

UN EPISODE DE LA "BATAILLE" POUR LE TRIOMPHE DU CALCUL DIFFERENTIEL : LA POLEMIQUE ROLLE-SAURIN 1702 - 1705

Petre SERGESCU

Membre correspondant de l'Académie de Roumanie

La bibliothèque du département de mathématiques de Strasbourg est réputée pour sa richesse. On y trouve aussi quelquefois des ouvrages surprenants, tel ce recueil d'"*Essais scientifiques*" de l'historien des Sciences Petre Sergescu publié en 1944 à Timisoara et censuré sous l'occupation allemande (Etude dédiée à la mémoire de la personnalité de Nicolae Iorga ; Monitorul Oficial et les imprimeries de l'Etat ; Imprimerie Nationale - Bucuresti 1942).

P. Sergescu écrivait parfois en français, ayant beaucoup travaillé en France avant la dernière guerre. L'article qui suit, écrit lui en roumain, nous a paru particulièrement éclairant sur les débuts du Calcul différentiel en France.

Rodica Bratoiu-Stonescu, professeur de mathématiques installée depuis quelques années à Strasbourg, et membre du groupe d'histoire des mathématiques de l'Irem, a bien voulu nous en faire la traduction suivante.

La méthode *De Maximis et Minimis* de P. de Fermat et la *Géométrie* de R. Descartes ont été parmi les découvertes du début du XVII^e siècle, celles qui ont le plus révolutionné la pensée scientifique en créant les disciplines et les méthodes modernes des mathématiques. En fondant la géométrie analytique, Descartes a remplacé les efforts classiques de démonstration directe par l'appareil analytique des calculs. Mais, les mathématiques analytiques (ou "calculatoires") n'étant pas encore suffisamment avancées au moment de la naissance de la géométrie analytique (1637), Descartes fut obligé de classer les courbes en deux catégories essentiellement distinctes pour lui, mais qui, aujourd'hui, forment la sphère de la même notion générale de courbe. Or, toutes les mathématiques du XVII^e siècle ont vécu avec la différence entre les courbes géométriques (dont l'équation est un polynôme) et les courbes mécaniques (dont l'équation est transcendante). A l'époque, les recherches se sont dirigées presque exclusivement vers les courbes géométriques.

Fermat avait fait une découverte fondamentale en ce qui concerne les extrêmes des courbes géométriques. Son résultat était le suivant : si le point d'abscisse a est un extrêimum sur la courbe $y = f(x)$, alors le coefficient de h dans $f(a+h)$ doit s'annuler. Ce coefficient est ce qu'on va nommer plus tard le nombre dérivé de $f(x)$ au point a . Donc Fermat est un précurseur dans l'utilisation de la dérivée. Mais le calcul indiqué par Fermat ne pouvait être utilisé que pour le cas où $f(x)$ est un polynôme, c'est à dire pour les courbes géométriques.

Ces deux idées fondamentales (la classification des courbes d'après Descartes et la dérivée des polynômes d'après Fermat) ont été des leviers importants pour l'étude des propriétés des courbes, en France au XVII^e siècle.

Parallèlement, la "*méthode des indivisibles*" de Cavalieri, perfectionnée par Blaise Pascal (1633-1662), "*la doctrine de l'infini*" de Roberval (1602-1675), les recherches de Barrow (1630-1677) ont préparé la découverte capitale du Calcul Infinitésimal, faite par Leibniz et Newton vers la fin du XVII^e siècle. Au début, les idées de Newton sont restées isolées en Angleterre, sans être diffusées ailleurs, donc elles n'ont pas contribué effectivement aux premiers pas du développement du calcul infinitésimal sur le continent.

Leibniz (1646-1716) a dévoilé les principes de "*son calcul*" dans un article bref et très difficile à comprendre, édité aux *Acta Eruditorum* en 1684. La plupart des géomètres français, pénétrés par les méthodes de Descartes et Fermat, n'ont fait aucun effort pour déchiffrer les quelques pages pleines de nouvelles idées de l'article de Leibniz. Pourtant, quelques mathématiciens en avaient deviné l'importance capitale et ils étaient devenus immédiatement les admirateurs enthousiastes et les pionniers du nouveau calcul différentiel. Ceux-ci ont été les frères Jacob (1654-1705) et Jean Bernoulli (1667-1748), ainsi que le marquis Guillaume de l'Hospital (1661-1704). C'est ce dernier qui a publié, en 1696, le premier traité de calcul différentiel apparu dans le monde : "*Analyse des infiniments petits, pour l'intelligence des lignes courbes*". La méthode différentielle résolut du même coup le problème de la tangente pour les courbes géométriques et pour celles mécaniques, qui étaient à l'ordre du jour.

