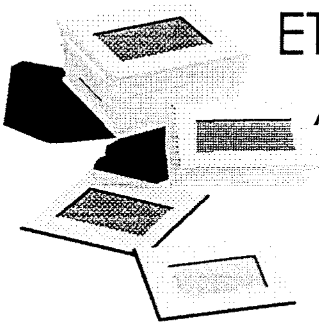
UNIVERSITE
LOUIS PASTEUR
STRASBOURG

MATHEMATIQUES ET SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES AU LYCEE



Par un groupe de l'I.R.E.M. de Strasbourg

1996

I.R.E.M.
10, rue du Général Zimmer
67084 Strasbourg Cedex
Tél. 88 41 63 07 Secrétariat
88 41 64 40 Bibliothèque
Telex : ULP 870 260 F
Fax : 88 61 90 69

MATHEMATIQUES
ET
SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES
AU LYCEE

Cette brochure a été rédigée par

Bernard ANCLIN (S.E.S.)
Jean-Pierre BACH (S.E.S.)
Francine BURCKEL (Math)
Fabienne GISSY (Math)
Chantal MAETZ (Math)
Maurice MURSCHEL (S.E.S.)
Georges STROHL (S.E.S.)
Christine UNDREINER-BACH (Math)
Emile URLACHER (Math)

Nous remercions le service FORM de L'Académie de Strasbourg pour son soutien.
Nous remercions les collègues des stages " Mathématiques et Sciences Economiques et Sociales au lycée" des Plans Académiques de Formation 1994/95 et 1995/96 pour leurs remarques et suggestions.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

La mise en place des nouveaux programmes de Mathématiques en Première ES puis en Terminale ES a conduit des enseignants de cette discipline à se poser de nombreuses questions sur la place des Sciences Economiques et Sociales (SES) dans leur enseignement.
A l'initiative d'animateurs de l'Institut pour la Recherche et l'Enseignement des Mathématiques de Strasbourg (IREM), un groupe de Recherche-Formation s'est constitué en 1993. Il rassemble 8 enseignants de second cycle de lycée (4 en Sciences Economiques et Sociales et 4 en Mathématiques) et un enseignant en Mathématiques à l'Université.

Même si la demande initiale provenait des " Matheux ", il nous est apparu assez rapidement que ces derniers avaient autant à apporter aux " Economistes" que l'inverse.
Dans un premier temps l'analyse en commun des exercices à contexte économique proposés dans les manuels de mathématiques et des activités méthodologiques des manuels de sciences économiques et sociales nous a permis de commencer à comprendre la démarche de chaque discipline et de mesurer nos différences conceptuelles. Notre réflexion a débouché sur la nécessité de concevoir des activités bidisciplinaires.

Les outils mathématiques utilisés en SES, au lycée, sont essentiellement[1]

- le traitement de données chiffrées
- l'élaboration et la lecture de graphiques
- le calcul différentiel

Leur étude constitue la majeure partie des nouveaux programmes de Mathématiques en ES.[2]
Mis à part le chapitre sur les barycentres, la géométrie du programme d'Option Mathématiques Appliquées en Première ES n'a guère d'applications en SES au niveau du lycée et prépare surtout les élèves à poursuivre des études en Economie au niveau post-bac (classes préparatoires, faculté de Sciences Economiques,...). Ceci explique l'absence d'exercices à ce sujet dans la présente brochure.

---

[1] cf. infra : Programmes de Terminale en S.E.S. Annexe des savoir-faire. p 21
[2] cf. infra : Programmes de Mathématiques pp 22 à 30

La brochure comporte quatre parties :

- on trouvera tout d'abord, étape plutôt théorique mais indispensable, une réflexion sur la place des Mathématiques en Economie, suivie d'un exemple de modélisation
- la deuxième partie confronte les programmes des deux disciplines
- la troisième partie propose des exercices, activités et travaux dirigés pour les élèves, accompagnés de commentaires à l'usage des enseignants
- la dernière partie est un lexique.

Une bibliographie clôt la brochure.

Cette brochure, destinée à des enseignants de lycée aussi bien en Mathématiques qu'en Sciences Economiques et Sociales, a pour ambition de susciter un travail interdisciplinaire au sein de chaque lycée en proposant quelques pistes de réflexion et des exemples concrets déjà expérimentés en classe.

Le groupe Math-Eco de l'IREM de Strasbourg continue ses travaux et souhaite que vous lui fassiez part de vos critiques et suggestions.[3]

---

[3] GROUPE MATH-ECO
IREM DE STRASBOURG 10 RUE DU GENERAL ZIMMER 67084 STRASBOURG

I. INFORMATIONS ET REFLEXIONS A L'USAGE DES ENSEIGNANTS

- ECONOMIE ET MATHEMATIQUES

Le débat à propos de la place des mathématiques en économie et sciences sociales ne peut être esquivé. L'article donne un rappel historique puis expose les termes actuels du débat ainsi qu'un point de vue des auteurs sur celui-ci.

- MODELISATION

- LA FONCTION DE COUT : UN EXEMPLE DE FORMALISATION.

  Cet article répond à la question suscitée par la présence dans les manuels de Mathématiques de nombreux exercices dans lesquels les fonctions de coût sont des fonctions du troisième degré.
- LA CONSOMMATION DES MENAGES

  Cette question est traitée dans le corps de l'activité du même nom[1].

[1] voir **Partie III** activité n°2 p 63

ECONOMIE ET MATHEMATHIQUES
QUELQUES ELEMENTS DU DEBAT

« Proposition 8 : le but de la pratique scientifique n'est pas de connaître la réalité mais de construire sa compréhensibilité .
Proposition 11 : les sciences sociales sont des disciplines à l'intérieur desquelles il y a lutte entre des théories contradictoires »
Renato Di RUZZA, **Eléments d'épistémologie pour économistes**, Grenoble, 1988, PUG.

1) La naissance de l'économie mathématique

Stanley JEVONS (1888)[1], l'un des fondateurs de l'économie mathématique au 19e siècle, faisait remarquer que l'économie devait être une science mathématique du simple fait qu'elle traite de *quantités* et se prête donc naturellement au traitement mathématique.
Dans ce sens, les tentatives les plus anciennes de décrire et d'expliquer la création de richesses ont toujours plus ou moins fait appel à la mesure et au calcul. Citons ainsi la tentative de François QUESNAY (Le tableau économique, 1758) de rendre compte à l'aide d'un *tableau chiffré* de la genèse et de la circulation de la richesse nationale.
Mais dans les années 1870, l'usage des mathématiques en économie va prendre une dimension nouvelle, à tel point que l'on parle à ce propos de *révolution marginaliste*. En effet de façon quasi simultanée trois auteurs, Stanley JEVONS et Carl MENGER en 1871, Léon WALRAS en 1874 (fondateurs du courant néoclassique) ont fait appel au calcul pour élaborer leur théorie de la valeur :
- la valeur des choses leur vient de leur utilité, mais celle-ci est essentiellement un sentiment propre à chacun et donc non mesurable
- quand la quantité d'un bien, consommée par une personne, augmente, l'utilité d'une unité supplémentaire consommée est de plus en plus faible : pour chaque individu *l'utilité marginale* d'un bien diminue quand la consommation de ce bien augmente
- on peut alors utiliser le calcul différentiel pour raisonner mathématiquement sur des grandeurs qui échappent à la mesure[2]. On montrera ainsi que pour deux biens donnés, le rapport des prix est égal au rapport des utilités marginales !

C'est bien là que l'on peut parler de révolution : les mathématiques sont maintenant au coeur du *raisonnement* économique.

2) L'économie mathématique aujourd'hui

Le courant de l'économie mathématique s'est peu à peu imposé au dépens de l'économie "littéraire", mais son hégémonie aujourd'hui n'est pas sans susciter un grand nombre de critiques. Aussi est-il intéressant de rappeler les arguments toujours actuels en faveur de l'usage des mathématiques en économie :
- on a souvent reproché à l'économie et à ses modèles leur abstraction. Celle-ci est cependant légitime et même nécessaire à la compréhension d'une réalité complexe. Simplifier en forçant certains traits pertinents, c'est construire un *idéal-type* au sens de Max WEBER. C'est le propre de toute démarche scientifique

---

[1] JEVONS W. S., The theory of Political Economy, 1888, cité par MEIDINGER Cl., **Science économique : questions de méthode**, Paris, 1994, Vuibert
[2] cf. infra : **Partie III** activité n°1 sur la fonction de coût p 55 et activité n°2 sur la consommation p 63.

- la démarche hypothético-déductive a révolutionné la physique autant que l'économie. La discussion des hypothèses et les problèmes posés par la vérification constituent de nouvelles questions à résoudre, mais ne remettent pas en cause la méthode elle-même
- l'utilisation du langage mathématique rend la théorie économique accessible à tous. En effet, si le vocabulaire et la syntaxe des mathématiques sont communes à tous les mathématiciens, on ne peut pas en dire autant de la langue littéraire, chaque auteur pouvant utiliser les mots dans un sens particulier et propre à sa théorie. Gérard JORLAND (1995)[3] remarque ainsi que c'est à partir du moment où la théorie de MARX a été formalisée en langage mathématique qu'elle est devenue l'objet d'un débat scientifique plutôt que polémique.

3) La critique de l'usage des mathématiques

Utilisées par une multitude de disciplines scientifiques et notamment par la « science économique », les mathématiques permettent de mettre en évidence la cohérence du discours théorique, de confronter les théories qui ont pu être formalisées et de faire des vérifications (et des prévisions) grâce à l'économétrie.
L'utilisation des mathématiques est cependant critiquée tant par des économistes que par les spécialistes d'autres sciences sociales.
Dès la fin du 19e siècle, lorsque L. WALRAS présente ses travaux d'économie mathématique, on lui objecte que « l'économie politique est une science morale qui a pour point de départ et pour point d'arrivée l'homme ». L'économie mathématique est considérée par les économistes contemporains de Walras comme une simple *quantification* et non comme une *formalisation*, et le rejet qu'elle inspire provient de la crainte de voir *mesurer* les sentiments, les passions et les comportements humains.
Le Professeur Alain BIENAYME (1994)[4] présente les risques que comporte, selon lui, l'outil mathématique en raison de la « manière dont il est souvent utilisé » :
- l'outil mathématique peut conduire à des « excès de langage » lorsque l'on néglige « ce que les conclusions doivent aux prémisses » ; ainsi certains théorèmes sont toujours retenus (et enseignés) alors que les transformations du monde éloignent de plus en plus la réalité des hypothèses (parfois nombreuses) du modèle; il peut en résulter une « vision erronée du monde »
- l'outil mathématique peut créer des « illusions de la logique », lorsque les connaissances mathématiques dictent le choix des hypothèses (les plus commodes pour la formalisation) sans que leur pertinence ne soit suffisamment examinée; l'emploi des mathématiques peut conduire « à des déformations de la vision » et à des conclusions contraires à certaines expériences : « sauf à considérer que la fécondité d'un théorème se juge à sa capacité de focaliser réfutations et controverses, on peut déplorer que notre science ait pris de nos jours un tour aussi biscornu et sinueux pour se rapprocher de la vérité »
- les mathématiques ne permettent pas dans chaque cas de départager les théories et les explications qu'elles proposent, mais ce sont celles qui se prêtent le mieux à la mesure qui risquent d'être privilégiées et retenues : ainsi la « domination excessive du mesurable » constitue un troisième danger d'autant plus que de nombreux phénomènes ne sont pas mesurables, ce qui peut expliquer le peu d'intérêt qu'ils ont suscité malgré leur importance pour la compréhension de la réalité.

« Ce qui précède ne constitue en rien le procès d'une discipline fort utile à l'économiste, mais celui d'un spécialisation qui (...) devient oublieuse de l'objet principal dont elle traite »

[3] JORLAND G., **Les paradoxes du Capital**, Paris, 1995, Ed. Odile Jacob
[4] in HURIOT J.-M. (éd.), **Economie, mathématiques & méthodologie**, Paris, 1994, Economica

Jean-Pierre DUPUY (1994)[5] considère que « le savoir de la science économique est un savoir faux » non pas parce qu'il n'est pas en parfaite adéquation à la réalité - ce qui ne peut pas être son objectif - mais parce que cette science « s'interdit dès le départ de prendre en compte ces influences mutuelles » que sont « la contagion des désirs, des sentiments et des passions ». L'existence de ce savoir contribue cependant à façonner la réalité sociale et économique qui « tend à ressembler au modèle théorique, mais ce n'est pas pour autant (...) que celui-ci dit la vérité au sujet du réel ».
Ces remarques rejoignent d'une certaine façon la critique de Serge LATOUCHE (1994)[6] : « Tout l'édifice du calcul rationnel repose sur le postulat métaphysique de l'existence du sujet rationnel, l'homo oeconomicus, c'est à dire d'une machine à calculer simple et unique (...) ».
L'usage des mathématiques en économie est donc discutée et il semble qu'une des raisons principales soit la suivante : les sciences sociales s'intéressent à des faits qui sont chargés de sens et il semble difficile de constituer des modèles abstraits (et mathématiques) qui considèrent ces faits comme des objets sans renoncer à l'essentiel : aux significations.
« Comment donc connaître rationnellement l'irrationnel, comment concevoir des modèles d'une réalité irrationnelle sur lesquels on puisse raisonner ? »[7].

4) Le débat sur les mathématiques en économie : un prétexte ?

Nul ne conteste à la science physique son utilisation des mathématiques, son haut niveau d'abstraction ou encore le caractère arbitraire de certaines de ses hypothèses. Pourquoi dans ce cas le débat est-il aussi animé en économie ?
L'économie est à l'instar des autres sciences humaines une gageure pour la connaissance :
- toute conclusion énoncée par l'économiste peut concerner directement le citoyen ordinaire. D'entendre que l'assurance sociale serait plus efficiente si elle était confiée au "marché" nous fera bien plus réagir que les écrits sur le big-bang, la matière manquante ou autres leptons...
- la théorie économique, quand elle est diffusée largement, tend à devenir auto-réalisatrice. Les phénomènes économiques sont le résultat de nos actes qui sont eux-mêmes le reflet de nos croyances. Si tout le monde croit que le franc a des raisons de se déprécier, les ventes massives de francs vont précipiter sa chute. La croyance était-elle cependant justifiée au départ ? On voit ici combien il faut se méfier de la "vérification" en tant que preuve de la justesse d'une théorie (cf. Karl POPPER[8])...
- l'adhésion à une théorie constitue encore largement un acte de foi. Derrière les débats "scientifiques" se cachent souvent des querelles idéologiques et politiques !

En replaçant la critique de l'utilisation des mathématiques dans ce contexte, nous pouvons formuler quelques remarques :
- quand on critique l'excès de mathématiques en économie, on critique principalement un *modèle* , une *théorie* : la construction néoclassique de *l'équilibre général par le libre jeu des marchés*. Cela revient à condamner l'outil pour une partie de ce qu'il a produit !
- la critique porte souvent davantage sur les discours de vulgarisation souvent réducteurs et peu nuancés, que sur les travaux des scientifiques proprement dits (beaucoup plus précautionneux quant-à la portée de leurs conclusions).

Ces quelques commentaires n'ont pas la prétention d'être exhaustifs et n'épuisent certainement pas le débat sur l'utilisation des mathématiques en économie. Les textes cités en référence permettront à ceux qui le souhaitent d'approfondir la réflexion.

---

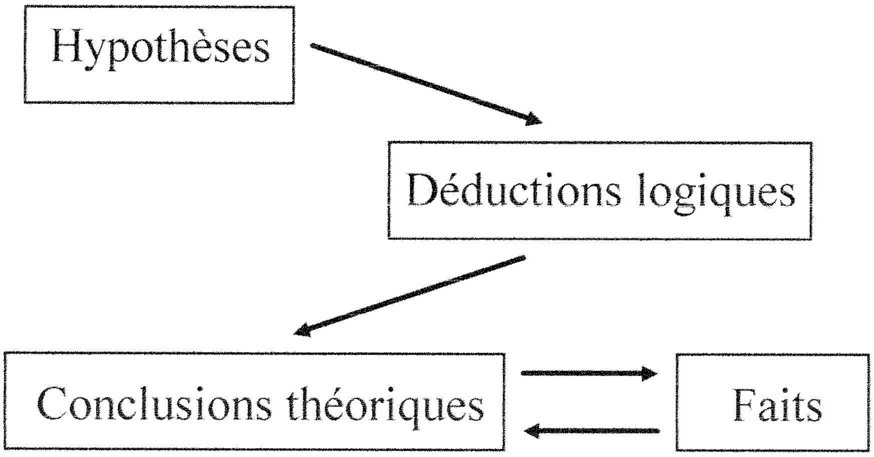
[5] DUPUY J.-P., Lettre de l'AFSE, n° 23, juillet 1994, in **Problèmes économiques** n° 2444-2445, 1-8 nov 1995, pp.4-5
[6] GRANGER G.G., Epistémologie, **Encyclopaedia Universalis**
[7] LATOUCHE S., Le rationnel et le raisonnable, A qui se fier ? **Confiance, interaction et théorie des jeux, La revue du M.A.U.S.S., n°4,** 2e semestre 1994, Editions de la Découverte
[8] POPPER K., **La logique de la découverte scientifique**, Paris, 1973 (1959), Ed. Payot, p 480

LA FONCTION DE COÛT : UN EXEMPLE DE FORMALISATION

L'économie a recours aux mathématiques pour le traitement de données numériques et pour la construction de modèles formels. La fonction de coût relève du second cas de figure. Son élaboration est un bon exemple de la méthode de recherche adoptée par les économistes à la fin du XIX^{e} siècle : la méthode hypothético-déductive.

1) La méthode hypothético-déductive

Elle associe des hypothèses à un raisonnement mathématique :

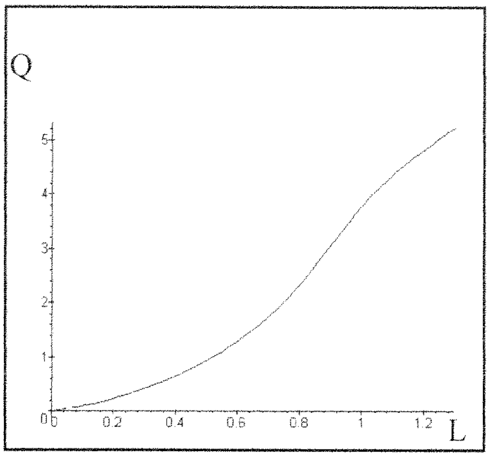


Les hypothèses sont énoncées en langage mathématique, ce qui permet de faire appel ensuite au raisonnement mathématique. Les conclusions sont confrontées aux faits.

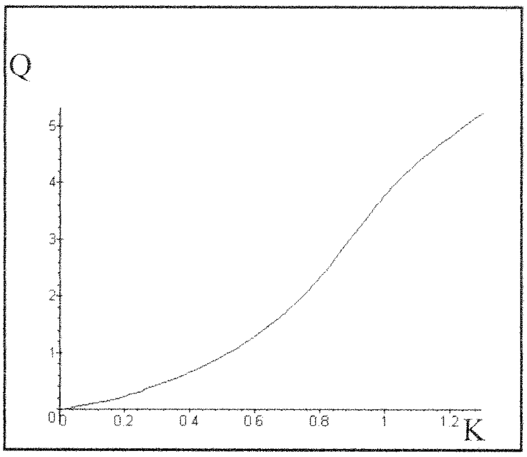
2) La formalisation de la fonction de coût

L'hypothèse de départ est ici celle des **rendements décroissants des facteurs de production**, à savoir du capital, noté K (les moyens de production, machines, matières premières, etc...), et du travail, noté L.
Enoncée pour la première fois par TURGOT, elle s'exprime ainsi :
Lorsque la quantité utilisée d'un facteur productif s'accroît progressivement, le volume de l'autre facteur demeurant constant, la quantité produite augmente d'abord dans une proportion plus grande que le facteur variable, puis dans une proportion moins grande que le facteur variable.
Soit Q la quantité produite, la fonction de production s'écrit alors :
$Q = f(L,K)$
Comme il n'est pas possible de produire sans travail, ni sans capital :
$f(L,0) = 0$ et $f(0,K) = 0$

Graphiquement cela se traduit par[1] :



$Q = f(L, K_0)$



$Q = f(L_0, K)$

Soient L' la valeur de L qui annule $f''(L, K_0) = \frac{\partial^2 f(L, K_0)}{(\partial L)^2}$ et K' la valeur de K qui annule $f''(L_0, K) = \frac{\partial^2 f(L_0, K)}{(\partial k)^2}$. On a alors les tableaux de variation suivants :

L	0	L'	$A > 0$
$Q = f(L, K_0)$	0 $\nearrow$		
$f'_L(L, K_0) = \frac{\partial f(L, K_0)}{\partial L}$	+		+
$f''(L, K_0) = \frac{\partial^2 f(L, K_0)}{(\partial L)^2}$	+	0	-

K	0	K'	$B > 0$
$Q = f(L_0, K)$	0 $\nearrow$		
$f'(L_0, K) = \frac{\partial f(L_0, K)}{\partial K}$	+		+
$f''(L_0, K) = \frac{\partial^2 f(L_0, K)}{(\partial k)^2}$	+	0	-

[1] Les quantités produites , les quantités de facteurs, les côuts sont positifs. Nous limiterons notre étude à $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$

Nous avons exprimé les quantités produites en fonction des quantités de facteurs de production utilisés. Ce que nous souhaitons faire, c'est exprimer les coûts de production en fonction des quantités produites.

Cela est possible car il existe une relation simple entre la quantité de facteur utilisé et le coût que cela engendre.

