtes mesurent 5 cm
- les dessins sont faits de demi-cercles
- les faces parallèles sont coloriées de la même façon.



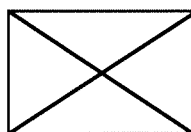
1. Faire un **patron** de ce cube avec dessins et couleurs.

Réaliser le cube.

2. Imaginer qu'on coupe ce cube en deux parties selon une diagonale comme indiqué ci-contre. (le cube est posé comme plus haut).



- a) Décrire les deux solides ainsi obtenus :
donner le nombre de sommets, d'arêtes, de faces, la nature des facés.
- b) Faire alors un **patron** de ces solides, puis les réaliser.
(Vérifier avant collage qu'il n'y a pas d'erreur, ni de dessin, ni de coloriage.)
- c) Si l'on adopte le dessin ci-dessous pour leur face commune, comment colorier pour qu'il y ait raccords de couleurs entre les faces ?



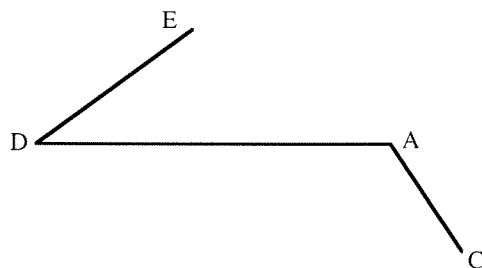
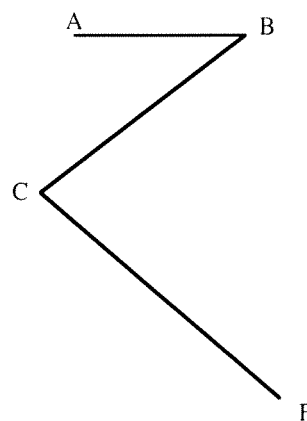
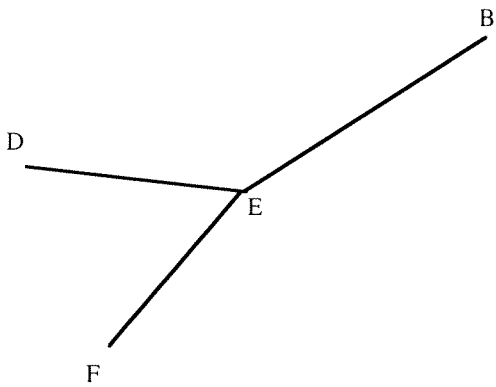
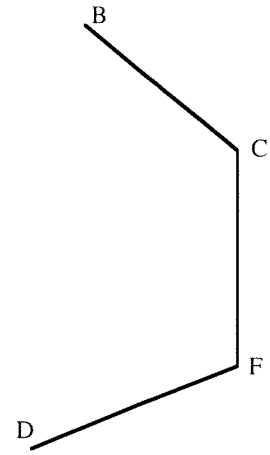
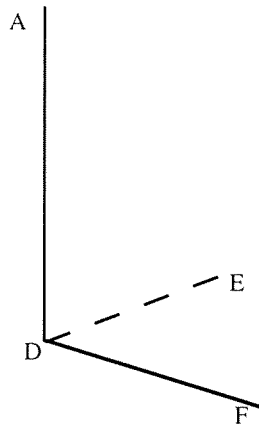
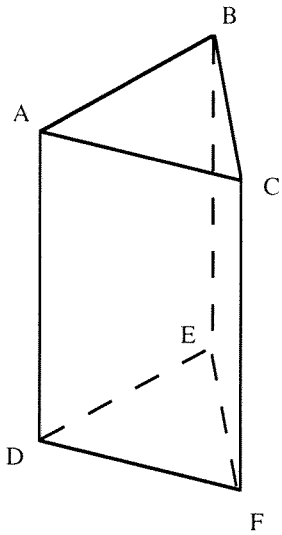
3. Assembler les deux solides obtenus, de façon à obtenir un cube colorié différemment.
En faire un **patron** avec dessins et couleurs.

4. Assembler maintenant les deux solides de la question 2, de façon à obtenir un solide dont chaque face a exactement deux couleurs différentes. Il y a plusieurs possibilités.

- a) **Décrire** tous les solides obtenus.
- b) En choisir un ; le représenter en **perspective parallèle**.
- c) En faire un **patron**.

