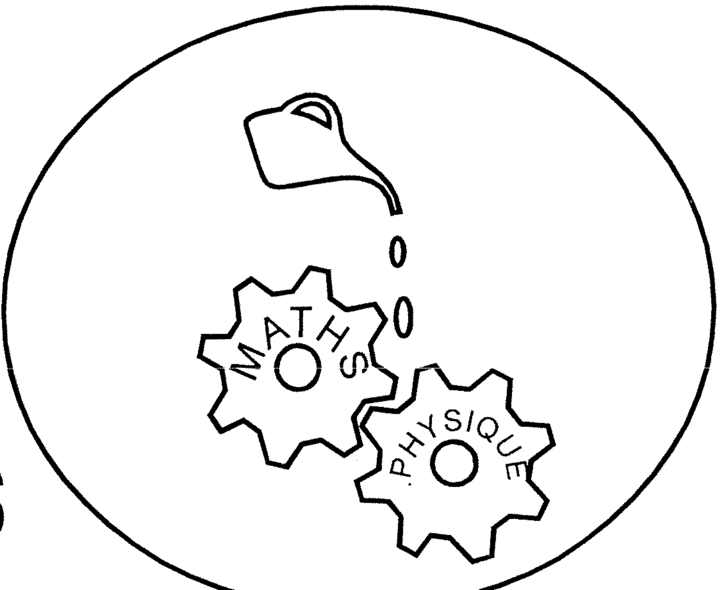
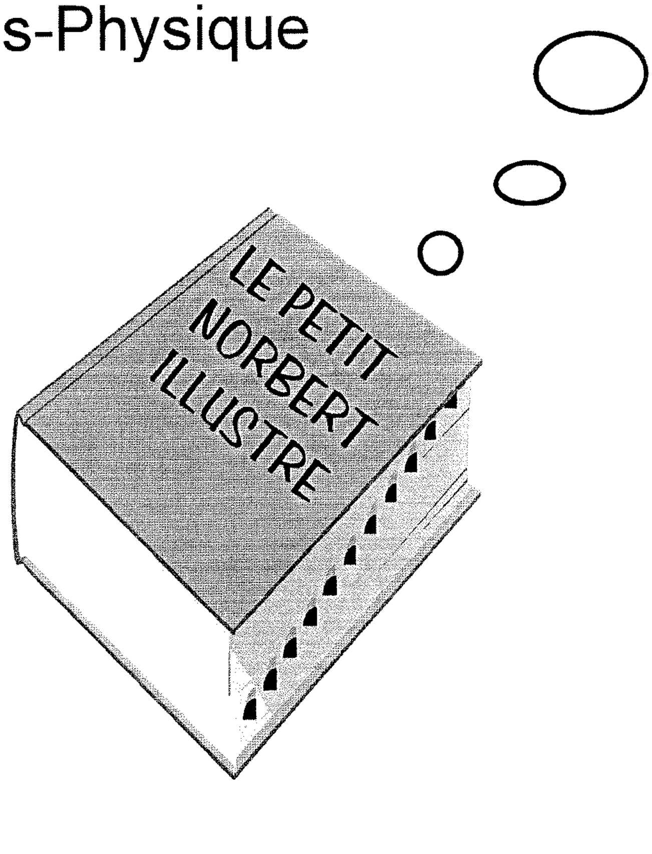
1996

DICTIONNAIRE DE MATHEMATIQUES ET DE SCIENCES PHYSIQUES



par le Groupe Maths-Physique



UNIVERSITE LOUIS PASTEUR
I.R.E.M.
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG CEDEX
Bibliothèque - Brochures :
tél. : 88 41 64 40
e.mail : bibirem@math.u-strasbg.fr
Fax : 88 41 64 49

INTRODUCTION.

Certains mots utilisés en Mathématiques et en Sciences Physiques ont un sens totalement différent, ce qui n'est pas très grave. D'autres, en revanche, sont plus traîtres : ils ont des sens voisins ; un élève peut ne pas faire la distinction et avoir de réelles difficultés dans l'une des deux matières parce qu'il utilisera une des significations à mauvais escient.

Nous avons pensé qu'un dictionnaire Mathématiques- Sciences Physique pourrait être utile aux enseignants, aux apprenants et à tous ceux qui s'interrogent.

Cela peut être un remède aux mots, ce n'est sans doute pas le seul ...

MODE D'EMPLOI DU DICTIONNAIRE

Les définitions de chaque mot sont données dans deux colonnes:

- Dans la colonne de gauche figurent les définitions des mots en physique et en chimie. Dans la plupart des cas nous avons indiqué le niveau de la classe dans laquelle est enseignée la notion dont il est question.
- Dans la colonne de droite, on trouvera les différentes définitions des mots en mathématiques, sans faire référence à un niveau d'enseignement précis car les notions mises en jeu sont souvent reprises et approfondies d'une année à l'autre. Dans certains cas, on trouvera à la fin d'un article une rubrique « pour aller plus loin », dans laquelle on développe une notion abordée dans l'enseignement supérieur.

Les renvois d'un article à un autre sont signalés de la façon suivante: « *voir : Linéaire* ». Ces renvois ne sont pas situés à un emplacement précis des articles, mais à celui qui nous a semblé le plus opportun. Il convient donc de lire l'article en entier, dans chacune des rubriques, pour trouver tous les renvois que nous avons indiqués.

Dans certaines rubriques, on trouvera un chef d'orchestre en début d'article. Ce symbole indique une différence importante entre le sens qu'on attribue à un mot en mathématiques et en physique. Le lecteur devra être spécialement attentif lors de la lecture de l'article concerné. L'expérience de la rédaction de ce dictionnaire montre qu'il est difficile de saisir pleinement les subtilités des concepts abordés, et qu'une discussion avec un collègue de l'autre matière ou une formation adéquate s'avère très utile...

Un index situé en fin de la brochure permet de retrouver instantanément les mots de ce dictionnaire.

Enfin, les clins d'oeil qui figurent à la fin de certains articles devraient rendre plus agréable la consultation de ce dictionnaire !

ABSCISSE CURVILIGNE

PHYSIQUE

- La définition est exactement la même qu'en mathématiques.

- Dans le cas du cercle (voir ci-contre), la relation $s = R\theta$, R et s étant exprimés en mètres montre que θ, exprimé en radians, est une grandeur sans dimension.

voir : Dimension, Vitesse.

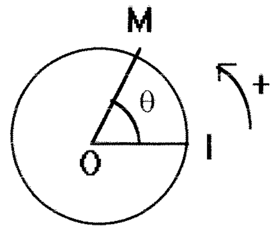
MATHEMATIQUES

- On considère une courbe ou un arc C, et un point O fixe sur cette courbe. Une unité de longueur étant fixée et un sens de parcours choisi sur la courbe, on veut repérer un point M de cet arc à l'aide d'un réel qui mesure la longueur parcourue de O à M le long de la courbe, en tenant compte du sens de parcours.

- **Cas de la droite:** c'est alors l'abscisse usuelle.

voir : Algébrique.

- **Cas du cercle:** le choix du radian comme unité d'angle permet facilement de définir l'abscisse curviligne d'un point d'un cercle de centre O et de rayon R :



le point I étant choisi comme origine, l'abscisse curviligne s(M) d'un point M est alors donnée par: $s(M) = R\theta$, où θ est une mesure en radians de l'angle orienté entre $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OM}$.

voir : Unité

- **Cas général:** On se place dans le plan ou l'espace rapporté à un repère orthonormé. C est un arc géométrique de classe au moins C^1 (c'est à dire dérivable et à dérivée continue), représenté par un arc paramétré (I,f), où I est un intervalle de $\mathbb{R}$ et f une fonction à valeurs dans cet espace affine. Soit t_0 un point de I. On choisit comme origine des abscisses curvilignes le point $M_0 = f(t_0)$.

On appelle abscisse curviligne d'un point M de paramètre t sur l'arc C orienté dans le sens des t croissants, le réel:

$$s(t)=\int_{t_0}^{t}\|f'(t)\|dt=\int_{t_0}^{t}\left\|\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right\|dt$$

On a $s(t_0)=0$.
Ce réel ne dépend pas du représentant de C choisi.

On a alors:

$$\frac{ds}{dt}=\left\|\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right\|$$

En coordonnées cartésiennes:

$$\overrightarrow{OM}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}+x(t)\vec{k}$$

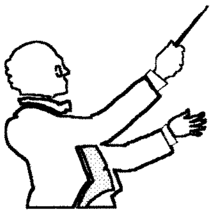
$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}=x'(t)\vec{i}+y'(t)\vec{j}+z'(t)\vec{k}$$

$$\frac{ds}{dt}=\sqrt{x'^2(t)+y'^2(t)+z'^2(t)}$$

voir : Repère.

ALGEBRIQUE

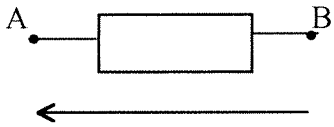
PHYSIQUE



- Une **grandeur algébrique** est une grandeur affectée d'un signe plus ou moins.

Exemple : la différence de potentiel (ddp)

$V_A - V_B = U_{AB}$ est une grandeur algébrique.



$U_{AB} = V_A - V_B$

si : $V_A = 0$
$V_B = 5$ V alors $U_{AB} = -5$ V

- Une **grandeur non algébrique** est une grandeur définie toujours positive.

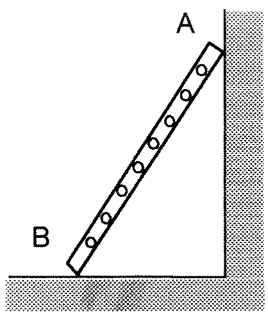
Exemple : l'amplitude d'un phénomène vibratoire.

voir : Amplitude.

Pour illuster ces notions, prenons l'exercice suivant, utilisant une grandeur algébrique (les composantes d'un vecteur-force dans un repère) :

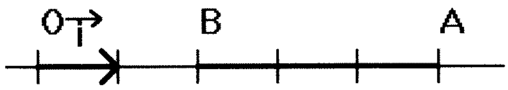
Une échelle, de poids P = 250 N, est placée contre un mur vertical ; le contact avec le sol horizontal en B a lieu avec frottement : la réaction exercée par le sol, d'intensité $R_B = 200$ N, fait un angle $\alpha = 20°$ avec à la verticale.

Déterminer les caractéristiques de la réaction exercée par le mur en A .



MATHEMATIQUES

- La mesure algébrique d'un segment [AB] porté par un axe orienté de repère $(O, \vec{i})$ est le réel $x_B - x_A$, où x_A et x_B sont les abscisses respectives des points A et B sur l'axe considéré. Le signe du réel $x_B - x_A$ est bien sûr fonction de l'orientation de l'axe.



$\overline{AB} = -3$

voir: Abscisse curviligne.

- Un nombre algébrique est un nombre complexe racine d'un polynôme P non nul à coefficients entiers.

Exemple: -5, $\sqrt{2}$ sont des nombres algébriques car ces nombres sont solutions respectives des équations $x + 5 = 0$ et $x^2 - 2 = 0$.

π n'est pas un nombre algébrique

- Une équation algébrique est une équation du genre $P(x) = 0$, ou P est un polynôme à coefficients entiers.

Exemple d'une équation non algébrique:

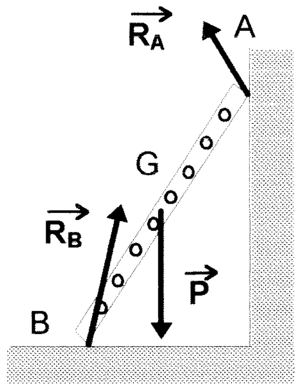
$$x = \tan x .$$

- La forme algébrique d'un nombre complexe z est le complexe a+ib, où (a,b) est un couple de réels.

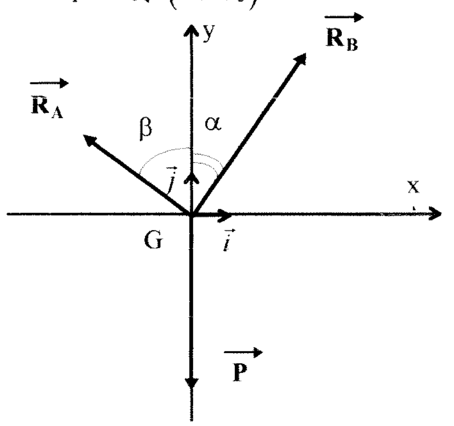
voir : Complexe

solution :

la direction et le sens de $\vec{R_A}$ sont inconnues, il faut donc utiliser des composantes R_{Ax} et R_{ay} algébriques :



dans un repère $\mathcal{R}\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$



On écrit qu'à l'équilibre :

$\vec{P}$ +	$\vec{R_A}$ +	$\vec{R_B}$ =	$\vec{0}$
0	R_{Ax}	$R_B.\sin\alpha$	0
-P	R_{Ay}	$R_B.\cos\alpha$	0

d'où $R_{Ax} = -R_B.\sin\alpha = -68{,}4$

$R_{Ay} = P - R_B.\cos\alpha = +62$

avec $R_{Ax} = -R_A.\sin\beta$

$R_{Ay} = +R_A.\cos\beta$

$\tan\beta = -\dfrac{R_{Ax}}{R_{Ay}}$

$R_A = 92{,}4$ N et $\beta = +48°$

R_{Ax} = - 68,4 et R_{Ay} = + 62
grandeurs algébriques

R_A = 92,4 N (une intensité est toujours positive)
grandeur non algébrique

voir : Décomposer, Projection.

- **Culture:** le mot algébrique dérive du mot algèbre qui est issu de l'arabe "al-jabr" qui signifie "complément" ou "remplissage"; l'équation:

$$2x^2 + 100 - 20x = 58$$

s'écrit par "al-jabr":

$$2x^2 + 100 = 20x + 58$$

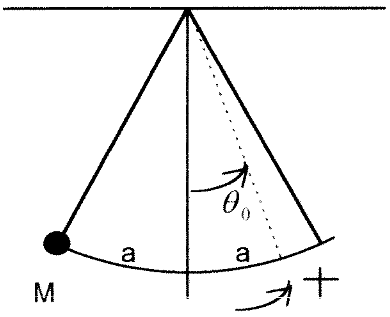
(utilisé par Al Khwarismi au IXème siècle de notre ère).

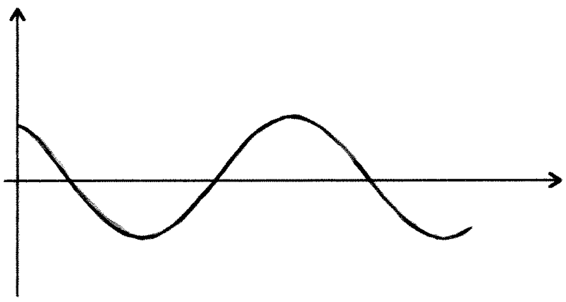
AMPLITUDE

PHYSIQUE

• L'amplitude d'un phénomène vibratoire est la valeur maximale de l'élongation du mouvement d'un corps oscillant autour d'une position d'équilibre (mouvement pendulaire, ondulatoire, etc.).

Exemple: amplitude d'une onde, d'une vague, d'un pendule.





L'équation horaire du mouvement est:

$\theta(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$ avec $a > 0$ et $\theta_0 = a\cos\varphi$

voir : Période.

Note: l'amplitude d'un phénomène vibratoire n'est pas l'amplitude "crête à crête" comme le suggère la définition mathématique ci-contre.

• En télécommunication la modulation d'amplitude est un procédé de transmission consistant à modifier l'amplitude d'un signal, appelé onde porteuse, à partir du signal transmis, dit signal modulant. La fréquence porteuse doit être plus élevée que la fréquence du signal de modulation.

MATHEMATIQUES

• L'amplitude est en général la différence entre deux valeurs extrêmes d'une grandeur, sauf dans le cas de la fonction $x \longrightarrow a\cos(\omega t + \varphi)$, pour lequel on utilise la terminologie du physicien.

Exemple: L'amplitude d'un intervalle de $\mathbb{R}$ borné par a et b est $|b-a|$.

On a : $U = A(1 + k_A \cos mt)\sin \omega t$, où ω est la pulsation de la porteuse et m la pulsation du signal, d'où sa mise sous la forme d'une onde porteuse entourée de deux bandes latérales :

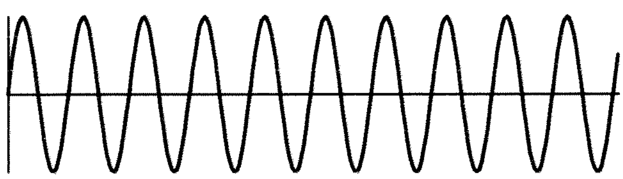
$$U = A[\sin \omega t + \tfrac{k_A}{2}\sin(\omega + m)t + \tfrac{k_A}{2}\sin(\omega - m)t]$$

Le coefficient k_A est appelé taux de modulation. En modulation classique, il est inférieur à 1.

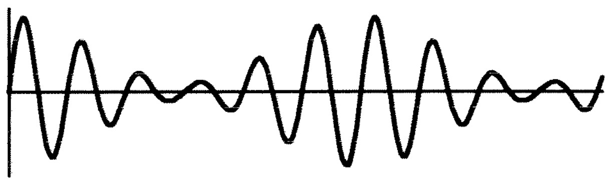
À l'inverse la modulation de fréquence consiste à modifier la fréquence de l'onde porteuse en fonction du signal de modulation. Ce procédé, bien que plus complexe, permet une meilleure qualité de transmission parce qu'insensible aux variations d'amplitudes indésirables.

On a : $U = A\sin(\omega t + \dfrac{\Delta\omega}{m}\sin mt)$,

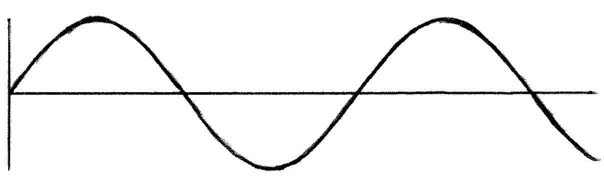
où $\dfrac{\Delta\omega}{m} = k_f$ est appelé indice de modulation.



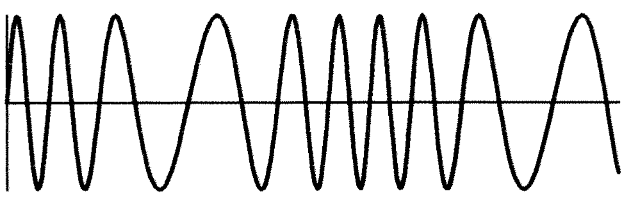
onde porteuse RF non modulée



onde RF modulée en amplitude par le signal AF



signal AF de modulation
de moyenne non nulle.



onde RF modulée en fréquence par le signal AF

ANALYSE, SYNTHESE

PHYSIQUE
CHIMIE :

- On appelle **analyse** d'un mélange ou d'un corps pur composé la détermination de ses constituants.

Pour un mélange, l'analyse aboutit à donner les proportions des différents corps purs entrant dans la composition du mélange (analyse qualitative).

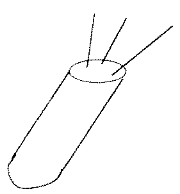
Pour un corps pur composé, l'analyse vise à déterminer la proportion exacte de chaque corps pur simple constituant le corps composé, c'est-à-dire en fait à déterminer la formule chimique du corps.

Exemple: l'analyse qualitative de l'air indique en première approximation que l'air contient du diazote et du dioxygène.
L'analyse quantitative de l'air donne les pourcentages respectifs de diazote et de dioxygène. De même, l'analyse quantitative d'une eau minérale précise les différentes concentrations des anions et cations qui la composent.

voir : Proportion

- La **synthèse** chimique s'attache surtout à fabriquer des molécules à partir des corps purs simples entrant dans la formule chimique de la molécule.

Exemples: la synthèse de l'eau peut se réaliser à partir d'un mélange stoechiométrique de dihydrogène et de dioxygène.



OPTIQUE :

- **Analyse spectrale:**

Analyser un spectre, c'est déterminer les longueurs d'onde des radiations qui composent le spectre.

- **Image de synthèse:**

C'est une image obtenue par calcul, aux moyens d'algorithmes numériques, par opposition aux

MATHEMATIQUES

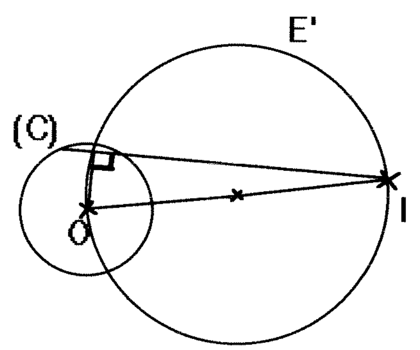
Le terme « analyse » peut avoir beaucoup de significations en mathématiques, qui varient au fil du temps et d'un auteur à l'autre! Nous n'en retiendrons qu'une seule ici:

- Le raisonnement par analyse synthèse.

Lors de la résolution d'un problème, l'analyse est la recherche de conditions reliées à sa résolution, dans l'espoir de découvrir des conditions suffisantes qui garantissent la réalisation de la situation du problème.
La synthèse consiste à utiliser les conditions découvertes lors de l'analyse pour mettre au point une proposition dont on pourra déduire la conclusion au problème. Le plus souvent, la synthèse consiste à rechercher si les conditions nécessaires trouvées au cours de l'analyse sont suffisantes.

Exemple 1: Montrer que toute fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ s'écrit comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
Analyse: supposons que $f = g + h$ avec g paire et h impaire. On montre facilement que nécessairement pour tout x réel,
$g(x) = \dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$ et $h(x) = \dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$
Synthèse: On définit les fonctions f et g par les formules ci-dessus, on vérifie facilement que g est paire, que h est impaire, et que $f = g + h$. Le problème est donc résolu.
Dans ce cas, la condition nécessaire trouvée est également suffisante.

Exemple 2: Etant donné un cercle (C) de centre O et un point I extérieur à (C), trouver l'ensemble des points qui sont les milieux des cordes de (C) passant par I.



images "naturelles" obtenues par des procédés analogiques (photographies, photocopies, ... etc.)
• Une couleur peut s'obtenir par synthèse additive ou soustractive d'autres couleurs.

voir : Image

Analyse: On peut facilement se ramener au problème suivant: « quel est l'ensemble E' des points M tels que le triangle MOI soit rectangle en M ? ». Il est clair que cet ensemble est le cercle de diamètre [OI]. On a donc trouvé une condition nécessaire: M est sur E' et on a $E' \subset E$.
Synthèse: On prouve facilement que les points de E sont intérieurs au cercle (C) et que tous les points de E' intérieurs au cercle (C) conviennent. Dans ce cas, la condition nécessaire trouvée n'est pas suffisante.

BASE

CHIMIE

- Une base est un produit, qui, en solution dans l'eau, a un pH supérieur à 7.

- Le pH (potentiel Hydrogène) est défini par la relation :

$$pH = -\log [\,H_3O^+\,],$$

[ ] représente la concentration molaire volumique en $mol.L^{-1}$ de l'ion complexe hydronium H_3O^+, ion caractérisant les solutions acides ;
les solutions basiques sont caractérisées par l'ion hydroxyde OH^-, les ions hydronium y sont donc en quantité très faible mais les deux types d'ions satisfont à la relation :

$$[\,H_3O^+\,].[\,OH^-\,] = K_e = 10^{-14} \text{ (à 25°C)}.$$

voir : Complexe, Couple, Equivalence, Logarithme, Neutre.

On dira que l'eau pure est neutre (pH =7) quand : $[\,H_3O^+\,] = [\,OH^-\,]$;
cela permet de calculer les concentrations d'ions hydronium dans toute solution acide ou basique et donc le pH de cette solution dans l'eau.

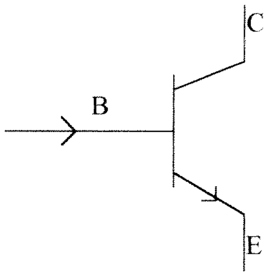
Exemple : une solution d'hydroxyde de sodium (soude), de concentration 10^{-2} $mol.L^{-1}$, a un pH de 12, car : si $[OH^-] = 10^{-2}$ $mol.L^{-1}$,

$$[H_3O^+] = \frac{Ke}{[H_3O^+]} = 10^{-12}\,mol.L^{-1},$$

d'où la valeur du pH.

PHYSIQUE

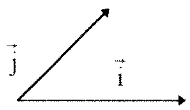
- La base (B) d'un transistor est d'une des 3 bornes d'un transistor, les deux autres étant l'émetteur (E) et le collecteur (C) :



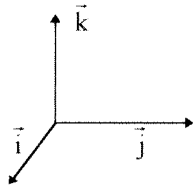
l'intensité du courant entrant par la base est très faible, l'intensité sortant par l'émetteur (dans le cas ici d'un transistor NPN) est nettement plus élevée : un transistor est donc, entre autre, un **amplificateur**.

MATHEMATIQUES

- Une base du plan est un couple de vecteurs non colinéaires ($\vec{i}$, $\vec{j}$).



- Une base de l'espace est un triplet de vecteurs non coplanaires.



- **Pour aller plus loin:** en algèbre linéaire une base d'un espace vectoriel est une famille d'éléments de cet espace linéairement indépendante et qui engendre cet espace. Le nombre de vecteurs de cette base est appelé la dimension de l'espace vectoriel.

Exemple: $(1, x, x^2, \ldots, x^n)$ est une base de l'espace vectoriel des polynômes de degré inférieur ou égal à n.

voir : Colinéaire, Dimension, Repère, Vecteur.

- En arithmétique, nous utilisons usuellement l'écriture de nombres en base 10. Tout nombre entier positif s'écrit alors sous la forme:

$$x = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \ldots\ldots + a_1 10 + a_0$$

soit $$x = \sum_{k=0}^{k=n} a_k 10^k$$

On l'écrit alors sous la forme habituelle: $x = \overline{a_n a_{n-1} \ldots\ldots a_0}$ où les a_i sont des chiffres de 0 à 9.

Exemple: le nombre entier $2 \times 10^2 + 5 \times 10 + 8$ s'écrit 258 en base dix.

- De façon générale, la base de numération est définie par un entier $p > 0$ fixé; alors tout nombre entier x peut s'écrire sous la forme :

$$x = \sum_{k=0}^{k=n} a_k p^k \text{ , où } 0 \le a_k < p \text{ pour } 0 \le k \le n$$

La suite d'entiers $(a_0, a_1, \ldots a_{n-1}, a_n)$ est appelée développement de x en *base* p, que l'on écrit parfois : $x = [a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0]_p$

Exemples: le nombre treize s'écrit en base deux: $13 = \overline{1101}_2$ car

$13 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

de même, $13=[111]_3$; $13=[21]_6$;

• En informatique, on utilise la base de numération deux (le système binaire), et pour des raisons de commodité le système hexadécimal (base seize). L'information est codée sous forme de signaux électriques dont on détecte la présence (codée 1) ou l'absence (codée 0). Chaque information élémentaire est appelée un bit, et les premiers microprocesseurs utilisaient des mots de huit bits. La génération actuelle (en 1995) de microprocesseurs utilise des mots de 32 bits.