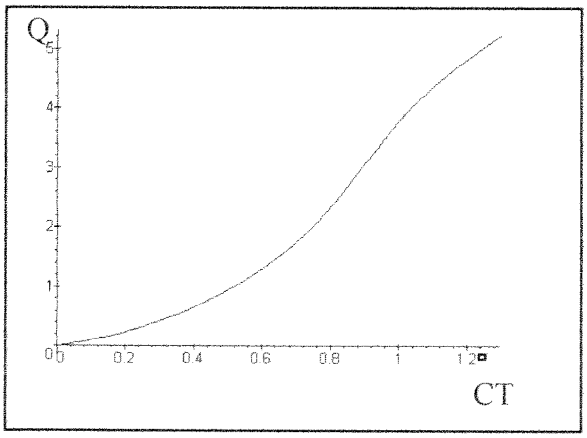
Soient P_L le prix d'une unité de travail, P_K le prix d'une unité de capital et CT le coût total de production.

L et K sont fonction de la quantité produite par les fonctions réciproques des deux fonctions précédentes.

$$CT = L(Q).P_L + K(Q).P_K$$

Nous pouvons additionner les coûts des facteurs et exprimer les quantités produites en fonction du coût total de production. La combinaison linéaire à coefficients positifs de deux fonctions strictement croissantes est une fonction croissante.

La fonction ainsi obtenue aura une représentation graphique semblable à celles présentées plus haut.

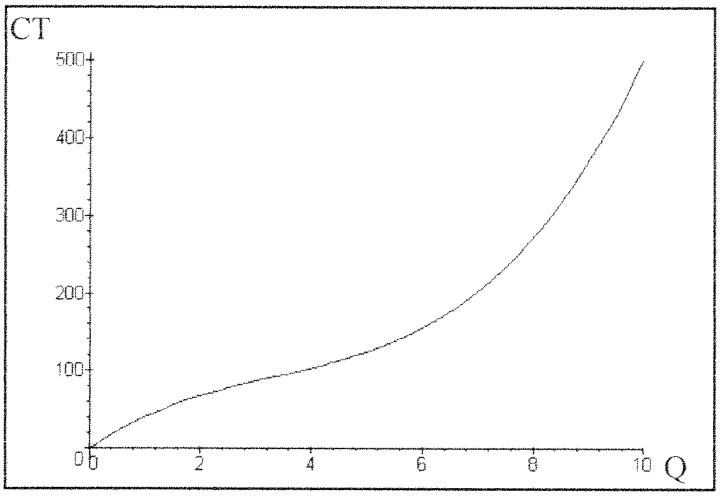


$Q = f(CT)$

Pour exprimer CT en fonction de Q on prendra la fonction réciproque de $Q = f(CT)$:

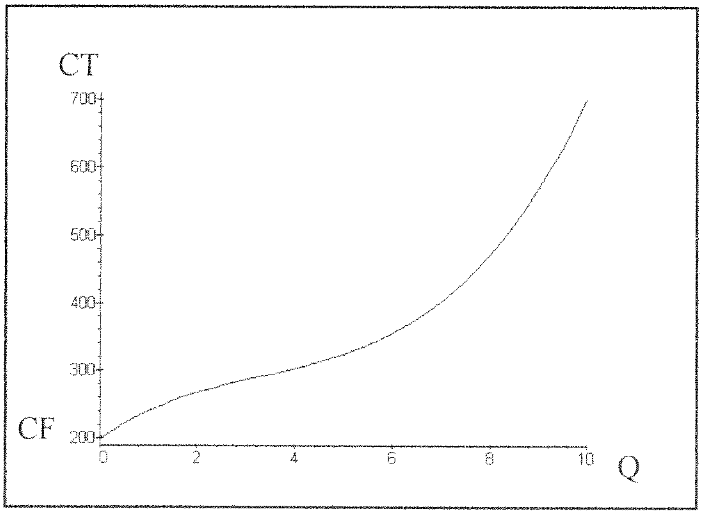
$$CT = f^{-1}(Q) = c(Q)$$

Graphiquement elle se présentera ainsi :



$CT = f^{-1}(Q) = c(Q)$

Mais dans une entreprise il y a des coûts fixes, appelés CF, qui ne dépendent pas des quantités produites, par exemple un loyer, des primes d'assurance, les salaires des cadres, ...
La fonction de coût se représente alors ainsi :



$CT = c(Q) \qquad c(0) = CF = 200$

Soit Q' la valeur de Q qui annule $c''(Q) = \dfrac{d^2CT}{(dQ)^2}$. Le tableau de variation de cette fonction est le suivant :

Q	0		Q'		$C>0$
$CT = c(Q)$	CF				
$c'(Q) = \dfrac{dCT}{dQ}$		$+$		$+$	
$c''(Q) = \dfrac{d^2CT}{(dQ)^2}$		$-$	0	$+$	

3) Une expression algébrique de la fonction de coût

Dans le cadre de notre hypothèse de départ (rendements décroissants des facteurs) toute fonction qui sur $\mathbb{R}^+$ répond aux conditions sur ses dérivées première et seconde, telles qu'elles apparaissent dans le tableau de variation présenté ci-dessus peut être solution.

La forme la plus simple de $f''(Q)$ est une fonction affine :
$f''(Q) = aQ + b$ avec $b < 0$ et $a > 0$

On en déduit l'expression de : $f'(Q)$, $f'(Q) = \int (aQ+b)dQ = \frac{a}{2}Q^2 + bQ + c$

$f'(Q)$ doit être strictement positif sur l'intervalle $[0,+\infty[$ on choisira donc (a,b,c) tels que $\Delta < 0$ (c'est à dire $b^2 - 2ac < 0$) et $a > 0$

La fonction de coût s'écrira alors $CT = f(Q) = \int (\frac{a}{2}Q^2 + bQ + c)dQ = \frac{a}{6}Q^3 + \frac{b}{2}Q^2 + cQ + d$
avec les conditions suivantes :
$b^2 - 2ac < 0$
$a > 0$
$b < 0$
$d > 0$, car $d = CF$, et on ne peut concevoir des coûts négatifs !

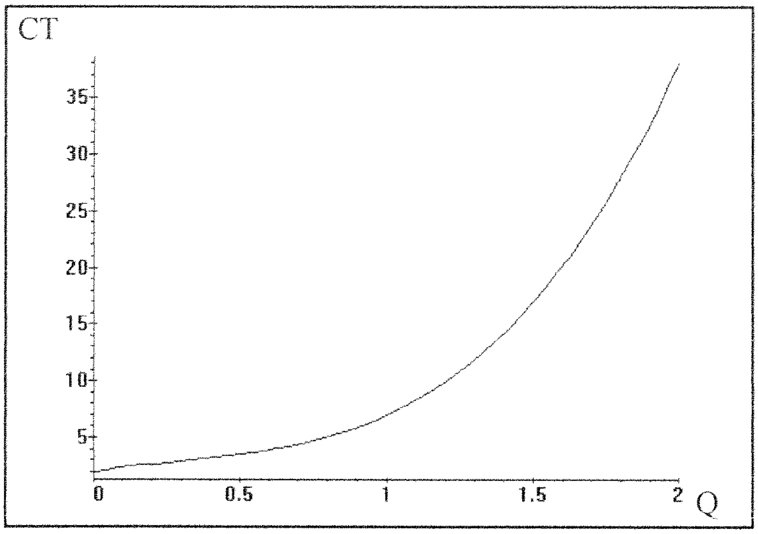
Recherchons maintenant un exemple de fonction pouvant servir à modéliser les coûts de production :

Soit $b = -10$

Pour que $b^2 - 2ac < 0$, choisissons par exemple $a = 36$ et $c = 4$

Enfin, posons $d = 2$

Nous aurons alors $CT = 6Q^3 - 5Q^2 + 4Q + 2$



4) Signification de la fonction de coût

La fonction de coût représente les coûts de production virtuels à un moment donné selon les différentes quantités envisageables :

- une seule quantité sera en fin de compte produite et l'entreprise subira les coûts correspondants,

- la structure des coûts se modifie dans le temps : il n'y a pas de coût « fixe » par rapport au temps (les salaires, les prix des matières premières évoluent dans le temps). Cela entraîne des modifications de la forme de la fonction de coût, et interdit par là-même toute tentative d'expérimentation. On ne peut pas « observer » des combinaisons quantités-prix (forcément à des moments différents) et en déduire la courbe de la fonction de coût. Celle-ci reste la représentation d'un modèle théorique. Les exercices proposés aux élèves, qui invitent à construire une courbe de coût à partir d'une série de chiffres relèvent du « faux concret pédagogique ».

- ce modèle peut difficilement servir à la gestion courante des entreprises. Celles-ci calculent bien entendu leurs coûts, fixes et variables, font des prévisions, mais ne sont pas en mesure de connaître à l'avance l'effet des rendements décroissants des facteurs : on en reconnaît en général l'existence , mais on ne connaît pas la « loi » qui les gouverne.

C'est sur la base de ce modèle qu'a été réalisé le TD sur les coûts de production[2] présenté dans cette brochure.

---

[2] voir p. 55

II. LES PROGRAMMES

Dans la première partie nous parcourons le programme de Sciences Economiques et Sociales du second cycle en lycée (colonne de gauche), en indiquant en regard (colonne de droite) les outils et notions mathématiques utilisés et *à quel niveau ils sont étudiés en Mathématiques.*

Dans le deuxième partie nous parcourons le programme de Mathématiques des classes de Seconde, Première et Terminale ES (colonne de gauche), en indiquant en regard (colonne de droite) des exemples d'utilisations en Sciences Economiques et Sociales, et le cas échéant *à quel niveau elles sont étudiées dans le cours de SES.*

En classe de Seconde Générale seuls les élèves ayant choisi l'option Sciences Economiques et Sociales suivent ces cours alors que tous suivent la totalité du cours de Mathématiques.
En classes de Première et Terminale ES tous les élèves suivent les programmes obligatoires en Sciences Economiques et Sociales et en Mathématiques, certains en outre suivent une option ou un enseignement de spécialité dans l'une des deux disciplines.

A la lecture du programme de Sciences Economiques et Sociales nous pouvons constater d'emblée que certains outils mathématiques sont utilisés très fréquemment :

- les pourcentages, indices et tout ce qui tourne autour de la proportionnalité, les accroissements et les taux d'accroissement,
- la gestion de données chiffrées et en particulier toutes les formes de tableaux, les statistiques à une ou deux variables,
- les graphiques.

Ces outils figurent dans les programmes de Mathématiques du Collège à la classe de Terminale.
<u>Mais la lecture conjointe des deux programmes montre qu'il y a souvent un décalage dans le temps entre les différents apprentissages et leur utilisation. Ce décalage ne devrait pas être un obstacle à un travail bidisciplinaire. On peut s'en servir pour créer une dynamique dans l'apprentissage.</u>
On peut s'appuyer sur des exemples vus en SES pour mettre en place une approche plus théorique ou pour structurer les connaissances en Mathématiques. On peut exposer le modèle mathématique d'abord et en donner des applications par la suite. Dans certains cas l'approche théorique et l'approche concrète s'éclairent l'une l'autre, l'étude conjointe apporte alors un "plus" pour la compréhension du concept (par exemple le raisonnement à la marge). Nous donnons plus loin des exemples d'activités bidisciplinaires construites dans cette optique.[1]

---

[1] voir **Partie III** Dans nos classes pp 31 et suivantes.

PROGRAMMES DE SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES

Dans l'énoncé du programme de Sciences Economiques et Sociales nous donnerons tous les titres en lettres majuscules (exemple LES HOMMES CONSOMMENT), tous les sous-titres en italique (exemple *Consommation et mode de vie*). Par contre les rubriques détaillées ne seront pas données de manière exhaustive, nous ferons figurer celles qui nécessitent l'usage d'outils mathématiques.

1) Classe de Seconde

Programme de l'option SES La vie économique et sociale	**Outils mathématiques utilisés**
INTRODUCTION *Notions de besoin et de rareté.*	
LES HOMMES VIVENT EN SOCIETE	
La famille et la parenté (Sociologie).	Pourcentages, accroissements. Statistiques. Graphiques. (*Etude amorcée en collège, poursuivie en seconde.*)
La population active. Définitions, mesure, répartition. catégories socioprofessionnelles. Facteurs d'accroissement.	Ensembles, sous-ensembles (partie d'un ensemble). (*Première à propos des pourcentages et des probabilités.)* Accroissements, taux, indices. (*Seconde et surtout première.*) Tableaux statistiques, histogrammes, moyennes. (*Collège et surtout seconde.*) Effectifs cumulés, médiane, écart-type. (*Seconde.*)
Les organisations et l'environnement social.	

LES HOMMES CONSOMMENT	
Consommation et revenus. Budget des ménages.	Statistiques à une variable, caractères qualitatifs et quantitatifs avec regroupement par classes d'amplitudes inégales (*Seconde.*)
A un niveau élémentaire : Mesure de la dispersion, des disparités. Propension à consommer, propensions marginales, élasticité, revenu nominal, revenu réel, pouvoir d'achat.	Moyenne, médiane, déciles (*Seconde et première :* étude des quartiles mais pas des déciles.) Elasticité (*Travaux pratiques en terminale*)
Francs courants, francs constants, indices.	Indices (*Quatrième!! (si, si), première.*)
Consommation et mode de vie. Mode de vie, niveau de vie.	Traitement de l'information statistique sous toutes ses formes. Recours à l'informatique (*conseillé dans les programmes de Seconde, première et terminale dans la mesure des possibilités de l'établissement.*)
Revenu et coefficient budgétaire. Courbe de Lorentz.	Pourcentages d'évolution.
LES HOMMES PRODUISENT	
La diversité des productions, des unités de production et de leurs objectifs.	
La diversité des combinaisons productives. Investissements.	Taux.
Le travail et les relations humaines dans les unités de production.	
Le résultat de l'activité productive : la valeur ajoutée et sa répartition.	
CONCLUSION *Relations entre production et consommation.*	

2) Classe de Première ES

Programme de SES	Outils mathématiques utilisés
PREMIERE PARTIE *Les activités économiques et leur cadre social*	
1.1 LES ACTIVITES ECONOMIQUES	
Les agents et leurs relations, le circuit économique. Entreprise, production, consommation.	Taux, pourcentages, indices base ..., lecture de tableaux, lecture de graphiques (*Seconde, approfondissement en première.*)
Productivité, gain de productivité.	Taux d'accroissement (*Première.*)
Une représentation synthétique de l'activité économique : la comptabilité nationale.	Tableaux à double entrée (*Première.*)
Le financement de l'économie. Masse monétaire.	Inclusions d'ensembles, suites géométriques (*Première.*)
1.2 LE CADRE SOCIAL	
La socialisation.	Lecture d'organigrammes.
Individu et groupes sociaux.	
Les phénomènes culturels.	

DEUXIEME PARTIE

La régulation des activités économiques et sociales

2.1 ECONOMIE ET SOCIETE DE MARCHE

Les mécanismes du marché. Offre, demande, équilibre, élasticité(s), coûts, offre et demande, marges, coût marginal.	Fonctions, courbes représentatives, variations, intersections, comparaisons, dérivée (*Première.*) Elasticité (*Travaux pratiques en terminale.*)
Rôle et limites du marché.	
L'institutionnalisation du marché.	

2.2 LES INSTITUTIONS PUBLIQUES

Les fondements sociaux et juridiques des institutions publiques.	Fonctions affines, fonctions affines par morceaux (*Troisième puis surtout seconde.*)
Les politiques économiques et sociales. Budget de l'Etat, impôts.	Pourcentages, taux d'accroissement *(Seconde.)*
Les limites de l'intervention économique et sociale de l'Etat.	

2.3 LA REGULATION SOCIALE

Individu et collectivité. Echantillon, quota.	Sondages et estimation en statistiques (*Post-bac.*)
Le contrôle social.	

3) Classe de Terminale ES

Programme de SES	**Outils mathématiques utilisés**
INTRODUCTION GENERALE ET INDICATEURS DE TENDANCES	
L'évolution à long terme de la production, de la consommation et du niveau de vie.	Pourcentages, taux, indices, indicateurs en statistiques (moyenne, écarts, médiane, déciles). (*Seconde, première.*) Limites. (*Première, terminale.*) Graphiques dans un repère semi-logarithmique. (*Terminale.*)
L'évolution à long terme de la population active et des structures sociales.	
PREMIERE PARTIE : LES FACTEURS ECONOMIQUES DE LA CROISSANCE ET DU DEVELOPPEMENT	
1.1 LES HOMMES	
Population et travail. Transition démographique.	Construire la représentation graphique de la différence de deux fonctions. (*Première.*)
Travail et emploi.	
1.2 L'ACCUMULATION : INVESTISSEMENT ET CAPITAL	
Epargne, investissement, multiplicateur d'investissement. Concentration des entreprises (courbe de Lorentz).	Pourcentages. (*Seconde, première.*) Suites géométriques. Fonctions logarithme, exponentielle, racine n-ième. (*Terminale.*) Fonctions, dérivée, intégrale. (*Terminale.*) Fonctions à deux variables (P*ost-bac.*)
1.3 PROGRES TECHNIQUE ET INNOVATIONS	

1.4 L'OUVERTURE INTERNATIONNALE	
Libéralisation des échanges et développement. Avantages comparatifs.	Rapports.
Protectionnisme et développement.	
Le règlement des échanges et l'endettement. Change fixe et flottant.	Taux.
DEUXIEME PARTIE : LES PROCESSUS DE CHANGEMENT SOCIAL	Différents types de représentations graphiques.
2.1 CHANGEMENT ET SOLIDARITES SOCIALES *Division sociale du travail et intégration.* *Lien social et exclusions.*	
2.2 CHANGEMENT ET CONFLITS *La transformation des forces productives et les conflits sociaux.* *La diversité et l'institutionnalisation des conflits.*	
2.3 CHANGEMENT ET VALEURS *Systèmes de valeurs et sociétés modernes.* *L'émergence et l'apprentissage des valeurs.*	
2.4 DEMOCRATIE ET INEGALITES	
Idéal égalitaire et inégalités économiques et sociales.	
La stratification et la mobilité sociales.	Tableaux à double entrée, sur et sous-représentation. (*Première.*)

TROISIEME PARTIE :
CRISES, REGULATION ET DYNAMIQUE DU DEVELOPPEMENT

3.1 CRISES
ET POLITIQUES ECONOMIQUES ET SOCIALES DANS LES PAYS DEVELOPPES

Fluctuation et crises. Inflation, dévaluation. Désinflation (croissance accélérée, ralentie).	Pourcentages, taux, indices. (*Première.*) Dérivée seconde. (*Première.*)
Les analyses de crises.	
Les politiques.	

3.2 MUTATIONS
ET SPECIFICITES DE LA CRISE
DANS LES PAYS EN DEVELOPPEMENT

La dimension internationale de la crise dans les pays en développement (P.E.D.).

Les spécificités sociopolitiques de la crise.

ANNEXE[2]

SAVOIR-FAIRE APPLICABLES A DES DONNEES QUANTITATIVES, EXIGIBLES A L'EPREUVE DE SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES DU BACCALAUREAT DE LA SERIE SCIENCES ECONOMIQUES ET SOCIALES (ES)

(exigibles à compter de la session de juin 1996)

Préalables

1. La maîtrise de ces savoir-faire implique à la fois calcul et lecture (c'est-à-dire interprétation) des résultats.
2. Les calculs ne sont jamais demandés pour eux-mêmes : ils ont pour fonction de prouver, à l'occasion de l'exploitation du dossier documentaire servant de support à l'épreuve, l'acquisition d'une compétence plus générale.
3. Ces calculs, toujours simples, sont appliqués à des données réelles fournies dans le dossier.

Etude de variables à un moment donné :

- Indices, calculs de proportions et pourcentages de répartition (notamment pour transformer une table de mobilité en table de destinée et table de recrutement)
- Moyenne arithmétique simple et pondérée, médiane
- Lecture de représentations graphiques : histogrammes, diagrammes de répartition
- Ecarts inter-quartiles
- Lecture de tableaux à double entrée, éventuellement avec subdivisions
- Lecture de la courbe de Lorentz.

Etude d'une évolution :

- Variation absolue et variation relative-Indices
- Taux de variation ou de croissance
- Taux de croissance annuel moyen à partir d'un taux de croissance pluriannuel ou d'une série de croissances annuelles
- Coefficient multiplicateur
- Lecture de représentations graphiques de séries chronologiques y compris le graphique semi-logarithmique
- Evolutions en volume, évolutions en valeurs.

Raisonnement à la marge :

- Notion d'élasticité comme rapport d'accroissements relatifs
- Coût marginal, productivité marginale, propension marginale. Ces notions pourront être reliées à la notion mathématique de dérivée, sans que ce lien puisse donner lieu à une évaluation au baccalauréat.

---

[2] Bulletin Officiel n°48 du 28 décembre 1995

PROGRAMMES DE MATHEMATIQUES

Dans l'énoncé du programme de mathématiques nous donnerons tous les titres en lettres majuscules (exemple L'INFORMATION CHIFFREE), tous les sous-titres soulignés (exemple <u>C) LES MOYENNES</u>). Par contre les rubriques détaillées ne seront pas données de manière exhaustive, nous ferons figurer celles qui trouvent des applications en sciences économiques et sociales. Les rubriques en italiques concernent les *Travaux pratiques*.