**5^{ème} : ANNEXE 9 : DIFFERENTES REPRESENTATIONS EN PERSPECTIVE
D'UN MEME PRISME**

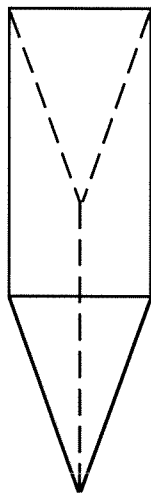
Le prisme ABCDEF a changé de position. Compléter les différentes représentations en perspective commencées ci-dessous.



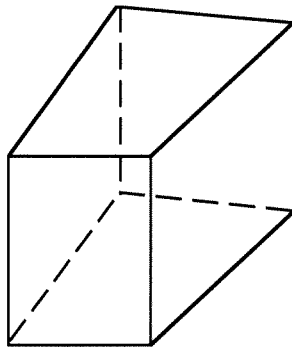
5^{ème} : Annexe 10 : RECONNAITRE LA BASE ET LA HAUTEUR D'UN PRISME DROIT.

Voici des représentations de prismes droits.

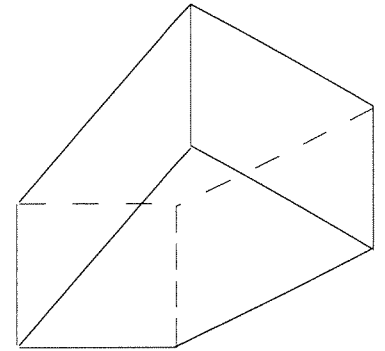
Sur chaque prisme colorie en rouge une base et en bleu une hauteur.