Il est évident que la lecture et l'écriture d'un mot de 8 bits utilisant des 0 et des 1 est fastidieuse, voire incompréhensible, et que cette représentation est source d'erreurs. On appelle chaque mot de huit bits un octet, que l'on écrit à l'aide de deux symboles du système hexadécimal. Chacun de ces deux symboles représente quatre bits $(2^4 = 16)$. Les symboles utilisés sont les chiffres de 0 à 9, ainsi que les lettres A,B,C,D,E,F qui représentent les nombres de dix à quinze.

Exemples:

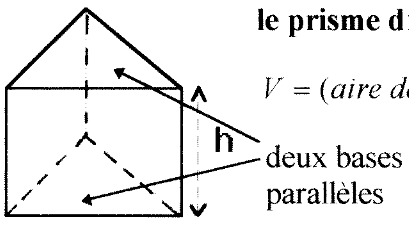
les mots	1001 1100	et	1110 0111
sont codés par	9 C	et	E 3

• Base d'exponentielle : si a est un réel strictement positif et différent de 1, la fonction $x \mapsto a^x$ est une bijection de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^{+*}$, appelée fonction exponentielle de base a. Cette fonction admet une fonction réciproque qui est le logarithme de base a, notée $\log_a$.

voir : Fonction, Logarithme.

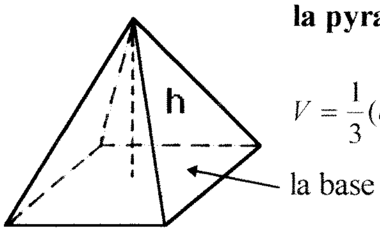
Remarque : si $a = e$, c'est le logarithme népérien noté ln (ou Log, notation obsolète) et si $a = 10$, c'est le logarithme décimal (noté log).Si b est un réel strictement positif et différent de 1 on a la relation :

$$\log_a(x) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(a)}$$



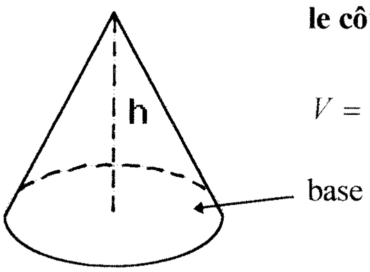
le prisme droit

$V = (aire\ de\ la\ base).h$



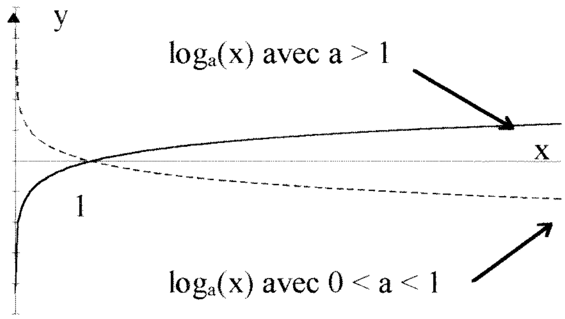
la pyramide

$V = \frac{1}{3}(aire\ de\ la\ base).h$



le cône

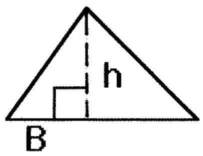
$V = \frac{1}{3}(aire\ de\ la\ base).h$



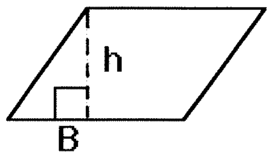
en particulier si $a = 10$ et $b = e$ on a :

$$\log x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

• En géométrie plane, on appelle base d'un triangle ou d'un parallélogramme un côté que l'on choisit arbitrairement. On considère à ce moment la hauteur **h** relative à cette base **B**, par exemple pour effectuer un calcul d'aire:

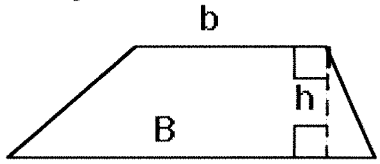


$A = \frac{1}{2} B \times h$



$A = B \times h$

Cependant, la base d'un triangle isocèle est le côté opposé à son sommet principal.
On appelle également grande base et petite base les deux côtés parallèles d'un trapèze suivant leur longueur. On obtient facilement la formule donnant l'aire **A** en fonction de ces bases et de la hauteur **h** du trapèze:



$$A = \frac{(B+b) \times h}{2}$$

• En géométrie dans l'espace, on appelle base certaines faces particulières des prismes droits, des cylindres de révolution et des cônes de révolution. Les formules donnant le volume de ces solides fait intervenir l'aire de la base **B** (voir ci-contre)

voir : Projection, Proportionnel.

CARACTERISTIQUE

PHYSIQUE

• **Caractéristique** d'un dipôle: c'est étudier la tension U, à laquelle est soumis un dipôle (résistor par exemple), en fonction de l'intensité qui le traverse.

voir : Linéaire.

MATHEMATIQUES

• **Equation caractéristique:**

Lors de la recherche des suites (u_n) vérifiant une relation de récurrence linéaire du type :

(R) $\quad u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$,

une méthode consiste à rechercher des solutions particulières sous la forme $u_n = r^n$, où r est solution de l'équation :

(1) $\quad r^2 = ar + b$,

puis de considérer l'ensemble des combinaisons linéaires de ces solutions particulières. On dit que l'équation (1) est l'équation **caractéristique** associée à l'équation de récurrence (R).

De même, lors de la recherche des solutions d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants, comme par exemple :

(E) $\quad y''(t) = ay'(t) + by(t)$,

une méthode consiste à rechercher des solutions particulières sous la forme $y = e^{rt}$, où r doit être solution de la même équation (1) que ci-dessus. On dit alors que (1) est l'équation **caractéristique** associée à l'équation différentielle (E).

• **Fonction caractéristique d'un ensemble:**

On appelle fonction caractéristique d'un sous-ensemble F de l'ensemble E la fonction χ de E dans $\{0,1\}$ valant 1 sur les éléments de F et 0 sur les éléments de $E \setminus F$.

Exemple: la fonction caractéristique de $\mathbb{Q}$ est la fonction χ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par:

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 \text{ si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 \text{ si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

Pour aller plus loin ...

La caractéristique d'un corps K est le plus petit entier p positif tel que :

$1_K + 1_K + \cdots + 1_K = p.1_K = 0_K$

(où 0_K - respectivement 1_K - désigne l'élément neutre - respectivement unité - de K). Si un tel entier n'existe pas, on convient que la caractéristique de K est 0 .

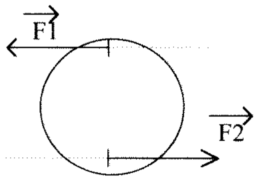
Exemples: $\mathbb{R}$ est de caractéristique 0 . Si p est premier, le corps $\mathbb{Z} / p\mathbb{Z}$ des entiers résiduels modulo p est de caractéristique p .
(Dans le cas d'un corps de caractéristique > 0 , on démontre que celle-ci est toujours un nombre premier).

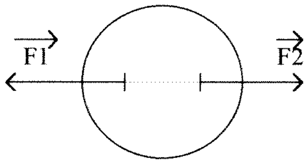
COLINEAIRE

PHYSIQUE
MECANIQUE (niveau 1 S)

- Du fait du sens mathématique ($\vec{V} = \text{k.}\ \vec{u}$), le terme « colinéaire » est parfois évité dans le langage des physiciens, quand il recouvre des situations différentes :

Exemple : le physicien ne dit pas que deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont colinéaires, car elles peuvent l'être dans deux situations physiquement différentes.



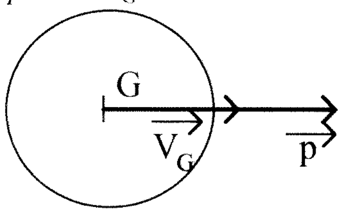


droites d'action parallèles : couple de forces effet de rotation

droites d'action confondues : équilibre du solide

- Le terme apparaît quand il n'y a pas d'ambiguïté.

Exemple : le vecteur quantité de mouvement $\vec{p} = \text{m}.\vec{V}_G$ est colinéaire au vecteur vitesse $\vec{V}_G$.



- Le problème vient du fait que certaines grandeurs physiques (les forces par exemple) sont représentées par des vecteurs liés à des points et ne sont donc pas des vecteurs au sens mathématique du terme.

voir : Couple, Rotation, Vecteur.

MATHEMATIQUES

- Dans un espace vectoriel, deux vecteurs $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si l'un est proportionnel à l'autre:

si $\vec{v} \neq \vec{0}$, il existe un réel λ tel que $\vec{u} = \lambda\,\vec{v}$.
(le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur).
Cette relation signifie que leurs coordonnées sont proportionnelles dans un repère donné.

Par conséquent, deux vecteur non nuls sont colinéaires si et seulement s'ils ont la même direction. Si de plus $\lambda > 0$, ils ont également le même sens.

- Dans le cas de deux vecteurs du plan,

$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, la colinéarité se traduit par:

$$\det\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = 0$$

d'où $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - yx' = 0$

- Dans le cas de deux vecteurs de l'espace,

$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$, la colinéarité se traduit par la nullité des trois déterminants:

$$\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & x' \\ z & z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & y' \\ z & z' \end{vmatrix} = 0$$

voir : Base, Vecteur.

COMPLEXE

PHYSIQUE

OPTIQUE (niveau T S)

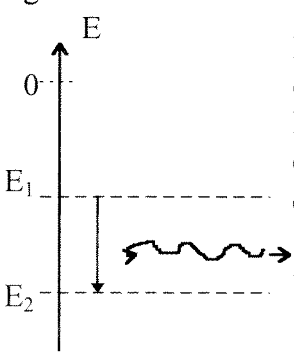
• Lumière complexe: une radiation lumineuse est caractérisée par sa longueur d'onde λ ou sa fréquence ν :

$\lambda = \dfrac{c}{\nu}$, où c est la vitesse de la lumière.

Une lumière peut être **monochromatique** (une seule longueur d'onde) ou **polychromatique** (superposition de plusieurs longueurs d'ondes) auquel cas on dira qu'elle est complexe.

Ainsi, la réfraction de la lumière solaire ou lumière blanche par un prisme nous montre un spectre visible constitué d'une succession continue de couleurs allant du violet ($\lambda = 400$nm) au rouge ($\lambda = 750$nm).

Des noyaux, des atomes ou des molécules, en se désexcitant c'est à dire en passant d'un niveau d'énergie à un niveau d'énergie inférieur (comme par exemple les atomes de néon dans un tube à décharge) émettent des radiations dont le spectre (qui peut se trouver en dehors du visible) est constitué de raies et de bandes caractéristiques de l'élément dont il constitue en quelque sorte la signature.



La désexcitation entre deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 se fait par émission d'un photon d'énergie h.ν tel que:
$h\nu = \Delta E = E_1 - E_2$
ν = fréquence du photon

h est la constante de Planck : $h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s.

voir : Dimension.

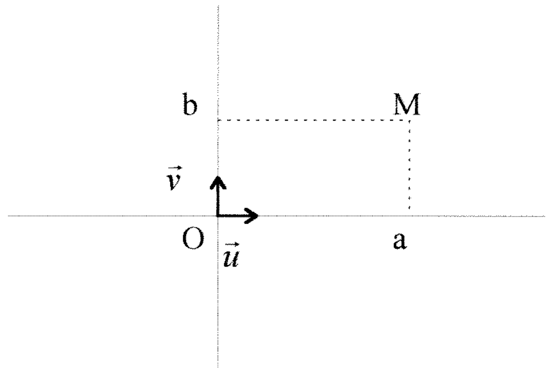
• La spectroscopie s'applique à de nombreux domaines de la physique et de la chimie: détection des fraudes (en oenologie: présence de sucre), identification de matière prébiotique dans l'espace interstellaire etc.

MATHEMATIQUES

• L'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solution dans ℝ. On appelle i le nombre imaginaire vérifiant $i^2 = -1$ et l'ensemble ℂ des nombres complexes est l'ensemble des nombres qui se mettent sous la forme $a + ib$ où a et b sont deux nombres réels et i le nombre imaginaire défini ci dessus.
Si $z = a + ib$, a est la partie réelle du nombre complexe z et b sa partie imaginaire.
On appelle cette écriture **« forme algébrique ou cartésienne** du nombre complexe z ».
ℂ muni de l'addition et de la multiplication est un corps.

voir : Algébrique, Corps.

• **Représentation géométrique** des nombres complexes: $(O;\vec{u};\vec{v})$ étant un repère orthonormé, le nombre complexe $z = a + ib$ a pour image le point M de coordonnées $(a;b)$. On dit que M a pour affixe z.



On appelle alors **module** (voir ce mot) de z la distance de M à O et **argument** de z l'angle orienté $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OM}\right)$, exprimé en radian.

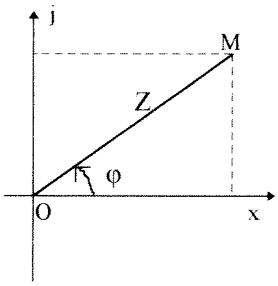
Si on pose $OM = \rho$ et $\left(\vec{u}, \overrightarrow{OM}\right) = \theta$, on trouve alors que $z = \rho(\cos\theta + i\sin\theta)$ que l'on appelle aussi « **forme trigonométrique** » du nombre complexe z.

voir : Module, Repère.

PHYSIQUE APPLIQUÉE.

- Dans l'étude du courant sinusoïdal, on peut représenter les variations de l'intensité instantanée $i(t) = I_{max}\cos(\omega t - \varphi)$ ou de la tension instantanée $u(t) = U_{max}\cos\omega t$ par des vecteurs tournants, appelés vecteurs de Fresnel, mais aussi par des nombres complexes :

l'intensité se représentera par $\underline{I} = [\ I, -\varphi\ ]$
où I est le module de l'intensité (valeur efficace définie par : $I_{eff} = \dfrac{I_{max}}{\sqrt{2}}$) et $-\varphi$, l'argument (angle par rapport à l'axe horizontal).
De même la tension sera $\underline{U} = [\ U, 0\ ]$.
Il est alors facile de définir l'impédance complexe $\underline{Z} = \underline{U} / \underline{I}$, qui pourra donc écrire :
$\underline{Z} = [\ Z, \varphi\ ]$ avec $Z = U / I$ et l'argument qui est la différence des arguments : $0 - (-\varphi) = \varphi$
On peut donc représenter U, I ou Z dans un repère complexe :



l'axe vertical est l'axe complexe noté j en physique (et non i pour ne pas confondre avec i, l'intensité instantanée). OM = Z, c'est le module .
voir : Module, Vecteur.

CHIMIE
- On appelle ion complexe un ion qui se trouve entouré de molécules simples.

Exemple : l'ion diamine argent $[Ag(NH_3)_2]^+$

Quand la molécule simple est de l'eau, les ions sont dits « hydratés » ;
exemples :
- l'ion complexe le plus simple est l'ion hydronium H_3O^+ (ion H^+, entouré d'une molécule d'eau)
- l'ion complexe cuivre $[Cu(H_2O)_6]^{2+}$: sa couleur est bleue alors que l'ion anhydre Cu^{2+} est blanc.

- **Notation d'Euler**: Avec les mêmes conventions que ci dessus, on note: $z = \rho e^{i\theta}$.
- **Notation de Moivre**: $z = [\rho; \theta]$

COMPOSE(E), COMPOSITION

PHYSIQUE

• La notion de mouvement (ou de repos) d'un système est relative, il faut toujours préciser le mouvement par rapport à tel ou tel référentiel.

Par hypothèse, on choisira un référentiel donné (R) comme référentiel considéré comme fixe (ou absolu) pour les mouvements que l'on étudie. En général (R) sera, du point de vue de la mécanique, galiléen. Tout autre référentiel (R') en mouvement par rapport au référentiel absolu (R) sera dit référentiel relatif, ou mobile. Il sera en général non galiléen.

Connaissant la position $\vec{r}'(M)$, la vitesse $\vec{v}'(M)$, l'accélération $\vec{a}'(M)$ d'un point M dans (R') et le mouvement de (R') par rapport à (R), quelles sont la position $\vec{r}(M)$, la vitesse $\vec{v}(M)$ et l'accélération $\vec{a}(M)$ dans le référentiel (R) ? Les formules qui permettent le passage d'un référentiel à l'autre sont connues comme étant celles de la composition, (des positions), des vitesses et des accélérations.

• Du point de vue mathématique, si O et O' sont respectivement les origines de (R) et (R') et $\vec{\omega}$ le vecteur rotation instantanée de (R') par rapport à (R), on a les relations bien connues :

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}' + \overrightarrow{OO'} \\ \vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e \\ \vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c \end{cases}$$

où $\vec{v}_a = \vec{v}(M) = \left(\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right)_R$ est la vitesse absolue (celle dans R)

$\vec{v}_e = \dfrac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \omega \times \vec{r}'$ est la vitesse d'entraînement

$\vec{v}_r = \vec{v}'(M) = \left(\dfrac{d\vec{r}'}{dt}\right)_{R'}$ est la vitesse relative (celle dans R')

$\vec{a}_a = \left(\dfrac{d\vec{v}_a}{dt}\right)_R = \vec{a}(M)$ est l'accélération absolue

MATHEMATIQUES

• La composée de deux transformations géométriques est la transformation obtenue par application successive des deux transformations.

Exemples : la transformation composée de la translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$ est la translation de vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

La transformation composée de deux rotations planes de même centre est une rotation de même centre dont l'angle est égal à la somme des angles.

La transformation composée de deux homothéties de même centre est l'homothétie de même centre et de rapport le produit des rapports.

Remarque : En général la composée de deux transformations géométriques n'est pas commutative (l'ordre de composition n'est pas indifférent).

Exemple: La similitude $s_1 = h \circ r$ composée de la rotation r et de l'homothétie h n'est égale à la similitude $s_2 = r \circ h$ que si r et h ont même centre.

voir: Déplacement, Rotation, Translation.

• La composée de deux fonctions numériques f et g est la fonction notée $g \circ f$ de IR vers IR et définie par : $x \mapsto g \circ f(x) = g(f(x))$.

Exemple: $f(x) = \dfrac{1}{x}$ *et* $g(x) = 1 + x$

alors: $(g \circ f)(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$ *et* $(f \circ g)(x) = \dfrac{1}{1+x}$

Remarque: En général les composées $f \circ g$ et $g \circ f$ sont différentes. La loi de composition des fonctions n'est pas commutative.

• En arithmétique un nombre *composé* est un nombre qui n'est pas premier. Ce nombre peut alors être décomposé en produit de facteurs premiers.

voir : Décomposition.

$\vec{a}_r = \vec{a}'(M) = \left(\frac{d\vec{v}'}{dt}\right)_{R'}$ est l'accélération relative

$\vec{a}_e = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$ est l'accélération d'entraînement

$\vec{a}_c = 2\,\vec{\omega} \times \vec{v}_r$ est l'accélération complémentaire (ou de Coriolis).

Ces formules permettent de réécrire le principe fondamental de la dynamique dans (R) galiléen

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

de manière équivalente dans (R') non galiléen

$$m \cdot \vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{ie} + \vec{F}_{ic}$$

où la force d'inertie d'entraînement

$$\vec{F}_{ie} = -\,m \cdot \vec{a}_e$$

et la force d'inertie de Coriolis

$$\vec{F}_{ic} = -\,m \cdot \vec{a}_c$$

apparaissent alors comme des forces dues au caractère non galiléen de (R') qu'il faut ajouter à la " force agissante " $\vec{F}$.

voir : Déplacement, Rotation, Translation, Vitesse.

CHIMIE

- en chimie, on parle de corps pur composé.

voir : Corps.

CONSTANTE

PHYSIQUE

Les constantes sont toutes dimensionnées et dépendent du système choisi.

On distingue les constantes physiques, telles que les températures de changement d'état d'un corps pur ou la célérité de la lumière, et d'autres, qui sont simplement des coefficients de proportionnalité dans une formule comme, par exemple, G la constante universelle de la gravitation ou R, constante des gaz parfaits.

voir : Dimension, Equation, Formule, Masse.

MATHEMATIQUES

- **Constante d'intégration:**

La primitive d'une fonction continue sur un intervalle est définie à une constante (additive) près, appelée constante d'intégration:

$$\int f(x)\,dx = F(x) + Cste$$

Dans la résolution d'équations différentielles, les solutions sont exprimées à l'aide d'une ou plusieurs constantes arbitraires appelées aussi constantes d'intégration.

Exemple:

Les solutions de $y''+\omega^2 y = 0$ s'expriment, à l'aide des deux constantes d'intégration A et φ, par $y = A\cos(\omega x + \varphi)$.

- **Méthode de la variation de la constante:**

On appelle ainsi la méthode consistant à rechercher une solution particulière d'une équation différentielle en effectuant un changement de fonction inconnue. La nouvelle fonction inconnue est en fait une constante d'intégration apparaissant dans la résolution d'une équation différentielle associée.

Exemple:

Pour résoudre $y'-2y = f(x)$ on peut résoudre l'équation homogène associée $y'-2y = 0$ qui donne $y = C.e^{2x}$ puis chercher une solution particulière en faisant varier la constante C, c'est-à-dire en posant $y(x) = z(x).e^{2x}$. On trouve alors que l'équation donnée se ramène à $z'(x).e^{2x} = f(x)$ qui se résout par primitivation.

Si la résolution de l'équation associée fait apparaître plusieurs constantes d'intégration, on peut de même les faire varier toutes simultanément en rajoutant des conditions aidant à la résolution.

Exemple:

l'équation $y''+4y = f(x)$ peut se résoudre en résolvant l'équation homogène $y''+4y = 0$, en $y = \lambda\sin 2x + \mu\cos 2x$, puis en cherchant des fonctions λ et μ vérifiant de plus

$\lambda''\sin 2x + \mu'\cos 2x = 0$, d'où, en reportant dans l'équation le système:

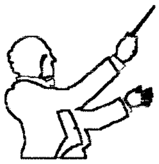
$$\begin{cases} -2\lambda'\sin 2x + 2\mu'\cos 2x & = f(x) \\ \lambda'\cos 2x + \mu'\sin 2x & = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda'(x) = -\dfrac{1}{2} f(x).\sin 2x \\ \mu'(x) = \dfrac{1}{2} f(x).\cos 2x \end{cases},$$

qui se résout par simple quadrature, c'est à dire par simple intégration.

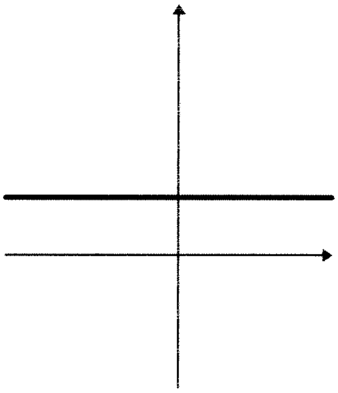
voir : Paramètre.

CONTINU



En physique
(électricité)

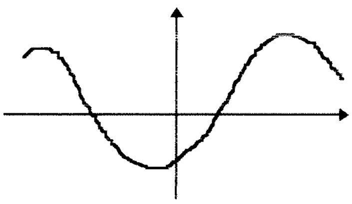
Représentation graphique d'un courant **continu**



En mathématiques
(analyse)

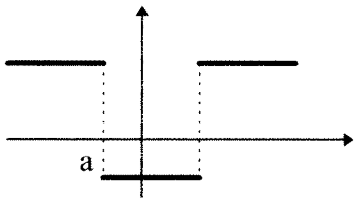
Représentation graphique d'une fonction **constante**

Représentation graphique d'un courant **non continu**



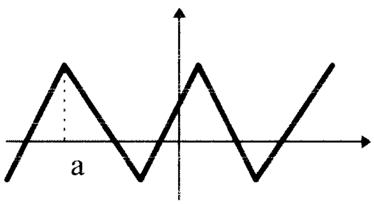
Représentation graphique d'une fonction **continue et dérivable**

Représentation graphique d'un courant **non continu.**



Représentation d'une **fonction non continue en a et non dérivable en a**

Représentation graphique d'un courant **non continu**



Représentation graphique d'une fonction **continue, non dérivable en a**

En physique le mot **continu** est donc synonyme de **constant**: l'intensité du courant est constante.	En mathématiques on peut dessiner la représentation graphique d'une **fonction continue sur un intervalle sans lever le crayon.**

	Définition : f étant une fonction définie au voisinage de a, si la limite de f en a est $f(a)$ alors f est continue en a **Théorème**: Si une fonction est dérivable sur un intervalle, elle est continue sur cet intervalle. (La réciproque est fausse, voir exemple 4).

en physique	en mathématiques

❑**Où** rencontre-t-on le mot **continu?**

en électricité	en optique	en analyse	en probabilité-statisitiques
moteur à courant continu régime continu générateur à courant continu	spectre continu (de la lumière blanche) les couleurs vont graduellement du rouge au violet)	fonction continue	caractère quantitatif à valeurs continues. variable aléatoire continues.

❑**Contraire** du mot **continu**

variable	spectre non continu ou discret	non continue	discret ou à valeurs entières

❑ **Quand** l'élève rencontre-t-il le mot **continu?**

en seconde	en seconde et en terminale	en terminale	en seconde

voir : Dérivée, Fonction.

CONVERGENTE, DIVERGENTE

PHYSIQUE
OPTIQUE (spécialité TS)

- Lentille convergente ou divergente.

voir : Image.

MATHEMATIQUES

- Une suite est dite **convergente** si elle admet une limite finie, et **divergente** dans le cas contraire. On note:
$u_n \to l$ ou $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = l$.

Exemples:

1) Les suites réelles $u_n = \frac{1}{n}$, $v_n = \frac{1}{2^n}$ sont convergentes de limite 0 . Plus généralement, l est la limite de la suite (réelle ou complexe) u_n si et seulement s'il existe une suite v_n de limite nulle telle que $|u_n - l| \leq v_n$.
2) Les suites réelles $u_n = (-1)^n$, $v_n = n$ sont des suites divergentes, car u_n n' a pas de limite et v_n a une limite infinie.

voir : Série.

CORPS

PHYSIQUE
CHIMIE (niveau seconde)

- Un corps pur est caractérisé par des constantes physiques, comme les températures de changement d'état.

Exemple : l'eau pure bout à 100 °C à la pression atmosphérique normale (101300 Pa).

voir : Constante, Elément.

- Un corps pur simple est formé d'un seul élément chimique.

Exemples : le carbone C
le dioxygène O_2, l'ozone O_3

- Un corps pur composé est formé d'au moins deux éléments chimiques différents.

Exemple : l'eau H_2O .