1) Classe de Seconde

Programme de Mathématiques	**Exemples d'utilisation en SES**
II. PROBLEMES NUMERIQUES ET ALGEBRIQUES	(*De la seconde à la terminale.*)
<u>1. CALCUL LITTERAL ET NUMERIQUE</u> Pourcentages.	Consommation et revenus (*Seconde.*)
b) Opérations sur les inégalités. c) Valeur absolue, intervalles, approximations.	**Attention " valeur absolue " a un sens différent en SES.**
<u>2. SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES</u> Résolution numérique et étude graphique de systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques. *Etude de problèmes issus d'autres disciplines et de la vie économique et sociale (mise en équation, traitement mathématique, contrôle et interprétation des résultats).*	Exercices sur coûts et recettes (*Seconde, première.*) Etudes graphiques.
III. FONCTIONS	
<u>1. GENERATION ET DESCRIPTION DES FONCTIONS</u> Exemple de description d'une situation à l'aide d'une fonction. Maximum, minimum d'une fonction. Fonctions croissantes, décroissantes.	Dans presque tous les chapitres (*Tous niveaux.*) Interviennent dans les modèles mais souvent données par une représentation graphique qu'il faut interpréter.

2. FONCTIONS USUELLES

Fonctions linéaires et affines.

Proportionnalité.

Fonctions carré, cube, racine carrée, inverse.

exemples simples de problèmes d'optimisation.

Bénéfice maximum (*Première.*)

IV STATISTIQUES

Dans presque tous les chapitres (*de la Seconde à la Terminale.*)

L'élève doit
- connaître le vocabulaire des statistiques
- savoir construire et interpréter des représentations.

Entraînement à la démarche propre à la statistique :

Séries statistiques à une variable : répartition d'une population en classes, effectifs, fréquences.

Séries statistiques à une variable quantitative : effectifs cumulés, fréquences cumulées, caractéristiques de position et de dispersion (moyenne, écart type).

Taux d'activité par âge, taux de syndicalisation (*Seconde.*)

Salaire moyen (*Seconde.*)

Sur des exemples : médiane, quartiles (mais pas déciles).

Revenu médian (*Seconde.*)

Répartition des revenus par déciles[1]. (*Seconde, première.*)

Lecture et exploitation de données statistiques mises sous forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences.

V. GEOMETRIE

1. GEOMETRIE PLANE

A⌋ Calcul vectoriel

(*Post-bac.*)

B⌋ Transformations et configurations

2. GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Documents graphiques en trois dimensions (*tous niveaux.*)

[1] voir **Partie III** activité n°3 p 71

2) Classe de Première ES

Programme obligatoire de Math.	Exemples d'utilisation en SES
1. L'INFORMATION CHIFFREE	Dans presque tous les chapitres (*A tous les niveaux.*)
A) LES POURCENTAGES	
Partie d'un ensemble de référence.	Taux d'activité (*Seconde.*)
Expression en pourcentage d'une augmentation ou d'une baisse.(Distinguer les pourcentages instantanés et les pourcentages d'évolution[2].)	Croissance économique (*Tous les niveaux.*)
Variations d'un pourcentage (rôle du dénominateur dans un rapport, formulation en termes d'indices ou de points).	Francs courants, francs constants, facteurs d'accroissement. (*Seconde, première.*)
Les paradoxes apparents des pourcentages (déjouer les paradoxes dus à la formulation additive et au fait que tous les ensembles de référence ne sont pas explicités).	Fiscalité (*Première.*)
Généralisation des résultats vus en Seconde (passer de la formulation additive utilisée pour communiquer à la structure multiplicative utilisée pour calculer et réciproquement).	Utilisation fréquente (*Tous les niveaux.*)
Pourcentages de pourcentages.	Hausses et baisses successives[3] (*Première.*)
Addition et comparaison de deux pourcentages relatifs à un même ensemble de référence.	Taux d'accroissement naturel d'une population (*Seconde.*)
L'ordre des pourcentages est celui des données absolues.	
Comparaison de pourcentages sur deux ensembles de référence distincts.	Effet de structure[4] (*Première.*)
Lecture de graphiques illustrant des données absolues et des pourcentages.	Aide au développement en % du PIB selon le montant de l'aide[5] (*Première.*)

[2] voir **Partie III** Pourcentages pp 32 et suivantes

[3] voir **Partie III** Pourcentages p 42
[4] voir **Partie III** Pourcentages p 46
[5] voir **Partie III** Graphiques p 52

Etude de quelques graphiques complexes avec référentiels distincts en liaison avec Géographie ou Economie (mais aucune connaissance exigible sur ce sujet).

Graphiques à double échelle (*Tous niveaux.*)
Carré magique (représentation simultanée des 4 grands indicateurs économiques) (*Première, terminale.*)

B) LES SUITES

Suites arithmétiques.
Suites géométriques de raison positive.

Intérêts simples (*Première.*)
Intérêts composés (*Première, terminale.*)
Croissance démographique (*Terminale.*)
Inflation (*Première, terminale.*)
Multiplicateur d'investissement (*Terminale.*)

C) LES MOYENNES

Moyenne arithmétique.
Moyenne géométrique.
Variation d'une moyenne quand on ajoute un élément. Augmentation absolue, relative des éléments.

Coût moyen (*Seconde.*)
Taux de croissance annuel moyen (*Terminale.*)

D) STATISTIQUES DESCRIPTIVES

Dans tous les chapitres (*De la seconde à la terminale.*)

1. Série statistique à une variable (Complément de la Seconde).
Regroupements par classes (l'élève doit savoir que des regroupements différents peuvent mettre en évidence des phénomènes différents).
Médiane pour des caractères ordonnés.

Statistiques démographiques (*Seconde.*)
Budget de l'Etat (*Première.*)
Echanges internationaux (*Terminale.*)

2. Série statistique à deux variables.
Vocabulaire spécifique des tableaux. Tableaux d'effectifs. Répartition marginale. Tableaux de fréquences. Fréquences marginales.
Sous et sur-représentation. Construction d'un tableau des écarts.(Il s'agit de préciser un vocabulaire utilisé en Economie et de réintroduire la notion de proportionnalité.)

Répartition sectorielle de l'emploi (*Seconde.*)
Répartition des échanges mondiaux (*Terminale.*)
Taux de suicide selon différents critères.

Tables de mobilité (*Terminale.*)

E) PROBABILITES

(*Post-bac.*)

2. ALGEBRE - ANALYSE

A) COMPORTEMENT GLOBAL D'UNE FONCTION

Exploitation des graphiques.
Sens de variation et extremums.
Fonctions associées f(x)+k, f(x+k), -f, $|f|$.
Somme et différence.

Comparaison.

Courbes théoriques.

Variations saisonnières (*Première, terminale.*) Fonctions de coût[6] (*Première.*)
Production (f+g) (*Première.*)
Transition démographique (f-g) (*Terminale.*)
Croissances comparées de deux pays (*Terminale.*)

B) ALGEBRE

Equation du second degré.
Inéquations en liaison avec la représentation graphique.

Optimisation.
Programmation linéaire (*Post-bac.*)

C) COMPORTEMENT LOCAL D'UNE FONCTION

Contraintes sur l'ensemble de définition.

Pertinence de l'ensemble d'étude d'une fonction dans un contexte économique précis.

D) SENS DE VARIATIONS

1. Sens de variation. Fonction composée.
Rappel de la définition de la croissance.
2. Sens de variation et opérations sur les fonctions.
3. Mesure de la croissance en un point.
Interprétation graphique du nombre dérivé.
4. Fonction dérivée.
5. Sens de variations et dérivées.
Exemples d'études d'inéquations s'appuyant sur le sens de variation des fonctions.

(*Post-bac.*)

(*Post-bac.*)

Coût marginal (*Première.*)
Fonction coût marginal (*Première.*)
Croissance ralentie, croissance accélérée, désinflation (*Terminale.*)

[6] voir **Partie III** activité n°1 p 55

E) LES APPROXIMATIONS

1. Augmentation et baisse réciproques. Une augmentation de t% est presque compensée par une baisse de t% quand t est petit.
Interprétation graphique. Approximation affine de $1/(1+x)$ *au voisinage de 0.*

2. Augmentations ou baisses successives de même taux. Augmenter de t% deux années de suite, c'est presque augmenter de 2t% quand t est petit.
Graphiquement : interprétation de la différence. Approximation affine de $(1+x)^2$ *au voisinage de 0.*

Croissance à taux constant sur deux ou trois années (revenu, population, production) (*Première, terminale.*)

3. Augmentation ou baisse annuelle. Une augmentation de t% sur deux ans correspond presque à une augmentation annuelle de t/2 % quand t est petit.
Interprétation graphique. Approximation affine de $\sqrt{1+x}$ *au voisinage de 0.*

4. Généralisation.
Comparaison de $(1+x)^n$ et $1+nx$ *quand x est petit (n entier naturel).*

En économie les approximations de ce type supposent n petit.
Par exemple l'approximation du taux mensuel moyen par 1/12^e^ du taux annuel est très grossière.

Programme optionnel de Math.	Exemples d'utilisation en SES
1. GEOMETRIE PLANE	
Barycentre de deux points pondérés. Coordonnées du barycentre. Lien avec la notion de moyenne pondérée. Extension à un système de trois ou quatre points. Associativité du barycentre.	Moyennes (*Seconde, première, terminale.*)
Lien entre associativité et moyenne d'un sous-ensemble d'éléments.	Traitement de données chiffrées (*Première, terminale.*)
Action d'une translation et d'une homothétie sur un système de points pondérés et leur barycentre.	Francs courants, francs constants (*Première, terminale.*)
Produit scalaire de deux vecteurs du plan.	(*Post-bac.*)
2. GEOMETRIE DANS L'ESPACE	
Etude et représentation de configurations simples de l'espace. Repérage dans l'espace. Extension à l'espace de la notion de barycentre et du produit scalaire.	(*Post-bac.*)
Intersection de plans : traduction analytique. Lecture de graphiques en trois dimensions. L'élève doit pouvoir dire si la troisième dimension ne joue qu'un rôle fictif ou si elle apporte une information réelle.	Production et lecture de documents graphiques en trois dimensions (*Toutes classes.*)
3. ANALYSE	
A) COMPLEMENTS SUR LES FONCTIONS	
Fonctions périodiques. Fonctions sinus et cosinus.	(*Post-bac.*)
Fonctions polynômes. Composition des fonctions. Notation gof.	Coût marginal, courbes d'offre et de demande[7] (*Première.*)
Dérivée de $x \to f(ax+b)$.	
B) SUITES NUMERIQUES	
Compléments du programme obligatoire	voir SUITES dans le programme obligatoire.

[7] voir **Partie III** activité n°1 p 55

3) Classe de Terminale ES

Programme obligatoire de Math ***Enseignement de spécialité en Math***	**Exemples d'utilisation en SES**
II. STATISTIQUES, PROBABILITES	
1. STATISTIQUES DESCRIPTIVES Séries statistiques à deux variables	Graphiques donnés sous forme de nuages de points avec courbe d'ajustement. Notion de tendance (*Terminale.*)
2. PROBABILITES a) Variable aléatoire. b) Probabilité conditionnelle. Indépendance de deux événements. *Spécialité :* *a) Dénombrements* *b) Loi binomiale* *c) Loi des grands nombres (dans le cas du schéma de Bernouilli)*	(*Post-bac.*)
III. ALGEBRE, ANALYSE	
1. EQUATIONS, SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES Résolution de problèmes issus de la vie économique et sociale. *Spécialité :* *Méthode de Gauss.* *Programmation linéaire.*	(*Post-bac.*)
2. FONCTIONS NUMERIQUES a) Comportement global d'une fonction. b) Enoncés sur les limites. c) Calcul différentiel.	

d) Fonctions usuelles.
Fonctions logarithme népérien, fonction exponentielle.
On mettra en valeur l'emploi de $x^{1/n}$ pour l'étude des taux annuels moyens.
e) Dérivée logarithmique.

Modélisation (*Terminale, post-bac.*)

Taux de croissances annuels moyens (*Terminale.*)
Croissance relative, élasticité (*Première, terminale.*)
Evolution en volume, évolution en valeur (*Terminale.*)

Exemples d'emploi de graduations semi-logarithmiques.

Evolution a long terme de la population, de la production (*Terminale.*)

Spécialité :
Suites numériques (monotonie, convergence).

3. CALCUL INTEGRAL

a) Intégrale d'une fonction continue.
b) Propriétés de l'intégrale.
Inégalité de la moyenne. Valeur moyenne d'une fonction.

(*Post-bac.*)

Calcul de l'aire comprise entre deux courbes représentatives situées au dessus de Ox et ne se croisant pas. (On fera le lien avec les sciences économiques et sociales.)

Coefficient de Gini[8] (*Possible en travaux pratiques en terminale.*)

[8] voir **Partie III** activité n°3 p 71

III. DANS NOS CLASSES

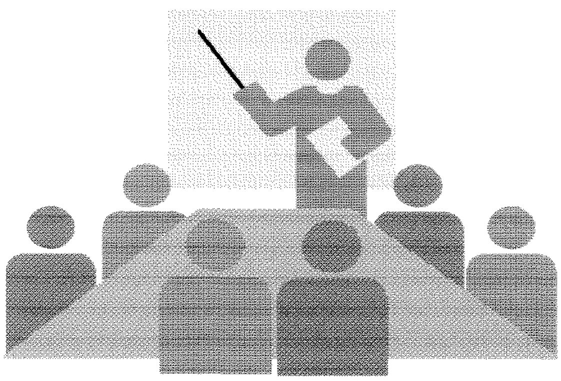
Les exercices, activités et travaux pratiques proposés ont été élaborés en commun par les enseignants des deux disciplines. Beaucoup d'exercices sont néanmoins destinés à être traités en cours de Mathématiques en coordination avec le cours de SES. Les activités commentées combinent des travaux dans les deux disciplines. Les commentaires destinés au enseignants ne sont pas conçus pour être diffusés aux élèves tels qu'ils figurent dans la brochure.
Les exercices proposés dans cette partie ne recouvrent pas l'ensemble du programme. Pour la plupart ils ne sont pas non plus destinés à être donnés " tels quels " aux élèves. Chaque collègue saura les adopter et les adapter à sa pédagogie et à son public.

Plan détaillé de cette troisième partie:

Pourcentages
- A propos des pourcentages
- Pourcentages et coefficients multiplicateurs
- Quand les pourcentages permettent de vérifier l'information : quelques exemples
- Pourcentages de pourcentages : un exemple de travail bidisciplinaire.

Graphiques
- A propos des graphiques
- Quelques exemples.

Activités commentées
- n°1 : Coûts et bénéfices
- n°2 : Consommation des ménages
- n°3 : Courbes de Lorentz.



POURCENTAGES

A propos des pourcentages

1) Introduction :

Lorsqu'on parle de **rapport**[1], de **proportion** ou de **pourcentage** il est toujours question d'un nombre a que l'on considère comme le quotient de deux nombres b et c. En fait, en parlant de la sorte on veut signifier que le nombre a a un sens extra-mathématique. Une interprétation de ce sens requiert une prise en compte de la signification des nombres b et c. Les difficultés rencontrées dans la manipulation de ces notions résultent plus de leur interprétation que des opérations mathématiques qu'on leur applique.
Pour commencer nous donnerons quelques brefs rappels sur les notions de rapport et de proportion. Ensuite sera introduite comme cas particulier la notion de pourcentage, dont nous illustrerons les diverses formes d'utilisation.

2) Rapports et proportions :

Rappelons la définition évidente mais fondamentale suivante.

2.a Définition : *On dit que le nombre a est le rapport de b sur c et on écrit* $a = \frac{b}{c}$ *lorsque le nombre a est le quotient du nombre b par le nombre c non nul.* Exemple : $0{,}65 = \frac{162{,}5}{250}$.

2.b Remarques importantes pour la compréhension de la suite

- **Le même rapport peut être obtenu à partir de couples (b,c) différents.**

Ainsi 0,65 est égal à $\frac{162{,}5}{250}$ mais aussi à $\frac{19{,}5}{30}, \frac{78}{120}, \frac{13}{20}, \frac{65}{100}, \frac{6{,}5}{10}, \frac{650}{1000}$.....

Ecrire $\frac{19{,}5}{30}$, $\frac{162{,}5}{250}$, $\frac{78}{120}$ ou $\frac{65}{100}$ au lieu de 0,65 n'a évidemment aucun intérêt mathématique en général.
Cependant qu'est-ce qui est le plus parlant au sujet d'un cocktail donné?
1. Le rapport du volume de jus d'ananas au volume de cocktail est 0,65

[1] voir **Partie IV** Petit lexique p 82

2. Le rapport du volume de jus d'ananas au volume de cocktail est $\frac{78}{120}$

3. Le rapport du volume de jus d'ananas au volume de cocktail est $\frac{65}{100}$

On est conduit généralement à préférer la troisième expression. En effet l'usage des fractions rend plus parlant $\frac{65}{100}$ que 0,65 et la familiarité avec le nombre 100 alliée à la pratique des pourcentages fait préférer $\frac{65}{100}$ à $\frac{78}{120}$ ou à $\frac{13}{20}$.

- **Un rapport correspond en général au quotient de deux nombres représentant des quantités exprimées le cas échéant dans la même unité.**

Souvent les deux quantités représentent respectivement une " partie d'un tout " et le " tout ". Alors ce rapport est inférieur ou égal à 1.
Ceci n'est pas toujours le cas et on peut rencontrer des phrases telles que celle-ci : " l'accroissement relatif du prix d'une denrée entre 1980 et 1981 est de 185% ", qui signifie que le rapport $\frac{\text{prix de 1981} - \text{prix de 1980}}{\text{prix de 1980}}$ est égal à $\frac{185}{100}$ et aussi à 1,85. (On remarquera que les prix ont presque triplé.)

- **La donnée d'un rapport *a* et de l'un des deux nombres *b* ou *c* qui entrent dans la définition de ce rapport permet de déterminer l'autre nombre.**

Ainsi, sachant que le rapport du volume de jus d'ananas au volume total de cocktail est 0,65, et sachant que le volume de cocktail est 40 cl, on peut déterminer le volume b de jus d'ananas en posant $\frac{b}{40} = 0{,}65$, et on obtient $b = 0{,}65 \times 40$ ou encore $b = 26$.
Dans de nombreuses études statistiques ou économiques on est amené à parler de rapports de nombres et dans la plupart des cas ces rapports sont exprimés sous la forme de pourcentages c'est à dire de rapports à 100. Ces rapports font l'objet de la partie **3)** suivante.

3) Pourcentages :

3.a Avertissement : Utiliser les pourcentages n'est qu'une manière spécifique d'utiliser des rapports en prenant en compte le fait que 100 est un nombre que l'on maîtrise bien dans les calculs et du point de vue de l'idée qu'il suggère.

3.b Définition : *On dit que (le rapport) x est de " t pour-cent " et on note t% lorsque* $x = \frac{t}{100}$. *Quand x est ainsi exprimé on dit encore que x est un pourcentage.*

3.c Remarques

- D'après une remarque précédente, connaissant x on peut parfaitement déterminer t tel que $x = \frac{t}{100}$. Ainsi le rapport du volume de jus d'ananas au volume de cocktail est de 65%, en effet on a bien $0{,}65 = \frac{65}{100}$

- L'expression " $t\%$ "n'apparaît, sous cette forme, que dans du texte et devra impérativement être remplacée par $\frac{t}{100}$ dans les calculs.

- Lorsqu'il est question de pourcentage, il est question de rapport. **Pour avoir une idée claire de ce qu'exprime le pourcentage il est nécessaire d'avoir une idée claire de la nature des deux quantités entrant dans l'expression du rapport.** Il faudra souvent se souvenir de définitions ou de conventions.

Exemples :

1. Dire qu'au lycée X 47% des élèves sont des filles revient à dire qu'au lycée X la proportion de filles dans l'ensemble des élèves est $\frac{47}{100}$. On pourrait aussi dire que sur 100 élèves de ce lycée il y a 47 filles.
2. Lorsqu'on dit que le pourcentage d'évolution du prix d'un produit est de 6%, on veut dire que, si p_0 et p_1 désignent respectivement l'ancien et le nouveau prix, alors $\frac{p_1 - p_0}{p_0} = \frac{6}{100}$.

On peut déterminer l'un des prix en fonction de l'autre. Ici il fallait évidemment connaître la convention que le pourcentage d'évolution est égal au rapport $\frac{p_1 - p_0}{p_0}$.

4) Différents types de pourcentages ou conventions ?

Les pourcentages se rencontrent dans des situations très variées et les ramener aux deux grands types décrits dans les programmes de Mathématiques de Première ES[2] risque d'être réducteur. Nous essaierons par les quelques exemples ci-dessous de donner un aperçu de la diversité des pourcentages.

[2] voir **Partie II** Programmes p 24

4.a Pourcentages de type $\frac{\textbf{partie d'un référentiel}}{\textbf{referentiel}}$

- Taux de natalité en 1995 = $\frac{\text{nombre de naissances en 1995}}{\text{population moyenne}}$ (population appréciée au 1er juillet).

  Le numérateur est une grandeur de type " flux " et le dénominateur une grandeur de type " stock "[3]. On dit qu'on a un rapport $\frac{\text{flux}}{\text{stock}}$.

- Taux de chômage à une date donnée = $\frac{\text{nombre de chômeurs}}{\text{nombre d'actifs}}$.

  C'est un rapport $\frac{\text{stock}}{\text{stock}}$.

- Part de la TVA dans les recette fiscales = $\frac{\text{montant des recettes provenant de la TVA}}{\text{recettes fiscales totales}}$.

  C'est un rapport $\frac{\text{flux}}{\text{flux}}$.

- Taux d'endettement à une date donnée = $\frac{\text{montant de la dette publique à cette date}}{\text{PIB de l'année courante}}$.

  C'est un rapport $\frac{\text{stock}}{\text{flux}}$.