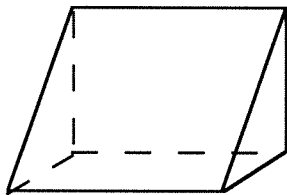
①



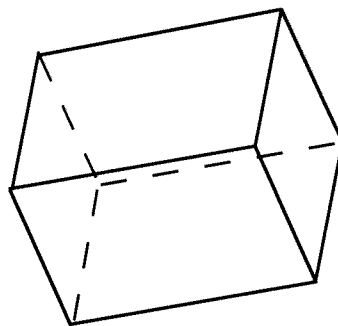
②



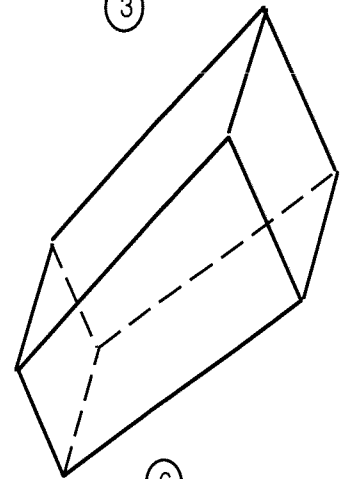
③



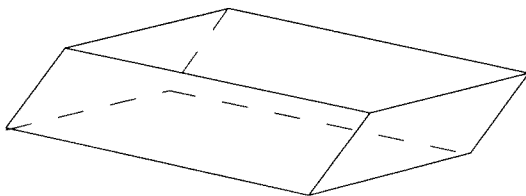
④



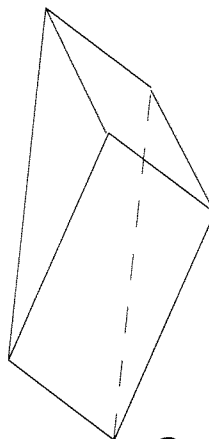
⑤



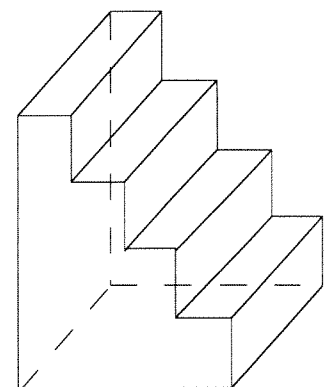
⑥



⑦



⑧



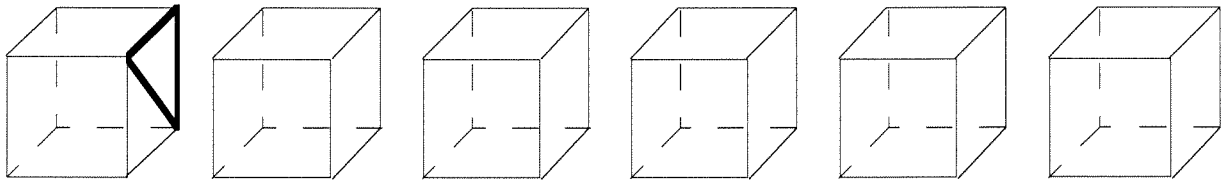
⑨

ETRE ou PARAITRE

4^{ème} : Annexe 11 : situation 1

Voici la représentation en perspective d'un cube avec le dessin d'un triangle.

Sur chacun des 5 cubes suivants, dessine un triangle superposable au triangle dessiné sur le premier cube. Utilise chaque face du cube.

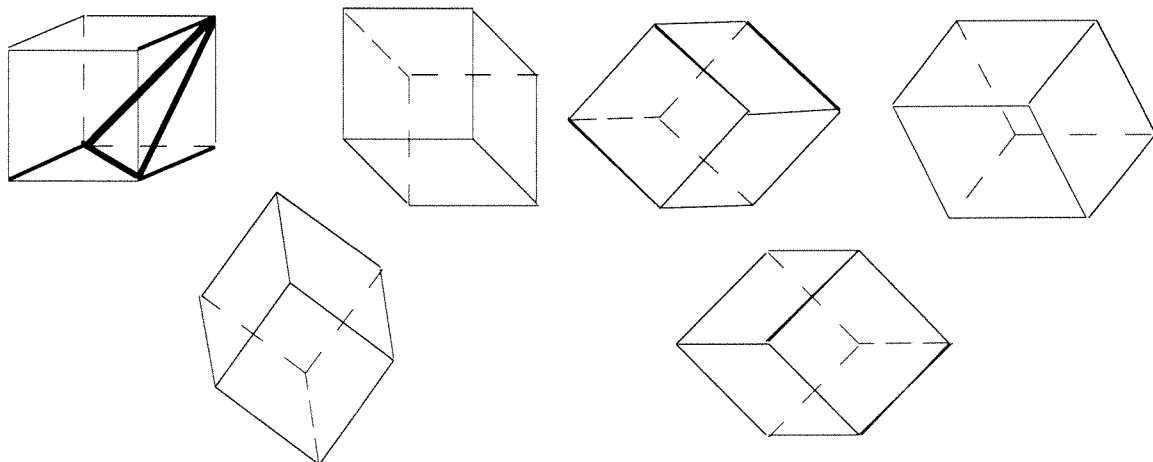


Explique ce que tu fais pour dessiner un tel triangle.

4^{ème} : Annexe 12 : situation 2

Voici la représentation en perspective d'un cube avec le dessin d'un triangle.

Sur chacun des 5 cubes suivants, dessine un triangle superposable au triangle dessiné sur le premier cube.

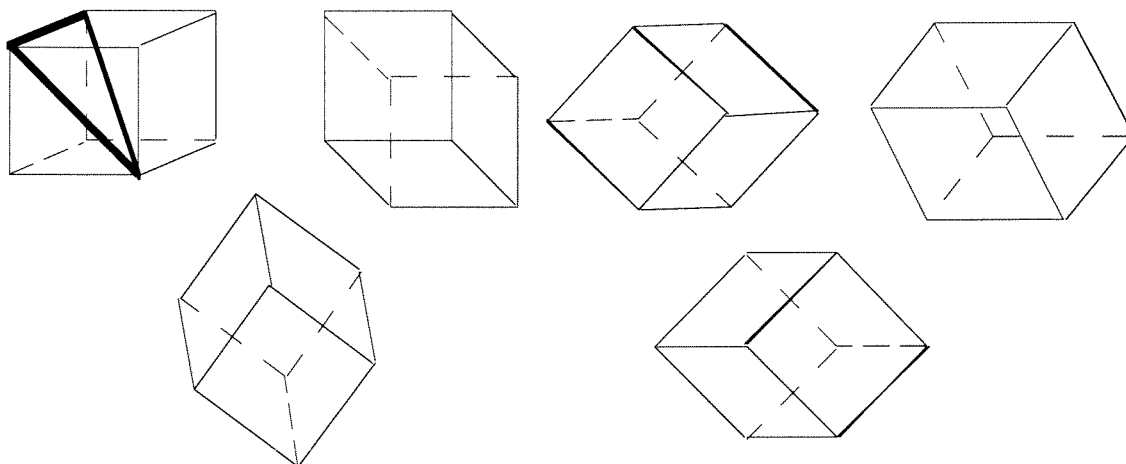


Explique ce que tu fais pour dessiner un tel triangle.