MATHEMATIQUES

- Un corps K est un ensemble muni de deux lois de composition interne, appelées addition et multiplication, notées usuellement $+$ et $\times$, qui vérifient les propriétés suivantes:

♦ K est un groupe commutatif pour l'addition, c'est à dire que:

* L'addition est commutative: $a+b=b+a$

* L'addition est associative:

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

* Il existe un élément neutre dans K, noté 0:

$$0+a=a+0=a$$

* Pour tout élément x de K, il existe un élément x' (appelé opposé de x, noté $-x$), tel que:

$$x+x'=x'+x=0$$

♦ K\{0} muni de la multiplication est un groupe commutatif d'élément neutre 1, et dont l'inverse d'un élément x est noté $\frac{1}{x}$.

* De plus, la multiplication est distributive par rapport à l'addition:

$$a\times(b+c)=a\times c+b\times c$$

Exemples de corps:
$\mathbb{R}$, l'ensemble des réels.
$\mathbb{Q}$, l'ensemble des nombres rationnels.
$\mathbb{C}$, l'ensemble des nombres complexes.

Contre exemple:
$\mathbb{D}$, l'ensemble des nombres décimaux (car $\frac{1}{3}$ n' appartient pas à $\mathbb{D}$).

Pour aller plus loin: l'ensemble des matrices carrées d'ordre n n'est pas un corps (il existe des matrices non inversibles).

voir : Caractéristique, Neutre, Produit.

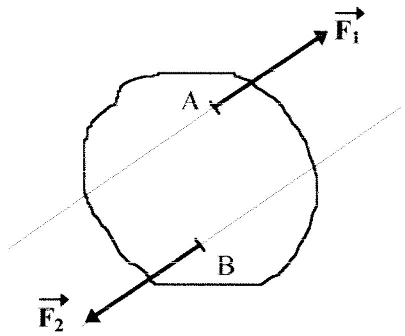
COUPLE

PHYSIQUE

MECANIQUE (niveau 1°S)

- Dans l'étude d'un solide mobile autour d'un axe fixe, on appelle **couple de forces** l'ensemble de 2 forces (ou plus):
  - de somme vectorielle nulle
  - de supports différents

exemple:



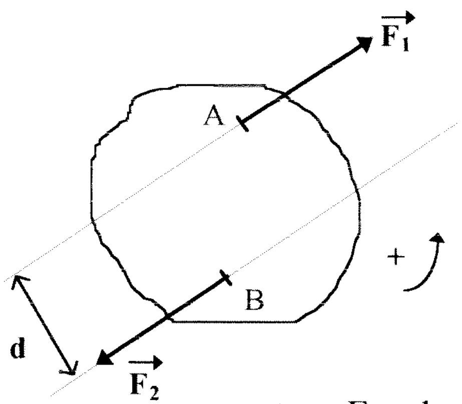
(dans le cas d'un couple de 2 forces, les droites d'action de ces 2 forces sont parallèles)

On appelle **moment $\mathcal{M}$ du couple** $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right)$, le produit : $\mathcal{M} = \pm F \times d$

où $F = F_1 = F_2$ et d est la distance entre les droites d'action.

C'est un nombre algébrique (voir ce mot) , dont le signe dépend du sens positif choisi et du sens de rotation du solide soumis à ce couple.

Exemple :

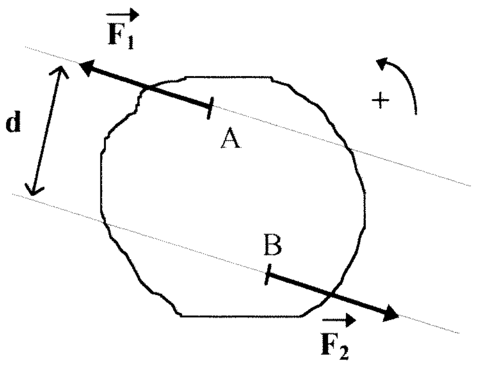


$\mathcal{M} = -F \times d$

MATHEMATIQUES

- Couple : élément d'un produit cartésien

voir : Produit.



$$\mathcal{M} = +F \times d$$

voir : Algébrique, Colinéaire, Déplacement, Rotation, Vecteur.

CHIMIE (niveau 1°S)

• Un **couple oxydant/réducteur** est constitué par 2 espèces chimiques liées par une demi - équation électronique :

$$Ox + n\,e^- \rightleftarrows Red$$

oxydant réducteur

ex: $Cl_2 + 2\ e^- \rightleftarrows 2\ Cl^-$

CHIMIE (niveau TS)

• Un **couple acide/base** est défini par une demi-équation :

$$AH + H_2O \rightleftarrows A^- + H_3O^+$$

acide base conjuguée

le couple acido-basique est noté : AH/A^-

DECOMPOSER, DECOMPOSITION

PHYSIQUE

• Décomposer un vecteur suivant deux ou plusieurs axes distincts, c'est le projeter sur ces axes. La tendance actuelle en physique est de parler de projection plutôt que de décomposition.

voir : Algébrique, Projection, Vecteur.

MATHEMATIQUES

• Décomposer un vecteur suivant une base $(\vec{i},\vec{j})$ du plan, c'est écrire ce vecteur comme une combinaison linéaire des vecteurs de cette base : $\vec{u}=\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}$. Ces coefficients α et β sont appelés composantes du vecteur dans cette base.
Le terme de composante a disparu de l'enseignement secondaire en mathématiques. Actuellement on cherche les coordonnées d'un vecteur dans une base. Auparavant, le terme coordonnées ne s'employait que pour les points.

voir : Base, Dimension, Projection, Vecteur.

• Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers, c'est rechercher tous ses diviseurs premiers avec leur ordre de multiplicité. On obtient ainsi sa décomposition en facteurs premiers:

Exemple: $600=2^3\times 3\times 5^2$

voir : Composé

• De façon simplifiée et incomplète, la décomposition des fractions rationnelles en éléments simples permet d'écrire les fractions rationnelles sous une forme différente qui facilite par exemple la recherche de primitives de fonctions, ou la mise en évidence de propriétés graphiques d'une fonction. La décomposition en éléments simples est différente suivant que l'on travaille sur $\mathbb{R}$ ou sur $\mathbb{C}$.

Exemples:

* La décomposition en éléments simples de la fraction rationnelle $f(x)=\dfrac{2x^2-11x+17}{x-4}$ est $f(x)=2x+3+\dfrac{5}{x-4}$. On remarque alors que la représentation graphique de f admet une asymptote oblique d'équation $y=2x+3$ et sa position par rapport à l'asymptote est donnée par le signe de $\dfrac{5}{x-4}$.

* La décomposition en éléments simples de la fraction $f(x)=\dfrac{1}{(x+3)^2(x^2+x+1)}$ est:

$$f(x)=\frac{5}{49(x+3)}+\frac{1}{7(x+3)^2}+\frac{-5x+3}{49(x^2+x+1)}$$

d'où le calcul d'une primitive de f...

DEPLACEMENT

PHYSIQUE

- En physique, on parle de mouvements d'un solide et non pas de déplacements.

voir : Rotation, Translation.

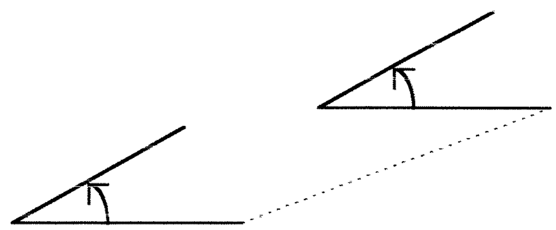
MATHEMATIQUES

- Un déplacement est une transformation du plan qui conserve les longueurs et les angles orientés. C'est une **isométrie positive**.

L'identité, la rotation (voir ces mots) plane et la translation sont **les déplacements du plan**.

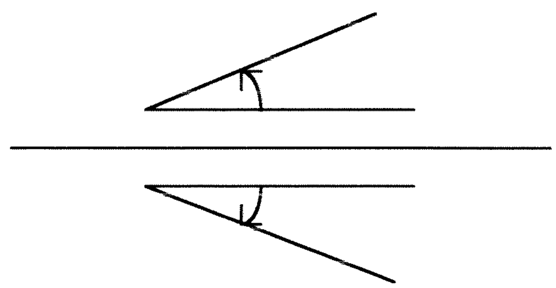
voir : Identité, Rotation, Translation.

Exemple de translation :



Dans l'espace les déplacements sont: l'identité, la rotation, la translation et le vissage.

Exemple d'antidéplacements
Dans le plan une symétrie axiale (dans le plan) est une isométrie négative:



Pour aller plus loin : dans l'espace, les déplacements conservent l'orientation.

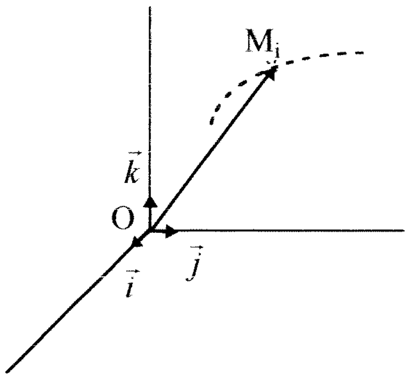
Exemple : un vissage, une rotation autour d'un axe sont des déplacements et une symétrie plane est un anti-déplacement.

DERIVATION, DERIVEE

PHYSIQUE
MECANIQUE

Le vecteur vitesse $\vec{v}_{Mi}$ d'un point mobile M à la date t_i est obtenu par **dérivation** par rapport au temps du vecteur position $\vec{OM}$ à la date t_i.

Dans un repère cartésien $\mathcal{R}\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$,supposé fixe:



$$\vec{OM}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \longrightarrow \vec{v}_M\begin{pmatrix}v_x\\v_y\\v_z\end{pmatrix} = \vec{v}_M\begin{pmatrix}\frac{dx}{dt}\\ \frac{dy}{dt}\\ \frac{dz}{dt}\end{pmatrix}$$

- **1° remarque** :
  en Physique, on précise la variable de dérivation ,comme on précise la variable d'intégration (alors qu'en Mathématiques, la variable de dérivation est implicite) : en Physique, on se souvient que la dérivée est obtenue par passage à la limite :quand $\Delta t \to 0$ ou quand $\Delta x \to 0$...
  De plus, il faut préciser la variable de dérivation : on peut en effet dériver par rapport au temps ou par rapport à une coordonnée.

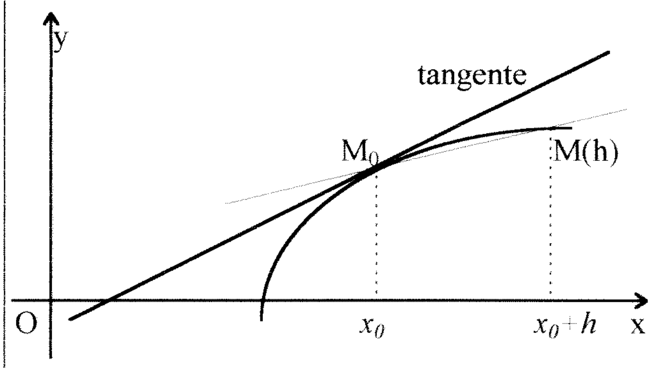
exemple : dans un repère $\mathcal{R}\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ l'équation cartésienne de la trajectoire d'un mobile lancé en O avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, dans un champ de pesanteur uniforme :

MATHEMATIQUES

- La dérivée en x_0 d'une fonction numérique est la limite, si elle existe, du taux d'accroissement $\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ en ce point quand la différence $h=x-x_0$ tend vers 0. Ce nombre est appelé nombre dérivé de *f* en x_0, et est noté $f'(x_0)$.

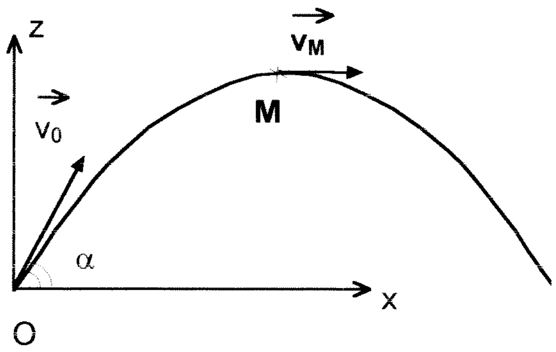
La fonction dérivée est la fonction numérique qui à tout *x* associe le nombre $f'(x)$. On note f' la fonction dérivée : $f': x \mapsto f'(x)$ (voir : dérivées des fonctions usuelles).

- Considérons une fonction dérivable en un point x_0. Le coefficient directeur de la sécante $M_0M(h)$ est le nombre $T(h)=\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ (voir dessin ci-dessous).



Si h tend vers 0, cette sécante admet une position limite qui est la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse x_0. Le nombre dérivé en x_0 est donc le coefficient directeur de cette tangente.

- L'étude du signe de la fonction dérivée permet de déterminer les sens de variation d'une fonction: si la fonction dérivée est positive sur un intervalle, la fonction est croissante sur cet intervalle.
- Une fonction dérivable en un point est continue en ce point, la réciproque étant fausse.
- On définit la dérivée seconde f'' comme étant la fonction dérivée de f'. L'étude de son signe permet de déterminer le sens de la concavité de *f*.



est : $z = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + x \cdot \tan\alpha$

en effet, par double intégration de l'accélération $\vec{a} = \vec{g}$:

$$\vec{a} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} \qquad \vec{v} \begin{pmatrix} v_0 \cdot \cos\alpha \\ 0 \\ -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} \begin{pmatrix} x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y = 0 \\ z = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t \end{pmatrix}$$

pour déterminer l'altitude z_M au sommet de la parabole (ou flèche), on peut écrire, qu'en M , $\frac{dz}{dx} = 0$ soit,

$$-g \cdot \frac{x}{v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} + \tan\alpha = 0$$

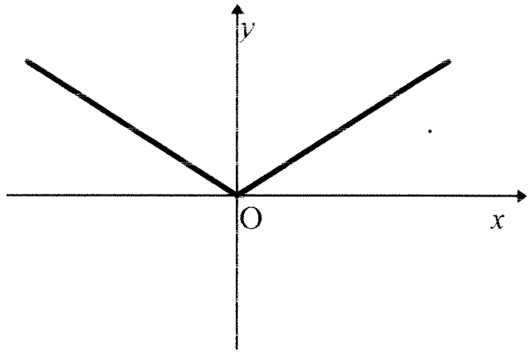
$$x_M = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2g}$$

$$z_M = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$$

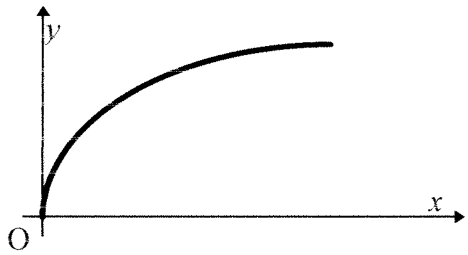
ou qu'en M le vecteur vitesse $\vec{v}_M$, tangent à la trajectoire, est horizontal :

On définit alors la dérivée n-ième de *f* en dérivant n fois la fonction *f* (n étant un entier naturel).

Exemple 1: la fonction valeur absolue est continue mais non dérivable à l'origine (voir ci dessous). Elle n'est pas dérivable car ses dérivées à droite et à gauche en 0 sont distinctes.



Exemple 2: la fonction racine carrée est continue mais non dérivable à l'origine car sa représentation graphique y admet une tangente verticale.



voir: Continu

Usuellement, effectuer une dérivation, c'est calculer la dérivée d'une fonction.

d'où $\dfrac{dz}{dt} = 0$

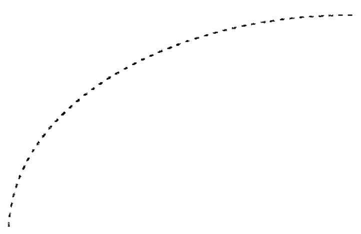
$$\vec{v}_M \begin{pmatrix} v_M \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{v}_M \begin{pmatrix} v_0 \cdot \cos\alpha \\ 0 \\ -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix} \text{ soit}$$

$$t = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g}$$

$$z_M = \frac{{v_0}^2 \cdot \sin^2\alpha}{2g}$$

voir : Vecteur (champ)

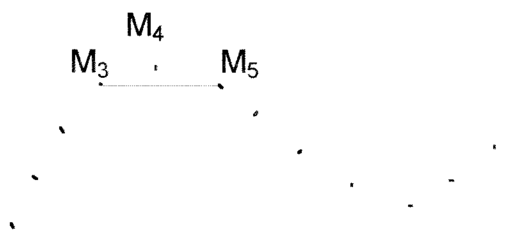
- **2° remarque :**
  du fait de la pratique expérimentale (enregistrement par étincelles à intervalles de temps réguliers des déplacements d'un mobile sur coussin d'air),



on définit, en 1°S, **la vitesse instantanée** au point M_i comme la vitesse moyenne sur un petit intervalle **autour** du point M_i.

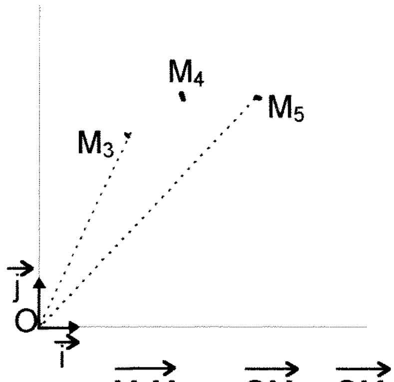
voir : Vitesse.

exemple :



$$v_{M4} = \frac{M_3M_5}{t_5 - t_3} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{v_{M4}} = \frac{\overrightarrow{M_3M_5}}{t_5 - t_3}$$

en TS, on utilise la notion de dérivée, en cherchant pour la vitesse instantanée, la limite de la vitesse moyenne lorsque l'intervalle de temps tend vers zéro.



$$\overrightarrow{v_{M4}} = \frac{\overrightarrow{M_3M_5}}{t_5-t_3} = \frac{\overrightarrow{OM_5} - \overrightarrow{OM_3}}{t_5-t_3}$$

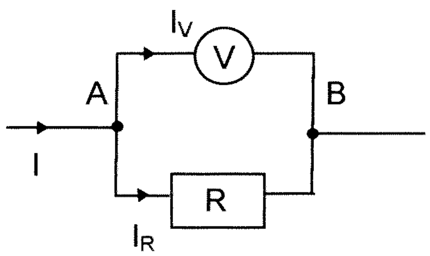
passage à la limite
$\Delta t \rightarrow 0$

$$\overrightarrow{v_{M4}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{OM_5} - \overrightarrow{OM_3}}{t_5-t_3} = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}$$

ELECTRICITE (niveau 2 de).

On parle de montage en **dérivation** ou en parallèle, par opposition au montage en série.

voir : Parallèle, Série.



Le voltmètre et le conducteur ohmique sont montés en dérivation entre A et B.

I est le courant principal.
I_V et I_R sont les courants **dérivés.**
Remarque : pour un bon voltmètre, I_V est faible et : $I = I_R + I_V \approx I_R$

- Grandeur dérivée :

voir : Dimension

DIMENSION

PHYSIQUE

- Le système international d'unités (S.I.), le seul valable en France, est basé sur sept unités fondamentales :

- l'unité de longueur, le mètre (m)
- l'unité de masse, le kilogramme (kg)
- l'unité de temps, la seconde (s)
- l'unité d'intensité du courant électrique, l'ampère (A)
- l'unité de température, le Kelvin (K)
- l'unité de quantité de matière , la mole (mol)
- l'unité d'intensité lumineuse , le candela (cd)

Ces unités physiques sont complétées par des unités mathématiques, qui sont :

- l'unité d'angle, le radian (rad)
- l'unité d'angle solide, le stéradian (sr)

Les autres unités sont des unités dérivées. Elles peuvent avoir reçu un nom spécial ou pas.

- Exprimer la relation existant entre une grandeur dérivée et les grandeurs fondamentales revient à expliciter ce qu'on appelle la **dimension** de cette grandeur.

Par exemple, l'unité de force, le newton (N), a la dimension $[L].[M].[T]^{-2}$, tandis que l'accélération, s'exprimant en mètre par seconde carrée ($m.s^{-2}$), a la dimension $[L].[T]^{-2}$, car $F = m.a_G$.

- Une constante peut avoir une dimension physique. Ainsi, quand on écrit la force de Coulomb s'exerçant sur deux charges ponctuelles q_1 et q_2 distantes de r :

$$F = K.\frac{q_1.q_2}{r^2},$$

la constante de proportionnalité K fait en sorte que les deux membres aient la même dimension.

$$K = 9.10^9\ N.m^2.C^{-2}$$
de dimension $[L]^3.[M].[T]^{-4}.[I]^{-2}$

voir : Constante, Unité.

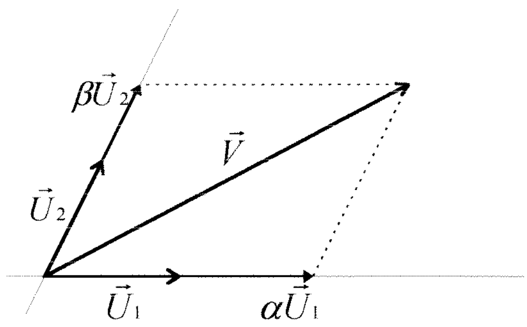
MATHEMATIQUES

- **Dimension d'un espace vectoriel:**

Dans un espace vectoriel, toutes les bases ont le même nombre de vecteurs. Ce nombre *commun* est appelé **dimension** de l'espace vectoriel. C'est aussi le nombre de composantes nécessaires pour représenter un vecteur.

voir : Base, Colinéaire, Projection, Vecteur.

Exemple: Dans l'ensemble des vecteurs du plan, une base constituée de deux vecteurs non colinéaires suffit à représenter tous les vecteurs. En effet, tout vecteur $\vec{V}$ se décompose dans une base $(\vec{U}_1,\vec{U}_2)$, de manière unique en $\vec{V} = \alpha\vec{U}_1 + \beta\vec{U}_2$, où $\alpha\vec{U}_1$ et $\beta\vec{U}_2$ sont respectivement les deux projections de $\vec{V}$ sur les droites dirigées par $\vec{U}_1$ et $\vec{U}_2$.

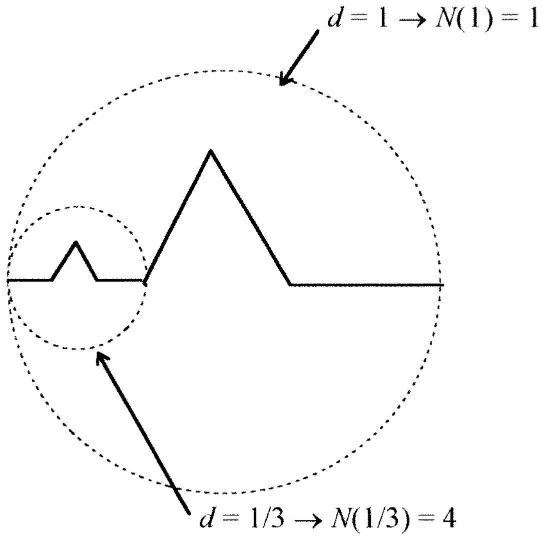


Les deux projections de $\vec{V}$ sont $\alpha\vec{U}_1$ et $\beta\vec{U}_2$.

- **Dimension d'une courbe fractale plane bornée:**

Pour tout réel $d>0$, appelons $N(d)$ le nombre minimal de disques de diamètre d nécessaires pour recouvrir toute la courbe. On appelle **dimension** de la courbe la borne inférieure des $\alpha>0$ tels que $N(d)\times d^{\alpha}$ reste fini quand $d \to 0$.
On montre que cette dimension est un réel compris entre *1* et *2* .

Exemple: pour le flocon de Von Koch la dimension fractale est $\alpha = \dfrac{\ln 4}{\ln 3}$.



ELEMENT

PHYSIQUE

- En **Chimie**, un élément est ce qui est commun à un corps simple et à ses composés.

Exemple: SO_2, H_2SO_4, SO_4^{2-} ont en commun l'élément soufre S et l'élément oxygène O.

voir : Corps.

MATHEMATIQUES

- En **théorie des ensembles**, un élément d'un ensemble est un objet appartenant à cet ensemble. La relation d'appartenance se note $x \in E$.

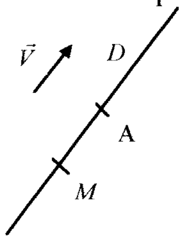
- En théorie *naïve* des ensembles, un ensemble est défini par les objets qui lui appartiennent, soit par leur énumération exhaustive (définition en extension), soit par l'énoncé d'une propriété commune à tous (définition en compréhension).

Exemples:

$E = \{a, b, \cdots, y, z\}$ est défini en extension;

$E = \{\text{lettres minuscules de l'alphabet}\}$ est défini en compréhension.

Une droite D est un ensemble (de points) défini le plus souvent en compréhension:



$$D = \{ M / \overrightarrow{AM}, k\vec{V} \in \mathbb{R} \}$$

- En théorie *axiomatique* des ensembles, on ne distingue plus véritablement entre *éléments* et *ensembles*: les deux sont objets d'un même *Univers* sur lequel est définie une relation binaire $\in$, dite relation d'appartenance. Toutefois, « $x \in y$ » se lit encore « x appartient à y » ou « x est élément de y ».

EQUATION

PHYSIQUE

MECANIQUE

- **Equation horaire d'un mouvement.**

Elle permet de savoir où se trouve le mobile à un instant donné.
Exemple : mouvement circulaire uniforme

$$\begin{cases} x(t) = R\cos\omega t \\ y(t) = R\sin\omega t \end{cases}$$

- **Equation de la trajectoire d'un mobile.**

C'est le lieu des points occupés par le mobile au cours du temps.
Exemple :
$x^2 + y^2 = R^2$

- **Equation d'état des gaz parfaits** (faisait partie du programme de 1ère).

Il s'agit d'une relation qui lie la pression P d'un gaz parfait à son volume V, sa température T, ainsi qu'à son nombre de moles n :

$$P.V = n\,R.T$$

R est une constante R = 8,31 $J.mol^{-1}.K^{-1}$

voir : Constante, Dimension, Paramètre, Unité.

CHIMIE

- **Equation - bilan (niveau seconde).**

L'équation - bilan d'une réaction chimique traduit des relations de proportionnalité entre les quantités de matière des différents corps purs intervenant dans la réaction.

Exemple :

$4\,NH_3$ +	$5\,O_2$ →	$4\,NO$ +	$6\,H_2O$
4 mol	5 mol	4 mol	6 mol

voir : Constante, Formule.

Les coefficients de l'équation sont dits **stoechiométriques.**

Remarque : En fait, excepté les cas cités précédemment, on utilise plutôt le mot « formule » que le mot « équation ».