4.b Pourcentages du type taux d'accroissement

- Taux de croissance du PIB = $\frac{p_1 - p_0}{p_0}$. On a ici $\frac{\text{flux - flux}}{\text{flux}}$.
- Taux d'accroissement du chômage en 1995 =

  $$\frac{\text{nombre de chômeurs au 31.12.95 - nombre de chômeurs au 31.12.94}}{\text{nombre de chômeurs au 31.12.94}}$$

  On a ici $\frac{\text{stock - stock}}{\text{stock}}$.

4.c autre type

$\frac{\text{indice du salaire moyen des femmes}}{\text{indice du salaire moyen des hommes}} = 0{,}88$. Le salaire des femmes est inférieur de 12% à celui des hommes. Ce n'est ni la comparaison d'une partie d'un tout, ni un accroissement.

---

[3] voir **Partie IV** Petit lexique p 86

Pourcentages et coefficients multiplicateurs

Un pourcentage est le quotient de deux quantités de même nature.
Exemples :

$\frac{\text{nombre d'é lèves}}{\text{nombre d'é lèves}}$; $\frac{\text{prix en francs}}{\text{prix en francs}}$; $\frac{\text{nombre de grammes}}{\text{nombre de grammes}}$; $\frac{\text{salaire des femmes}}{\text{salaire des hommes}}$ etc...

Dans le mot pourcentage il y a " **pour cent** " ce qui signifie " **sur 100** ".

On exprime le quotient sous la forme $\frac{t}{100}$. Mais aussi sous forme décimale x.

Parmi les diverses situations que l'on peut rencontrer, deux d'entre-elles sont les plus fréquentes et sont décrites ici :

Situation 1.

Dans un lycée de 860 élèves il y a 215 élèves en classe de seconde. Le ***pourcentage des élèves de seconde parmi ceux du lycée*** *s'écrit :*
Ici le référentiel est clair : c'est l'ensemble des élèves du lycée.

- Sous forme de fraction : $x = \frac{215}{860} = \frac{1}{4}$

  Dans cette écriture on ne "voit" pas le pourcentage mais on voit bien quelle **proportion** est en jeu.

- On écrit aussi $x = \frac{25}{100}$

  Dans cette écriture on voit que c'est **25 pour cent.**

- et aussi $x = 0{,}25$

  0,25 est un coefficient de proportionnalité, on dit aussi un **coefficient multiplicateur.**

- ou encore 25%.

  25 est le taux et non le pourcentage.
  Cette écriture ne peut être utilisée dans un calcul.

Situation 2.

Le loyer mensuel de ma chambre d'étudiant a augmenté récemment. Avant je payais 1000F par mois. Maintenant mon loyer mensuel s'élève à 1050F. Quel est le ***pourcentage d'augmentation*** *du loyer ?*

Ce pourcentage d'augmentation c'est le quotient $\frac{\text{montant de l'augmentation}}{\text{montant du loyer initial}}$.

Le référentiel est le loyer initial.

- Sous forme de fraction : $x = \frac{1050-1000}{1000} = \frac{50}{1000} = \frac{5}{100}$.

Sur cette écriture on voit le pourcentage : c'est **5 pour cent.**

- On écrit aussi $x = 0{,}05$

0,05 est **l'écriture décimale du pourcentage.**

- ou encore 5%.

Ecriture de **communication verbale.**

> **Les écritures sous forme de quotient ou de décimal servent à calculer.**
> **L'écriture t % sert à communiquer (dans un texte)**
> **mais ne doit pas être utilisée dans un calcul.**

Il apparaît que ces deux situations montrent une utilisation différente des pourcentages :

- **dans la première on compare une partie du référentiel au référentiel lui-même,**
- **dans la deuxième on compare une variation du référentiel au référentiel.**

Si l'on calcule le pourcentage du chiffre d'affaire annuel de la branche Export d'une Entreprise par rapport au chiffre d'affaire total de l'entreprise, on est dans la situation n°1

Si l'on calcule le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaire de la branche Export, entre l'année 1993 et l'année 1994, on est dans la situation n°2.

Remarque : On peut encore trouver d'autres situations[1].

---

[1] voir **Partie III** Pourcentages p 35

Exemples de situations dans lesquelles tout élève doit savoir calculer :

Exemple 1 : **calculer un pourcentage d'une quantité**

A combien s'élève une réduction de 30% sur un montant de 50F ?

$$50 \xrightarrow{\times \text{ pourcentage}} r$$

- A l'aide de l'écriture fractionnaire : $r = 50 \times \dfrac{30}{100} = 15$,
- à l'aide de l'écriture décimale : 30 % c'est 0,30 $r = 50 \times 0,3 = 15$.

La réduction s'élève à 15F.

Exemple 2 : **déterminer la valeur d'un pourcentage**

17 élèves sur 25 sont des filles. Quel est le pourcentage de filles parmi les élèves ?

$$25 \xrightarrow{x?} 17$$

$\mathbf{25 \times x = 17}$ donc $x = \dfrac{17}{25} = 0,68 = \dfrac{68}{100}$. Le taux est immédiatement lisible et on écrit 68%.

Il y a 68% de filles.

Exemple 3 : **retrouver une quantité connaissant un pourcentage de celle -ci**

3 élèves font du latin. Ils représentent 10% de la classe. Quel est le nombre d'élèves de la classe ?

$$N? \xrightarrow{\times 0,1} 3$$

$N \times 0,1 = 3$ $\qquad N = \dfrac{3}{0,1} = 30$.

ou $N \times \dfrac{10}{100} = 3$ $\qquad N = 3 \times \dfrac{100}{10} = 30$.

Le nombre d'élèves dans la classe est 30.

Exemple 4 : **appliquer une hausse**

Le montant du loyer était 2100F. Il y a une augmentation de 3,2%. Quel est le montant du nouveau loyer ?

- On pourrait calculer séparément le montant de l'augmentation A et l'ajouter au montant du loyer initial. Cette méthode n'est pas fausse mais assez "lourde".

  $A = 2100 \times \frac{3,2}{100} = 67,2$ puis $L_2 = 2100 + 67,2 = 2167,2$

- L'élève doit utiliser de préférence le coefficient multiplicateur.

Explication de la méthode :

Soit L_1 le loyer initial.

Le montant du nouveau loyer est

avec l'écriture fractionnaire : $L_2 = L_1 + A = L_1 + L_1 \times \frac{3,2}{100} = L_1\left(1 + \frac{3,2}{100}\right) = L_1 \times 1,032$

avec l'écriture décimale : $L_2 = L_1(1 + 0,032) = L_1 \times 1,032 = 2100 \times 1,032 = 2167,2$

Le coefficient multiplicateur est (1 + le pourcentage de hausse) : ici 1 + 0,032 = 1,032

Le coefficient multiplicateur c'est aussi $\frac{\textbf{nouveau loyer}}{\textbf{loyer initial}}$.

Le montant du nouveau loyer est 2167,20F.

Il faut bien distinguer :

calcul du montant de la hausse

$$L_1 \xrightarrow{\times 0,032} \text{A}$$

(ce premier calcul suit le modèle de l'exemple 1)

et

calcul direct du nouveau loyer : **(à retenir)**

$$\textbf{loyer initial} \xrightarrow{\times \mathbf{1,032}} \textbf{nouveau loyer}$$

si un prix augmente de 3,2%, il est multiplié par 1,032

Exemple 5 : **appliquer une baisse**

Un tissu rétrécit de 5% au premier lavage. Une pièce mesure 3m. Quelle est sa longueur après lavage ?

Le tissu rétrécit, donc il s'agit d'une **baisse**.
Le coefficient multiplicateur est (1 – pourcentage de baisse). Ici $1 - 0{,}05 = 0{,}95$
$3 \times 0{,}95 = 2{,}85$

Le coefficient multiplicateur c'est aussi $\dfrac{\textbf{nouvelle longueur}}{\textbf{longueur initiale}}$.

Après lavage la pièce de tissu mesure 2,85m.

à retenir :

calcul direct de la nouvelle longueur

$$\textbf{longueur initiale} \xrightarrow{\times\, \mathbf{0{,}95}} \textbf{nouvelle longueur}$$

si le tissu rétrécit de 5%, ses dimensions sont multipliées par 0,95

Exemple 6 : **retrouver l'ancien prix connaissant le nouveau prix après une hausse ou une baisse de taux connu**

Le prix d'un paquet de cigarettes a augmenté de 15% et il est maintenant de 17F. Quel était son ancien prix ?

C'est une augmentation de 15% donc le coefficient multiplicateur est (1+0,15) = 1,15

$$\text{ancien prix} \xrightarrow{\times\, 1{,}15} \text{nouveau prix}$$

$$P? \xrightarrow{\times\, 1{,}15} 17$$

$P \times 1{,}15 = 17$ donc $P = \dfrac{17}{1{,}15} \approx 14{,}78$.

Le paquet de cigarettes valait 14,78F.

Exemple 7 : **retrouver un taux d'évolution connaissant l'ancienne et la nouvelle valeur**

Il y a deux méthodes

- **le coefficient multiplicateur est k** $= \dfrac{\textbf{nouvelle valeur}}{\textbf{valeur initiale}}$

si k>1 c'est une hausse. Le taux d'augmentation est k–1,

si k<1 c'est une baisse. Le taux de diminution est 1–k.

- **Ou bien on calcule** $\dfrac{\textbf{nouvelle valeur - valeur initiale}}{\textbf{valeur initiale}} \times \mathbf{100} = t$

si t>0 c'est une hausse de t%,

si t<0 c'est une baisse de t%.

Le prix du journal quotidien est passé de 6 F à 6,60 F. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

$\dfrac{\text{nouveau prix}}{\text{prix initial}} = \dfrac{6{,}6}{6} = 1{,}1$. Le coefficient multiplicateur est 1,1.

1,1 – 1 = 0,1. Il y a une hausse de 10%.

ou bien $\dfrac{\text{nouveau prix - prix initial}}{\text{prix initial}} \times 100 = \dfrac{6{,}6-6}{6} \times 100 = 0{,}1 \times 100 = 10$.

Le prix du journal a augmenté de 10%.

Dans ce lycée le nombre d'élèves fumeurs est passé de 300 à 240. Quel est le pourcentage de baisse ?

$\dfrac{\text{nouvelle valeur}}{\text{valeur initiale}} = \dfrac{240}{300} = 0{,}8$. Le coefficient multiplicateur est 0,8.

1 – 0,8 = 0,2. Il y a une baisse de 20%.

ou bien $\dfrac{\text{nouvelle valeur - valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \times 100 = \dfrac{240-300}{300} \times 100 = -20$.

Le nombre d'élèves fumeurs a diminué de 20%.

Exemple 8 : **appliquer deux "évolutions" successives**

Un prix subit une hausse de 10% suivie d'une hausse de 20%.Quel est le pourcentage de la hausse globale ?

On associe les méthodes des exemples 5, 6 et 7.

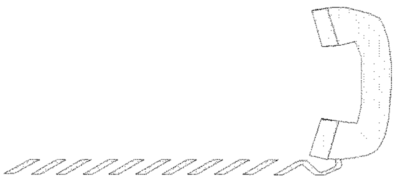
Une hausse de 10% correspond à un coefficient multiplicateur $k_1 = 1{,}1$.
Une hausse de 20% correspond à un coefficient multiplicateur $k_2 = 1{,}2$.
Le schéma est le suivant :

$$\begin{tikzcd} P \arrow[r, "\times 1{,}1"] \arrow[rr, bend right, "\times (1{,}1\times 1{,}2)"'] & P\times 1{,}1 \arrow[r, "\times 1{,}2"] & (P\times 1{,}1)\times 1{,}2 \end{tikzcd}$$

$(P\times 1{,}1)\times 1{,}2 = P \times (1{,}1\times 1{,}2) = P \times 1{,}32$.
Le coefficient multiplicateur est 1,32.
$1{,}32 - 1 = 0{,}32 = \dfrac{32}{100}$. C'est une hausse de 32%. (et non 30% comme on aurait pu le penser un peu rapidement !)

La hausse globale est de 32%.

Quand les pourcentages permettent de vérifier l'information



1) Tarif réduit aux TELECOM

Informations de France Télécom :
Dès 18 heures le téléphone est 30 % moins cher soit 30 % de temps en plus[1]

1.a

En lisant le tableau de réduction des communications téléphoniques de l'annuaire 1995, on apprend que :

- de 18 h à 21 h 30, le téléphone est 30 % moins cher (tarif blanc)
- de 21 h 30 à 22 h 30, le téléphone est 50 % moins cher (tarif bleu)
- de 22 h 30 à 6 h, le téléphone est 65 % moins cher (tarif bleu nuit).

Sachant que le prix de l'unité est de 0,73 Francs (tarif normal) quels devraient être les différents tarifs réduits de France Télécom ?

1.b

En fait, France Télécom ne propose pas une réduction de son tarif (le prix de l'unité est toujours fixé à 0,73 F) mais un rallongement de la durée de l'unité.

Si l'on s'intéresse uniquement aux communications de longue distance (durée de l'unité au tarif normal : 19 secondes), quelles sont les durées des unités si elles sont rallongées de 30%, 50% et 65% ? Quelle est alors la réduction de tarif proposée par France Télécom ?

1.c

Quelles doivent être les durées pour que les réductions de tarif annoncées par France Télécom soient effectives ?

Sachant que toute période commencée est due intégralement :

Calculez le prix d'une communication de 15 secondes aux différents tarifs.

Calculez le prix d'une communication de 5 minutes aux différents tarifs.

Quelles sont les réductions effectives ?

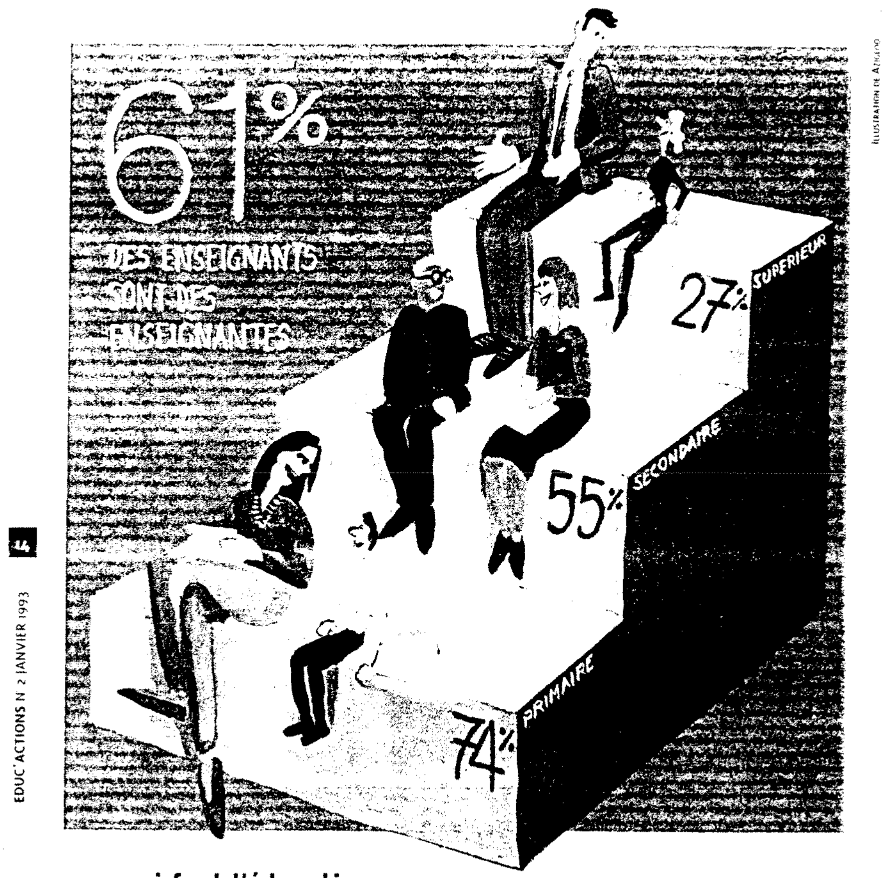
[1] Information ancienne (1990) corrigée depuis dans les annuaires. Il n'y a plus d'ambiguïté.

2) Recensement dans l'enseignement public.

2.a

Commenter le document ci-dessous[2].

Tableau de bord



ceux qui font l'éducation

D'après le recensement effectué en janvier 1992 et portant sur le seul enseignement public, 61 % des enseignants sont des enseignantes. Cette moyenne recouvre des différences notables entre le premier degré (74 % de femmes), le second degré (55 %) et le supérieur (27 %).

2.b

L'information contenue dans le document ne peut être vérifiée. On note A, B et C les nombres respectifs d'enseignants, du premier degré, du second degré et du supérieur, de l'enseignement public. Ecrire une relation entre A, B et C compatible avec l'information contenue dans le document.

Quelles données supplémentaires sont nécessaires pour vérifier cette information ?

---

[2] EDUC'ACTIONS N°2 janvier 1993 p 14 (document original en couleurs)

Pourcentages de pourcentages : un exemple de travail bidisciplinaire

Pour étudier certaines évolutions économiques, on peut chercher à évaluer l'effet de la variation d'un élément, par exemple celui de la consommation sur la production au cours d'une année.
En Mathématiques la partie consacrée aux pourcentages peut donner lieu à des exercices concernant les " effets de structure " à partir de pourcentages de pourcentages.
Les programmes de SES et de Mathématiques permettent de réaliser des travaux concertés entre les deux disciplines. Le premier exercice proposé en Mathématiques, portant sur un petit nombre de catégories, est une bonne préparation à des traitements de données plus " lourds " en SES.

1) En Mathématiques

1.a Variation du coût de fabrication (Seconde ou première)

Dans l'entreprise A, la main d'oeuvre représente 60% du coût de fabrication et les matières premières représentent 40% de ce coût.
Dans l'entreprise B, la main d'oeuvre représente 80% du coût de fabrication et les matières premières représentent 20% de ce coût.

- La main d'oeuvre augmente de 5% et les matières premières de 8%. Quel est le pourcentage d'augmentation des coûts dans chacune des entreprises ?

- La main d'oeuvre augmente de t% et les matières premières de k%. Quel est le pourcentage d'augmentation des coûts dans chacune des entreprises ? Dans quelle entreprise le pourcentage d'augmentation des coûts est-il le plus élevé ? (Discuter en comparant t et k.)

On trouve bien que si la main d'oeuvre augmente plus que les matières premières, c'est dans l'entreprise où la main d'oeuvre représente la plus grande part que les coûts augmenteront le plus.

1.b Comparaison des salaires de deux entreprises[1]

Dans les entreprises E_1 et E_2 les employés sont classés en deux catégories : ouvriers et cadres. Les deux tableaux qui suivent donnent la répartition des employés en fonction de leur catégorie professionnelle C et de leur salaire mensuel S, en milliers de francs.

Entreprise E_1

C \ S	$5 \leq S < 10$	$10 \leq S < 15$	$15 \leq S \leq 20$
Ouvrier	170	100	0
Cadre	0	10	20

Entreprise E_2

C \ S	$5 \leq S < 10$	$10 \leq S < 15$	$15 \leq S \leq 20$
Ouvrier	280	140	0
Cadre	0	40	40

Questions :

- Calculer les moyennes des salaires dans les deux entreprises. Le PDG de l'entreprise E_2 a-t-il raison d'affirmer que ses employés sont mieux payés que ceux de l'entreprise E_1 ?

- Calculer les moyennes des salaires des ouvriers dans les deux entreprises. Dans quelle entreprise les ouvriers sont-ils les mieux payés ?

- Calculer les moyennes des salaires des cadres dans les deux entreprises. Dans quelle entreprise les cadres sont-ils les mieux payés ?
  Le PDG de l'entreprise E_1 affirme que ses employés sont mieux payés que ceux de l'entreprise E_2 ? A-t-il raison ?

- Les deux PDG auraient donc raison, chacun de son point de vue. Expliquer ce paradoxe.

[1] D'après Baccalauréat série B Polynésie 1991

2) En SES

2.a Le revenu disponible des ménages (Première)

Le revenu disponible des ménages est composé des revenus primaires auxquels sont retranchés des prélèvements obligatoires et ajoutés des revenus de transfert (prestations sociales,...).

Le revenu disponible des ménages (milliards de francs) :

	1991		1992		Evolution 1991-1992	Contribution à la variation du RDB
		en %		en %	en %	
Revenu disponible brut (RDB)	4640	100	4828		+4,05	4,05 %
Rémunération des salariés	3536	76,2	3666		+3,68	$3{,}68 \times 0{,}762 = 2{,}8$ soit 2,8%
Excédent brut d'exploitation	1204	25,9	1265			
Revenu de la propriété	240		224			
Impôts courants	-461		-476			
Cotisations sociales	-1529		-1604			
Prestations sociales et autres revenus de transfert	1640		1753			

4,05 = 2,8 + ...

Questions :

- Compléter les deux colonnes permettant de déterminer la structure du RDB en 1991 et 1992.
- Quel serait l'effet sur le RDB
  - d'une augmentation des salaires de 10% (le reste étant inchangé) ?
  - d'une diminution des cotisations sociales ?
  - d'une augmentation d'impôts ?
  - d'une augmentation des prestations sociales ?
- Compléter la dernière colonne du tableau.
- Comment peut-on interpréter ces résultats ?

2.b L'évolution du PIB et des composantes de la demande (Première, terminale)

Les évolutions conjoncturelles de la production sont parfois analysées à partir des composantes de la demande et de leur contribution à l'accroissement du PIB.