4^{ème} : Annexe 13 : situation 3

Voici la représentation en perspective d'un cube avec le dessin d'un triangle.

Sur chacun des 5 cubes suivants, dessine un triangle superposable au triangle dessiné sur le premier cube.



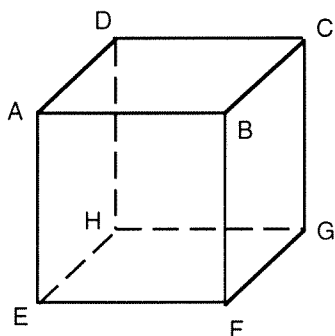
Explique ce que tu fais pour dessiner un tel triangle.

4^{ème} : Annexe 14 : DES PROBLEMES DE VISION. (Fiche n°1)

D'après une activité du livre de de l'Irem de Strasbourg 4^{ème} (1988)

Voici la représentation d'un cube dont les sommets sont A,B,C,D,E,F,G et H .

Compléter chaque case du tableau ci-dessous par OUI ou NON. En cas d'ignorance laisser la case en blanc.



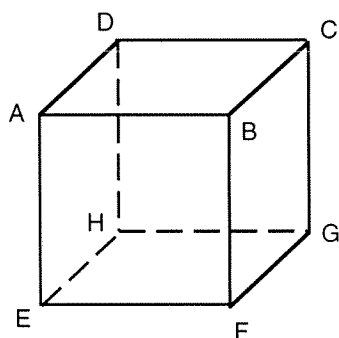
Triangle	ABE	CBF	DGE	DHF	CDH	AGH	CHE	AFH	CEG	CHA
rectangle										
isocèle										
équilatéral										

4^{ème} : Annexe 15 : DES PROBLEMES DE VISION. (Fiche n°2)

Sous chaque colonne, j'ai indiqué le nombre de réussite de la classe (par réussite, on entend les trois cases correctement renseignées).

Travail à faire :

- a) Dans la dernière ligne du tableau, écrire les pourcentages de réussite.
- b) Peut-on expliquer les résultats? Pourquoi certaines questions sont-elles mieux réussies que d'autres?



- c) Pour améliorer vos performances, voici un travail à effectuer : sachant que le dessin représente un cube dont l'arête est 7 cm, dessiner en VRAIE GRANDEUR tous les triangles cités.
- d) Remplir ensuite le tableau. Cette fois-ci, il devrait y avoir moins d'erreurs...
- e) Calculer les dimensions de chaque triangle.

Triangle	ABE	CBF	DGE	DHF	CDH	AGH	CHE	AFH	CEG	CHA
rectangle										
isocèle										
équilatéral										
Nbre de réussites										
Pourcentage										

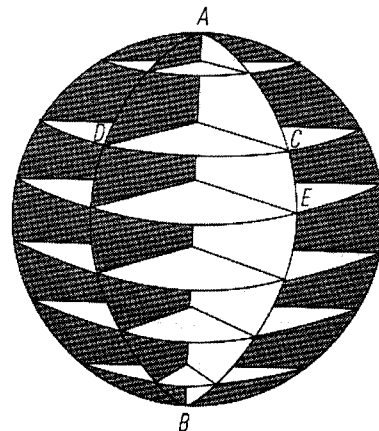
3^{ème} : Annexe 16 : REALISATION D'UN MODELE DE SPHERE EN CLASSE DE TROISIEME

Une activité du livre de l'IREM de Strasbourg 4^{ème} (ISTRA)

On va réaliser, dans cette activité, l'objet représenté ci-contre, donnant une assez bonne **idée d'une sphère**.

Les pièces qui le composent sont des demi disques et des disques, munis de fentes pour les assembler.

La *largeur des fentes* est à prévoir selon l'épaisseur du carton utilisé.