MATHEMATIQUES

- **En algèbre et en analyse.**

Une équation est un problème se traduisant par une égalité conditionnelle de deux quantités qui dépendent de certaines variables ou inconnues.
Exemples:
Equation du premier degré à une inconnue.

$$7x - 3 + \sqrt{3} = 1 - x$$

Equation du troisième degré à une inconnue

$$x^3 + 3x - 7 = 0$$

Résoudre une telle équation c'est rechercher s'il y a des solutions et les déterminer toutes.

voir : Equivalence, Solution, Système.

- **En géométrie.**

L'équation d'une courbe plane est la condition nécessaire et suffisante portant sur les coordonnées d'un point pour qu'il soit sur la courbe.
Un objet géométrique peut être caractérisé par une relation algébrique (équation cartésienne) ou par des équations paramétriques.

Equation d'un cercle : lieu des points situés à une distance donnée d'un point fixe.
Exemple :
$x^2 + (y-2)^2 = 5$ est l'équation du cercle de centre O (0 ; 2) et de rayon $\sqrt{5}$.

L'équation paramétrique d'une courbe permet de repérer un point sur une courbe pour une valeur donnée du paramètre.
Equation paramétrique d'un cercle:

$$\begin{cases} x(t) = R\cos\omega t \\ y(t) = R\sin\omega t \end{cases}$$

L'équation de la courbe représentative d'une fonction f est la donnée de l'égalité $y = f(x)$.

voir : Fonction, Paramètre.

Une équation différentielle est une égalité liant une fonction et ses dérivées successives.

Exemples :
$y' + 2y = 0$ est une équation différentielle du premier ordre.
$3y'' - y' + 2y = 0$ est une équation différentielle du second ordre.
Si, comme ci-dessus, le second membre de l'égalité est zéro, l'équation différentielle est dite « sans second membre », si c'est une fonction, on dira qu'elle est « avec second membre ».

EQUIVALENCE

PHYSIQUE

• **Equivalence d'objets :** Deux objets sont dits équivalents s'ils peuvent être mis l'un à la place de l'autre pour produire le même effet.
Exemple: résistance équivalente, capacité équivalente.

voir: Série, Parallèle.

• **Equivalence chaleur - travail :** pour un système échangeant du travail (W) et de la chaleur (Q) avec l'extérieur on a au cours d'un cycle la relation algébrique :

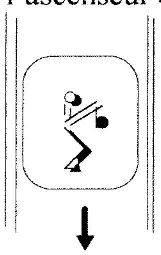
$$W + Q = 0$$

W et Q sont positifs s'ils sont reçus par le système, ils sont négatifs si le système les cède à l'extérieur.

• **Equivalence masse - énergie :** le principe de relativité restreinte conduit à attribuer à un objet de masse m une énergie au repos $E_0 = mc^2$. Cette équivalence est confirmée par exemple en physique atomique, où une énergie de liaison entre composants d'un atome est effectivement due à un défaut de masse des composants lorsqu'ils sont à l'état lié.

voir : Masse.

• **Principe d'équivalence :** en **relativité générale**, ce principe pose qu'on ne peut pas distinguer localement les effets d'un champ de forces d'inertie de ceux d'un champ de gravitation.
Par exemple, on peut annuler localement un poids par une force d'inertie: c'est l'expérience de l'ascenseur d'Einstein.

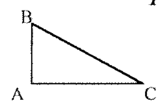


L'expérimentateur, dans l'ascenseur, ne peut pas discerner s'il est en chute libre ou s'il est immobile avec un poids nul.

MATHEMATIQUES

• **Equivalence logique :** deux propositions (ou affirmations) A et B sont dites équivalentes si elles sont vraies ou fausses toutes les deux en même temps. On symbolise cette situation par $A \Leftrightarrow B$. Il revient au même de dire qu'on a simultanément les deux implications $A \Rightarrow B$ et $B \Rightarrow A$.
Exemple: Il y a équivalence logique entre une implication et sa contraposée.

• *Exemple issu des Mathématiques*:



Si un triangle ABC est rectangle en A, on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Contraposée: si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle en A.

• *Exemple issu de la Physique*: Soit un corps en mouvement.

Si la somme des forces extérieures est nulle, alors la vitesse est constante.

Contraposée: si la vitesse n'est pas constante, c'est que la somme des forces extérieures n'est pas nulle.

Clic! Un exemple d'implication:
Tout ce qui est rare est cher.
Un cheval bon marché est rare.
Donc un cheval bon marché est ... cher!

• **Equations équivalentes :** deux équations $A(x) = 0$ et $B(x) = 0$ sont équivalentes si elles ont le même ensemble de solutions. Il revient au même de dire que pour tout objet x la phrase $A(x) = 0$ est logiquement équivalente à la phrase $B(x) = 0$.

voir : Equation, Système.

• **Relation d'équivalence :** une relation binaire R entre éléments d'un même ensemble E est dite *relation d'équivalence* si elle est à la fois:

- réflexive: pour tout élément x de E on a xRx
- symétrique : pour tout couple *(x,y)*

Clic! équations de la relativité générale:
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa T_{\mu\nu}$$

- **Equivalence en Chimie :**

Dans un dosage **acide - base**, le **point d'équivalence** est le point où le nombre de moles de l'acide est égal au nombre de moles de la base.

Lorsqu'on considère un dosage d'**oxydo-réduction,** c'est le point où le nombre de moles d'électrons gagnées par l'oxydant est égal au nombre de moles d'électrons perdues par le réducteur.

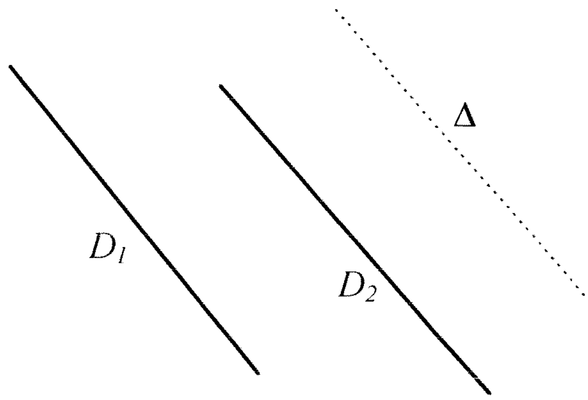
voir : Base, Neutre.

d'éléments de E, on a $xRy \Rightarrow yRx$.

- transitive: pour tout triplet (x,y,z) d'éléments de E, on a $(xRy \text{ et } yRz) \Rightarrow xRz$.

Dans ce cas, une *classe d'équivalence* est l'ensemble de tous les éléments de E qui sont en relation R avec le même élément x.

Exemple 1 : le parallélisme dans l'ensemble des droites du plan. Une classe d'équivalence est alors une direction de droite donnée.



On a D_1 parallèle à D_2, toutes deux étant dans la direction Δ .

Exemple 2 : autrefois, un vecteur était défini en classe de 4ème comme étant une classe d'équivalence de bipoints pour la relation d'équipollence.

voir : Vecteur.

FONCTION

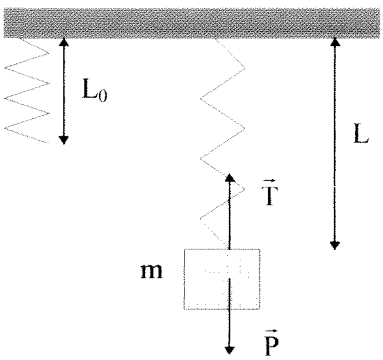
PHYSIQUE

• Une fonction est la relation entre deux grandeurs, qui décrivent un même phénomène physique, les autres paramètres étant supposés fixes. On dira, par exemple, que la tension U est fonction de l'intensité I pour un résistor. Si la résistance de ce dernier est constante :

$$U = R.I$$

voir : Formule.

Exemple : l'allongement d'un ressort en fonction du poids de la masse qu'on y accroche.



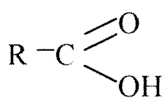
L_0 = longueur à vide du ressort ;
L = longueur avec la masse m ;
$\Delta L = L - L_0$ = allongement du ressort ;
$\vec{P} = m.\vec{g}$ = poids de la masse m ;
$\vec{T}$ = force de rappel du ressort, dont l'intensité est : $T = k.\Delta L$
(k = constante de raideur du ressort en $N.m^{-1}$).
A l'équilibre, on a : $\vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$
Si on projette cette relation sur l'axe vertical, on obtient : T = P, on en déduit que :

$$\Delta L = \frac{mg}{k}$$

voir : Projection.

CHIMIE

• La fonction chimique est l'ensemble des propriétés communes à des produits chimiques, propriétés dues à une partie de la molécule : exemple, la fonction acide carboxylique :



R = radical alkyle (exemple : méthyl - CH_3).

MATHEMATIQUES

• Etant donnés deux ensembles X et Y on appelle fonction une relation qui à tout élément de X associe au plus un élément de Y.
Les éléments de X qui ont une image par f est **l'ensemble de définition** de la fonction f.
Dans l'enseignement secondaire, les fonctions vont de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ ou de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$.
Au collège on demande **d'exprimer une grandeur en fonction d'une autre**, dans la formule $V = Bh$, on a exprimé le volume en fonction de la hauteur.
Si f est la relation, x un élément de X et y son image par f, on note: $y = f(x)$
x est appelé antécédent de y par la relation f ;
x est aussi appelé la variable.
Exemples :
Les **fonction affines** sont les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par: $f(x) = ax + b$ où a et b sont deux réels donnés.

Cas particulier: si b = 0 la fonction f est linéaire
voir : Linéaire.
Notation

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

• **Fonction réciproque :**
f et g étant deux fonctions telles que:
$f : I \to J$
$g : J \to I$
et si pour tout x de I on a $g \circ f(x) = f \circ g(x) = x$,
f est bijective et g est la fonction réciproque de f et l'on note: $g = f^{-1}$.
Cette notation peut poser un problème puisqu'en général $a^{-1} = \frac{1}{a}$, or ce n'est pas le cas ici!

• **Exemple :** Les fonctions **logarithme** et **exponentielle de base *e*** sont deux fonctions qui sont réciproques l'une de l'autre.

voir : Logarithme.

FORMULE

PHYSIQUE

• C'est l'expression mathématique d'une loi physique.
Cette égalité relie entre elles plusieurs grandeurs physiques dépendant les unes des autres, de telle sorte que si toutes les grandeurs moins une sont fixées, on puisse déterminer la valeur de la dernière.

voir : Paramètre.

Exemple:
La formule donnant la période d'une orbite elliptique dans la 3° loi de Képler.

$$\frac{4\pi^2 a^3}{GM} = T^2$$

où a est le demi grand axe, G la constante universelle de la gravitation, M la masse du centre attracteur et T la période du mouvement sur l'orbite elliptique.

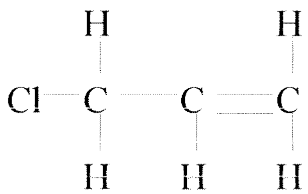
voir : Constante, Masse, Période.

CHIMIE

• Une formule exprime symboliquement la nature des éléments ainsi que leur proportion entrant dans la composition d'un corps composé.
H_2O qui est la formule de l'eau nous informe que celle ci est composée de deux atomes d'hydrogène pour un atome d'oxygène.

voir : Proportion.

• En chimie organique, avec comme exemple le 3-chloropropène ou monochloropropène, on distingue :
- la **formule brute** : C_3H_5Cl
- la **formule semi-developpée** : $CH_2Cl\text{-}CH{=}CH_2$
- la **formule développée** :



voir : Corps

MATHEMATIQUES

• C'est une identité, une relation, une égalité qui résume un théorème.

Exemples:
Formule donnant le volume d'une pyramide
$V = \frac{1}{3}Bh$ où B est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.

• **Formule de Moivre:**
$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$

• **Formules de trigonométrie:**
$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$
$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

• **Formule du binôme:**
$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} C_n^p a^{n-p} b^p$$

voir : Base, Complexe, Identité.

HYPOTHESE

PHYSIQUE

Le but des sciences est une description aussi précise et exacte que possible des faits, qu'ils soient observés nouvellement ou produits expérimentalement. Une loi scientifique organise un ensemble de faits en un groupe cohérent. Des énoncés de loi et l'observation de faits expérimentaux se rassemblent de manière organisée dans le cadre plus général d'une théorie (par exemple la théorie de Maxwell de l'électromagnétisme).

Un cours de sciences expérimentale se fonde généralement sur la démarche « OHERIC » (Observation, Hypothèse, Expérimentation, Résultats, Interprétation, Conclusion). Cette exposition, comme l'indique cet acronyme, repose sur la formulation d'hypothèses consécutives à un ensemble d'observations. Ces propositions, qui visent à fournir une explication vraisemblable ou une interprétation à un ensemble de faits passés, présents ou futurs, sont formulés à priori.

Alors qu'en mathématiques, la seule contrainte qui existe est la cohérence de la théorie construite à partir d'objets mathématiques fabriqués par le mathématicien, il faudra, en sciences expérimentales, soumettre les hypothèses soit au contrôle direct de l'expérience, soit à un contrôle indirect portant sur les conséquences vérifiables qui en sont tirées par déduction.

L'interprétation des résultats obtenus permettra d'atteindre la conclusion: validation ou non de l'hypothèse.

MATHEMATIQUES

• Le raisonnement mathématique est souvent basé sur le raisonnement hypothético-déductif.
Lors de la résolution d'un problème, les hypothèses sont les données du problème, contrairement au sens courant attribué à ce terme dans la langue française (une hypothèse est un fait dont on n'est pas sûr).
Lors de l'énoncé d'un théorème, les hypothèses sont des conditions nécessaires et/ou suffisantes pour l'utilisation de ce théorème.
La résolution de ce problème ou l'utilisation de ce théorème permet d'obtenir de nouvelles informations, appelées conclusions.
On peut noter qu'au cours de la résolution d'un problème, la conclusion d'une étape devient alors une hypothèse supplémentaire de l'étape suivante.
On est aussi amené à formuler des conjectures, c'est à dire des propriétés que l'on pense être vraies, et qu'on essayera de démontrer.

• Dans un raisonnement par l'absurde, pour montrer une propriété, on prend comme hypothèse l'hypothèse du problème et la négation de la conclusion à laquelle on veut aboutir, pour arriver à une contradiction.
on veut montrer que $P \Rightarrow Q$.
on montre que $P \text{ et } nonQ \Rightarrow contradiction$.

Exemple: pour montrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel:
On suppose que $\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$ (hypothèse du problème) et que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ avec p et q entiers premiers entre eux (négation de la conclusion). On montre alors qu'on aboutit à une contradiction, ce qui montre que l'hypothèse $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ est fausse. Donc $\sqrt{2}$ est un irrationnel.
En voici la preuve:
Si $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ avec ***p* et *q* premiers entre eux,** alors:
$2 = \frac{p^2}{q^2}$, donc $2q^2 = p^2$.
Cette égalité prouve que , donc p est divisible par

deux (pair). On peut donc écrire $p = 2p'$, donc $p^2 = 4p'^2$, ce qui donne $2q^2 = 4p'^2$. En simplifiant cette égalité par deux, on obtient $q^2 = 2p'^2$.

q^2 est donc divisible par deux, donc q aussi.

Finalement, p et q sont tous les deux divisibles par deux, ce qui est contradictoire avec le fait qu'ils sont premiers entre eux.

- Dans un raisonnement par contraposition, l'hypothèse est la négation de la conclusion à démontrer.

on veut montrer que $A \Rightarrow B$.

pour cela on montre que $nonB \Rightarrow nonA$.

Exemple: montrer que si $m^2 \neq n^2$ alors $m \neq n$.

On montre facilement la contraposée: si ,$m = n$ alors $m^2 = n^2$.

Les enseignants font comme conjecture que les élèves aiment et travaillent leur matière...
et en font leur hypothèse de travail!

IDENTITE

PHYSIQUE

Il n'y a pas d'acception particulière de ce terme.

MATHEMATIQUES

- **En algèbre.**

Une identité est une égalité qui est toujours vraie. Par exemple les identités remarquables comme:

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

sont des égalités vraies pour toutes les valeurs de a et de b.

- **En géométrie.**

L'identité est la transformation qui à un objet associe lui même.

$$\begin{aligned} Id: P &\to P \\ M &\mapsto M \end{aligned}$$

Exemples:

La translation de vecteur nul, l'homothétie de centre I et de rapport 1, la rotation de centre I et d'angle zéro.

IMAGE

PHYSIQUE

OPTIQUE (niveau 1 S - option)

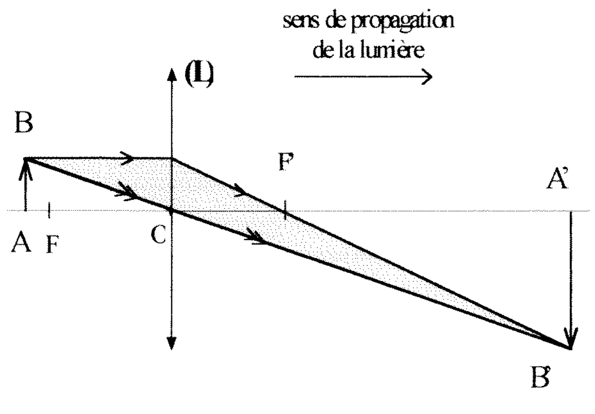
• **Image latente** : sur une pellicule photographique exposée à la lumière, des réactions chimiques se produisent, conduisant à la réduction des ions argent Ag^+ en argent métallique Ag :

$$Ag^+ + e^- \rightarrow Ag$$

Sur cette pellicule impressionnée, seuls quelques atomes d'argent se forment : ils ne sont pas visibles, ils constituent **l'image latente** ou germe de l'image visible, qui sera obtenue par action du révélateur.

OPTIQUE (niveau TS - spécialité)

- **Image réelle - image virtuelle.**
- Pour une lentille mince L **convergente**, l'image d'un objet réel AB est donnée par la construction géométrique :



L'image est **réelle** car les rayons lumineux issus de l'objet AB y passent, elle peut donc se matérialiser sur un écran ;on remarquera que $\overline{OA'} > 0$ (pour un repère lié à la lentille).

exemple : projecteur de diapositives.

MATHEMATIQUES

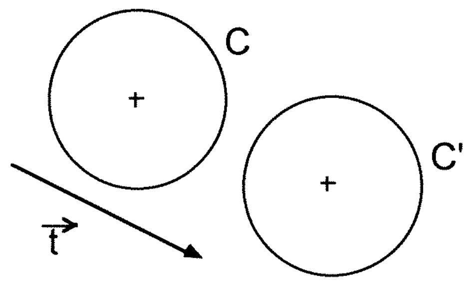
• L'image du nombre complexe $z = x + iy$ est le point M du plan de coordonnées (x, y). Le nombre complexe z s'appelle l'affixe du point M.

voir : Complexe.

• L'image d'un point M par une transformation géométrique s est le point noté $s(M)$ défini par certains critères (distances, angles, ...). L'image d'un ensemble de points (droite, cercle, plan ou toute configuration usuelle) est l'ensemble des points images.

Exemple :

L'image d'un cercle par une translation est un cercle de même rayon et de centre le translaté du centre.



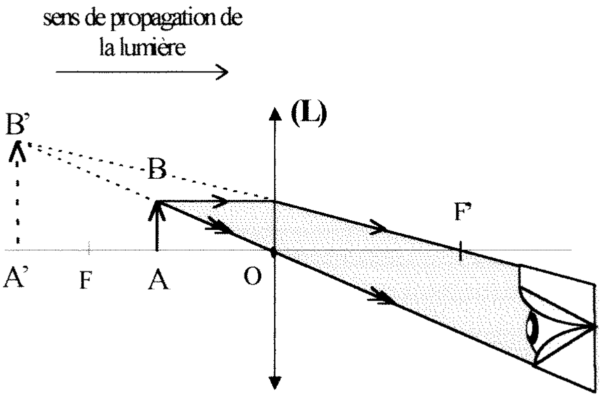
L'image respectivement d'une droite, d'un segment ou d'un cercle, par une translation, une réflexion, une homothétie ou une rotation, est respectivement une droite, un segment ou un cercle.

voir : Déplacement, Rotation, Translation.

- L'image d'un réel x par une application f est le réel noté $f(x)$, qui est défini par un certain procédé (formule,...). L'image d'un ensemble de réel A par une application f est l'ensemble des images $f(a)$ des éléments a de A. On note $f(A)$ l'image de A par f.

Exemple : L'image de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{4}\right[$ par la fonction $x \mapsto \sin x$ est l'intervalle $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right[$. (voir le dessin ci après).

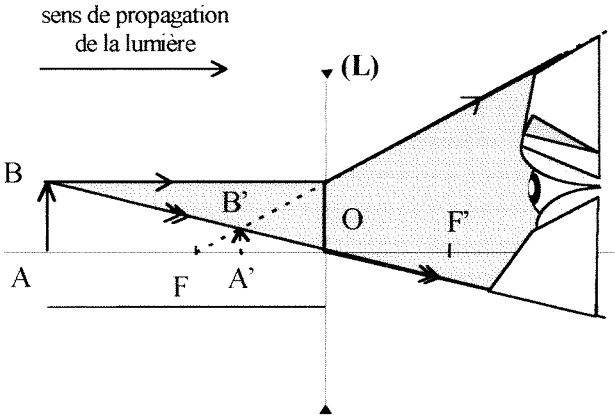
Dans le cas où $\overline{OF} < \overline{OA}$:



L'image est **virtuelle** car les rayons lumineux n'y passent pas, mais leurs prolongements, et elle peut être perçue par l'oeil.
On remarque que $\overline{OA'} < 0$

Exemple : le cas de la loupe.

• Pour une lentille mince L (par exemple **divergente**), l'image d'un objet réel AB est donnée par la construction géométrique :



L'image est **virtuelle** car les rayons lumineux n'y passent pas , mais elle peut être perçue par l'oeil.
On remarque que $\overline{OA'} < 0$

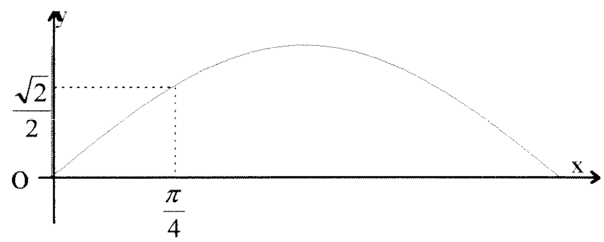
Exemple : le cas d'un verre de lunette pour myope.

• L'image réciproque d'un réel y par une application f est l'ensemble des réels x tels que $y = f(x)$. Cet ensemble peut être vide, ou constitué par plusieurs, voire une infinité de réels
L'image réciproque d'un ensemble de réels B, est l'ensemble des réels qui ont pour image un réel de B.

Exemple:

L'image réciproque de l'intervalle $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right[$

par la fonction sinus est l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{4}\right[$.



ISOLE

PHYSIQUE

système isolé, pseudo - isolé:

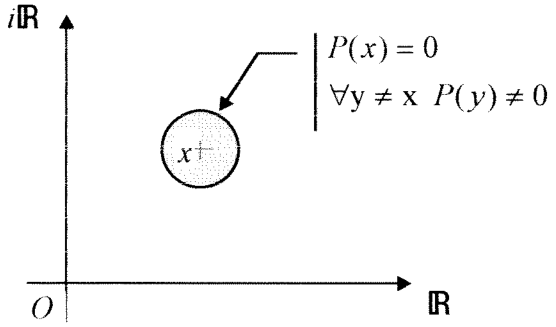
voir : Système.

MATHEMATIQUES

- **Racine isolée, zéro isolé:** une racine *réelle* x d'une équation est dite *isolée* s'il existe un intervalle de $\mathbb{R}$ de la forme $]x-\alpha, x+\alpha[$ où $\alpha > 0$ ne contenant à part x aucune autre racine de l'équation.

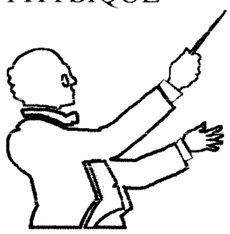
Une racine x *complexe* est isolée s'il existe dans $\mathbb{C}$ un disque centré en x de rayon $r > 0$ ne contenant pas d'autre racine que x à l'équation.

Exemple: toute racine (réelle ou complexe) d'un polynôme non nul P est isolée.



LINEAIRE

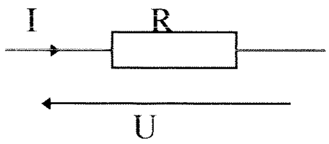
PHYSIQUE

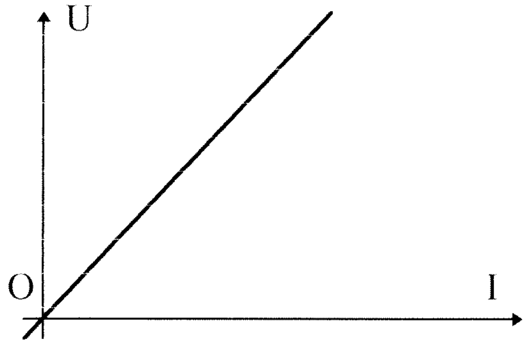


- On qualifie un dipôle (composant électrique ayant deux bornes) de linéaire si sa caractéristique U = f(I) est une droite.

voir : Caractéristique.

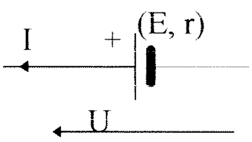
- Si cette droite passe par l'origine O du repère, le dipôle est dit **passif** : exemple : pour un résistor



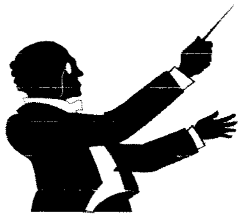


La représentation U = f(I) est ici une fonction **linéaire (**U = R.I).

- Si cette droite ne passe pas par l'origine O, le dipôle est dit **actif** : exemple : pour une pile



MATHEMATIQUES



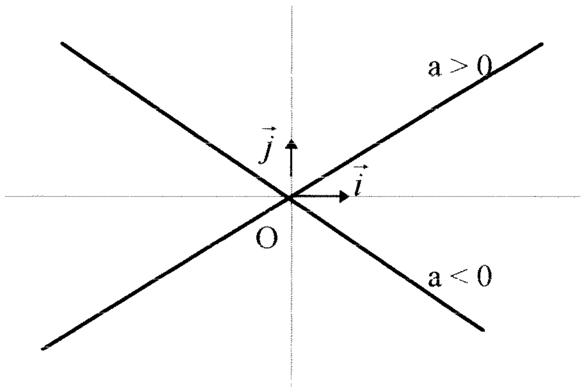
- Une fonction numérique est linéaire si elle vérifie les deux conditions:

$\forall x, \forall y, f(x+y) = f(x) + f(y)$

$\forall x, \forall k, f(kx) = kf(x)$

Les fonctions numériques qui vérifient ces deux conditions s'écrivent: $f(x) = ax$

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.