Egalité des ressources et des emplois :

PIB + importations = consommation des ménages + consommation des administrations + formation brute de capital fixe + variation des stocks + exportations

ou $PIB + M = C_m + C_a + FBCF + \Delta Stocks + X$ ou $PIB = C_m + C_a + FBCF + \Delta Stocks + X - M$

Un calcul analogue à celui proposé pour le RDB au **2.a** peut être effectué à partir des données du document ci -dessous[2].

Évolution des ressources et des emplois de biens et services en 1994

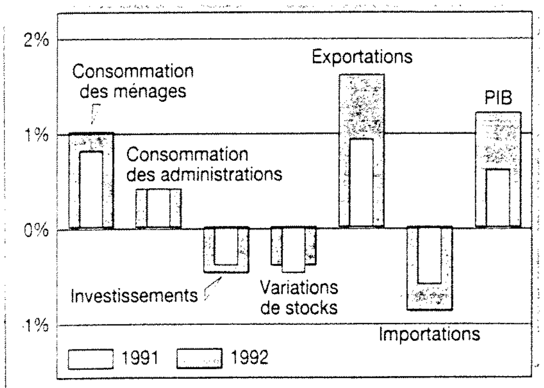
en %

	Valeurs 1993 en milliards de francs	Volume[1]	Prix	Valeur	Valeurs 1994 en milliards de francs
Produit intérieur brut (PIB)	7083	2,6	1,5	4,1	7376
- PIB marchand	*5868*	*2,5*	*1,5*	*4,1*	*6106*
- PIB non marchand	*1215*	*2,7*	*1,9*	*4,5*	*1270*
Importations	1404	7,0	1,4	8,5	1523
Total ressources-emplois	**8487**	**3,3**	**1,5**	**4,9**	8899
Consommation finale des ménages	4292	1,6	1,7	3,3	4433
Consommation finale des administrations	1424	1,2	1,5	2,7	1463
Formation brute de capital fixe	1319	0,8	0,6	1,4	1338
- sociétés et EI	*715*	*-1,0*	*0,5*	*- 0,4*	*712*
- ménages	*338*	*2,4*	*0,3*	*2,7*	*347*
- administrations	*246*	*3,5*	*0,3*	*4,1*	*256*
Variation de stocks	-107	-	-	-	-19
Exportations	1559	6,4	1,6	8,0	1684

(1) Tous les volumes sont évalués ici aux prix de l'année précédente

On peut aussi faire commenter un graphique tel que celui-ci[3].

2 Contributions à la croissance du PIB[1]



1. Volume au prix de l'année précédente.

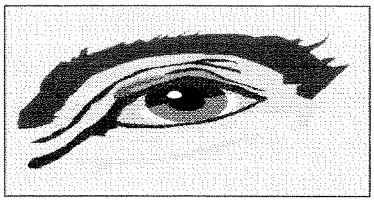
Compte de la nation 1992, INSEE.

[2] INSEE **Extraits et tableaux des comptes de la Nation 1994** p 88

[3] C.-D. ECHAUDEMAISON **Sciences économiques et sociales 1èreES.** Editions Nathan 1994 p 195

GRAPHIQUES

A propos des graphiques



Nous appelons graphique, tout document comportant une partie dessinée illustrant des données chiffrées (ce qui exclut les bandes dessinées en général !).
De nombreux documents utilisés en SES contiennent des graphiques de types très divers. L'usage de logiciels de dessin et de graphie par ordinateur a conduit à une pléthore d'illustrations. Il n'est pas toujours facile de trier des informations et de retenir les éléments pertinents d'un graphique sophistiqué.
Les " règles " des graphiques sont assez différentes selon les contextes. Représenter graphiquement une fonction amène à produire un document qui répond à certains usages, un histogramme d'une série statistique doit respecter d'autres règles, d'autres documents graphiques illustrent une information (exemple dans le document page 44 de cette brochure, la taille des personnages hommes et femmes est en rapport avec le pourcentage d'hommes et de femmes dans les différentes catégories d'enseignants).
En ce qui concerne les graphiques en Mathématiques, un vrai statut s'avère nécessaire. Nous suivons avec intérêt les recherches et travaux de Sylviane Gasquet et Raymond Chuzeville à Grenoble[1] et les interventions répétées de l'APMEP[2] qui « regrette qu'on reste trop dans l'implicite : la " lecture " reste le maître mot, mais les élèves auront toujours du mal à y voir clair. Les statuts du " dessin " en analyse, en géométrie sont encore mystérieux ! ».

Nous avons été frappés dès nos premières réunions de travail par la différence entre l'approche des graphiques faite par les " Economistes " et celle faite par les " Matheux ".L'information perçue de manière immédiate à la vue d'un graphique dépend beaucoup d'une " éducation de l'oeil " qui fait en quelque sorte partie de la " culture graphique " propre à chaque discipline et qui n'échappe pas à un certain phénomène de mode. La lecture des graphiques nécessite donc un apprentissage.

Nous proposons ci-après un exemple d'approches différentes d'un document graphique. Nous donnons ensuite un exemple d'élaboration puis d'exploitation d'un graphique illustrant des données absolues et des pourcentages.
Notre groupe de recherche-formation s'est proposé de réaliser un travail systématique sur les graphiques en SES.

---

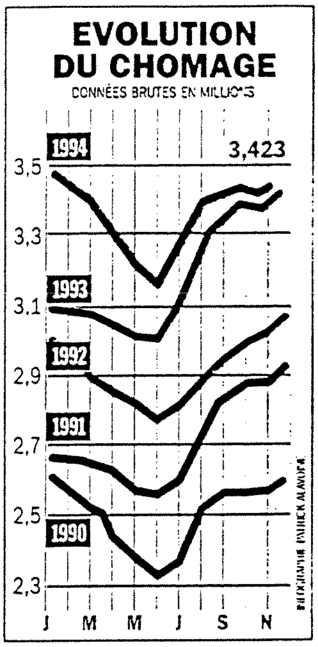
[1] S.GASQUET et R.CHUZEVILLE **Fenêtres sur courbes** CRDP Grenoble 1994
[2] Bulletin Grande Vitesse de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) n°69 juin 1996 p 9

Quelques exemples

1) La hausse est à la baisse[3]

Chômage la hausse est à la baisse...

Avec 3 329 000 demandeurs d'emploi (12,6 % de la population active), le chômage a été tout juste stabilisé en 1994, avec une augmentation globale de 26 700 demandeurs d'emploi sur l'année. A titre de comparaison, la hausse avait été de 312 500 en 1993. Principales victimes : les jeunes de moins de 25 ans (726 200 étaient privés d'emploi fin décembre) et les chômeurs de longue durée (1 243 000 personnes sont à la recherche d'un emploi depuis plus d'un an). Au croisement de ces deux groupes, 157 000 jeunes sont à la recherche d'un emploi depuis plus d'un an.
Si Michel Giraud, le ministre du Travail, constate « un retournement progressif du marché du travail », le gouvernement n'a donc que partiellement gagné son pari d'une stabilisation du chômage. Edouard Balladur ne s'était-il pas engagé, en avril 1993, à « faire en sorte que le chômage soit stabilisé à la fin de 1993 et qu'une décrue puisse être ensuite amorcée » ? Nul doute que l'autre pari du Premier ministre – faire diminuer le nombre des chômeurs de 200 000 par an pendant cinq ans – sera très difficile à tenir. Compte tenu des nouvelles arrivées sur le marché du travail (environ 150 000 par an), cet engagement nécessitera la création de 350 000 emplois chaque année.



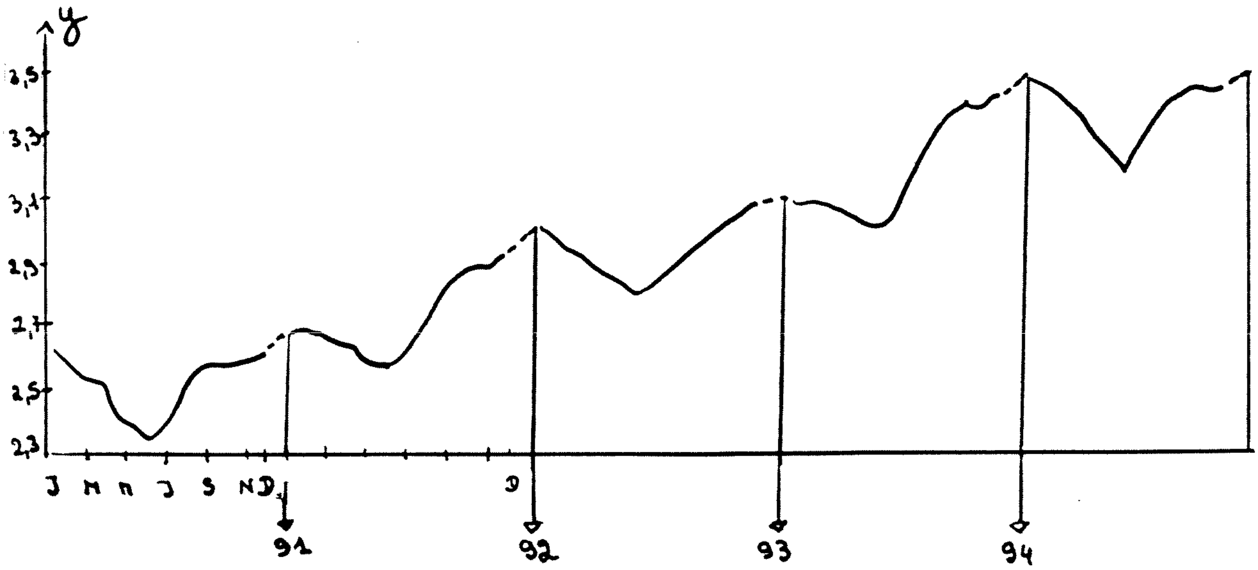
Cet exemple permet de démontrer l'intérêt de représenter graphiquement les mêmes données de façons différentes.

•

- Le graphique ci-dessus fournit immédiatement (en tous cas aux " économistes " !!) deux informations : la régularité des variations saisonnières d'une année à l'autre et l'augmentation du chômage d'année en année.
- Dans un deuxième temps on obseve la diminution de l'écart entre les courbes de 93 et 94 (ce qui justifie d'ailleurs le titre de l'article).

[3] Pelerin magazine N° 5654 10 février 1995

- Les " matheux ", ayant vu finalement ce qui était à voir, ont proposé de représenter l'évolution du chômage de 1990 à 1994 sous forme d'une seule courbe (graphique ci-dessous).
- Ce graphique souligne la hausse du chômage sur l'ensemble de la période considérée.
- Dans un deuxième temps, on peut observer les variations saisonnières.
- Le ralentissement de la croissance entre 93 et 94 est plus difficile à voir.



EVOLUTION DU CHOMAGE

- On peut mettre en évidence la faiblesse des **variations relatives** en changeant l'origine et l'échelle.
- Par ailleurs il est possible et intéressant d'exploiter conjointement le texte et le graphique du document donné.

Remarque:

Ce travail est conçu pour faire l'objet d'un travail dirigé et ne nous semble pas convenir à une évaluation. Les élèves peuvent faire le deuxième graphique, assez long à réaliser au calque, à la maison.

2) Aide au développement et PNB

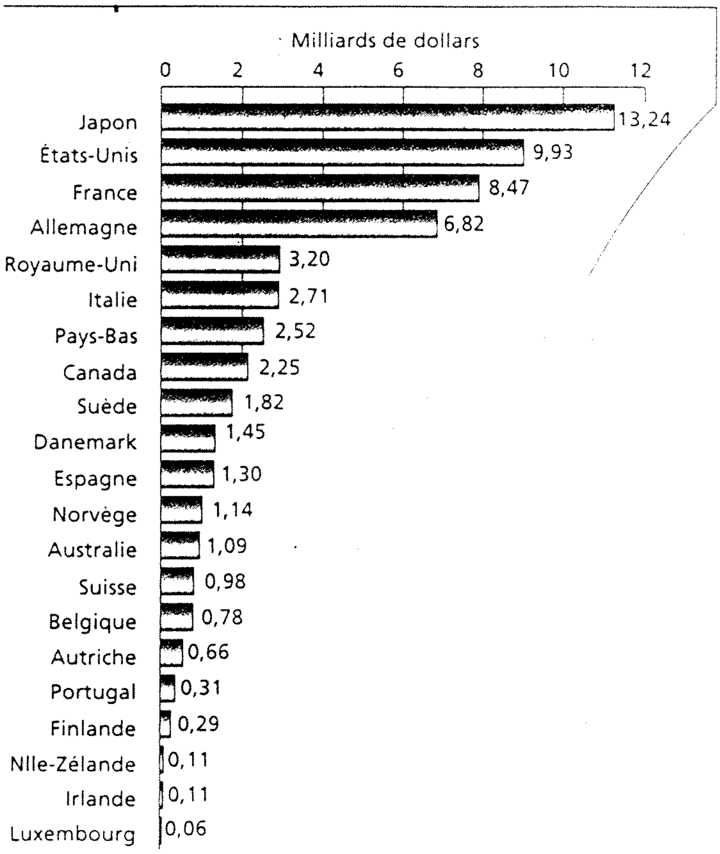
A l'aide des informations données par les deux documents[4] suivants construire un nuage de points.

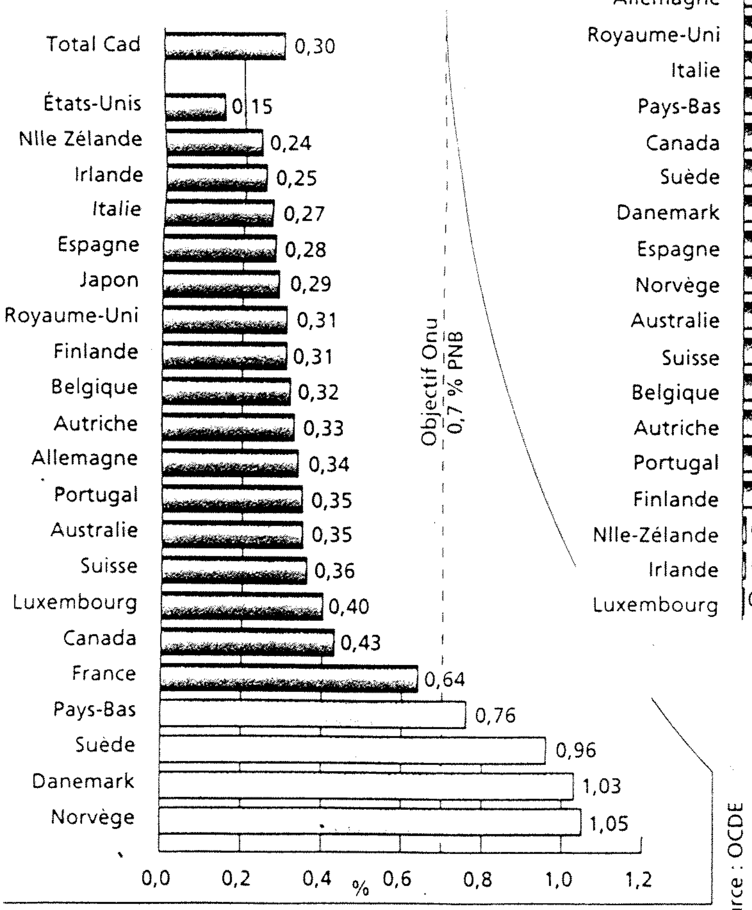
- en abscisses sont portés les montants de l'aide publique au développement (APD), en Milliards de dollars
- en ordonnées sont portées les valeurs de ces versements en pourcentage du produit national brut (PNB) de chaque pays.

Questions :

- Retrouver par le calcul le PNB de la France en 1994.
- Quelle serait l'allure du nuage de points si l'objectif de l'ONU de consacrer 0,7% du PNB à l'aide publique au développement était réalisé ?

Volume d'APD des pays du Cad en 1994





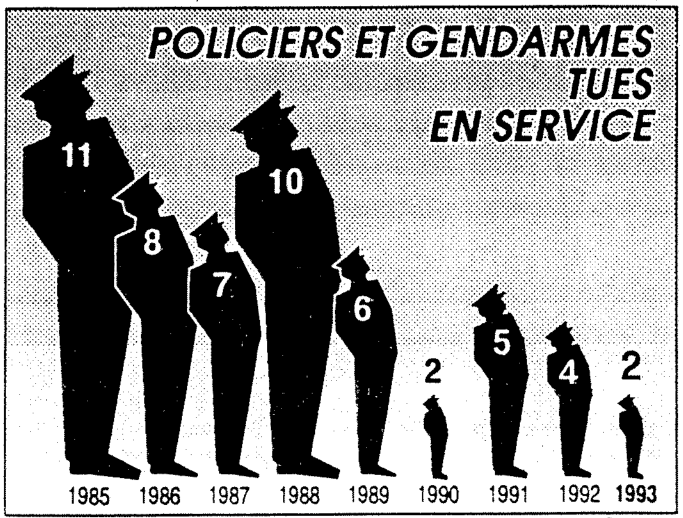
(CAD: comité d'aide au développement).

APD/PNB des pays du Cad en 1994

[4] **Courrier de la planète** N°33 p 48

3) Graphiques en vrac, pour oeil averti...!

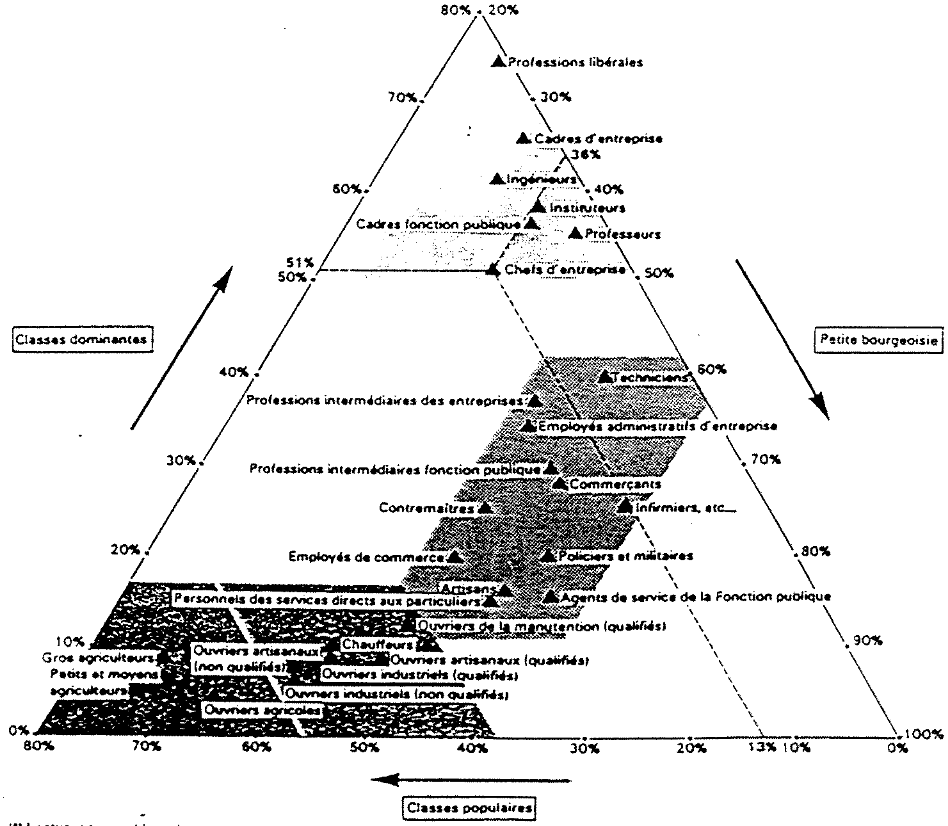
3.a[5]



AFP *infographie - Laurence Saubadu*

3.b[6]

DESTINÉE DU FILS SELON LA CATÉGORIE SOCIOPROFESSIONNELLE DU PÈRE (*)



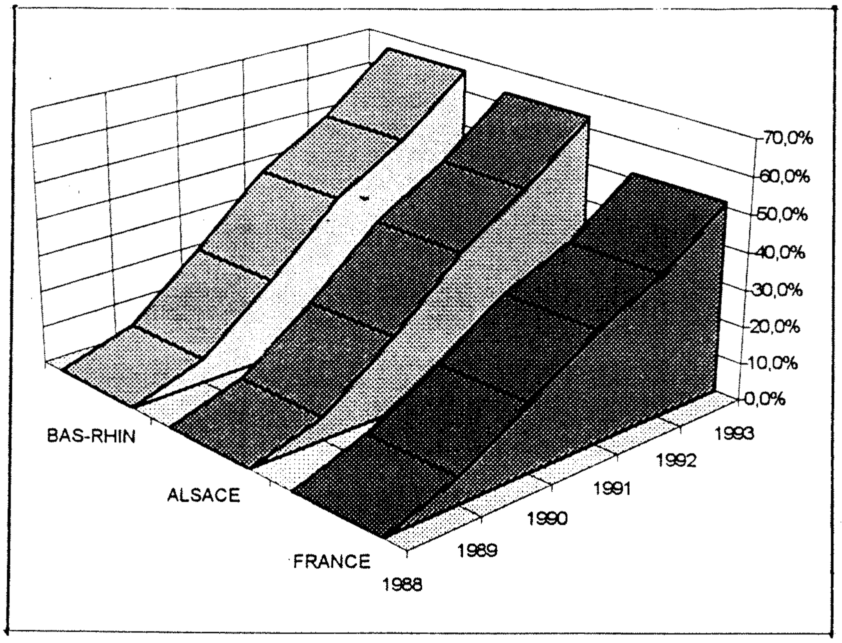
(*) Lecture : ce graphique donne, pour chaque catégorie socioprofessionnelle paternelle, la répartition en pour cent des destinées filiales en trois postes (classes dominantes, petite bourgeoisie, classes populaires). Chaque côté du triangle représente un axe. Par exemple, 51 % des fils dont le père était chef d'entreprise sont dans les classes dominantes, 36 % appartiennent à la petite bourgeoisie et 13 % aux classes populaires. La hiérarchie des origines sociales des fils selon leur position d'arrivée correspond assez fidèlement à celle qui se déduit de la nomenclature PCS (Professions et catégories socioprofessionnelles). Le graphique met en évidence trois grands groupes de catégories socioprofessionnelles correspondant à une exception près (les instituteurs) au découpage indiqué ci-dessus. Les classes populaires sont regroupées autour de deux pôles distincts : d'un côté les ouvriers non agricoles, qualifiés ou non, de l'autre côté les agriculteurs et les ouvriers agricoles.