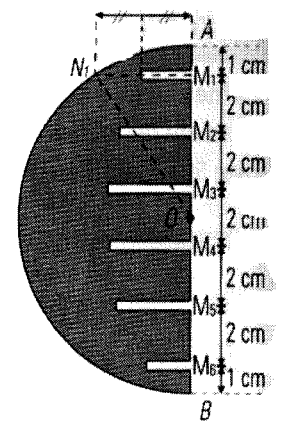


1. Découper dans du carton fort, six demi-disques identiques de 6 cm de rayon, munis de six fentes selon le modèle ci-contre.

La profondeur de chaque fente est à calculer au mm près :

si on appelle M, le point du segment [AB], où l'on réalisera la fente, et N le point du cercle C tel que le triangle OMN soit rectangle en M,

la **profondeur de la fente** en M est $\frac{MN}{2}$

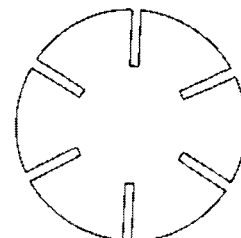


2. Découper ensuite six disques munis de six fentes, selon le modèle ci-contre :

pour chaque valeur de MN, calculée ci-dessus, on découpe un disque de rayon MN

les fentes de ce disque ont la même profondeur :

$$\frac{MN}{2}$$



3. Assembler les six disques du modèle 2 avec un premier demi disque du modèle 1, puis avec un deuxième...jusqu'à obtenir l'objet du haut de la page.

Bibliographie :

- G. AUDIBERT Représentation de l'espace et empirisme dans le problème FIL, IREM Montpellier (1985).
- A. CHEVALIER Analyse du problème SEC. Dessin en perspective cavalière et vision de l'espace. Edition IREM-USTL, place E. Bataillon Montpellier -1989.
- R. DUVAL Sémiosis et pensée humaine, Peter Lang (1995).
- John HUBBARD Entretien réalisé par E. NOEL, retranscrit dans POUR LA SCIENCE, n°153, juillet 1990 pp6-8.
- I. OSTA L'ordinateur comme outil d'aide à l'enseignement. Une séquence didactique pour l'enseignement du repérage dans l'espace à l'aide de logiciels graphiques. Thèse Université Joseph Fourier, Grenoble I (1988).
- M.-P. ROMMEVAUX “ Le premier pas dans l'espace”, in Annales de Didactiques et de sciences cognitives vol 4, IREM de Strasbourg 1991-pp 85-123.
- Manuels scolaires:
- MATH, IREM-STRASBOURG 4^e (Hachette-Istra, 1992)
- MATH, IREM-STRASBOURG 3^e (Hachette-Istra, 1993)

Sommaire

Première partie:

Enseigner la géométrie dans l'espace au collège : une question de temps disponible ?	5
La question de la progression	7
La progression esquissée par le programme.	7
Voir et raisonner dans l'espace pour résoudre un problème : quelles sont les compétences en jeu ?	10
Compte rendu d'une enquête	13
Les stratégies d'enseignement.	20

Deuxième partie : des activités.

Le cube en sixième.	26
Des solides à partir d'un cube en cinquième.	32
Reconnaître la base et la hauteur d'un prisme droit en cinquième.	35
Le cylindre en cinquième.	36
Etre ou paraître en quatrième.	36
La sphère en troisième.	40

<i>Troisième partie : les annexes</i>	41
---------------------------------------	----

<i>Bibliographie</i>	52
----------------------	----

Titre : Voir et raisonner : à la conquête de l'espace au collège.

Auteurs : Claire Bayart, Claude Gos, Chantal Hindelang,
Marie-Anne Keyling, Claude Mathern, Monique Ortlieb,
Jean-Claude Rauscher, Gabrielle Roesch.

Mots-clés : Voir - Raisonner - Solides - Maquette - Représentation,
Perspective - Sous-figure - Image mentale - Collège

Date : 1997

Editeur : I.R.E.M. de Strasbourg (S. 172)

ISBN : 2-911446-08-9

Résumé : Dans la première partie, nous analysons les compétences en jeu en géométrie dans l'espace et nous en dégageons des stratégies d'enseignement.
Dans la deuxième partie, nous présentons des activités qui doivent permettre à l'élève de voir et de raisonner dans l'espace.

Nombre de pages : 53