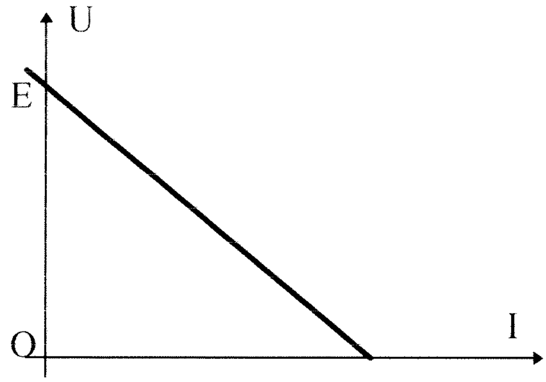
S'il existe un réel b tel que la fonction $g(x) - b$ est linéaire, g est une fonction affine.
Pour une fonction affine, ce sont les accroissements qui sont linéaires.
Toute fonction linéaire est donc affine (b existe et vaut 0).
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.

- **Pour aller plus loin**:

Une fonction f d'un $\mathbb{R}$-espace vectoriel E vers un $\mathbb{R}$-espace vectoriel F est linéaire si elle vérifie les conditions:

$\forall x \in E, \forall y \in E, f(x+y) = f(x) + f(y)$

$\forall x \in E, \forall k \in E, f(kx) = kf(x)$



La représentation U = f(I) est ici une **fonction affine** (U = E - r.I).

Une homothétie vectorielle, par exemple, est linéaire.

- **En statistique**, on parlait d'ajustement linéaire d'un nuage de points, on utilise à présent les mots « ajustement affine ».

LOGARITHME

PHYSIQUE

CHIMIE (niveau TS)

- La fonction **logarithme** décimal est utilisée pour définir le pH d'une solution aqueuse :

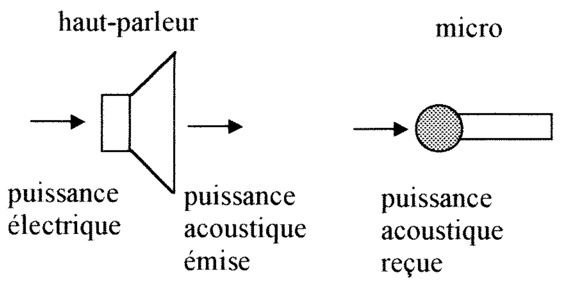
$$pH = -\log\left[H_3O^+\right]$$

où $\left[H_3O^+\right]$ est la concentration de la solution en ions hydronium .

voir : Base, Neutre.

L'intérêt de cette fonction est de permettre la comparaison de solutions de concentrations très différentes:
de $\left[H_3O^+\right] = 10^{-1}\,mol/L$ à $\left[H_3O^+\right] = 10^{-13}\,mol/L$
le rapport des concentrations est de1000 milliards à 1, mais le pH ne varie que de 1 à 13 .

ACOUSTIQUE (niveau 2de)



L'intensité acoustique I est la puissance acoustique reçue par unité de surface du récepteur; elle s'exprime en watt par mètre carré ($W.m^{-2}$).
L'intensité acoustique minimale perçue par l'oreille humaine (ou seuil d'audibilité) est de l'ordre de 10^{-12} $W.m^{-2}$; le seuil de douleur est estimé à 25 $W.m^{-2}$ (par exemple au voisinage d'un réacteur d'avion) .
Pour comparer ces intensités acoustiques très différentes, on définit le niveau d'intensité acoustique L_I d'un son d'intensité acoustique I :

$$L_I = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où I_0 est l'intensité acoustique de référence ou seuil d'audibilité

MATHEMATIQUES

- Les fonctions logarithmes ont été créées pour transformer les multiplications en additions.
En langage mathématique, on dira que l'on cherche les automomorphismes du groupe multiplicatif R_+^* dans le groupe additif R.
pour tout a *et* b positifs, $L(ab) = L(a) + L(b)$
et $L(1) = 0$

Toutes les fonctions qui conviennent sont proportionnelles entre elles, parmi celles ci, on appelle logarithme décimal (noté log) celle qui prend la valeur 1 en 10.

- On démontre que les dérivées de ces fonctions sont toutes du type $\frac{a}{x}$ $(a \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$.

- On appelle logarithme népérien la primitive de $\frac{1}{x}$ qui s'annule en 1:

$$ln\, x = \int_1^x \frac{1}{t} dt$$

On définit le réel e par: $ln\, e = 1$.

$I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2} .

L_I s'exprime en décibel (dB) en hommage à Graham Bell, inventeur du téléphone en 1876 .

L'utilisation de la fonction **logarithme** décimal dans cette définition offre un intérêt pour la comparaison de 2 sons, que l'on peut illustrer par l'exemple suivant :

un haut-parleur produit un son d'intensité acoustique $I = 10^{-5}$ W.m^{-2} , soit un niveau d'intensité acoustique $L_I = 70$ dB ;

2 haut-parleurs identiques au précédent produisent un son d'intensité acoustique $I' = 2.10^{-5}$ W.m^{-2} et pourtant l'oreille ne perçoit pas cela comme un son 2 fois plus fort : car le niveau acoustique n'augmente que de 3 dB :

$$L_I' = 10 \cdot \log\left(\frac{I'}{I_0}\right) = 73\,\text{dB} .$$

ELECTRICITE (niveau TS)

- Un circuit RLC (conducteur ohmique - bobine - condensateur) soumis à une tension sinusoïdale $u = U_m \cdot \cos \omega t$ est parcouru par un courant sinusoïdal d'intensité :

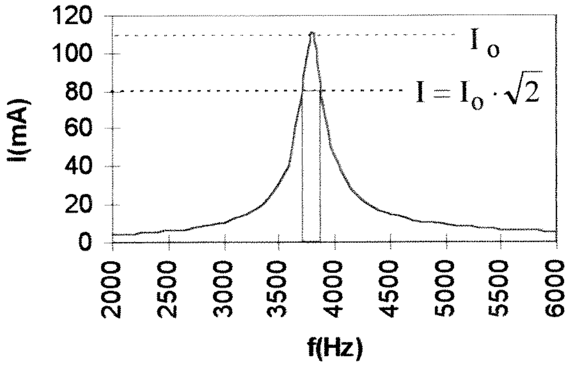
$$i = I_m \cdot \cos(\omega t - \varphi) = I\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

voir : Vecteur de Fresnel) .

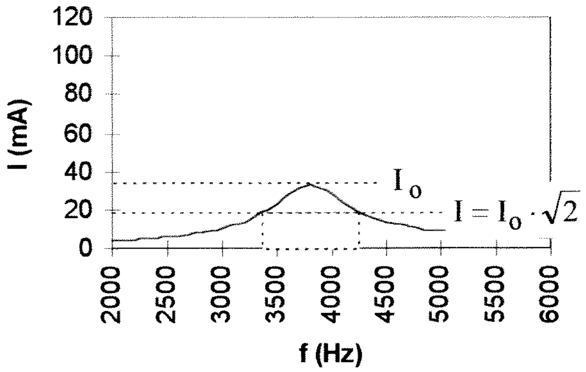
Selon la valeur de la fréquence de la tension appliquée, la réponse du circuit est différente . A la résonance, c'est à dire lorsque la fréquence est : $f_0 = \dfrac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}}$, la réponse est maximale :

I prend une valeur maximale $I_0 = \dfrac{U}{R}$.

courbe 1 : résonance aiguë



courbe 2 : résonance floue



Selon les caractéristiques du circuit (R,L et C), la résonance sera aiguë (courbe 1) ou floue (courbe 2).

Or un tel circuit est utilisé lors de la réception des ondes hertziennes : lorsque la fréquence f_0 du circuit récepteur coïncide avec la fréquence de l'onde porteuse, il y a accord et la réception de l'onde se fait correctement . Pour privilégier une fréquence précise (celle de votre radio préférée), le circuit récepteur doit avoir des caractéristiques (R,L et C) telles que la résonance d'intensité soit aiguë : on définit un facteur de qualité : $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$ qui caractérise l'acuité de la résonance avec $\Delta f = f_1 - f_2$, où f_1 et f_2 sont les 2 fréquences autour de f_0, telles que :

$$I(f_1) = I(f_2) = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{I(f_1)}{I(f_0)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 20 \cdot \log \frac{I(f_1)}{I(f_0)} = 20 \cdot \log \frac{1}{\sqrt{2}} \approx -3\,\text{dB}$$

(voir précédemment) .

Si Q est petit, la résonance est aiguë : le circuit est sélectif.

On définit ainsi la bande passante à -3 dB du circuit : $\Delta f = f_2 - f_1$

LOI, LOI HORAIRE

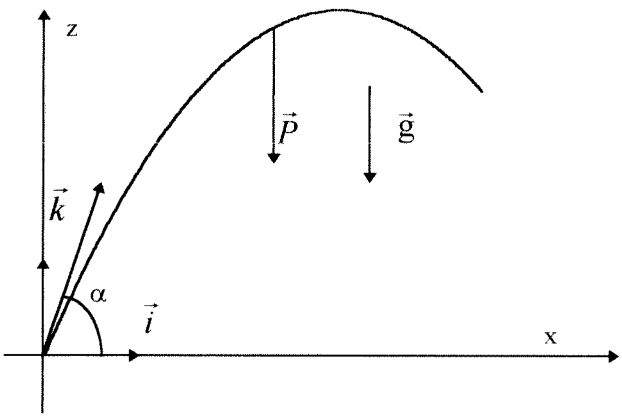
PHYSIQUE

MECANIQUE (niveau 1 S et T S).

- Connaître la **loi horaire** d'un objet au cours d'un mouvement, c'est connaître sa position à chaque instant.

Exemple : projectile animé d'une vitesse initiale $\vec{V}_0$ dans le champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$:

voir : Champ, Vecteur



La relation fondamentale de la dynamique nous dit :

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a},$$

donc ici : $m.\vec{g} = m.\vec{a}$,
et, dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{k}$), on aboutit aux équations horaires du mouvement, qui définissent la loi horaire :

$$x = (V_0 \cos\alpha)\, t$$

$$z = -\frac{1}{2}\, g\, t^2 + (V_0 \sin\alpha)\, t$$

L'équation de la trajectoire (une parabole) est obtenue par élimination de t entre les deux équations précédentes :

$$z = -\frac{g}{2V_0{}^2 \cos^2 \alpha}.x^2 + (\tan\alpha).x$$

- Une loi est une proposition générale énonçant

MATHEMATIQUES

- **Loi de composition** :

La multiplication, l'addition de deux réels sont des opérations dans ℝ, on les appelle des lois de composition internes. Le produit d'un vecteur par un réel est une loi de composition externe.

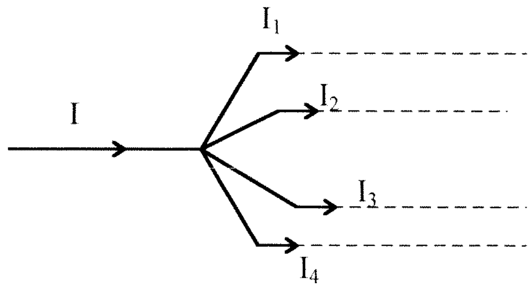
voir : Composé, Corps

des rapports entre des phénomènes physiques et vérifiée par l'expérience.

Exemples:

♦ **Loi de Lenz**: Le phénomène d'induction magnétique dans une bobine est tel que, par ses effets, il s'oppose à la cause qui lui donne naissance.

♦ **Loi des noeuds**:
Dans un circuit électrique tel qu'il est dessiné ci dessous, le courant principal est égal à la somme des courants dérivés $I = \sum_n I_n$.

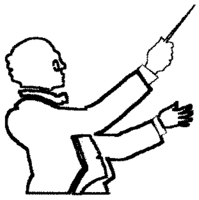


voir : Dérivée, Parallèle, Série.

• **Loi de Snell - Descartes**
voir : Réflexion

MASSE

PHYSIQUE



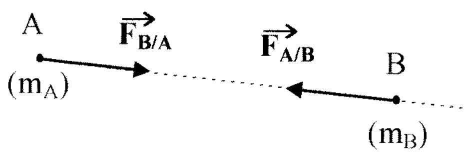
MECANIQUE (niveau TS)

- **Masse inertielle :**
D'après la Relation Fondamentale de la Dynamique ou loi de Newton (Newton parle de « vis insista » ou force d'inertie, qui réside dans la matière en tant qu'elle a le pouvoir de résister et de réagir à des obstacles) , la masse inertielle est le coefficient de proportionnalité entre force appliquée et accélération en découlant .

Dans un référentiel galiléen, la somme $\vec{F} = \sum \vec{f}$ des forces extérieures appliquées à un solide, est égale au produit de sa masse m_i par le vecteur accélération $\vec{a}_G$ de son centre d'inertie:

$$\vec{F} = m_i \, \vec{a}_G$$

- **Masse gravitationnelle :**
D'après la loi de gravitation de Newton, la masse est le coefficient de proportionnalité entre force de gravitation sur un solide et champ de gravitation du lieu où se trouve ce solide .
Entre 2 solides ponctuels, de masses m_A et m_B, placées en 2 points quelconques A et B, distants l'un de l'autre de $r = AB$, s'exercent des forces gravitationnelles attractives :



$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$ (principe d'interaction)

d'intensité : $F_{A/B} = F_{B/A} = \mathcal{G}\dfrac{m_A \cdot m_B}{r^2}$

MATHEMATIQUES

- On parle de masse dans la recherche du barycentre de deux (ou plus) points pondérés.

Exemple : A, B et C sont trois points munis respectivement des masses a, b et c. Si la somme des masses est non nulle, il existe alors un unique point G vérifiant la relation :

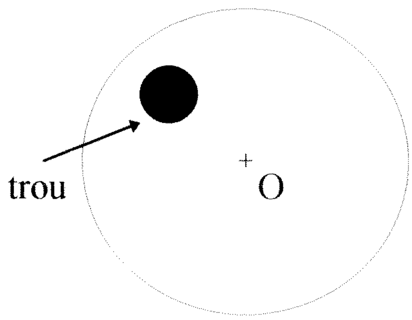
$$a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} + c\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

Ce point est appelé barycentre des points pondérés (ou massiques) (A,a) (B,b) et (C,c).

- **Propriété caractéristique du barycentre:**
Pour tout point M du plan, on a: $\overrightarrow{MG} = \dfrac{1}{a+b+c}(a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB} + c\overrightarrow{MC})$

- Une différence de raisonnement notable entre professeurs de math. et de physique :

On veut chercher le centre d'inertie G de la plaque homogène suivante:



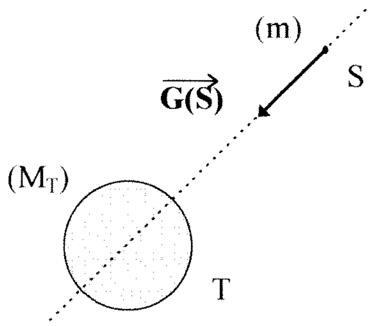
Soit O le centre de la plaque initiale et R son rayon, O' le centre du trou et r son rayon.

Le professeur de mathématiques cherchera le barycentre de O muni de la masse R² et O' muni de la masse -r².

où $\mathcal{G} = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N.kg^{-2}.m^2}$
constante universelle de gravitation.

Appliquée à un solide S, de masse m, et à la Terre (solide à symétrie sphérique), cette loi s'écrit :

$$F_{T/S} = \mathcal{G}\frac{M_T}{r^2}m = G(S)\cdot m$$



$\vec{G}(S)$ est le champ de gravitation créé par la Terre au point S.

$$\vec{F} = m\,\vec{G}(S)$$

La Nature a « choisi » la même valeur à ces deux coefficients m_i et m_g

$\vec{F} = m_i.\vec{a}_G$ **(masse inertielle)**

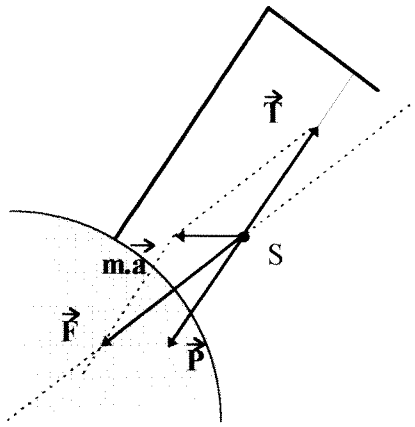
$\vec{F} = m_g.\vec{g}$ **(masse gravitationnelle)**

avec la conséquence que le centre d'inertie et le centre de gravité d'un solide sont confondus.

- **Force gravitationnelle $\vec{F}$ et poids $\vec{P}$.**
  Un solide accroché à un fil et placé au voisinage immédiat de la Terre est soumis à 2 forces :
  - la tension $\vec{T}$ du fil (opposée au poids $\vec{P}$), dont la direction est donnée par le fil
  - la force de gravitation $\vec{F} = m\cdot\vec{G}$, dont la la direction est la verticale du lieu

  Dans un référentiel géocentrique ce solide est animé d'un mouvement circulaire uniforme (rotation de la Terre sur elle-même), son accélération est centripète .

Le professeur de physique refuse en général les masses négatives et raisonnera de la manière suivante :
O est le barycentre de G muni de la masse $\sigma\mu(R^2 - r^2)$ et de O' muni de la masse $\sigma\mu r^2$ où σ est la masse par unité de surface.



D'après la relation fondamentale de la dynamique :

$\sum \vec{f} = m \cdot \vec{a}$ d'où $\vec{T} + \vec{F} = m.\vec{a}$

On observe que la différence de direction entre $\vec{F}$ et $\vec{P}$ (la verticale et le fil à plomb) est très faible (un angle de 6' à l'Equateur) et donc on confond :

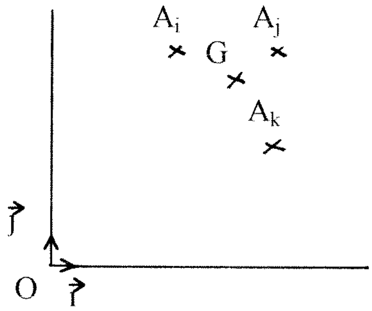
$\vec{F} = m \cdot \vec{G}$ avec $\vec{G}$ champ de gravitation

$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ avec $\vec{g}$ champ de pesanteur

MECANIQUE (niveau 1°S)

Le **centre de masse** (ou centre de gravité si la force appliquée est le poids - ou centre d'inertie si c'est une autre force) d'un système est le barycentre des différents points du système affectés d'un coefficient égal à leur masse respective .

Dans un repère, on écrira :



$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_i m_i \cdot \overrightarrow{OA_i}}{\sum_i m_i}$$

MECANIQUE (niveau 1°S)

- **Energie de masse**
  En Relativité restreinte, on attribue à une masse m au repos une énergie de masse $E_o = m \cdot c^2$.
  On parle d'équivalence masse/énergie .

voir : Equivalence.

ELECTRICITE (niveau 2de)

- **Masse d'un circuit** : partie métallique d'une circuit servant :

- de référence des potentiels dans un circuit électrique : $V_M = 0$
- à fermer le circuit dans un montage :

exemple :
les différents organes électriques d'une automobile sont reliés à la masse (carcasse métallique de la voiture) , assurant ainsi le retour du courant à la batterie, dont l'une des bornes est elle - même reliée à cette masse .

MESURER

Une unité de grandeur étant choisie, mesurer une grandeur c'est donner le rapport « grandeur à mesurer » sur « grandeur unité ».
Mesurer c'est donc, si c'est possible, comparer un objet à un autre de même nature qui, lui, a été choisi comme objet unité.

PHYSIQUE

- Remarquons qu'une **température** n'est pas « mesurée » mais plutôt **repérée**. En effet, la température n'est pas une grandeur additive: deux températures sont comparables mais leur somme n'a aucune signification. De même, on **repère** une date, mais on mesure les durées.

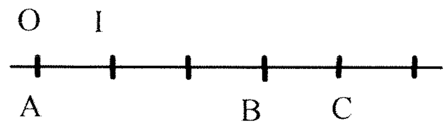
voir : Unité

Clin d'oeil:
Le physicien repère la température
Le médecin la prend
La météo la donne

MATHEMATIQUES

- La théorie de la mesure est une notion réservée au post-bac. Elle intervient en particulier dans la théorie de l'intégration au sens de Lebesgue.
- La notion de mesure a une grande importance historique. Les paragraphes suivants en donnent un aperçu succinct:

Historiquement, les notions de grandeurs géométriques et de nombres sont liées par l'intermédiaire de la mesure. On dit que des grandeurs sont commensurables, si elles sont mesurables par des nombres entiers à l'aide d'une unité commune.
Exemple: la graduation est régulière.



Les grandeurs AB et AC sont commensurables car elles sont mesurables en prenant comme unité OI:
$AB = 3OI$ et $AC = 4OI$ donc $AC = \frac{4}{3}AB$
Cette idée permet donc d'appréhender la notion de nombre rationnel.
Un des premiers problèmes rencontrés par les anciens grecs était l'incommensurabilité de la diagonale d'un carré avec son côté. Si le côté mesure une unité, sa diagonale mesure un nombre noté aujourd'hui $\sqrt{2}$ qui est un irrationnel. Ces deux grandeurs sont donc incommensurables, et les anciens grecs étaient capables de le prouver aussi bien arithmétiquement que géométriquement..
voir : Hypothèse.
On savait donc définir le rapport de deux grandeurs commensurables, mais on ne savait pas définir le rapport de deux grandeurs incommensurables: quel est la mesure d'un tel rapport? Les recherches et les réponses apportées par les mathématiciens au fil des siècles ont débouché sur la construction rigoureuse de la droite des réels au XIXème siècle soit plus de 2300 ans pour obtenir une réponse satisfaisante à cette difficulté!

MODULE

PHYSIQUE

MECANIQUE (niveau 1S)

- **Module d'une force :**

On emploie indifféremment intensité, module ou, plus rarement, norme d'une force, d'une vitesse.

L'intensité d'une force se mesure avec un dynamomètre en newton (N) et l'intensité de la vitesse en mètres par seconde ($m.s^{-1}$).

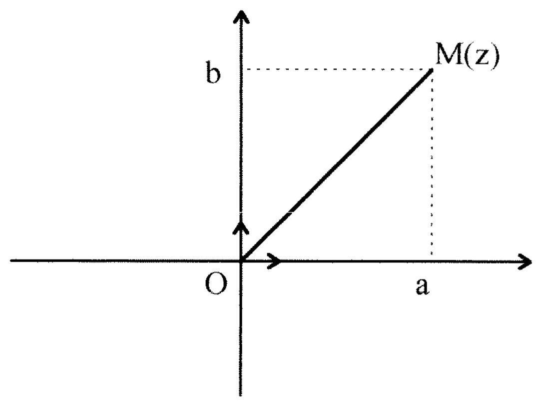
Le module de la force $\vec{F}$ se note F.

MATHEMATIQUES

- **Module d'un nombre complexe.**

Soit $z = a + ib$ un nombre complexe et $M(a;b)$ son image dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$, on appelle module de z, noté $|z|$, la distance de M à O.

On a donc: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$



- **Propriétés**

$|z|^2 = z\bar{z}$, $|zz'| = |z| \times |z'|$

$\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|}$ et $|z + z'| \leq |z| + |z'|$

- Si A et B sont les images dans le plan complexe des nombres complexes a et b alors:

$$AB = |b - a| = \left\|\overrightarrow{AB}\right\|$$

voir : Norme

NEUTRE

PHYSIQUE

CHIMIE

• On qualifie une solution de neutre lorsque son pH est égal à 7.

voir : Base, Logarithme, Solution.

MATHEMATIQUES

• L'élément neutre de l'addition est le nombre 0.
Pour tout réel x, $x+0=0+x=x$.

• L'élément neutre de la multiplication est le nombre 1.
Pour tout réel x, $x \times 1 = 1 \times x = x$

• L'élément neutre de la composition des fonctions est l'application identique: $x \mapsto x$.

• L'élément neutre de la composition des transformations du plan est l'identité du plan: à tout point M du plan on associe le point M lui-même.

voir : Identité.

• **Pour aller plus loin:** l'élément neutre d'un groupe muni de la loi de composition* est l'unique élément e de G tel que:
pour tout a de G, $a * e = e * a = a$

voir : Composé, Corps.

NORME

PHYSIQUE

- On dit **module** d'une force, **intensité** d'un courant, on parle rarement de norme en physique.

voir : Module

MATHEMATIQUES

- **Norme d'un vecteur**.

Dans l'enseignement secondaire, on introduit la norme de la manière présentée ci-dessous.

Soit $\vec{u}$ un vecteur, $\overrightarrow{AB}$ un représentant de $\vec{u}$, on appelle **norme de** $\vec{u}$ que l'on note $\|\vec{u}\|$ la longueur du segment $[AB]$.

$$\|\vec{u}\| = AB$$

Ceci a pour conséquences:

$$\|\vec{u}\|^2 = \vec{u}.\vec{u} = \vec{u}^2 = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} = \left(\overrightarrow{AB}\right)^2 = AB^2$$

Si d est une droite munie d'un repère $(O,\vec{i})$, A et B deux points de d, d'abscisse respective x_A et x_B, on a alors les égalités suivantes:

$$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \left|\overline{AB}\right| = \left|x_B - x_A\right| = AB$$

Si $(\vec{i},\vec{j})$ est une base orthonormée du plan, $\vec{u}$ un vecteur de coordonnées (on devrait dire composantes) (x,y) dans cette base alors:

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

et dans l'espace à 3 dimensions si $\vec{u}$ apour coordonnées (x,y,z), alors :

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

voir : Complexe, Module, Vecteur

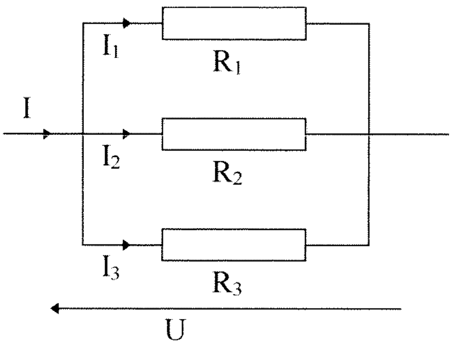
PARALLÈLE

PHYSIQUE

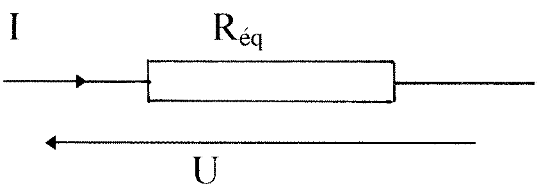
- En électricité, différents dipôles peuvent être branchés en série ou en parallèle (on dit aussi en dérivation) : dans ce dernier cas, ils sont connectés aux mêmes noeuds (points) de courant et ont la même différence de potentiel.

voir : Equivalence, Dérivation, Série.