---

[5] Dernières Nouvelles d'Alsace 7 mai 93.

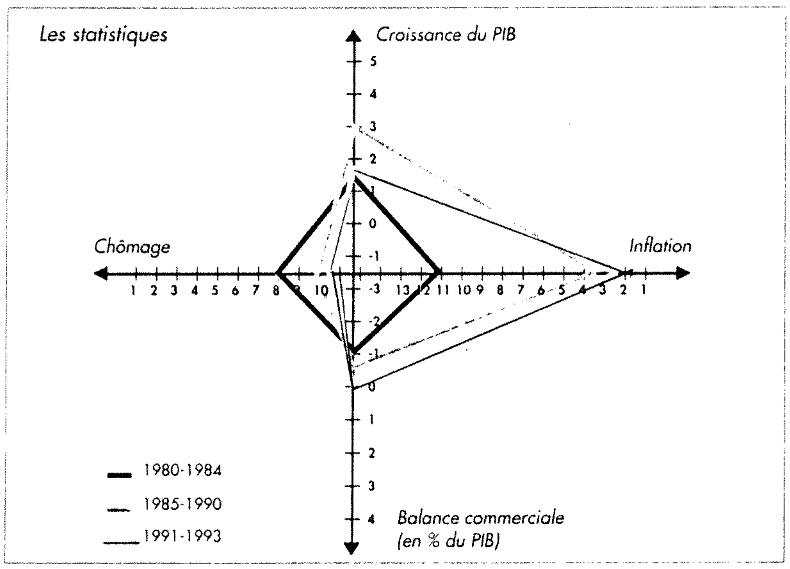
[6] M.GOLLAC, P.LAULEH **Economie et statistiques mai-juin 1987** repris dans Problèmes économiques n°2048 du 20 octobre 1987.

3.c[7]



En cinq ans, le produit des impôts locaux a progressé de plus de 50 %. Avec une pointe dans le Bas-Rhin (+ 66 %). Source : services fiscaux.

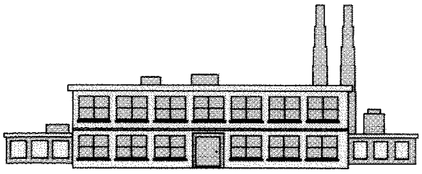
3.d[8]



OCDE.

[7] Dernières Nouvelles d'Alsace septembre 94
[8] J-Y CAPUL et alii **Sciences économiques et sociales Terminale enseignement obligatoire.** Editions Hatier 1995 p 456

Activité n°1. Coûts et bénéfices : étude de courbes[1]



Durant une année une entreprise a observé les variations des coûts de production du chocolat. Pour une production de x tonnes, quand x est inférieur à 5 000, elle estime que le coût total (exprimé en Milliers de Francs (Kf)), en fonction de x, est :

$$C(x) = 0{,}000\,001\, x^3 - 0{,}003\, x^2 + 10{,}48\, x + 27\,000$$

Première partie : les coûts

1) Etude de la fonction coût total C

1.a Calculer C'(x).

1.b Etudier le signe de C'(x) et en déduire le tableau de variations pour $0 \leq x \leq 5\,000$.

1.c **Figure 1** (tracer l'axe des abscisses dans le sens de la longueur de la feuille)
représenter graphiquement la fonction coût total dans un repère orthogonal tel que :
- sur l'axe des abscisses 5 cm représentent une production de 1 000 tonnes de chocolat
- sur l'axe des ordonnées 1 cm représente un coût total de 10 000 Kf.

2) Exploitation de la figure 1

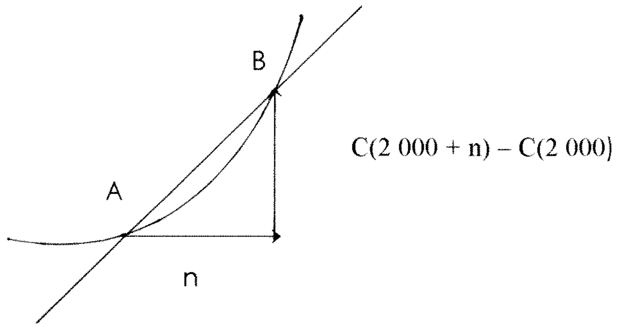
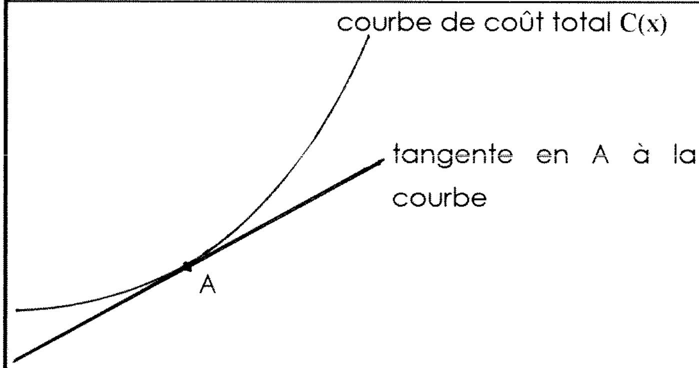
2.a Estimer **graphiquement** C'(3 000) puis vérifier par le calcul.

2.b Soit M le point d'abscisse x_M de la courbe. Que représente le coefficient directeur de la droite (OM) ?

2.c Estimer **graphiquement** pour quelle valeur de x le **coût moyen** de production d'une tonne de chocolat est minimum ?

[1] voir **Partie I** : Information et réflexion pour les enseignants : la fonction de coût p 7

Rappel de cours

<table>
<tr><td colspan="2">coefficient directeur d'une sécante(AB)
exemple : A(2 000; C(2 000)) et B(2 000 + n; C(2 000 + n))</td></tr>
<tr><td>
</td><td>le coefficient directeur de (AB) est
$\dfrac{C(2\ 000+n)-C(2\ 000)}{n}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">coefficient directeur d'une tangente : exemple en A(2 000; C(2 000))</td></tr>
<tr><td>
</td><td>le coefficient directeur de la tangente est $C'(2000)$

c'est le nombre dérivé de C en 2 000</td></tr>
<tr><td colspan="2">Dans les ouvrages ou articles non mathématiques on trouve souvent le mot "pente". La pente d'une droite n'est définie que dans un repère orthonormal, le terme plus général est coefficient directeur.</td></tr>
</table>

3) Etude de la fonction coût moyen C_M

Pour une production de x tonnes de chocolat, le coût moyen par tonne est donné par : $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.

3.a Calculer $C_M(x)$ puis $C'_M(x)$ (en Kf).

3.b Vérifier que $C'_M(3\ 000) = 0$. Etudier le signe de $C'_M(x)$ puis en déduire le tableau de variations pour $0 < x \leq 5\ 000$.

3.c Figure 2

représenter graphiquement la fonction coût moyen dans un repère orthogonal tel que :

- sur l'axe des abscisses 2,5 cm représentent une production de 1 000 tonnes de chocolat
- sur l'axe des ordonnées 1 cm représente un coût moyen de 2 Kf.

4) Etude de la fonction coût marginal C_{ma}

L'entreprise a aussi besoin de connaître le coût de production d'une tonne supplémentaire de chocolat lorsqu'elle en a déjà produit x tonnes.
Exemple : l'usine a produit 1 500 tonnes (le coût est donc C(1 500)). Que coûte la production de la 1 501ième tonne ?. On le notera C_{ma} (1 500).

Ce coût s'appelle le coût marginal. Soit C_{ma} (x) le coût de production de la (x+1)ième tonne de chocolat.

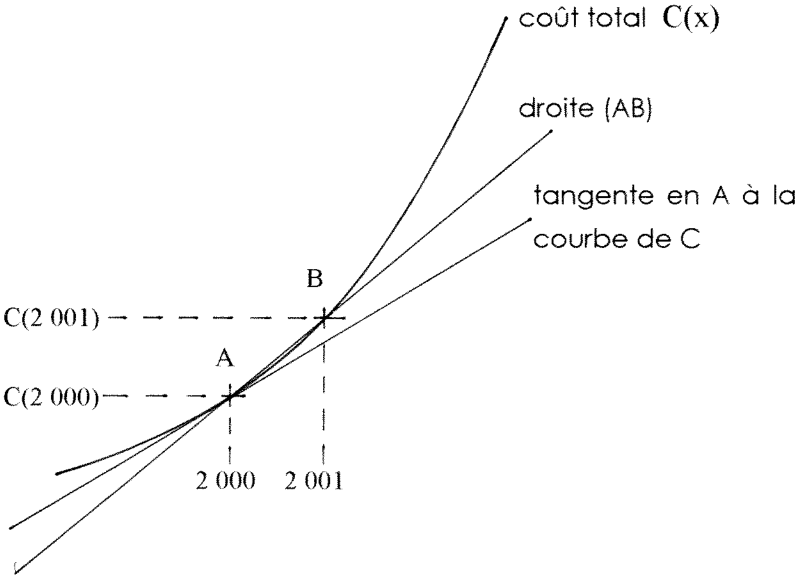
4.a Calculer C_{ma} (2 000) et C_{ma} (3 000) à l'aide de la fonction C (coût total).

4.b Exprimer C_{ma} (x) à l'aide de C(x+1) et C(x)
puis le mettre sous la forme d'un polynôme du second degré en x.

4.c Calculer C' (2 000) et recopier C' (3 000) calculé en **2.a**

4.d Comparer les résultats trouvés en **4.a** et **4.c.** puis aux résultats trouvés en **1.a** et **4.b.**

Interprétation graphique de ce résultat

<table>
<tr><td colspan="2">Comparaison des coefficients directeurs de la sécante (AB) et de la tangente en A quand n=1.</td></tr>
<tr><td>

1 est très petit par rapport à 2 000 donc les points A et B sont très voisins et la sécante (AB) est très proche de la tangente en A.</td>
<td>coefficient directeur de (AB) :
$\dfrac{C(2\ 001) - C(2\ 000)}{1}$
$= C(2\ 001) - C(2\ 000)$
$= C_{ma}(2\ 000)$

coefficient directeur de la tangente en A : C' (2 000)

$C_{ma}(2\ 000) \approx C'(2\ 000)$
l'erreur relative est minime et le calcul de C'(x) est plus facile.</td></tr>
</table>

Dans toute la suite on prendra pour coût marginal : $C_{ma}(x) = C'(x)$.

4.e Calculer C" (x), la dérivée de C' (x). Etudier le signe de C" (x) et en déduire le tableau de variations du coût marginal C' (x) pour $0 \leq x \leq 5\,000$.

4.f Représenter la fonction C' (x) (c'est à dire aussi $C_{ma}(x)$)sur la **figure 2. Observer le graphique obtenu.**

Commentaire de la figure 2

<table>
<tr><td colspan="2">On constate que le coût moyen est minimum quand il est égal au coût marginal.</td></tr>
<tr><td>POINT DE VUE MATHEMATIQUE</td><td>POINT DE VUE ECONOMISTE</td></tr>
<tr><td>D'après le tableau de variations de C_m on sait que le coût moyen passe par un minimum quand sa dérivée s'annule.
On a :
$C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$
donc pour $x \neq 0$
$C'_M(x) = \dfrac{x\,C'(x) - C(x) \times 1}{x^2}$

on a $C'_M(x) = 0$
quand $x\,C'(x) - C(x) = 0$
c'est à dire quand
$C'(x) = \dfrac{C(x)}{x} = C_M(x)$
et comme $C'(x) = C_{ma}(x)$...</td><td>Quand la courbe du coût marginal est en dessous de celle du coût moyen cela signifie que le coût marginal est inférieur au coût moyen
c'est le cas tant que x est plus petit que 3 000 tonnes. Alors :
le coût de production d'une tonne supplémentaire de chocolat est inférieur au coût de production de chacune des x premières tonnes.
Le coût moyen des (X+1) premières tonnes sera donc plus faible (la dernière a coûté moins cher!) et ainsi le coût moyen diminue quand la quantité produite augmente.

Par contre quand la courbe du coût marginal est au dessus de celle du coût moyen il se produit le phénomène opposé et le coût moyen augmente quand la quantité produite augmente.

Le coût moyen est minimum quand il est égal au coût marginal.</td></tr>
</table>

Deuxième partie : les recettes et bénéfices

Nous allons étudier recette et bénéfice dans deux cas particuliers :
situation de **concurrence parfaite** et situation de **monopole parfait.**

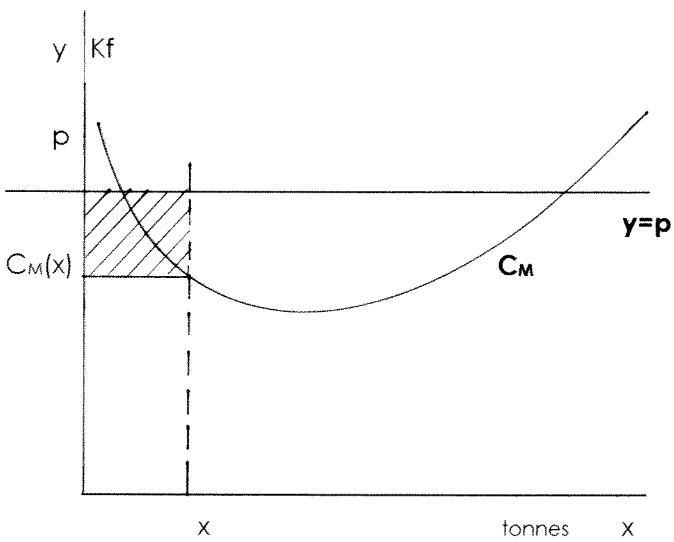
Situation de concurrence parfaite

En situation de concurrence parfaite, le prix de vente n'est pas fixé par l'entreprise mais par les lois du marché. Le prix de vente d'une tonne de chocolat est 34,48 Kf.

Point de vue économiste

le bénéfice total est représenté par la surface hachurée sur la figure ci-dessous
Cette figure reprend la courbe de coût moyen C_M. de la figure 2.
On trace la droite représentant le prix de vente unitaire (constant).

on s'intéresse à la courbe du coût moyen



le **coût moyen** pour une quantité produite x, c'est le **prix de revient unitaire**

le **bénéfice moyen pour une quantité x** produite est la différence des ordonnées des deux points ayant la même abscisse et situés sur ces deux courbes

le bénéfice total est égal au bénéfice moyen multiplié par x. Il est donc représenté par l'aire du rectangle hachuré

5) Recette totale R_1

Calculer la **recette totale $R_1(x)$** en fonction de x et tracer la représentation graphique de R_1 sur la **figure 1**.

6) Etude de la fonction bénéfice total B_1

On appelle **$B_1(x)$ le bénéfice total en fonction de x** en situation de concurrence parfaite.

6.a Estimer graphiquement le bénéfice total pour $x = 500$ et pour $x = 2\ 000$.

6.b Calculer $B_1(x)$ en fonction de x.

6.c Calculer $B_1'(x)$. Etudier le signe de $B_1'(x)$. En déduire les variations de $B_1(x)$ pour $0 \leq x \leq 5\ 000$.

6.d Figure 3

Représenter graphiquement la fonction bénéfice total dans un repère orthogonal tel que :

- sur l'axe des abscisses 2,5 cm représentent une production de 1 000 tonnes de chocolat.
- sur l'axe des ordonnées 1 cm représente un bénéfice total de 10 000 Kf.

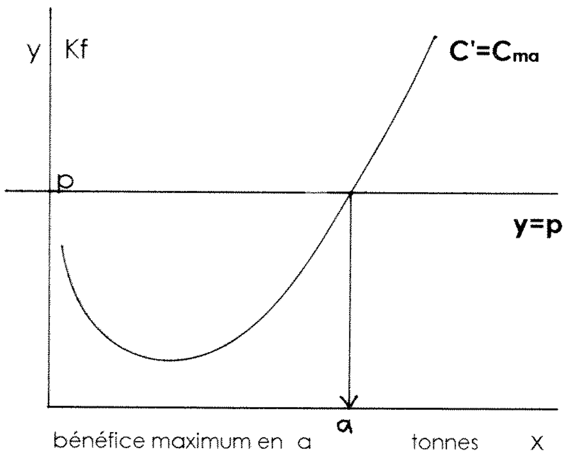
Point de vue economiste

le bénéfice est maximum quand le coût marginal est égal au prix de vente unitaire.

La figure ci-dessous reprend la courbe de coût marginal C' de la figure 2.

On trace la droite représentant le prix de vente unitaire (constant).

on s'intéresse à la courbe du coût marginal



tant que C'(x), le coût marginal pour une quantité produite x , est inférieur au prix de vente p(x), chaque unité supplémentaire produite rapporte plus qu'elle ne coûte

Le bénéfice augmente

quand C'(x), le coût marginal pour une quantité produite x , est supérieur au prix de vente p(x), chaque unité supplémentaire produite coûte plus qu'elle ne rapporte

Le bénéfice diminue

donc quand le coût marginal est égal au prix de vente

le bénéfice est maximum

Situation de monopole parfait

En situation de monopole parfait, l'entreprise peut fixer le prix de vente unitaire p (en Kf) mais celui-ci est lié à la production x (en tonnes).

Dans cet exemple on a $x = -200p + 7846$.

7) Etude de la fonction recette totale R_2

7.a Exprimer p en fonction de x.

7.b Calculer la recette totale $R_2(x)$. C'est une fonction du second degré. Calculer $R_2'(x)$.

8) Etude de la fonction bénéfice total B_2

8.a Calculer $B_2(x)$ en fonction de x.

8.b Calculer $B_2'(x)$. Etudier le signe de $B_2'(x)$. En déduire les variations de $B_2(x)$ pour $0 \leq x \leq 5\,000$.

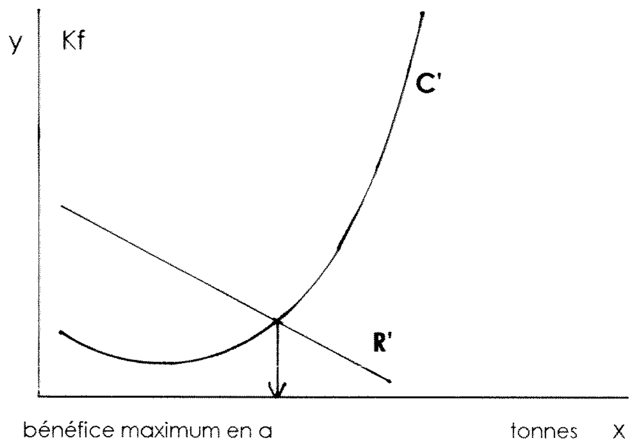
Remarque: On sait que $B_2(x) = R_2(x)-C_2(x)$. Le maximum de $B_2(x)$ est atteint quand $B_2'(x) = 0$ donc quand $R_2'(x)-C_2'(x) = 0$.

8.c Figure 4

Représenter graphiquement la fonction recette totale dans un repère orthogonal tel que :

- sur l'axe des abscisses 2,5 cm représentent une production de 1 000 tonnes de chocolat
- sur l'axe des ordonnées 1 cm représente un bénéfice total de 2 000 Kf.

Point de vue economiste

le bénéfice est maximum quand le coût marginal est égal à la recette marginale La figure ci-dessous reprend la courbe du coût marginal C' de la figure 2. On trace la droite représentant la recette marginale R'	
	tant que C'(x), le coût marginal pour une quantité produite x , est inférieur à la recette marginale R'(x), chaque unité supplémentaire produite rapporte plus qu'elle ne coûte **Le bénéfice augmente** quand C'(x), le coût marginal pour une quantité produite x , est supérieur à la recette marginale R'(x), chaque unité supplémentaire produite coûte plus qu'elle ne rapporte **Le bénéfice diminue** donc quand le coût marginal est égal à la recette marginale **le bénéfice est maximum**

Activité n°2. Consommation des ménages : fonction d'utilité

Parmi les modèles utilisés en Sciences Economiques et Sociales figurent les modèles relatifs à la consommation des ménages et au comportement du consommateur. L'utilité d'une analyse de ces comportements et la possibilité d'en tirer des prévisions n'échappent à aucun d'entre-nous. Nous sommes tous des consommateurs, et sans doute cet article attirera-t-il votre attention.

Le chapitre "CONSOMMATION" est traité dans le cours de SES en Seconde, sans que les modèles soient présentés aux élèves..

L'activité proposée est destinée au cours de **Mathématiques en fin de Première ou Terminale** selon le choix des questions, les méthodes préconisées et le temps que l'on souhaite y consacrer.

Le présent article comporte trois parties :
Partie A : un TD destiné aux élèves,
Partie B : un commentaire à propos de l'utilisation de ce TD,
Partie C : quelques données sur la modélisation du comportement du consommateur.
Les parties B et C sont écrites à l'intention des enseignants.