Exemple : circuit avec 3 résistors montés en parallèle, soumis à une tension U :



On constate que la tension U est la même.
Un circuit plus simple, électriquement équivalent est :



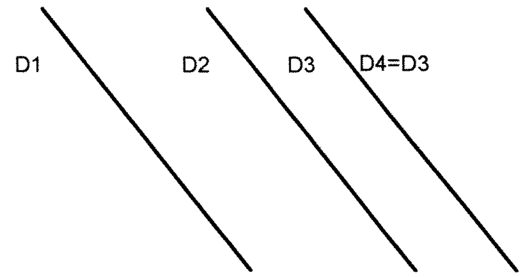
où $R_{éq}$ est la résistance équivalente, qui se calcule en utilisant la loi d'ohm :
$U = R_1.I_1 = R_2.I_2 = R_3.I_3 = R_{éq}.I$
et la loi des noeuds $I = I_1 + I_2 + I_3$
ce qui amène à :

$$\frac{1}{Réq} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3}$$

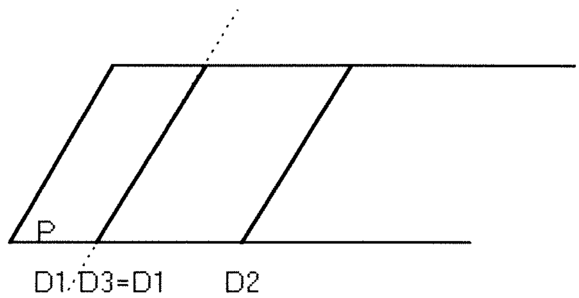
- **Autre exemple** : circuit avec 3 condensateurs en parallèle

MATHEMATIQUES

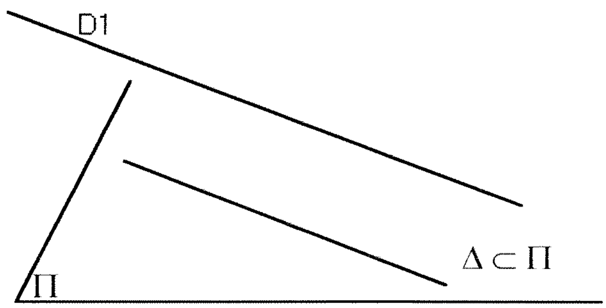
- En géométrie plane deux droites sont parallèles si elles sont soit disjointes, soit confondues.



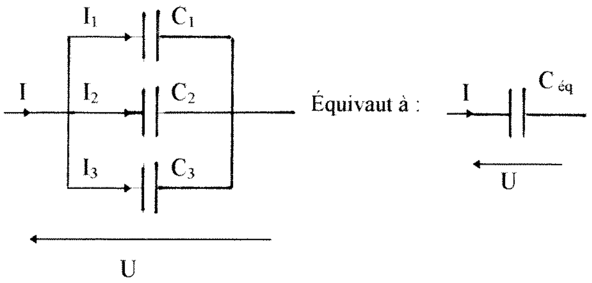
- En géométrie dans l'espace deux droites sont parallèles si elles sont soit coplanaires et disjointes, soit confondues.



Une droite est parallèle à un plan si elle est parallèle à une droite de ce plan.

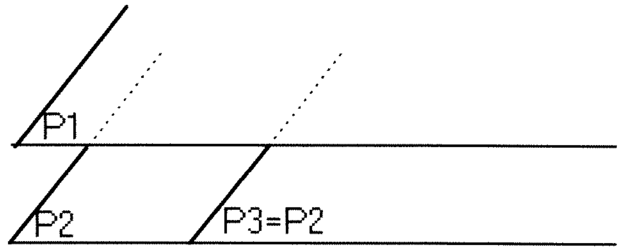


Deux plans sont parallèles si ils sont disjoints ou confondus.

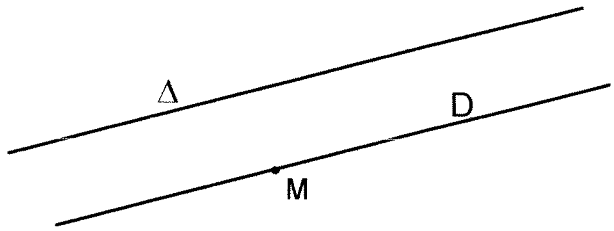


$C_{éq}$ est la capacité équivalente :
Q_i étant la charge électrique de chaque condensateur, on a : $Q_1 = C_1.U$; $Q_2 = C_2.U$
$Q_3 = C_3.U$, ainsi que $Q_{totale} = C_{éq}.U$
d'où on déduit :

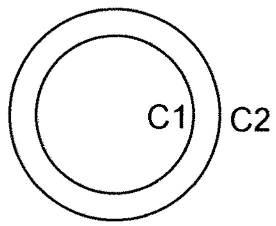
$$C_{éq} = C_1 + C_2 + C_3$$

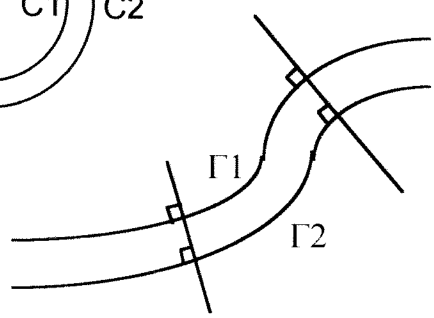


Le postulat des parallèles est le cinquième postulat d'Euclide: "d'un point pris hors d'une droite donnée, on peut mener une parallèle à cette droite, et on ne peut en mener qu'une seule". Ce postulat peut être modifié, et on construit alors les géométries non euclidiennes.



• Deux courbes coplanaires sont dites parallèles si toute normale à l'une est normale à l'autre et si la distance entre les deux courbes, mesurée sur les normales communes, est constante.





Clin d'œil : la physique et les mathématiques sont deux disciplines parallèles (dans la géométrie de l'enseignement classique). À l'IREM de Strasbourg nous essayons de leur donner au moins un point commun (même si il reste proche de l'infini).

PARAMETRE

PHYSIQUE

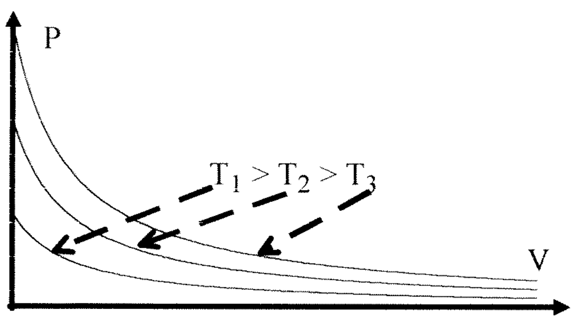
- Un phénomène physique est caractérisé par sa reproductibilité dans des conditions expérimentales données.

Une modification du protocole expérimental induit généralement des variations des quantités qui mesurent ce phénomène. L'espace des paramètres est l'ensemble des grandeurs dont on peut modifier la valeur dans le protocole expérimental.
Par exemple la température, le degré d'acidité etc. seront des paramètres expérimentaux.

voir : Constante
Exemple : loi des gaz parfaits.

voir : Unité

Rappelons que P.V = n.R.T, où P est la pression, V le volume, T la température absolue et n la quantité de matière en moles.
Voir : Unité.
Les quatre grandeurs ci dessus sont variables et pour vérifier la véracité de cette loi, on en fixe deux d'entre elles et, lorsque celles-ci sont fixes, elles acquièrent le statut de paramètre.
On peut alors étudier les variations des deux autres grandeurs, variables l'une en fonction de l'autre.
On peut par exemple fixer n et T, ce qui nous permet d'écrire: P.V = C^{ste}, c'est à dire $P = \frac{C^{ste}}{V}$.
On obtient différentes hyperboles dans le diagramme de Clapeyron ci-dessous:



MATHEMATIQUES

- Le paramètre a le statut de **constante**

Dans les équations, le paramètre se distingue des inconnues et, dans les fonctions, il se distingue de la variable.

voir : Constante
Exemple: on discute suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solutions de l'équation:

$$(m-1)x^2 + mx + (m+2) = 0$$

Si $m = 1$, l'équation s'écrit: $x + 3 = 0$, elle admet pour unique solution le réel -3.
Si $m \neq 1$, l'équation est alors du second degré, on cherche le discriminant:

$$\Delta = m^2 - 4(m-1)(m+2) = -3m^2 - 4m + 8$$

C'est un polynôme du second degré en m, il s'agit donc de déterminer son signe.
Selon les valeurs prises par le paramètre, cette équation aura deux solutions réelles, une racine double ou aucune racine réelle.
Le paramètre, tout en ayant le statut de constante, est susceptible de prendre différentes valeurs.

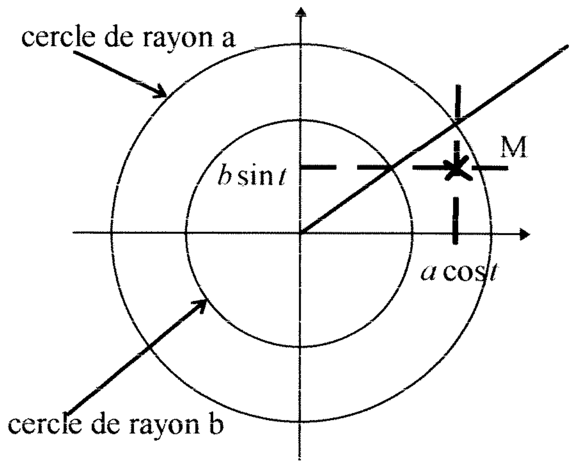
- **Equation paramétrique d'une courbe**

voir : Equation.

Dans la représentation paramétrique d'une courbe, le paramètre a le statut de variable.
Exemple :
Paramétrage de l'ellipse:

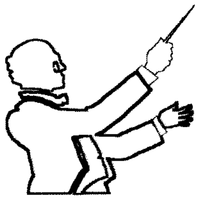
$$\begin{cases} x(t) = a\cos t \\ y(t) = b\sin t \end{cases}$$

Le paramètre t étant l'angle indiqué sur le dessin et M le point correspondant de l'ellipse. Les réels positifs a et b sont respectivement les rayons du grand et du petit cercle.
Cette équation paramétrique fournit une construction géométrique point par point de l'ellipse comme le suggère le dessin ci-dessous:


cercle de rayon a
M
$b\sin t$
$a\cos t$
cercle de rayon b

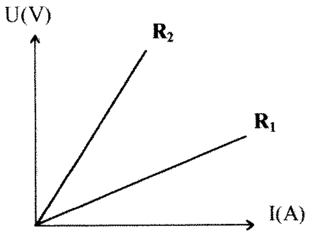
PENTE

PHYSIQUE

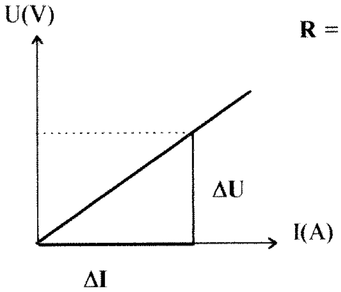


- Lorsqu'on utilise l'équation d'une droite, le coefficient directeur est toujours appelé **pente** .

Exemple : loi d'Ohm pour un résistor :



la pente de la droite (R_2) est plus importante que celle de (R_1) : on peut faire l'analogie avec une pente à gravir . Lors du calcul de cette pente, la résistance du dipôle dans ce cas, on écrira :

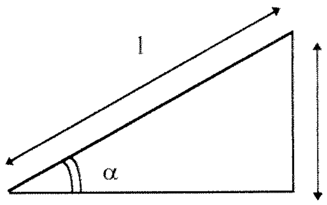


$$\mathbf{R} = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

ce qui revient à calculer le coefficient directeur de la droite.

voir : Linéaire.

- La **pente** d'un plan incliné est souvent donnée sous la forme suivante : le mobile s'élève de 6 m pour un parcours de 100 m :

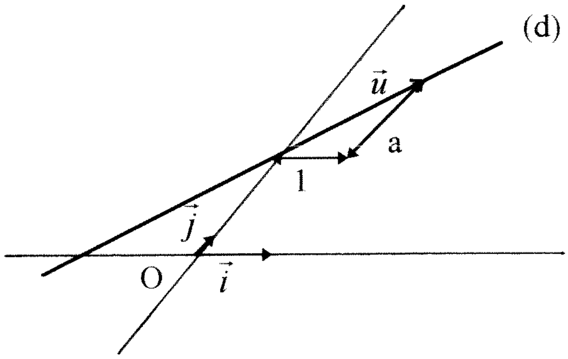


$$\sin\alpha = \frac{h}{l}$$

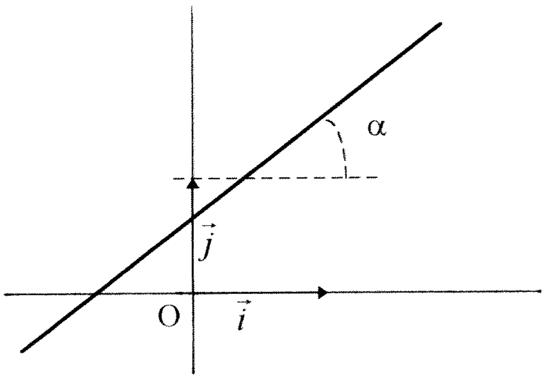
donc, dans le code de la route, quand on dit « une pente de 6 % », on indique la valeur du sinus de l'angle α.

MATHEMATIQUES

- Toute droite (d) non parallèle à l'axe des ordonnées admet, dans un repère cartésien $(O,\vec{i},\vec{j})$, une équation cartésienne réduite du type $y = ax + b$, où b est l'ordonnée à l'origine et a **le coefficient directeur** de la droite. Le vecteur $\vec{u}(1,a)$ est un **vecteur directeur** de la droite (d).



- **Si le repère est orthonormé,** alors $a = tan\alpha$, où α est l'angle $(\vec{i},\vec{u})$; et a est appelé **pente** de la droite.



Dans certains cas, il est intéressant de calculer $sin\alpha$ (déclivité): ce terme est appelé **rampe** de la droite.

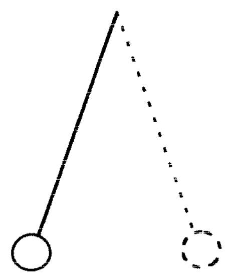
PERIODE

PHYSIQUE

• Les phénomènes sont souvent **périodiques dans le temps, mais aussi dans l'espace.**

• On appelle période T, le temps qui s 'écoule pour qu'un phénomène se reproduise identique à lui-même.

Exemples de phénomènes périodiques dans le temps : le balancement d'un pendule, le mouvement vibratoire d'une lame, les oscillations d'un ressort, la charge d'un condensateur dans un circuit LC, etc...



Dans le cas où le phénomène périodique peut se propager dans un milieu homogène, on parle d'onde.

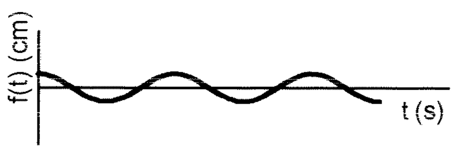
voir : Amplitude

Exemple : vibrations dans une corde tendue, propagation d'un son dans l'air, propagation d'onde onde électromagnétique

• La fonction décrivant les variations des propriétés du milieu propagateur (déplacement, pression, champ électromagnétique, etc...) est une fonction à 2 variables : le temps t et la position x

Dans l'exemple des vibrations dans une corde tendue, on observe que tout point M de la corde subit au cours du temps les mêmes variations de position que la source de la vibration :

f x (t) pour le point M



A une date t donnée, les déplacements des points

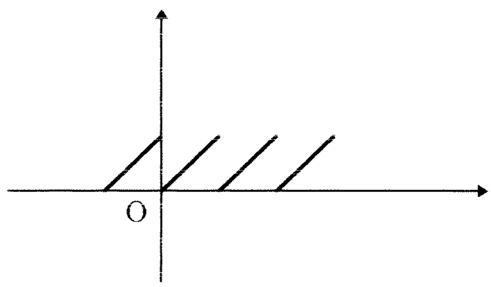
MATHEMATIQUES

• Une **fonction** f définie sur $\mathbb{R}$ est dite périodique s'il existe λ fini tel que :

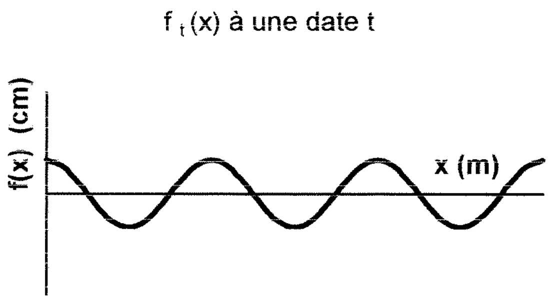
$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x+\lambda) = f(x)$$

λ est **une** période de f et f est dite périodique.
La période est alors la plus petite période λ_0 strictement positive de f. Les autres périodes sont des multiples entiers (positifs ou négatifs) de λ_0.

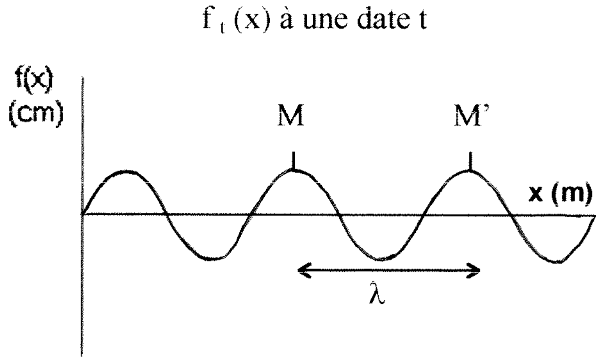
Exemples :
Les fonctions sinus et cosinus sont périodiques de période 2π (6π ou -4π sont aussi périodes de ces fonctions).
La fonction qui, à tout réel x, lui fait correspondre le réel (x - E(x)) est périodique de période 1.
E(x) est la partie entière de x.

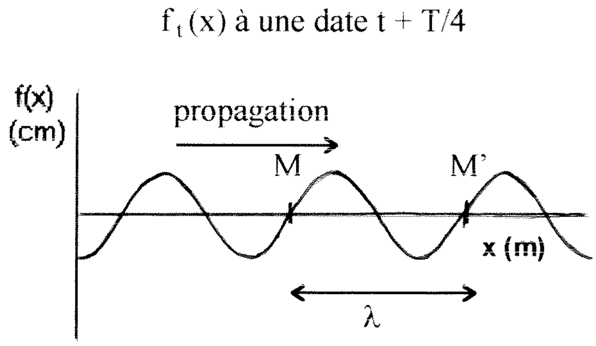


M de la corde dépendent de la position x de ces points par rapport à la source :



Si 2 points M et M' vibrent en phase :





la plus petite distance MM' est appelée longueur d'onde λ : c'est la **période spatiale.**

- La fonction f est une fonction à 2 variables et l'équation d'une onde plane sinusoïdale s'écrit :

$$f(x,t) = A \cdot \cos(\omega t \pm kx)$$

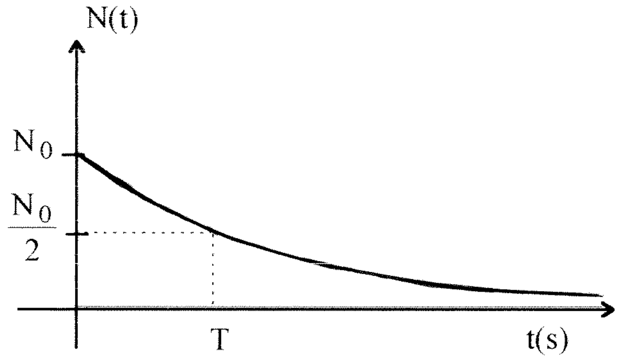
où la pulsation ω est reliée à la période (ou période temporelle) T et le nombre d'onde k est relié à la longueur d'onde (ou période spatiale) λ, par les relations : $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ et $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

- **Période radioactive :**

Si, à la date $t = 0$, on a une population N_0 de noyaux radioactifs (susceptibles de désintégrer), à la date t, il en restera $N = N_0\, e^{-\lambda t}$,

où λ est la constante radioactive du nucléide considéré.

par ex. : $\lambda(\text{polonium}) = 5{,}8 \times 10^{-8}\ s^{-1}$



à t = 0 à t = T

N_0 $N = \dfrac{N_0}{2} = N_0\, e^{-\lambda T}$

On appelle très improprement **période radioactive** ou plus correctement **demi-vie** le temps T au bout duquel la population initiale est réduite de moitié : $T = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$

par ex. : $T(\text{polonium}) = 1{,}2 \times 10^{7}\ s \approx 138$ jours

Clin d'œil : le tiers de vie du lambda moyen est donc $\dfrac{\ln 3}{\lambda}$

(Hélène de Troie ....)

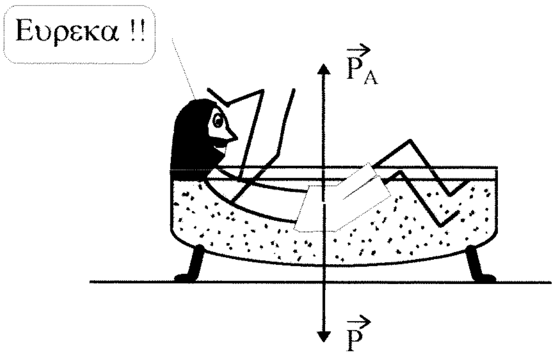
PRINCIPE

PHYSIQUE

• Formule générale énonçant une corrélation entre des phénomènes physiques et dont aucune des conséquences théoriques ne sont infirmées par l'expérience.

Exemples:

- le principe d'exclusion de Pauli
- le principe d'incertitude d'Heisenberg
- le principe d'Archimède :



Tout corps plongé dans un liquide subit de la part de celui-ci une poussée vers le haut d'intensité égale au poids du liquide ainsi déplacé.

- le principe de Nernst.

MATHEMATIQUES

• En mathématiques, nous n'avons pas de principes, nous n'avons que des axiomes et des postulats.

voir : Parallèle.

PRODUIT

PHYSIQUE

CHIMIE

• Lorsque les corps chimiques initiaux, appelés **réactifs**, réagissent dans une réaction, les corps finaux sont les **produits** de la réaction.

voir : Corps.

MATHEMATIQUES

• **Produit cartésien**:

couple : c'est un ensemble ordonné de deux éléments. Si $x \neq y$, $(x,y) \neq (y,x)$.

Exemple: couple des composantes d'un vecteur du plan, couple des coordonnées d'un point du plan .

On peut généraliser à un n-uplet, qui est un ensemble ordonné de n éléments.

Le **produit cartésien** de deux ensembles A et B est l'ensemble formé de tous les couples (x,y) quand x parcourt A et quand y parcourt B. Notation: $A \times B$; $(x,y) \in A \times B$.

On peut généraliser à un produit de n ensembles.

Exemples: $\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$;

$\mathbb{C}^* = \mathbb{R}_+^* \times [0,2\pi[$

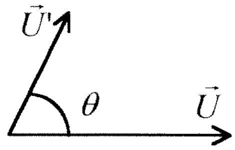
Produit et multiplication: un produit est le résultat d'une opération de multiplication. Ainsi en est-il du produit de deux (ou plusieurs) nombres, polynômes, fonctions, matrices. Dans un produit $a.b$, les éléments a et b sont appelés **facteurs** du produit.

Développer un produit est le transformer en somme de termes. L'opération inverse est la transformation en produits de facteurs. Ces opérations utilisent la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition:

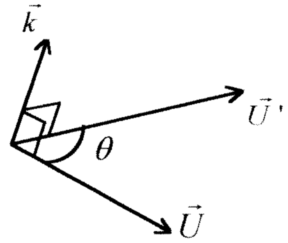
$(a+b).c = a.b + a.c$ (distributivité à droite) et $a.(b+c) = a.b + a.c$ (distributivité à gauche).

Généralisation: Les deux propriétés de distributivité ci-dessus peuvent être vues comme des propriétés de **bilinéarité** de l'application $(a,b) \mapsto a.b$: une linéarité par rapport à la variable a, une linéarité par rapport à la variable b. On appellera donc plus généralement **produit** le résultat d'une application bilinéaire. Ainsi en est-il du **produit** (au sens de la composition) $f \circ g$ de deux fonctions ou applications, du **produit scalaire** en dimension 2 ou 3, ou du **produit vectoriel** en dimension 3.

produit scalaire: $\vec{U}.\vec{U}' = \|\vec{U}\| \cdot \|\vec{U}'\| \cdot \cos\theta$.



produit vectoriel: $\vec{U} \times \vec{U}' = \|\vec{U}\| \cdot \|\vec{U}'\| \cdot \sin\theta .\ \vec{k}$.



$\vec{k}$ est le vecteur orthogonal à $\vec{U}$ et à $\vec{U}'$, et tel que la base $(\vec{U},\vec{U}',\vec{k})$ soit de sens direct..

clic! propriétés étranges du produit matriciel:

- il n'est pas commutatif : $a.b \neq b.a$ en général;
- il n'est pas régulier: $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$!!

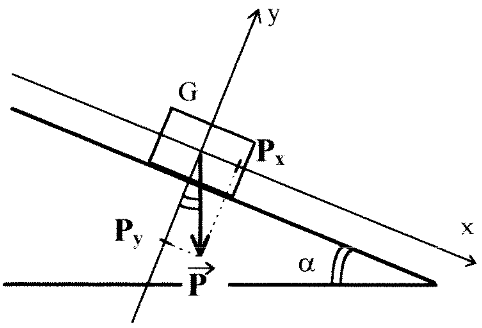
PROJECTION

PHYSIQUE

• La projection d'un vecteur dans un système d'axes est utilisée pour déterminer les composantes de ce vecteur dans le repère choisi.

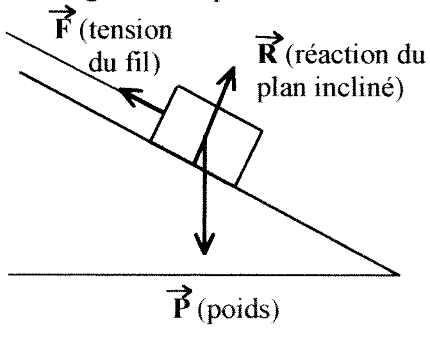
voir : Algébrique, Décomposer, Vecteur.

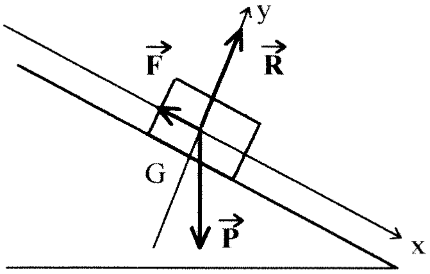
Exemple : solide sur un plan incliné, en négligeant les frottements.



$$\vec{P}\begin{pmatrix}P_x\\P_y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}P\cdot\sin\alpha\\P\cdot\cos\alpha\end{pmatrix}$$

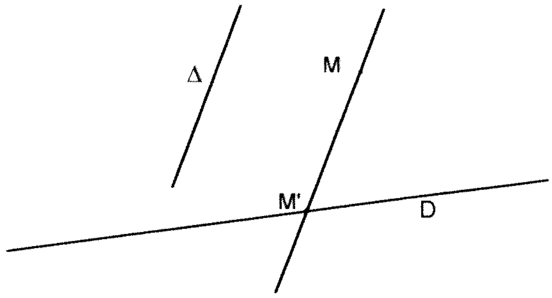
• **1ère remarque :** les composantes d'un vecteur sont indépendantes de son origine. En conséquence, lorsqu'on étudie un solide soumis à plusieurs forces , de points d'application différents, on « translate » les différents vecteurs - forces à l'origine du repère.