Partie A : TD Math

Pour proposer un modèle du comportement du consommateur les économistes ont recours à la notion de FONCTION D'UTILITE.
Le présent Travail Dirigé traite un cas simple d'une telle modélisation. Cela devrait évoquer pour vous certaines notions de votre cours de Sciences Economiques et Sociales des années précédentes ou de l'année en cours. Vous pouvez demander davantage de précisions sur ce sujet à votre professeur de SES.

On s'intéresse aux quantités de viande et de poisson achetées par un consommateur donné durant un mois.
Notons x le poids (en kg) de viande achetée en un mois et y celui de poisson.
Certaines hypothèses formulées par les économistes permettent de définir une fonction f, appelée fonction d'utilité du consommateur, par exemple par :

$$\boxed{f(x,y) = xy \quad \text{avec} \quad x > 0 \quad \text{et} \quad y > 0}$$

A chaque couple (x,y) on associe ainsi un **niveau de satisfaction S** où $S = xy$

1) Courbes de satisfaction

On se place dans un repère orthonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1.a Calculer le niveau de satisfaction correspondant à l'achat de 3,2 kg de viande et 0,9 kg de poisson.

1.b Les couples (x,y) donnant une même satisfaction S sont représentés par les points d'une courbe notée $\mathbf{C_S}$. Leurs coordonnées (x,y) vérifient $f(x,y) = S$.
C_S est appelée courbe d'indifférence ou courbe de satisfaction de niveau S.
Tracer $C_{2,88}$. Décrire $C_{2,88}$ à l'aide de notions mathématiques connues.

1.c Tracer dans le même repère que $C_{2,88}$ les courbes de satisfaction de niveau 1, de niveau 5 et de niveau 10. Qu'observe-t-on ?

2) Où intervient le budget

On suppose que le kilogramme de viande coûte 90 F et le kilogramme de poisson 70 F. Le budget total du consommateur est de 315 F par mois pour ses achats de viande et de poisson.

2.a Représenter l'ensemble D des points du plan correspondant à des achats de viande et de poisson qui utilisent entièrement ce budget.

2.b Estimer graphiquement les couples (x,y) pour lesquels le consommateur utilise le budget total avec un niveau de satisfaction de 1, de 2,88 puis de 5. Vérifier ces résultats par le calcul.

3) Optimisation

Pour ce budget de 315 F, le consommateur cherche à obtenir le niveau maximal de satisfaction.

1ère variante : résolution graphique

Trouver graphiquement, en traçant plusieurs courbes sur le graphique précédent ou à l'aide de la calculatrice, celle qui correspond au niveau maximal de satisfaction pour ce budget.

2ème variante : résolution par l'étude d'une fonction

Refaire un graphique ne comportant que la droite D.

3.a Calculer le niveau de satisfaction correspondant à l'achat de 1,4 kg de viande et 2,7 kg de poisson, puis celui correspondant à l'achat de 2,8 kg de viande et 0,9 kg.
Constater que les points de coordonnées (1,4 ; 2,7) et (2,8 ; 0,9) sont sur D.

3.b Exprimer en fonction de x le niveau de satisfaction obtenu pour un couple (x,y) correspondant au budget de 315 F.
Montrer que la fonction de x ainsi obtenue admet un maximum. En déduire le niveau maximal de satisfaction obtenu avec un budget de 315 F.

Partie B : commentaire du TD

Pour ce TD nous sommes partis d'un exercice proposé dans un manuel scolaire **(TRANSMATH TES page 85 n°76)** figurant dans le chapitre "Equations, Inéquations, Systèmes". Nous l'avons digéré, modifié et quelque peu détourné de sa finalité originelle.

La formulation a été choisie avec soin en concertation entre "Matheux" et "Economistes". Nous voulions que le langage ne déroute pas les élèves, soit rigoureux du point de vue mathématique et conforme à l'esprit des Sciences Economique et Sociales. Nous voulions de plus que cet exercice fasse intervenir des connaissances de Mathématiques dans des domaines variés. Autant dire que la tâche n'a pas été facile.

Nous proposons des variantes pour permettre de choisir le niveau d'approfondissement et les connaissances mises en jeu.

La durée de mise en oeuvre de ce TD est de 2 à 3 heures.
Une partie des tracés peuvent être faits en dehors de la présence du professeur.

Le **1)** permet de se familiariser avec les courbes d'indifférence, d'en comprendre le fonctionnement et la signification. Au **1.c** l'élève observera les positions des courbes lorsque le niveau S augmente. Cette observation permet de préparer le travail graphique de **3) 1ère variante**.

Tracer la représentation graphique $C_{2,88}$ de la fonction $x \mapsto \dfrac{2,88}{x}$ semble poser un réel problème pour certains élèves habitués à $x \mapsto \dfrac{k}{x}$ avec k entier relatif (surtout si on a beaucoup travaillé les fonctions associées avec des valeurs sympathiques).

Le **2)** est l'occasion de donner du sens à l'intersection de deux courbes du plan.
Certains élèves ont du mal à formaliser une équation de D. La lecture graphique ne pose ensuite aucun problème.

Le **3) 1ère variante**. est une estimation graphique proche des problèmes de programmation linéaire. Dans ces problèmes c'est en général une droite (exemple droite des profits) qui se déplace parallèlement à elle-même. Ici c'est la courbe C_S qui balaye le domaine des "achats possibles" (triangle délimité par les axes et la droite D).
On admet que le niveau maximal de satisfaction est obtenu pour D tangente à C_S.

Le tracé "à la main" des différentes courbes peut se révéler un peu long. Ce fait plaide en faveur des calculatrices graphiques qui permettent d'effectuer rapidement le balayage par les courbes de niveau. L'utilisation d'un ordinateur devrait également être intéressante mais nous ne l'avons pas expérimentée.

On peut aussi calculer les coordonnées du point de contact de D et de la courbe C_S correspondant à S maximal. Pour la méthode on se reportera à l'exercice de Transmath 3ème question en remplaçant 351 par 315.
Nous avons testé cette question. Elle est réservée à de très bons élèves.

Le **3) 2ème variante** permet une "mise en équation" du problème et l'étude du maximum d'une fonction sur un intervalle. C'est une occasion d'appliquer le cours de Première ES sur les extremums dans un problème un peu différent des classiques de l'optimisation.

Partie C : commentaire à propos de la modélisation

Question du "Matheux" :
Pourquoi a-t-on choisi $U(x,y) = xy$ comme fonction de satisfaction ?

La modélisation du comportement du consommateur est construite à partir d'HYPOTHESES sur ce comportement et de quelques concepts.

1) Le PANIER du consommateur :
Un panier comporte des quantités données de différents biens. Dans notre exemple un panier contient x kg de viande et y kg de poisson.
Tout panier peut être représenté par un point de coordonnées (x,y) dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

2) La FONCTION D'UTILITE :
On définit une fonction, appelée fonction d'utilité, notée U, qui à chaque panier associe un nombre positif $U(x,y)$.

3) Les HYPOTHESES fondamentales sur le comportement du consommateur :

a) Un ménage sait classer les paniers par ordre de préférence ou dire si deux paniers lui procurent la même satisfaction.
Dans ce dernier cas on dira que ce sont des **paniers équivalents.**

- **Traduction de cette hypothèse en termes de fonction d'utilité :**

Soient P et P' deux paniers représentés par les points de coordonnées respectives (x,y) et (x',y'),
- si les paniers P et P' sont équivalents on a $U(x,y) = U(x',y')$
- si le panier P est préféré au panier P' on a $U(x,y) > U(x',y')$.

On a défini **une relation d'équivalence sur l'ensemble des paniers.**

Si on admet que la relation de "préférence" est transitive, on peut définir une **relation d'ordre sur l'ensemble des classes de paniers équivalents** définis précédemment.

- **Représentation graphique de la fonction d'utilité :**

Dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, les paniers équivalents sont représentés par les points d'une courbe C d'équation $\boldsymbol{U(x,y) = k}$, k étant une constante positive.

Une telle courbe **est** appelée **courbe de satisfaction de niveau *k* ou courbe d'indifférence**.

Elle représente donc une **classe** de paniers équivalents.

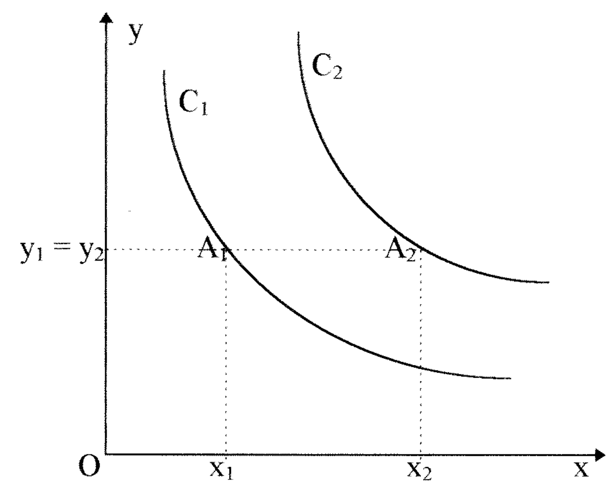
Si pour deux paniers, P_1 représenté par $A_1(x_1,y_1)$ et P_2 représenté par $A_2(x_2,y_2)$ on a $x_1 < x_2$ et $y_1 = y_2$, alors le panier P_2 est préféré au panier P_1. Les points A_1 et A_2 appartiennent à deux courbes distinctes C_1 et C_2.

On suppose que la courbe C_2 est au dessus de la courbe C_1.

Ainsi tout panier représenté par un point de la courbe C_2 est préféré à tout panier représenté par un point de la courbe C_1.

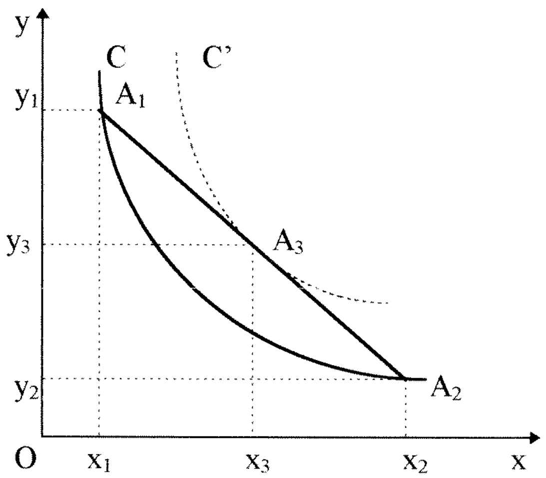
Garder un même niveau de satisfaction, donc rester sur la même courbe C, impose que, **si la quantité *x* de viande diminue, la quantité *y* de poisson augmente.**

Les courbes *C* sont donc des représentations graphiques de fonctions décroissantes de x.



b) On suppose que le consommateur ne souhaite renoncer à aucun des deux produits donc que $x > 0$ et $y > 0$.

c) Hypothèse sur la convexité des courbes de satisfaction :
La moyenne de deux paniers équivalents sera toujours préférée à chacun des paniers.
P_1 est représenté par $A_1(x_1,y_1)$, P_2 est représenté par $A_2(x_2,y_2)$. La moyenne est le panier P_3 représenté par $A_3(x_3,y_3)$ tel que A_3 est le milieu de $[A_1A_2]$.
Cette hypothèse conduit à des **courbes *C* convexes**.



Les courbes d'équations $xy = k$ proposées comme modèle dans cette activité vérifient les hypothèses ci-dessus.
De plus elles sont les représentations graphiques de fonctions étudiées en classe de Première.
On pourrait choisir des courbes d'équations $\sqrt{xy} = k$, mais l'étude serait repoussée à la classe de Terminale et sans doute trop ardue pour nombre d'élèves.

Activité n°3. Courbes de Lorentz et coefficient de Gini

Le travail bidisciplinaire ne suppose pas toujours simultanéité. Une notion abordée dans une discipline peut être reprise plus tard (une semaine, un mois, un an) dans l'autre discipline et explorée sous un autre angle. Elle peut être développée dans une discipline vers de nouvelles directions, parfois sans lien immédiat avec l'autre discipline. Chaque discipline peut ensuite bénéficier du gain de connaissances, de compréhension, de technicité acquis dans l'autre.
Les courbes de Lorentz et leurs applications constituent un exemple intéressant de ce "relais" à long terme entre Sciences Economiques et Sociales et Mathématiques.

Classe de Seconde, en Sciences Economiques et Sociales : Partie A / TD n°1
Dans le thème "REVENUS"[1] la courbe de Lorentz est expliquée et utilisée pour étudier les inégalités des revenus.
Le traitement statistique des données, qui conduit à construire la courbe de Lorentz pourrait être fait en classe de Seconde en Mathématiques mais relève davantage du programme de Première ES.

Classe de Première ES, en Mathématiques : Partie B / TD n°2
Dans le chapitre "STATISTIQUES A UNE VARIABLE", l'organisation et le traitement de données brutes est un objectif du programme
L'exploitation de la courbe est une application du programme d'Analyse.[2] :

Classe de Terminale ES, en Sciences Economiques et Sociales : Partie C
La lecture et l'interprétation des courbes de Lorentz sont des outils du programme obligatoire de SES.[3].

Classe de Terminale ES, en Mathématiques : Partie D
Le calcul du coefficient de Gini est une application du calcul intégral en relation directe avec le programme de SES..[4]

Ces différents aspects sont développés dans les pages qui suivent selon le plan exposé ci-dessus.

---

[1] voir **Partie II** Programmes : p 15
[2] ibid p 26
[3] ibid : annexe p 21
[4] ibid p 30

Partie A: TD 1 (SES Seconde)

Les revenus des ménages en France en 1993

Au 31 décembre 1993, il y a environ 22 millions de ménages en France. Ceux-ci ont perçu un revenu global de 5000 milliards de Francs en 1993. Il est évident que tous ces ménages n'ont pas perçu le même revenu et que de très grands écarts existent entre les ménages « riches » et les ménages « pauvres ».
Pour mettre en évidence ces écarts, on classe les ménages selon leur revenu, du plus faible au plus élevé, et on constitue 10 catégories de même effectif. Chaque catégorie comprend donc 2,2 millions de ménages.
On dresse alors le tableau ci-dessous.

1) Lecture du tableau

La première catégorie (C1) comprend les 10 % des ménages au revenu le plus faible; etc..... (colonne 1)
Pour chaque catégorie le tableau indique la part du revenu total perçu par cette catégorie en 1993 (colonne 2)

Catégories (colonne 1)	Part du revenu total (en %) (colonne 2)	Part cumulée croissante du revenu (en %) (colonne 3)
C1	4,5	
C2	6,2	
C3	6,9	
C4	7,1	
C5	7,3	
C6	8,6	
C7	9,7	
C8	11,3	
C9	14,2	
C10	24,2	

1.a Pourquoi les valeurs de la 2ème colonne sont-elles croissantes ?

1.b Calculer la part cumulée croissante du revenu des 10 catégories (colonne 3).

1.c Que signifie le nombre situé dans la 3ème ligne de la colonne 3 (catégorie C3) ?

1.d Même question pour la 5ème ligne.

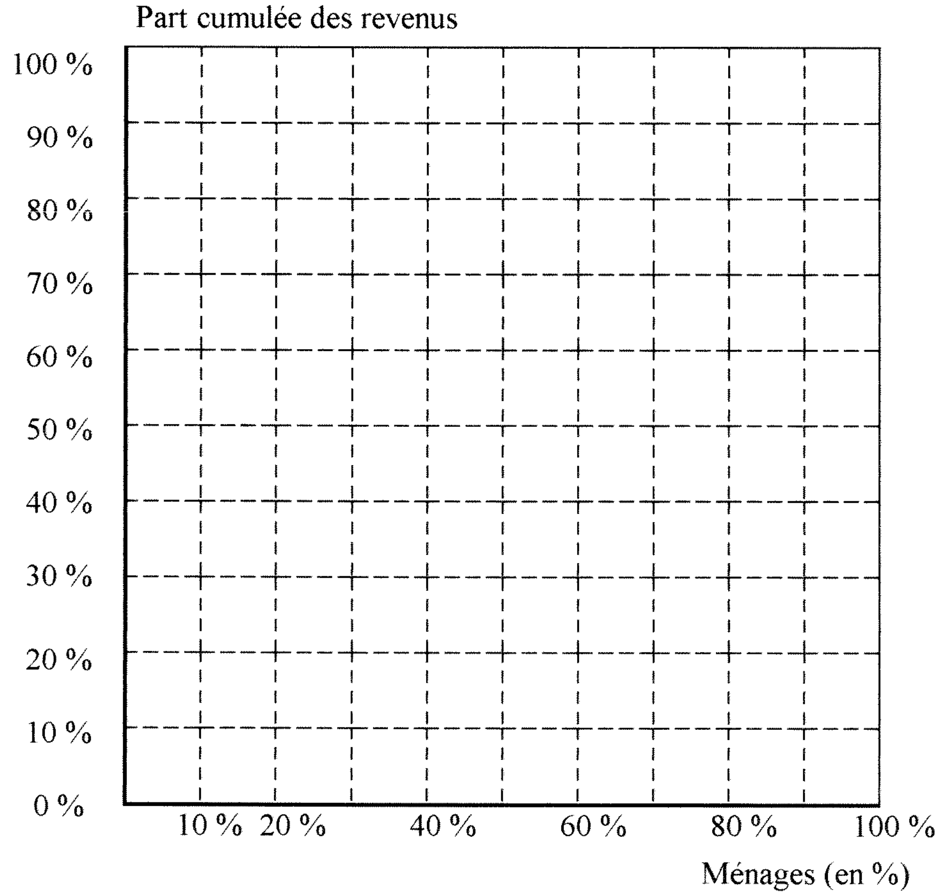
1.e Pourquoi a-t-on la valeur 100 pour la ligne C10 ?

2) Traitement et exploitation des données sous forme de graphique

Sur le graphe ci-dessous :

2.a Tracer les points représentant la part cumulée croissante du revenu. Relier les points.

2.b Tracer la diagonale qui relie l'origine du repère et le point (1,1) (rappel 100% c'est 1).



2.c Comment lire le point de la courbe, d'abscisse 20 % ?

2.d Même question pour le point de la courbe, d'abscisse 50 % ?

2.e Comment lire le point de la diagonale, d'abscisse 20 % ?

2.f Comment peut-on interpréter la diagonale ?

Partie B: TD 2 (Math Première ES)

Les salaires dans une entreprise

Dans une entreprise employant 250 salariés on a relevé les salaires mensuels bruts suivants :

5 125 F :	25 personnes	6 450 F :	18 personnes	9 500 F :	5 personnes
5 450 F :	30 personnes	6 723 F :	5 personnes	9 700 F :	2 personnes
5 500 F :	22 personnes	7 100 F :	30 personnes	10 500 F :	5 personnes
5 822 F :	34 personnes	7 520 F :	20 personnes	12 490 F :	2 personnes
5 945 F :	10 personnes	7 840 F :	4 personnes	13 350 F :	2 personnes
6 050 F :	20 personnes	8 200 F :	15 personnes	14 900 F :	1 personne

1) Organisation des données sous forme de tableau et lecture du tableau

1.a Regrouper les salaires selon les classes suivantes [5;6[; [6;8[; [8;10[; [10;15[(salaires exprimés en Milliers de Francs) et calculer l'effectif de chaque classe.

1.b calcul Dans le tableau ci-dessous compléter les colonnes E, F et G.

E : effectifs des classes

F : fréquences des classes

G : fréquences cumulées croissantes

	salariés			salaires et masses salariales			
Classes	**E**	**F**	**G**	**A**	**B**	**C**	**D**
[5;6[		%	%				%
[6;8[		%	%				%
[8;10[		%	%				%
[10;15[		%	%				%
total:				masse totale			

1.c lecture : Combien de salariés gagnent moins de 8 000 F par mois ?

Quel est le pourcentage des salariés qui gagnent au moins 10 000 F par mois ?

1.d calcul : Compléter les autres colonnes :

A : centres des classes (Milliers de Francs)

B : masse salariale par classe (Milliers de Francs). Pour une classe, on considère la masse salariale comme le produit du centre de la classe par l'effectif de cette classe.

C : masse salariale cumulée croissante (Milliers de Francs).

D : pourcentage de la masse salariale cumulée croissante par rapport à la masse salariale totale.

1.e lecture : ompléter: ......% des salariés gagnent moins de 6 000 F par mois.
Ensemble ils gagnent ....% de la masse salariale totale de l'entreprise.

2) Traitement et exploitation des données sous forme de graphiques

2.a Tracer le polygone des **fréquences cumulées croissantes** pour la série statistique donnée. Evaluer graphiquement la **médiane** de cette série. Que représente cette médiane?

2.b Courbe de Lorentz : EXPLICATIONS

Choisir 10 cm pour unité graphique. **On rappelle que 100% c'est 1.**

- en abscisses on porte les valeurs de la colonne G (qui vont de 0 à 1)
- en ordonnées on porte les valeurs de la colonne D (qui vont de 0 à 1).

Placer les quatre points obtenus puis tracer sans lever le crayon, une courbe régulière passant par l'origine et par ces quatre points.

Une telle courbe s'appelle courbe de Lorentz associée à la série statistique des salaires. Elle représente les pourcentages de la masse salariale cumulée croissante par rapport à la masse salariale totale, en fonction des fréquences cumulées croissantes. **L'interprétation de cette courbe est du domaine des Sciences Economiques et Sociales. Elle a été abordée en classe de Seconde.**

On remarquera que pour la courbe des fréquences cumulées croissantes :

- en abscisses figurent les salaires bruts classés et exprimés en Milliers de Francs
- en **ordonnées figurent les fréquences cumulées croissantes**

On remarquera que pour la courbe de Lorentz:

- en **abscisses figurent les fréquences cumulées croissantes**
- en ordonnées figurent les masses salariales cumulées croissantes exprimées en pourcentage de la masse salariale totale.