MATHEMATIQUES

• En géométrie plane la projection sur une droite D suivant une droite Δ est l'application p qui à tout point M du plan associe le point M' de D tel que la droite (MM') soit parallèle à Δ.

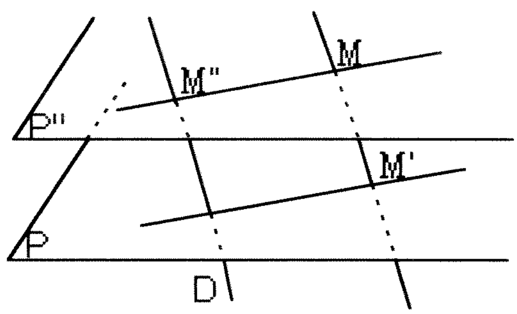


Si D et Δ sont perpendiculaires, on appelle cette application la projection orthogonale sur D. Cette notion permet de définir la hauteur d'un triangle relativement à un segment appelé base.

• Dans l'espace la *projection* sur un plan P suivant une droite D sécante à P est l'application p qui à tout point M associe le point M' de P tel que la droite (MM') soit parallèle à D.

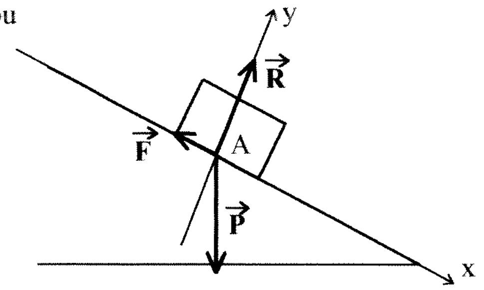
Si D et P sont perpendiculaires, p est appelé projection orthogonale sur le plan P. C'est cette notion qui permet de définir la hauteur d'un solide par rapport à une surface plane appelée base.

De même la *projection* sur une droite D suivant un plan P sécant à D est l'application qui à tout point M associe le point M'' de D tel que la droite (MM'') soit parallèle à P. Ce point M'' est l'intersection du plan P'' passant par M et parallèle à P avec la droite D.



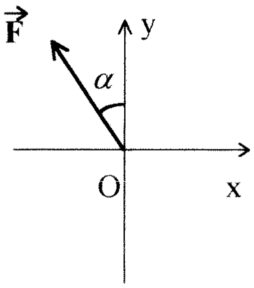
voir : Base, Proportionnel.

ou

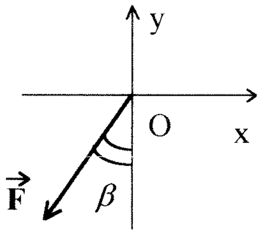


les vecteurs - forces deviennent des vecteurs au sens mathématiques et ne sont plus des vecteurs liés.

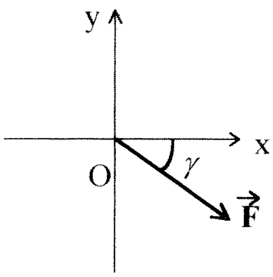
- **2ème remarque :** lors de la projection d'un vecteur - force dans un système d'axes, les angles sont souvent non orientés et non algébriques :



$\vec{F}\begin{pmatrix} -F.\sin\alpha \\ +F.\cos\alpha \end{pmatrix}$



$\vec{F}\begin{pmatrix} -F.\cos\beta \\ -F.\sin\beta \end{pmatrix}$



$\vec{F}\begin{pmatrix} +F\cdot\cos\gamma \\ -F\cdot\sin\gamma \end{pmatrix}$

Clin d'oeil : en chimie, on évite les *projections* d'acide sur les voisins.

PROPORTION

PHYSIQUE

CHIMIE

- Lorsqu'on réalise une réaction chimique, en respectant, au niveau des proportions des réactifs, les coefficients donnés par l'équation - bilan équilibrée, on dit que ces réactifs sont dans des **proportions stoechiométriques.**

voir : Equation.

Exemple :

$$2\,H_2 + O_2 \rightarrow 2\,H_2O$$

2/3 de dihydrogène et 1/3 de dioxygène réagissent avec le plus de vivacité et tous les réactifs sont consommés : d'autres proportions laisseraient un reste d'un des réactifs.

MATHEMATIQUES

- On appelle proportion l'égalité de deux rapports:

a, b, c, d x étant des nombres réels, non nuls si nécessaire:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Cette égalité en entraîne d'autres:
On a aussi l'égalité $ad = bc$ appelée égalité du produit en croix.

Si $\frac{a}{x} = \frac{x}{d}$, alors x est la moyenne géométrique de a et b et on a: $x = \sqrt{ad}$.

- **In memoriam...**
  - * Les nombres a et d s'appellent les extrêmes, les nombres b et c les moyens.
  - * le produit des moyens est égal au produit des extrêmes: $ad = bc$.
  - * on peut intervertir les moyens: $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
  - * on peut intervertir les extrêmes: $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$
  - * si m, m', n, n' sont des nombres quelconques et à condition que les dénominateurs ne s'annulent pas, on peut écrire :

$$\frac{ma + nb}{m'a + n'b} = \frac{mc + nd}{m'c + n'd}$$

PROPORTIONNEL, PROPORTIONNALITE

PHYSIQUE

Souvent employé dans le sens de relation linéaire.

voir : Linéaire.

Constante de **proportionnalité.**

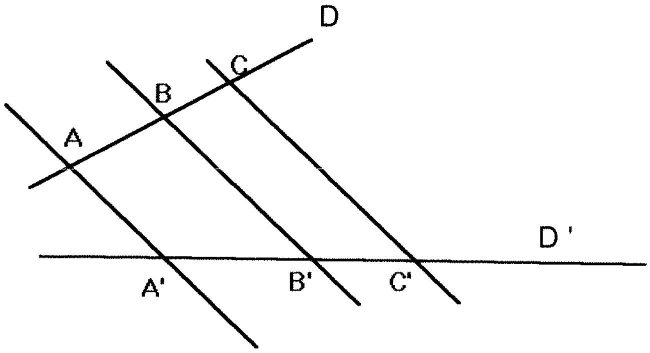
voir : Constante.

MATHEMATIQUES

- On dit que deux suites de nombres u_n et v_n (finies ou infinies) sont proportionnelles s'il existe un réel k tel que pour tout entier n, $u_n = kv_n$

Si on représente les points de coordonnées (u_n, v_n) dans un repère, ceux-ci sont alignés sur une même droite passant par l'origine.

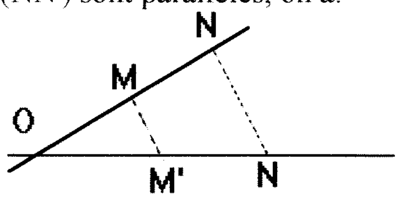
- Le théorème de Thalès traduit une situation de proportionnalité. Le rapport entre les longueurs des segments est conservé par la projection de D sur D' parallèlement à (AA'):



les droites (AA'), (BB') et (CC') étant parallèles, on a l'égalité des rapports:

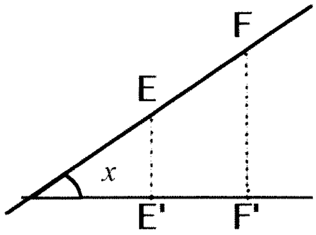
$$\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$$

Si on considère le cas particulier de la configuration suivante dans laquelle les droites (MM') et (NN') sont parallèles, on a:



$$\frac{OM}{ON} = \frac{OM'}{ON'} = \frac{MM'}{NN'}$$

- Dans le cas particulier de la projection orthogonale, le rapport de projection de D sur D' est égal au cosinus de l'angle aigu formé par D et D'.

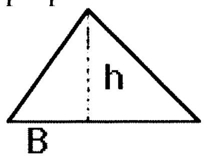


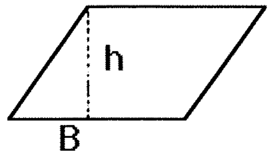
$E'F' = EF \cos x$

- Le calcul des pourcentages est une autre situation de proportionnalité. Si le nombre x représente une quantité:
  - * prendre 17% de x, revient à calculer $0{,}17x$.
  - * augmenter x de 7,5%, revient à calculer $1{,}075x$.
  - * diminuer x de 9% revient à calculer $0{,}91x$.

- Le calcul des aires des polygones usuels:

les aires du triangle, du parallélogramme sont proportionnelles à leur hauteur.

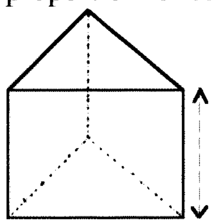


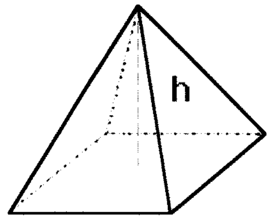


$A = \frac{1}{2} B \times h$ $\qquad$ $A = B \times h$

- Le calcul des volumes des solides usuels:

les aires du prisme, de la pyramide sont proportionnelles à leur hauteur.





$A = (\textit{aire de la base}).h$ $\qquad$ $A = \frac{1}{3}(\textit{aire de la base}).h$

- Les fonctions linéaires $y = ax$:

y est proportionnel à x.

- Les fonctions affines $y = mx + p$:

les accroissements de y sont proportionnels aux accroissements de x.

voir : Base, Linéaire, Projection.

PUR

PHYSIQUE

voir : Corps.

MATHEMATIQUES

- **Imaginaire pur**

Un nombre complexe est un imaginaire pur si et seulement si sa partie réelle est nulle.

$$z \textbf{ imaginaire pur } \Leftrightarrow Re(z) = 0$$
$$Im = \{ix, x \in \mathbb{R}\}$$

Tout nombre complexe dont l'argument est $\pm\frac{\pi}{2}$ est un imaginaire pur.

Remarque: le nombre **zéro** qui, par convention, n'a pas d'argument est aussi un imaginaire pur, c'est, bien entendu, aussi un nombre réel.

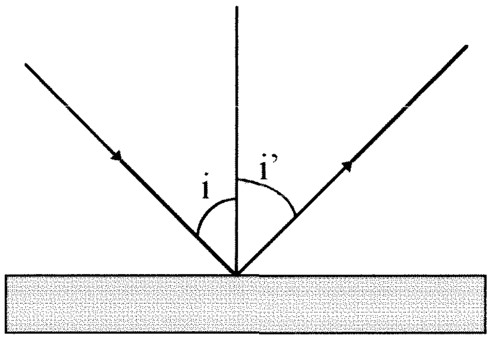
voir : Complexe.

REFLEXION

PHYSIQUE
OPTIQUE (niveau seconde)

• Un rayon de lumière, tombant sur un miroir parfait, subit une réflexion totale, qui satisfait les lois de Snell - Descartes (en France) et de Snell (au Royaume-Uni) pour la réflexion :

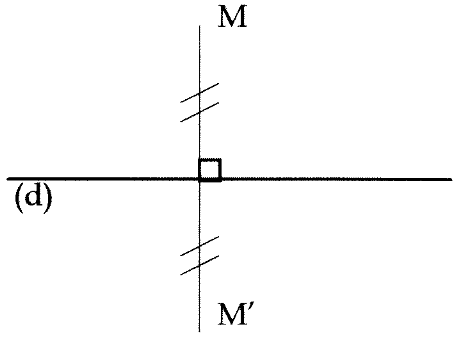
1) Le rayon réfléchi se trouve dans le plan d'incidence (formé par le rayon incident et la normale au plan).
2) i = i' (i = angle d'incidence et i' = angle de réflexion ; angles par rapport à la normale à la surface)



voir : Loi.

MATHEMATIQUES

• Dans le plan, on appelle réflexion d'axe (d) la transformation qui à tout point M fait correspondre le point M' tel que (d) soit la médiatrice de [MM'].



Propriétés:
La réflexion d'axe (d) est une **isométrie** (elle conserve les longueurs) du plan, ce n'est pas un déplacement

La réflexion, notée s_d, est involutive i.e. $s_d \circ s_d = Id$.
La réflexion d'axe (d) est aussi appelée symétrie d'axe (d).

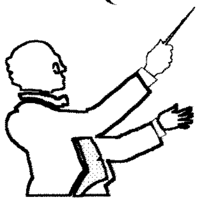
Composée de deux réflexions :
• **d'axes parallèles.**
La composée de deux réflexions d'axes parallèles est une translation.

• **d'axes sécants**.
La composée de deux réflexions d'axes sécants en O est une rotation de centre O.

voir : Composée, Déplacement, Identité, Rotation, Translation.

REPERE, REFERENTIEL

PHYSIQUE



- **Référentiel:** un solide de référence, tous les points liés à ce solide. Exemple: la Terre.
- **Repère:** toujours lié au référentiel.

Exemple: dans le référentiel Terre, un repère tourne avec la terre, tandis que dans le référentiel géocentrique un repère a ses axes fixes.

MATHEMATIQUES

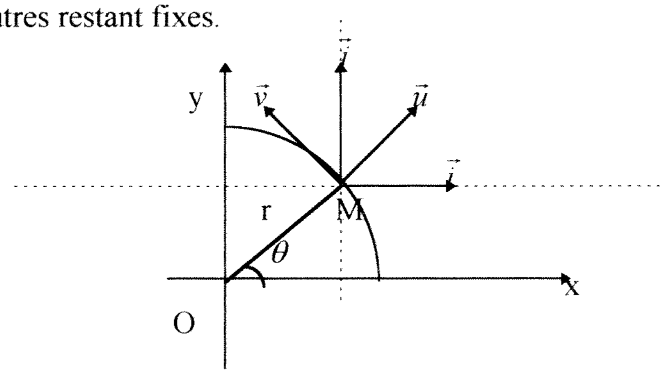
- **Repère cartésien:** l'ensemble constitué d'un point appelé l'origine du repère et d'une base de vecteurs appelés les vecteurs de base du repère.

En **Physique et** en **Mathématiques**, « on » s'accorde sur les définitions suivantes:

- **Repère :** c'est un système de coordonnées pour repérer un point de l'espace. A ce système de coordonnées est associée une base de coordonnées, appelée encore base mobile. (ou locale)

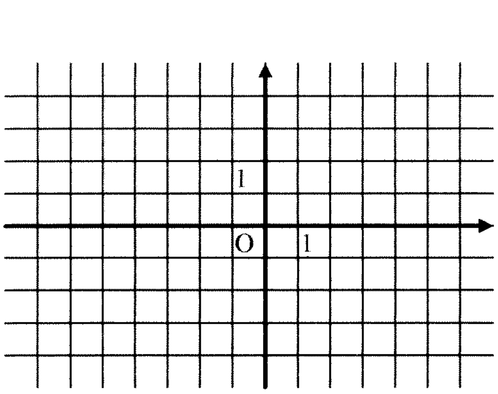
Exemples de systèmes de coordonnées :
polaires (ρ, θ), cylindriques (r, θ, z), sphériques (ρ, θ, φ).

- **Base de coordonnées:** base formée des deux (ou trois) vecteurs unitaires tangents aux lignes de coordonnées orientées dans le sens croissant.
- **Ligne de coordonnées:** la courbe obtenue en faisant varier l'une des coordonnées, toutes les autres restant fixes.

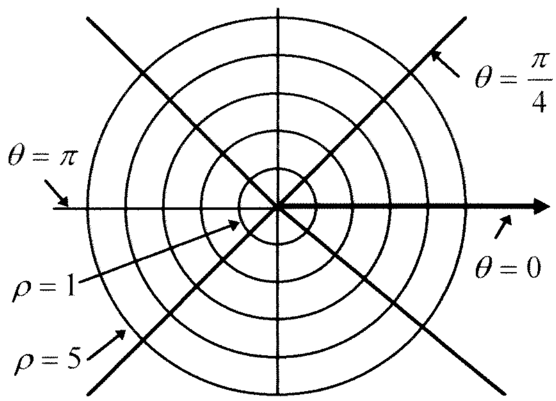


Dans le repère cartésien, la base $(\vec{i},\vec{j})$ est globale (fixe) alors que dans le système de coordonnées polaires (ρ,θ) la base de coordonnées $(\vec{u},\vec{v})$ est mobile (elle dépend du point M).

Exemples:



Les lignes de coordonnées d'un repère cartésien: un quadrillage.



Les lignes de coordonnées d'un repère polaire: le radar.

voir : Base, Complexe, Vecteur.

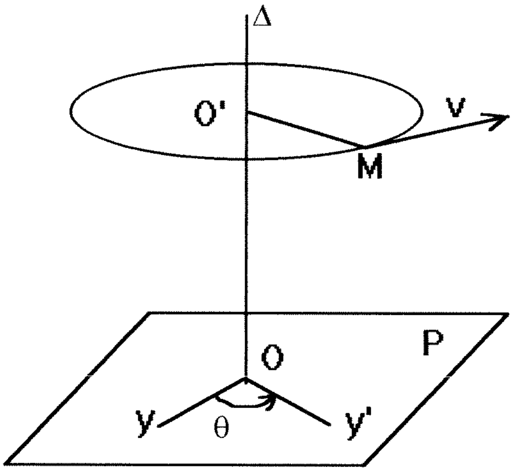
- Le repère de Frenet (ou de Serret-Frenet) est un repère lié à la trajectoire d'un point. Dans le cas d'une trajectoire plane, le premier vecteur $\vec{t}$ est le vecteur unitaire colinéaire et de même sens que la vitesse. Le deuxième vecteur $\vec{u}$ est:

En Physique	En Mathé matiques
unitaire, colinéaire et de *même sens* que l'accélération normale, donc toujours dirigé vers la concavité de la courbe de la trajectoire.	unitaire, *directement perpendiculaire* au vecteur $\vec{t}$. Le rayon de courbure devient alors une grandeur algébrique et peut être dirigé soit vers la concavité de la courbe, soit en dehors de cette concavité.

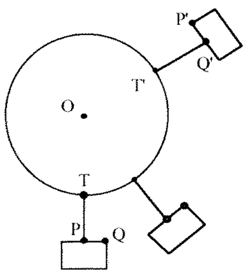
ROTATION

PHYSIQUE

- Si les trajectoires de tous les points d'un solide en mouvement sont circulaires, et si tous les centres de ces cercles sont alignés sur une droite Δ, ce solide est en mouvement de rotation autour de l'axe Δ.



Exemples:
Un solide est en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe si $\theta = \omega t$ (ω constant, t est le temps).



Un exemple qui permet de différencier les mouvements de translation et de rotation d'un solide est celui d'une grande roue dont toutes les liaisons entre les nacelles et la roue sont rouillées et donc fixes. Chacune des nacelles est donc en mouvement de rotation autour de l'axe de rotation de la grande roue. Ce mouvement est à comparer au mouvement réel des nacelles.

voir : Abscisse curviligne, Translation, Vitesse.

MATHEMATIQUES

E désigne le plan ou l'espace usuels orientés.

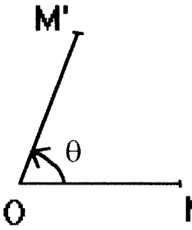
Les rotations sont des isométries elles conservent les longueurs) directes (on dit aussi des déplacements), c'est à dire qu'elles conservent l'orientation des angles.

- **Rotation dans le plan:**

Soit O un point fixé du plan usuel orienté et θ un réel. On appelle rotation de centre O d'angle orienté θ, l'application du plan dans lui même qui à tout point M associe le point M' tel que:

- O est invariant (il a pour image lui-même).
- si M est distinct de O, il est défini par:

$OM = OM'$ et $(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}) = \theta \text{ à } 2\pi \text{ près}$



La composée de deux rotations est une rotation ou une translation (éventuellement l'identité).

voir : Composée, Déplacement, Translation

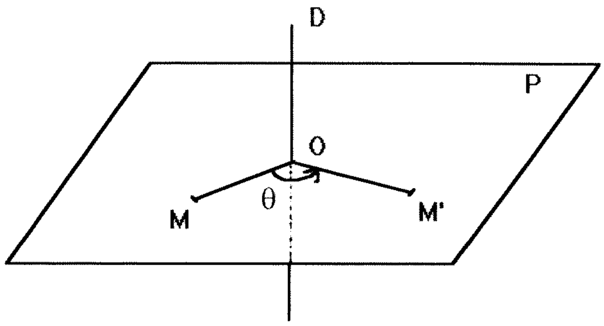
Ecriture complexe d'une rotation plane:
Soit M, M' et O trois points du plan d'affixes respectives z,z' et z_0.
Si M' est l'image de M par la rotation de centre O d'angle orienté θ, on a:

$$z' - z_0 = (z - z_0)e^{i\theta}$$

voir : Complexe.

- **Rotation dans l'espace:**

Soit D une droite fixée de l'espace et θ un réel.
On appelle rotation d'axe D et d'angle orienté θ, l'application de l'espace dans lui même qui à tout point M fait correspondre le point M' défini de la façon suivante:



- Si M est situé sur D, il est invariant.
- Si M n'est pas sur D, on considère le plan P perpendiculaire à D passant par M et qui coupe D en O. L'orientation étant choisie par un vecteur directeur de D, M' est alors l'image de M par la rotation du plan P de centre O d'angle orienté θ.

Pour aller plus loin:

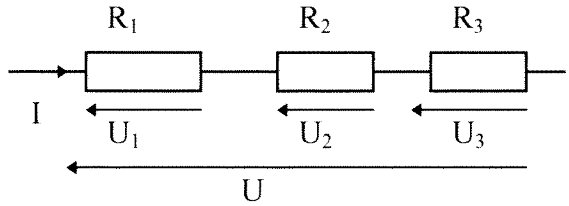
- La composée de deux rotations d'axes coplanaires est une rotation ou une translation (éventuellement l'identité).
- La composée de deux rotations distinctes de l'identité d'axes non coplanaires est un vissage strict ou déplacement hélicoïdal, c'est à dire la composée d'une rotation d'axe D d'angle non nul par une translation dont le vecteur directeur dirige D.

SERIE

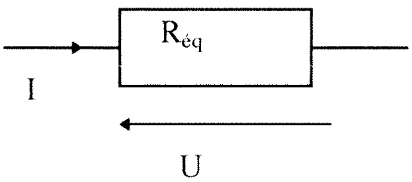
PHYSIQUE

- En électricité, on parle de montage **en série** lorsque des dipôles sont connectés bout à bout, de façon à être tous parcourus par la même intensité de courant (par opposition, voir parallèle).

Exemple :

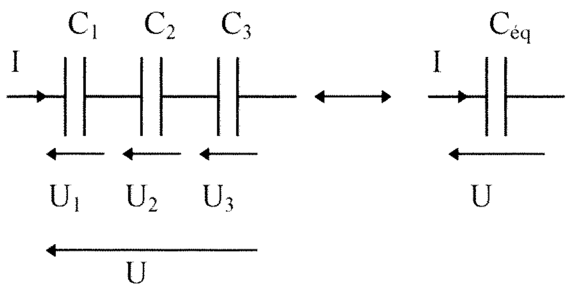


Les trois résistors de résistances R_1, R_2, R_3 sont en série et peuvent être remplacés par un résistor équivalent de résistance $R_{éq}$:



D'après la loi d'additivité des tensions , $U = U_1 + U_2 + U_3$, or on a: $U = R_1 .I + R_2.I + R_3.I = R_{éq}.I$, d'où : $R_{éq} = R_1 + R_2 + R_3$

- Dans le cas des condensateurs en série :



Etant en série, les trois condensateurs portent la même charge q :
on a donc $q = C_1.U_1 = C_2.U_2 = C_3.U_3 = C_{éq}.U$, or $U = U_1 + U_2 + U_3$,
d'où on en déduit :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

voir : Dérivée, Equivalent, Parallèle.

MATHEMATIQUES

- La série numérique de terme général u_n est définie comme étant la suite des sommes partielles de la suite u_n. La somme partielle d'ordre n de la suite u_n est:

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$$

On dit qu'une série converge si la suite des sommes partielles converge, et dans ce cas la limite de cette suite est appelée somme de la série.

voir : Convergente

Exemples:
La série géométrique $(S_n)_{n\in \mathbb{N}}$ de terme général $S_n = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ a pour somme 1.

La série de terme général:

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} 9 \times 10^{-k} = 0,\underbrace{99...9}_{n\ termes}\ )$$

a également pour somme 1.

La série géométrique de terme général x^n a pour somme partielle (si $x \neq 1$):

$$1 + x + x^2 + ... + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}.$$

Elle converge si $|x| < 1$, elle diverge si $x \geq 1$.

La série de terme général n (suite arithmétique de raison 1) a pour somme partielle:

$$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

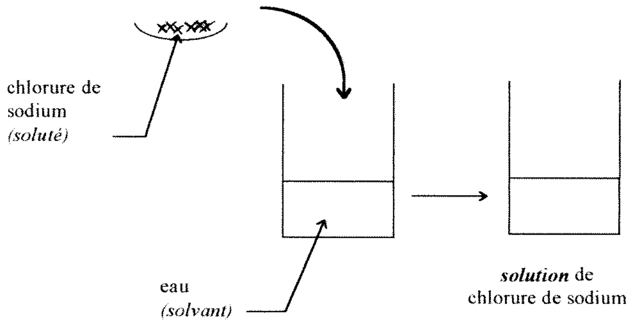
La série harmonique de terme général $\frac{1}{n}$ diverge: elle a pour limite $+\infty$.

SOLUTION

PHYSIQUE
CHIMIE

- Lorsqu'on peut dissoudre un composé ionique ou moléculaire (soluté) dans un solvant (l'eau, par exemple) on obtient une **solution** de ce composé.

Exemple :



- Lorsque le solvant est de l'eau, on dit que la solution est aqueuse : dans cette solution de chlorure de sodium, les ions chlorure Cl^- et les ions sodium Na^+ sont dispersés dans l'eau et ont donc des concentrations molaires ou massiques, notée $[Cl^-]$ et $[Na^+]$.

MATHEMATIQUES

- Les solutions sont les réponses argumentées à un problème.

Les solutions d'une équation sont les valeurs qui satisfont l'égalité.

Les solutions d'une équation différentielle sont les fonctions qui vérifient l'égalité.

Les solutions de l'équation différentielle $y'' + \omega^2 y = 0$ sont les fonctions du type $f(x) = A\cos \omega x + B\sin \omega x$ où A et B sont deux constantes.

Les solutions de l'équation $y' - ay = 0$ sont les fonctions du type: $f(x) = Ke^{ax}$ où K est une constante.

voir : Equation

SYSTEME

PHYSIQUE

MECANIQUE

- Système : c'est un ensemble défini de points matériels qui constituent l'objet d'étude.

Exemple : un solide.

- Système isolé:

On dit qu'un système est isolé s'il n'est soumis à aucune force extérieure. La notion de système isolé est en fait un concept. Sa réalisation rigoureuse est inaccessible dans une expérience réelle, elle ne peut qu'être plus ou moins approchée.

Exemple : un solide suffisamment loin de tout est une réalisation approchée du système isolé.

- Système pseudo - isolé:

un système est pseudo - isolé s'il est soumis à des forces extérieures de résultante nulle.

Exemple : un solide sur une table à coussin d'air.

- Système oscillant:

Système dont l'état est caractérisé par une ou plusieurs grandeurs physiques oscillant au cours du temps. On dit qu'une grandeur physique oscille au cours du temps si c'est une fonction périodique (ou pseudo - périodique), non constante, du temps.

voir : Amplitude, Période.

- Système d'unités

voir : Dimension, Unité.

THERMODYNAMIQUE

- Système isolé : un système est isolé s'il n'échange ni travail, ni chaleur avec l'extérieur.

MATHEMATIQUES

- Un système d'équations est formé de deux ou plusieurs équations à vérifier simultanément. La résolution se fait en remplaçant ce système par des systèmes équivalents, c'est-à-dire admettant tous le même ensemble de solution(s), le dernier système écrit ayant une ou des solution(s) évidentes.

Exemple :

$$\begin{cases} (1)\ \ 2x+3y=4 \\ (2)\ \ 4x+5y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1) & : \ \ 2x+3y=4 \\ (2)-2\times(1) & : \ \ -y=-2 \end{cases}$$

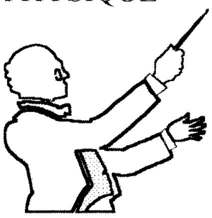
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}.$$

- Système de coordonnées:

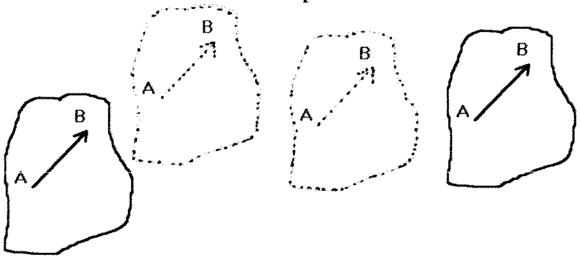
voir : Equation, Equivalence, Repère, Référentiel, Solution.

TRANSLATION

PHYSIQUE



- Un solide S est en mouvement de translation si pour deux points A et B quelconques de S, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur constant au cours du temps. De façon imagée, on pourrait dire que le solide reste constamment parallèle à lui-même.



Les pointillés représentent des positions intermédiaires du solide.

La trajectoire d'un point quelconque du solide est quelconque, les trajectoires de deux points distincts quelconques se déduisent l'une de l'autre par une translation (au sens mathématique).

Exemples :

- Un solide est en mouvement de translation rectiligne uniforme si son mouvement de translation se fait selon une droite et à vitesse constante.

- Un solide est en mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré si son mouvement de translation se fait selon une droite et à accélération constante.

- La nacelle d'une grande roue de fête foraine est en mouvement de translation, et la trajectoire de chacun de ses points est circulaire! (voir dessin ci-dessous)

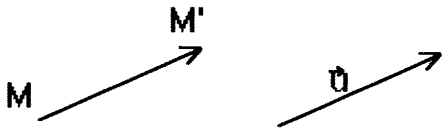
MATHEMATIQUES

E désigne le plan ou l'espace usuels.

- Les translations sont des isométries directes (ou des déplacements), c'est à dire qu'elles conservent l'orientation.

M et N étant deux points quelconques d'images respectives M' et N' par une application affine, l'application vectorielle associée est l'application qui au vecteur $\overrightarrow{MN}$ associe le vecteur $\overrightarrow{M'N'}$.

- On appelle translation de vecteur $\vec{u}$ l'application de E vers E, qui à tout point M associe le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$

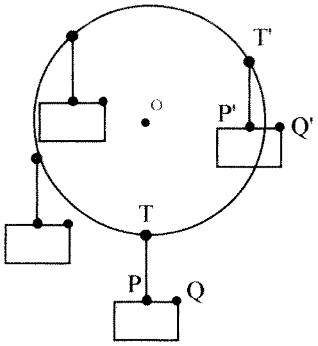


Cette application transforme les figures usuelles du plan en des figures qui leur sont superposables.

- La composée de la translation de vecteur $\vec{u}$ et de la translation de vecteur $\vec{v}$ est égale à la translation de vecteur $\vec{u}+\vec{v}$.

- L'application vectorielle associée à la translation est l'identité.

voir : Composée, Déplacement, Identité, Réflexion, Rotation.



voir : Composée, Déplacement, Rotation.

UNITE

PHYSIQUE

• **Unité:** grandeur de référence par rapport à laquelle sont mesurées toutes les grandeurs de même espèce (c'est-à-dire ayant la même dimension).

• **Système d'unités:** ensemble cohérent d'unités, bâti à partir des unités de grandeurs fondamentales.

Exemple:
le système ***MKSA*** est bâti à partir des unités fondamentales **mètre** (longueur), **kilogramme** (masse), **seconde** (temps) et **ampère** (intensité de courant).

• En fait, sauf mention explicite du contraire, on utilise aujourd'hui exclusivement un seul système d'unités, baptisé ***S.I. (système international)***.

voir : Dimension, Mesurer.

MATHEMATIQUES

• En arithmétique, l'unité est symbolisée par le nombre 1. Dans l'écriture décimale des nombres, le chiffre des unités prend des valeurs comprises entre 0 et 9. Par exemple, le chiffre des unités du nombre 317,54 est 7.

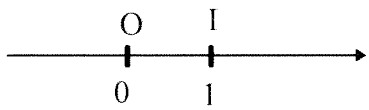
voir : Base.

• On peut aussi résoudre des problèmes en choisissant une unité de longueur, d'aire ou de volume arbitraire, sans référence aux unités physiques.

voir : Mesurer, Repère.

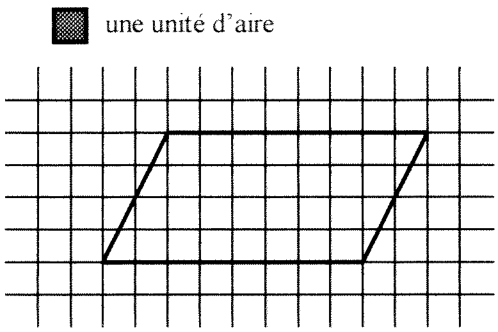
Exemples:

♦ En choisissant un repère sur une droite graduée, on choisit deux points qu'on nomme origine O et unité I; la distance entre ces deux points définit une unité de longueur, et on compare toutes les longueurs à cette unité.

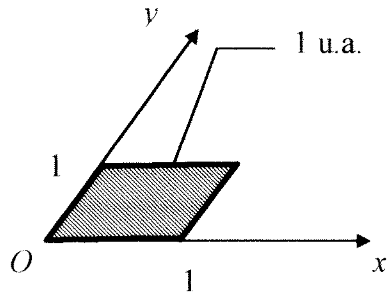


♦ On peut également mesurer une aire (ou un volume) en choisissant une unité d'aire (ou de volume) particulièrement adaptée au problème à résoudre et en pavant la surface(ou le volume) à mesurer, sans avoir à définir de repère. Par exemple, en prenant comme unité d'aire le carreau, l'aire du parallélogramme ci-dessous est 32 unités d'aire.

♦



- **Unité d'aire (u.a.) :** dans le plan rapporté à un repère, c'est l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs de base du repère. Cette aire est prise comme unité de mesure de toutes les aires planes.



VALEUR APPROCHEE

PHYSIQUE

A partir d'un exemple.
L'unité de longueur étant le mètre, donner un résultat au centimètre près, c'est :

- Indiquer que la mesure s'effectue avec un appareil dont la précision est de l'ordre du cm ; la **mesure** , par définition **exacte**, est, par exemple, 300 cm.
- Si la grandeur fait l'objet de plusieurs mesures indépendantes dans des conditions analogues, la moyenne arithmétique des résultats présentera une incertitude plus faible que l'un quelconque des résultats :

AB = 300 cm n'est donc que la **valeur approchée** de la grandeur.
On écrira : AB = 300 ± 1 cm

ou $299 \leq AB \leq 301$ cm

- Déterminer le nombre de chiffres significatifs, ici trois ; ce nombre de chiffres significatifs est indépendant du choix de l'unité, donc de la place de la virgule :

AB = 300 cm = 3,00 m

2,99 m $\leq$ AB $\leq$ 3,01 m s'écrit AB = 3,00 m

MATHEMATIQUES

- **Valeur approchée à** 10^{-p} **près :** on dit que v est une valeur approchée à 10^{-p} du réel x si $v - 10^{-p} \leq x \leq v + 10^{-p}$.

On dit que v est une valeur approchée **par défaut** si $v \leq x \leq v + 10^{-p}$, **par excès** si $v - 10^{-p} \leq x \leq v$.

- **Convention d'arrondi.**

En général, une valeur approchée à 10^{-p} près est arrondie au $p$ième chiffre après la virgule avec la convention suivante:
- si le $(p+1)$ième chiffre après la virgule est $0,1,2,3,$ ou 4 , on conserve le $p$ième chiffre;
- si le $(p+1)$ième chiffre après la virgule est $5,6,7,8,$ ou 9 , on augmente le $p$ième chiffre d'une unité (avec retenue éventuelle).

Exemple: à 10^{-2} près, $2,994...$ est arrondi à $2,99$ et $2,995...$ est arrondi à 3.

Comme l'intervalle des valeurs approché est modifié par cette convention, on conserve parfois dans l'arrondi d'une valeur approchée à 10^{-p} une décimale de plus que la précision p , cette décimale supplémentaire étant écrite en plus petits caractères.

Exemple: $\pi \approx 3,141_6$ à 10^{-3} près.

- **Calcul approché.**

Dans le calcul approché d'une valeur numérique (par exemple d'un nombre non décimal, de la somme d'une série, d'une intégrale définie) on distingue en général une **erreur de méthode** (ou systématique) et une **erreur de calcul** (ou erreur d'arrondi). Ces deux erreurs s'additionnent et doivent avoir une somme inférieure à la précision souhaitée du résultat.

Exemple : Le nombre e est la somme de la série $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{n!}$. Pour calculer une valeur approchée de ce nombre, par exemple à 10^{-6} près:

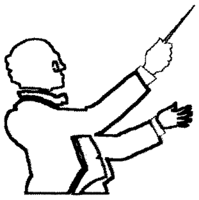
♦ on tronque la série à l'ordre n tel que le reste $\sum_{n \geq N+1} \frac{1}{n!}$ soit inférieur à $0,5 \times 10^{-6}$. C'est l'erreur de méthode.

- On calcule alors la somme partielle $S_N = \sum_{n=0}^{N} \frac{1}{n!}$ avec une erreur inférieure à $0{,}5 \times 10^{-6}$ due au calculateur (erreur d'arrondi).

voir : Série.

VECTEUR

PHYSIQUE



MECANIQUE (niveau 1 S)

- Dans un référentiel donné, où on connaît la loi horaire*, le vecteur vitesse $\vec{V}_{M_i}$ est caractérisé par :
  - une direction , la tangente à la trajectoire*
  - un sens : celui du mouvement
  - une norme $\|\vec{V}_{Mi}\|$, proportionnelle à la vitesse instantanée V_{mi} (on choisira une échelle : par exemple 1 cm ↔ 0,2 $m.s^{-1}$)
  - une origine : le point M_i

* loi horaire : c'est connaître la position du mobile à chaque instant.
* trajectoire : lieu des points occupés au cours du mouvement.

MECANIQUE (niveau 1 S).

- Une force est caractérisée par :
  - sa direction
  - son sens
  - son intensité
  - son point d'application

elle est représentée par un **vecteur force** $\vec{\mathbf{F}}$, dont l'origine est le point d'application.
En mécanique, le vecteur est **lié** à un point.

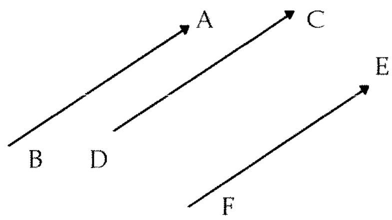
Remarque : suivant la situation, on privilégie l'aspect vecteur (au sens mathématique) ou l'aspect vecteur lié à un point.

Par exemple lors de l'étude de l'équilibre d'un solide soumis à plusieurs forces,

MATHEMATIQUES

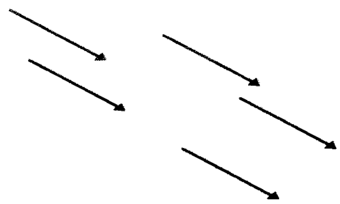
- La notion de vecteur est introduite en *troisième* sous la forme suivante:
Un vecteur est caractérisé par sa direction, son sens et sa longueur.

On ne parle en troisième que de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
On définit l'égalité de deux vecteurs par: « même direction, même sens et même longueur. »

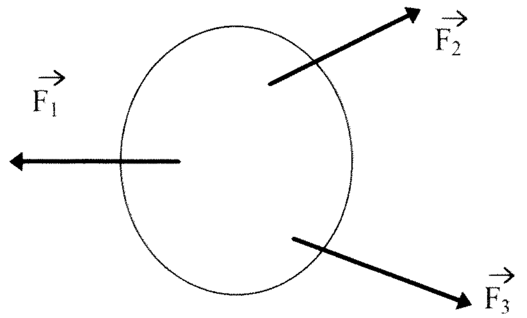


On définit également la somme de deux vecteurs si l'origine du second est l'extrémité du premier.
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (*Relation de Chasles*)

- En *seconde*, on part des connaissances des élèves et l'on note $\vec{u}$ le vecteur dont $\overrightarrow{AB}$ est **un représentant.** Les élèves apprennent alors qu'on peut dessiner un représentant d'un même vecteur à partir de n'importe quel point du plan.
Dans le dessin ci dessous, on a dessiné plusieurs représentants d'un même vecteur $\vec{u}$.

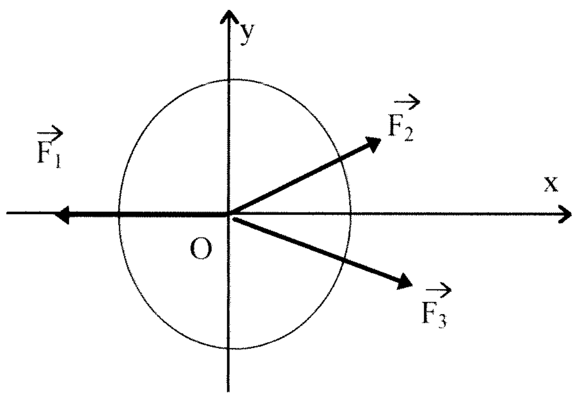


Pour comparer deux vecteurs (égalité, colinéarité, orthogonalité, angles) on habitue les élèves à choisir un point et à dessiner les deux vecteurs avec cette même origine.



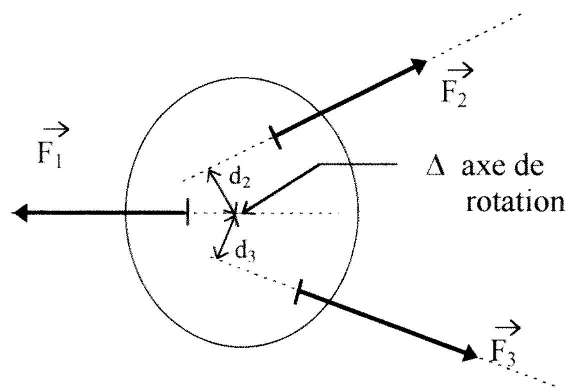
on écrit que :

1) $\sum \vec{F} = \vec{0}$ (condition qui exprime l'absence de mouvement de translation) et on vérifiera cette condition en « déplaçant » ces vecteurs en un même point : l'origine du repère choisi

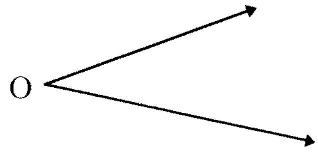


2) $\sum \mathcal{M}(\vec{F}) = 0$ (condition qui exprime l'absence de mouvement de rotation). $\mathcal{M}$ est le moment des forces :

voir : Couple



et on calculera les moments par rapport à l'axe de rotation des **vecteurs - forces liés** .



On les prépare à la structure d'espace vectoriel où le point O joue un rôle particulier.

- **Pour aller plus loin.**

L'égalité (en réalité l'équipollence) de deux bipoints (en fait les vecteurs vus en troisième) est une relation d'équivalence et c'est la classe d'équivalence d'un bipoint (l'ensemble de tous les bipoints équipollents) qui est un vecteur (tel qu'on le voit en seconde.).

voir : Equivalence.

L'ensemble formé par toutes ces classes d'équivalence muni de l'addition et de la multiplication par un réel a une structure d'espace vectoriel.

Derrière la notion du vecteur - force du physicien, il y a autre chose que la notion du vecteur du mathématicien : le vecteur - force est **attaché** à son point d'application.

Les forces sont les fameux vecteurs liés de notre jeunesse, le terme n'était pas idiot, pourquoi l'a-t-on abandonné?

CHAMPS de vecteurs (niveau T S).

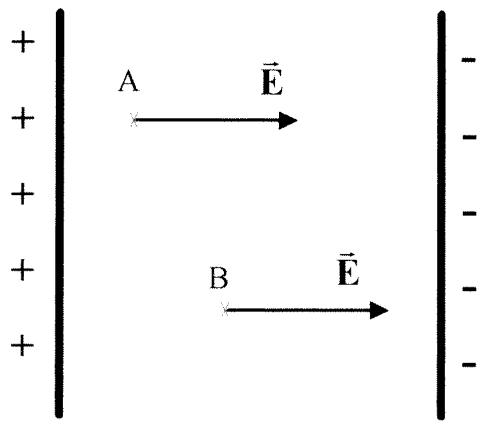
• La notion de champ (de pesanteur, de gravitation, électrostatique, magnétique) permet de caractériser la force subie par une masse - unité ou une charge - unité, sans se préoccuper des causes de cette action.

• **Un champ vectoriel** est caractérisé en chaque point M de l'espace par un vecteur $\vec{E}_{(M)}$.

Le **vecteur champ** n'est donc pas forcément constant (il dépend du point M).

• Un champ est dit uniforme (cas particulier) si, en chaque point, le vecteur est le même : $\vec{E}_{(A)} = \vec{E}_{(B)}$.

Exemple : le champ électrique $\vec{\mathbf{E}}$ uniforme dans un condensateur plan



SYSTEMES OSCILLANTS (niveau T S).

• **Vecteur de Fresnel.**

Soit une grandeur sinusoïdale :

$$s = A \cos(\omega t + \varphi)$$

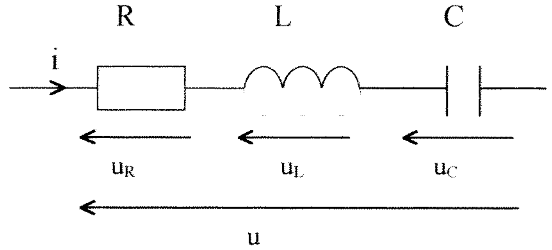
On associe à s un vecteur tournant $\overrightarrow{OM}$ Dans un repère orthonormé $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$ avec une unité égale à celle de la grandeur s,

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} \|\overrightarrow{OM}\| = A \\ (\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = (\omega t + \varphi) \end{cases}$$

$\overrightarrow{OM}$ tourne à la vitesse angulaire ω

alors $\overrightarrow{OM} \cdot \vec{i} = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

* application : oscillations électriques dans un circuit R, L, C série :

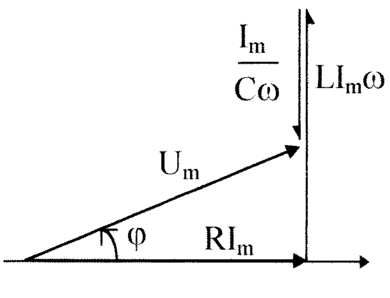


à l'intensité $i = I_m.\cos\omega t$ on associe $\vec{I}$
à la tension $u = U_m.(\cos\omega t + \varphi)$ on associe $\vec{U}$

On peut alors déterminer :

- le déphasage φ de la tension par rapport à l'intensité (ou la phase de la tension sur l'intensité): $\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$
- l'amplitude U_m de la tension en fonction des caractéristiques du dipôle R, L, C et de l'intensité

Exemple :



ici $\varphi > 0$, donc u est en avance sur i

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$U_m = Z \cdot I_m = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \cdot I_m$$

* On utilise aussi les nombres complexes et l'impédance complexe :
à $s = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos\theta$, on associe $A\,e^{i\theta}$

voir : Complexe.

VITESSE

PHYSIQUE

- **Vitesse moyenne** :

$$V_{moy} = \frac{\text{distance parourue}}{\text{temps mis à la parcourir}}$$

Une vitesse s'exprime en $m.s^{-1}$ dans le système S.I..

- **Vitesse instantanée :**

C'est, à l'instant t, la dérivée du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ par rapport au temps :

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

Elle dépend du repère étudié. Elle se représente par un vecteur tangent à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement, dont le module est :

$$V = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

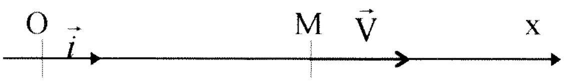
x, y et z étant les coordonnées cartésiennes du point M.

Voir : Abscisse curviligne, Dérivée, dérivation et Vecteur.

- **Vitesse linéaire** : c'est la vitesse d'un point appartenant à un solide en translation ou en rotation ; son support est tangent à la trajectoire.

Exemple : dans un mouvement de translation rectiligne uniforme, la vitesse est constante.

Si le mouvement est uniformément accéléré :



a étant l'accélération du point M, on a :

$v = a.t + v_0$, v_0 étant la vitesse initiale (à t = 0 s)

- **Vitesse angulaire** : dans son mouvement de rotation autour d'un axe, un point du solide tourne d'un angle orienté $\alpha(t)$, au temps t.

La vitesse angulaire moyenne est :

$$\omega_{moy} = \frac{\text{angle parcouru}}{\text{temps mis à le parcourir}}$$

Elle s'exprime en $rad.s^{-1}$.

MATHEMATIQUES

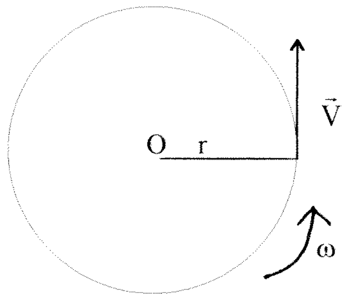
- Le mot vitesse n'a pas de signification particulière en mathématiques. On l'utilise dans le cadre de la cinématique, où il a la même signification qu'en physique.

La vitesse angulaire instantanée s'écrira :

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}$$

La relation qui lie les modules respectifs de la vitesse angulaire et de la vitesse linéaire est :

$$\omega = \frac{v}{r}$$



Pour un mouvement de rotation uniforme, ω est constante

voir : Vecteur

CHIMIE (niveau T S)

- En cinétique chimique (étude de l'évolution des réactions chimiques), on définit une vitesse de formation par la dérivée (par rapport au temps) du nombre de moles n d'un des produits de la réaction et une vitesse de disparition par l'opposée de la dérivée du nombre de moles n d'un des réactifs..

Exemple :

$$H_2O_2 + 2H^+ + 2I^- \rightarrow 2H_2O + I_2$$

H_2O_2, H^+ et I^- sont les réactifs et H_2O et I_2 les produits :

$$v_{diiode} = \frac{dn_{I_2}}{dt} \quad \text{ou} \quad v_{iodure} = -\frac{dn_{I^-}}{dt}$$

On peut aussi utiliser les vitesses « volumiques » en remplaçant les nombres de moles par les concentrations molaires :

$$v_{diiode} = \frac{d[I_2]}{dt} \quad \text{ou} \quad v_{iodure} = -\frac{d[I^-]}{dt}$$

Remarque : la vitesse de formation d'un corps C à la date t est égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe représentant n_C en fonction du temps au point d'abscisse t.

INDEX

ELEMENTS DE BIBLIOGRAPHIE

Tous les articles du présent dictionnaire sont originaux. Pour aller plus loin, on pourra se référer aux ouvrages suivants:

- Tout dictionnaire de Mathématiques.

- Tout dictionnaire de Sciences Physiques.

- Les brochures éditées par l'APMEP dans la collection « MOTS »:

MOTS I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX (1991).
Elles contiennent des articles très riches sur le sens et l'utilisation de nombreux mots, dont certains sont développés dans ce dictionnaire.

- « Histoire de problèmes, histoire des Mathématiques »

brochure éditée par l'IREM de LYON, contenant des articles d'histoire et épistémologie, par la commission INTER IREM d'épistémologie et d'histoire des Mathématiques (1992).

Titre: Dictionnaire de Mathématiques et de Physique-Chimie.

Auteurs: Groupe Maths-Physique de l'IREM de Strasbourg composé de:
Mathématiques: François BONOMI, Frédéric DOUE, Jean-Luc GASSER, Suzanne HAEGEL.
Sciences Physiques: Jean-Yves CABEL, Patrick DELOURME, Norbert FLEURY.

Mots clés: - Interdisciplinarité - Mathématiques - Physique - Chimie
- Dictionnaire - Dictionnaire de mathématiques -Dictionnaire de physique

Résumé: Cette brochure présente le fruit de plusieurs années de travail commun entre Mathématiciens et Physiciens. On y trouvera la définition de la plupart des mots utilisés *conjointement* par les enseignants de mathématiques et de sciences physiques. Bien que la terminologie utilisée soit la même, le contenu de ces mots est souvent différent dans chacune des matières, et la compréhension de leur sens dans une matière peut perturber leur perception dans l'autre matière. Les articles sont rédigés de façon à mettre en évidence ces différences, ainsi que les points communs si il y en a. De nombreux exemples, issus de l'enseignement dispensé en lycée, illustrent les concepts développés. L'aspect culturel ou historique a été développé pour certains mots. Le niveau de référence est le lycée, mais certaines incursions dans le supérieur ont été faites.
Les programmes d'enseignement qui ont servi de référence au choix des mots sont:
→ En mathématiques: les programmes applicables à la rentrée 1992 en seconde.
→ En Physique-Chimie: les programmes applicables à la rentrée 1993 en seconde.

Public concerné: Professeurs de mathématiques et de physique-chimie de lycée, de collège et du supérieur.

Editeur: IREM de Strasbourg (brochure S.169).

ISBN: **2-911446-05-4**