Le traitement statistique effectué pour obtenir la courbe de Lorentz est donc assez "sophistiqué" et va plus loin que dans les exemples les plus courants.

2.c Considérations mathématiques au sujet de la courbe de Lorentz.

- La courbe représente une fonction f définie sur $[0;1]$ à valeurs dans $[0;1]$.

Pourquoi f est-elle une fonction strictement croissante sur [0;1] ?

- Soit g la fonction définie sur $[0;1]$ par $g(x) = x$.

Représenter g sur le graphique précédent.

Pourquoi la courbe représentant f est-elle en dessous de la courbe représentant g ?

La courbe représentant la fonction g est la courbe de Lorentz pour une série statistique dans laquelle x% des salariés perçoivent ensemble x% de la masse salariale totale. Elle correspond à la répartition la plus équitable.

- Soit h la fonction définie sur $[0;1]$ par $h(x) = x^2$.

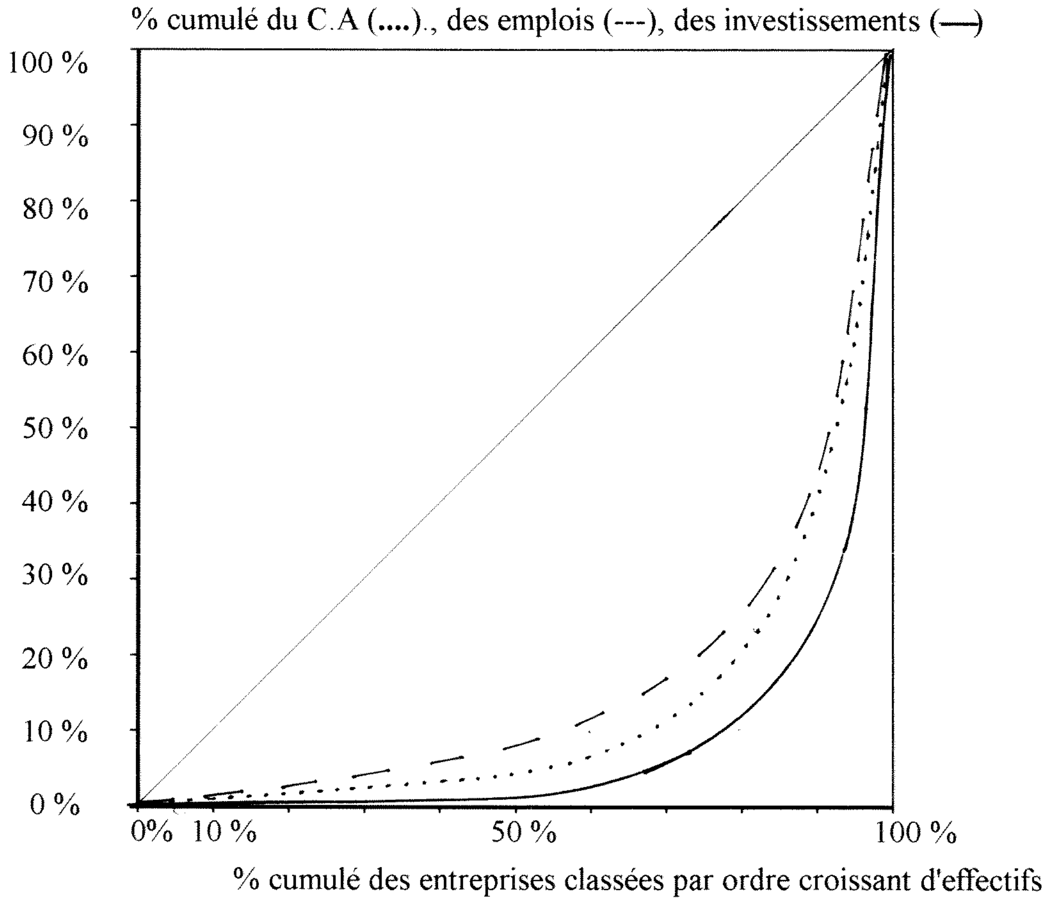
La représentation graphique de h est la courbe de Lorentz associée aux salaires d'une deuxième entreprise. **Cette deuxième entreprise a-t-elle une répartition plus équitable ou moins équitable que la première ?**

Proposer un moyen de " mesurer " la différence.

(En classe de terminale on disposera d'un outil intéressant : le calcul intégral, mais il n'est pas disponible en Première. Patience !!)

Partie C: SES Terminale ES

La concentration des entreprises



1) Lecture du graphe

1.a Sur la courbe des emplois comment lire le point d'abscisse 50 % ?

Même question pour le point d'abscisse 90 %.

1.b Sur la courbe du Chiffre d'Affaires comment lire le point d'abscisse 60 % ?

Même question pour le point d'abscisse 90 %.

1.c Comment s'appelle ce type de graphe ?

Quelle interprétation peut-on faire de la diagonale ?

2) Comparaison des courbes

Que montre la comparaison des trois courbes représentées ?

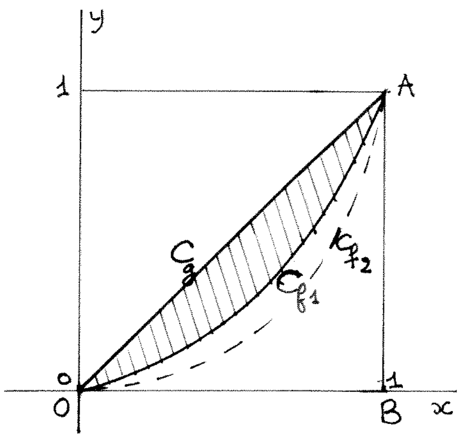
3) Interprétation économique

Comment peut-on interpréter la concentration des entreprises en France en 1991 ?

Partie D: Math Terminale ES

Commentaires à l'usage des enseignants

1) La courbe de Lorentz



Pour toute fonction f définie sur $[0;1]$ vérifiant :

- $f(0) = 0$ *et* $f(1) = (1)$
- f continue et strictement croissante
- $0 \leq f(x) \leq x$

la courbe représentative de f est une courbe de Lorentz.
Le segment [OA] représente la fonction g définie sur $[0;1]$ par $g(x) = x$

- On pourra par exemple donner différentes fonctions sur $[0;1]$ et faire vérifier si leurs courbes représentatives respectives sont ou non des courbes de Lorentz.
- On peut par lecture graphique (et éventuellement par le calcul) faire classer les fonctions de la répartition la plus égalitaire à la répartition la moins égalitaire.

On trouvera des exercices de ce genre dans les manuels scolaires de Terminale mais aussi de Première. Attention il y traîne quelques erreurs que l'on rectifiera aisément..

2) Le coefficient de Gini

A chaque courbe de Lorentz on associe un nombre généralement noté γ et défini par

$$\gamma = \frac{\text{aire de la partie comprise entre la courbe et le segment [OA]}}{\text{aire du triangle OAB}}$$ (voir graphique ci-dessus)

- On peut faire démontrer que $0 \leq \gamma \leq 1$ et que $\gamma = 2\int_0^1 (x - f(x))dx = 1 - 2\int_0^1 f(x)dx$.
- On peut faire calculer le coefficient de Gini pour différentes fonctions vérifiant les conditions du **1)**. Concernant les répartitions plus ou moins égalitaires on peut faire vérifier que le classement des fonctions selon les coefficients de Gini est le même que celui obtenu par lecture graphique.

En Terminale on trouvera un exemple de problème complet type BAC dans Collection Cube (ABC Editions Bréal) page 226. Il y en a de plus partiels dans Déclic page 274 et Transmath page 150.

IV. PETIT LEXIQUE

L'objectif principal est de traquer quelques FAUX-AMIS.
Pour un même mot les significations en Français courant, en Sciences Economiques et Sociales et en Mathématiques sont précisées et comparées.
A l'attention des non spécialistes en Sciences Economiques et Sociales, il nous a paru intéressant de rajouter quelques mots utilisés spécifiquement dans cette discipline

Dans le corps du lexique les rubriques sont numérotées mais ne sont pas classées par ordre alphabétique. Les mots jumelés sont traités dans une même rubrique.
La liste alphabétique ci-dessous permet de retrouver dans quelle rubrique est traité chaque mot.

	Français courant (non exhaustif)	**Sciences Economiques et Sociales**	**Mathématiques**
1 CHIFFRE	1. chacun des caractères qui représentent des nombres 2. nombre représenté par les chiffres 3. entrelacement de lettres initiales 4. caractères numériques de convention employés dans une écriture secrète	nombre représenté par les chiffres; données chiffrées (exemple : les derniers chiffres de la croissance)	certains des caractères qui servent à écrire des nombres (exemple : chiffres romains)
2 VALEUR	1. ce en quoi une personne est digne d'estime 2. caractère mesurable (d'un objet) en tant que susceptible d'être échangé, désiré 3. objet du jugement que l'on porte sur les choses 4. ce qui est vrai, beau, bien selon un jugement personnel ou selon le jugement d'une société: valeurs morales, sociales, etc... 5. efficacité de ce qui produit l'effet souhaité 6. mesure d'une grandeur variable	1. qualité d'une chose fondée sur son utilité, sur le rapport de l'offre à la demande, sur la quantité de travail nécessaire à sa production 2. valeurs mobilières : actions, titres, etc... 3. mesure d'une grandeur variable (données chiffrées) 4. en Sociologie voir sens 4 du Français 5. "Valeur Ajoutée"	1. mesure d'une grandeur variable (exemple : valeurs d'une fonction) 2. valeur absolue

		Français courant (non exhaustif)	Sciences Economiques et Sociales	Mathématiques
3	ABSOLU	1. qui ne comporte aucune restriction ni réserve 2. parfait (amour absolu) 3. indépendant de toute référence	1. données absolues, appelées aussi données brutes : grandeurs chiffrées, mesurées, observées ou calculées, exprimées en nombre d'unités (exemple : population en Millions d'habitants) <u>remarque :</u> un pourcentage n'est pas une donnée absolue 2. croissance absolue : augmentation des valeurs effectives (par opposition à croissance relative) (voir CROISSANCE)	1. valeur absolue d'un réel notée $\|x\|$ 2. minimum ou maximum absolu d'une fonction sur un intervalle 3. convergence absolue 4. erreur absolue
	RELATIF	1. qui constitue, concerne ou implique une relation 2. incomplet, imparfait (silence relatif) 3. qui ne se suffit pas à soi-même 4. évalué par comparaison	1. données relatives : obtenues par un quotient entre deux grandeurs (exemples : pourcentage, indice, prix relatif) 2. croissance relative (exemple: augmentation de 5% par rapport à la période précédente)	1. entier relatif 2. maximum ou minimum relatif (local) d'une fonction 3. erreur relative (même sens que en Sciences Physiques)

	Français courant (non exhaustif)	*Sciences Economiques et Sociales*	*Mathématiques*
4 RAPPORT	1. action de raconter à quelqu'un ce que l'on a vu 2. compte rendu plus ou moins officiel 3. le fait d'apporter des profits 4. adjonction d'une matière d'origine étrangère 5. relation que l'esprit constate entre plusieurs objets distincts 6. relation de ressemblance; traits communs 7. fait de bien aller avec... 8. relation de cause à effet 9. relation entre des personnes, avec des collectivités	1. compte rendu plus ou moins officiel (exemple :" le rapport B.......") 2. relation entre des personnes, avec des collectivités (exemple : rapports sociaux) 3. pour les calculs voir le sens mathématique	nombre obtenu comme quotient de deux nombres
5 FONCTION	1. activité imposée par un emploi, une charge 2. l'emploi ou la charge 3. rôle caractéristique que joue une chose dans l'ensemble dont elle fait partie. 4. ce qui dépend de quelque chose 5. grammaire: relation d'un mot avec les autres mots d'une phrase, d'un groupe	1. en Economie : "en fonction de" au sens mathématique (exemples : les quantités demandées varient en fonction du prix, fonction de coût) 2. en Sociologie : rôle que joue un processus ou une institution dans un système social global ou partiel	Relation qui à tout élément d'un ensemble E associe un élément au plus d'un ensemble F

	Français courant (non exhaustif)	Sciences Economiques et Sociales	Mathématiques
6 VARIATION	1. suite de changements qui affectent ce qui varie 2. passage d'un état à un autre, différence entre deux états successifs 3. écart entre deux valeurs numériques d'une quantité variable 4. modification d'un thème musical	modification des valeurs d'une grandeur variable (exemple : variations saisonnières)	pour une fonction : 1. taux de variation entre a et b (voir TAUX) 2. sens de variation: fonction croissante , décroissante ou constante, monotone. (voir CROISSANCE) 3. tableau de variation: tableau conventionnel donnant les variations d'une fonction sur les intervalles où elle est définie
7 CROISSANCE	1. le fait de grandir 2. évolution de quelque chose, dans le sens d'une augmentation	processus complexe d'évolution d'une société, caractérisé par l'augmentation à long terme de la production (exemples : croissance accélérée; croissance ralentie)	pour une fonction, sur un intervalle: indique que les valeurs de la fonction varient dans le même sens que celles de la variable

	Français courant (non exhaustif)	Sciences Economiques et Sociales	Mathématiques
8 COURBE	1. adjectif : qui change de direction sans former d'angles; qui n'est pas droit 2. ligne dont aucune partie n'est rectiligne remarque : dans le langage courant une droite n'est pas une courbe 3. en géographie : courbe de niveau	ligne représentant une loi ou l'évolution d'un phénomène (exemples : courbe de croissance, courbe de coût, courbe de Phillips)	1. ensemble de points dont les coordonnées dans un repère vérifient une équation ou un système d'équations donnés remarque : une courbe n'est pas nécessairement d'un seul morceau. 2. représentation graphique d'une fonction dans un repère donné remarque : une droite est une courbe au sens du n°2 et la représentation graphique d'une fonction peut être formée de points isolés et s'appeler une courbe
9 TAUX	1. pourcentage appliqué à une base pour déterminer quelque chose 2. montant des valeurs de bourse (exemple: obligations) 3. montant de l'intérêt annuel produit par une somme de 100F 4. proportion dans laquelle intervient un élément variable	rapport de deux grandeurs de même nature (exemples : taux de scolarisation, taux de chômage, taux de natalité) taux d'évolution entre deux dates : $\left(\frac{P_1 - P_0}{P_0}\right)$ il peut être positif négatif ou nul (exemple : taux de croissance)	taux de variation d'une fonction ou taux d'accroissement d'une fonction entre deux valeurs prises par la variable : $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

N°	Mot	Français courant (non exhaustif)	Sciences Economiques et Sociales	Mathématiques
10	BASE	1. partie inférieure d'un corps, sur laquelle il porte 2. produit appliqué sous un autre 3. ligne sur laquelle s'appuie une armée en campagne 4. ce qui entre comme principal ingrédient dans un mélange 5. principe fondamental sur lequel repose un raisonnement 6. ensemble des militants (d'un parti)	1. ensemble de données structurées 2. valeur choisie comme référence dans le calcul d'un indice. On l'affecte en général de l'indice 10, 100 ou 1 000. 3. base d'imposition (quantité de matière imposable)	1. droite ou plan à partir duquel on mesure perpendiculairement la hauteur 2. face particulière d'un solide et par extension : aire de cette face 3. nombre qui sert à définir un système de numération 4. système fini de vecteurs linéairement indépendants et générateurs
	INDICE	1. signe apparent de quelque chose 2. fait connu qui sert à démontrer la preuve par présomption 3. indication numérique ou littérale qui sert à caractériser un signe 4. indication numérique qui sert à exprimer un rapport 5. rapport de deux valeurs d'une grandeur au cours du temps, la première servant de référence	1. indice simple: rapport entre la valeur d'une grandeur dans une situation donnée et sa valeur dans une situation choisie comme référence (appelée grandeur de base).(voir BASE) 2. indice synthétique : moyenne pondérée d'indices simples servant à mesurer l'évolution d'un phénomène complexe (exemples : indice des prix, indice boursier)	caractère de petite taille qui se place en bas et à droite de la lettre qu'il caractérise (exemples : 3 dans A_3 ou n dans u_n)

		Français courant (non exhaustif)	Sciences Economiques et Sociales	Mathématiques
11	STOCK	1. quantité de marchandises en réserve 2. choses possédées en grande quantité	1. matières et produits de l'activité d'une entreprise, entreposés dans l'attente de leur emploi ou de leur vente. 2. quantité qui existe à un instant donné et qui peut évoluer dans le temps (exemples : la population de la France au 1er Janvier 1995; un capital) <u>remarque :</u> les stocks ne s'additionnent pas (exemple : la somme de la population au 1/1/92 et de la population au 1/1/93 n'a aucun sens)	
	FLUX	1. écoulement (exemple : flux sanguin) 2. grande quantité (exemple : flux de paroles) 3. mouvement ascensionnel de la mer (opposé à reflux) 4. déplacement (physique : ions, particules, énergie)	quantité affectée à un intervalle de temps (exemples : la production annuelle de blé, le revenu mensuel, le nombre de naissances par an) <u>remarque :</u> on peut additionner ou soustraire des flux	

	Français courant (non exhaustif)	Sciences Economiques et Sociales	Mathématiques
12 DIVIDENDE	1. sens économique 2. sens mathématique 3. métaphore du sens économique (exemple : les dividendes de la paix)	part des bénéfices distribuée pour chaque action	nombre à diviser par un autre
13 HYPOTHESE	1. supposition 2. conjecture que l'on fait sur l'explication ou la possibilité d'un événement <u>Remarque</u> : pour ce sens on utilise le mot conjecture (et non hypothèse) en Mathématiques	propositions communément admises permettant de fonder une théorie	1. proposition, point de départ d'une démonstration logique, à partir de laquelle on se propose d'aboutir à la conclusion de la démonstration. 2. conditions dans lesquelles un certain résultat est vérifié (hypothèses d'un théorème)

	Français courant (non exhaustif)	Sciences Economiques et Sociales	Mathématiques
14 PRODUIT	1. substance 2. résultat d'un processus naturel ou humain (exemple : les produits de la terre)	1. production (ensemble de produits) (exemple : la production automobile en 1996) 2. montant obtenu (exemple : le produit de l'impôt) 3. P.I.B. : produit intérieur brut (montant global de la production d'un pays)	1. nombre qui est le résultat d'une multiplication 2. résultat de diverses opérations notées multiplicativement (exemples : produit scalaire, produit cartésien de deux ensembles, produit logique)

IV. BIBLIOGRAPHIE

Pour alimenter la réflexion sur l'interdisciplinarité :

- Martine MOLLARD, **L'interdisciplinarité mathématiques-sciences économiques et sociales dans la filière ES : une nécessité ?** D.E.E.S N°104 juin 1996

Pour une réflexion et une information autour des programmes de mathématiques série ES :

- Raymond CHUZEVILLE, Sylviane GASQUET; **Les mathématiques dans l'information chiffrée.** CRDP de Grenoble 1993.
- Sylviane GASQUET, **Les chiffres et l'élève...Mathématiques en première E.S.** CRDP de Grenoble1994.
- Sylviane GASQUET, Raymond CHUZEVILLE, **Fenêtres sur courbes. Une approche graphique de l'analyse mathématique.** CRDP de Grenoble1994.

Pour une initiation aux principaux thèmes de l'économie :

- Denis CLERC, **Déchiffrer l'économie.** Syros. Editions Alternatives.
- Michel DIDIER, **Economie : les règles du jeu.** Economica.
- A. SILEM, **Introduction à l'analyse économique.** Collection Cursus. Editions A.Colin.

Pour une approche plus mathématique :

- Edmond MALINVAUD, **Théorie macroéconomique.** (2 tomes) Editions Dunod.
- Bernars GUERRIEN, **La théorie économique.** Economica.
- J.BAIR, R.HINNION, D.JUSTENS, **Applications économiques au service de la mathématique.** Société Belge des Professeurs de mathématique d'expression française1989.

Pour une réflexion épistémologique :

- Claude MEIDINGER, **Science économique : question de méthode.** Editions Vuibert

Pour disposer de données chiffrées et de graphiques récents :

- INSEE, **Tableaux de l'économie française**. (parution annuelle).

Un dictionnaire :

- Gilles FERREOL et alii, **Dictionnaire des techniques quantitatives appliquées aux sciences économiques et sociales.**Collection U. Editions A.Colin.

Titre : Mathématiques et Sciences économiques et sociales au lycée

Auteurs : Bernard ANCLIN, Jean-Pierre BACH, Francine BURCKEL, Fabienne GISSY, Chantal MAETZ, Maurice MURSCHEL, Georges STROHL, Christine UNDREINER-BACH, Emile URLACHER.

Mots clés : Economie - Série ES - Interdisciplinarité - Mathématiques - Sciences sociales.

Date : 1996

Editeur : I.R.E.M. de Strasbourg (S. 170)

ISBN : 2-911446-06-2

Résumé : Le contenu des enseignements de la série ES a été profondément modifié tant en Sciences économiques et sociales qu'en Mathématiques. Un groupe de l'IREM de Strasbourg travaille sur ce sujet depuis trois ans. Cette brochure est sa contribution à l'effort des enseignants des deux disciplines qui recherchent un complément de formation ou des informations.

Trouver une synergie interdisciplinaire est devenu une nécessité pour renouveler l'enseignement des deux disciplines. De nombreux points restent à aborder ou à approfondir.

Le groupe Math-Eco a pour unique ambition de donner à chacun de ses lecteurs l'envie d'en savoir plus et de franchir le pas qui le sépare de son collègue de l'autre discipline.