Or, pour les courbes "géométriques", le problème des tangentes était résoluble même avec les principes de Descartes et Fermat. Pour la tangente au point (a,b) à la courbe "géométrique" $f(x,y) = 0$, on considérait l'équation $f(x-h,y-k) = 0$ et on annulait l'ensemble des termes de premier degré en h et k. Le rapport k/h ainsi obtenu était le coefficient angulaire de la tangente cherchée. Ce beau résultat, obtenu après beaucoup d'efforts, était très important pour ses découvreurs. C'est pour cette raison qu'ils s'y sont limités et ont refusé de voir dans la méthode différentielle quelque chose de nouveau. Certains ont prétendu qu'au fond, la méthode différentielle était inspirée par les principes de Fermat et par les calculs déjà cités ci-dessus en ce qui concerne la tangente, et que ces personnes ont adapté ces résultats pour les courbes mécaniques. Ensuite une lutte orageuse a éclaté entre les adeptes de la nouvelle méthode et ceux des procédés classiques.

En face de tous les combattants contre le calcul différentiel se trouvaient Leibniz, Jacob et Jean Bernoulli, de l'Hospital. Ils écrivaient des articles d'explications, proposaient des problèmes impossibles à résoudre par les anciennes méthodes, lançaient des défis, appréciaient les solutions obtenues par le nouveau calcul. En France, de l'Hospital a inspiré plusieurs mathématiciens. Mais personnellement, il n'a pas participé à des polémiques aussi violentes que celle qui s'est élevée entre les frères Bernoulli (dans le *Journal des Savants*, 1697/98). La seule polémique violente de l'Hospital, dans le domaine de l'Analyse Mathématique, est anonyme, dans le *Journal des Savants*, 1692. De l'Hospital (qui signe G***) attaque en trois articles l'abbé de Catelan - l'auteur du livre "*Principes de la Science Générale des lignes courbes*" - qui prétendait que les principes de Descartes et Fermat étaient suffisants pour élucider les problèmes de tangentes, points d'inflexion, etc... De Catelan non plus ne signe pas les deux articles de réponse.

Au contraire, par son prestige et surtout par son livre, de l'Hospital gagne des adeptes pour le nouveau calcul. Parmi eux, il faut considérer le célèbre mécanicien P. Varignon (1654-1722) qui, sans écrire des articles d'analyse, a compris son importance et a soutenu le nouveau courant à l'Académie des Sciences de Paris et dans le groupe de ses amis. Voici d'autres disciples de l'Hospital :

LA POLEMIQUE ROLLE-SAURIN

- J. Saurin (1655-1737), académicien depuis 1707,
- Pierre Rémond de Montmort (1678-1719); académicien depuis 1716,
- François Nicole (1683-1758), académicien depuis 1707.

Les deux derniers ont commencé à écrire quand le calcul différentiel avait déjà gagné la victoire. Mais J. Saurin a participé avec beaucoup d'enthousiasme au combat entre les deux courants. Il y eut une polémique très violente (instructive pour nous) et que je veux vous présenter en détail dans la suite de l'article.

Le plus important mathématicien qui ait défendu les méthodes classiques contre l'analyse mathématique, a été M. Rolle (1652-1719), académicien "élève astronome" depuis 1685 et académicien pleinement "pensionnaire" depuis 1699. La polémique citée ci-dessus s'est élevée entre Saurin et Rolle qui l'a commencée d'ailleurs. D'autres mathématiciens adeptes des anciennes méthodes étaient moins importants :

- l'abbé Bignon (1662-1743) président pendant plusieurs années de l'Académie des Sciences, membre de l'académie française et de celle des Inscriptions,
- l'abbé de Catelan, réduit au silence par de l'Hospital,
- de la Hire (1640-1718),
- l'abbé Gouye (1650-1725) etc...

Au début Rolle ne signait pas ses articles. Dans le *Journal des Savants*, (1693-1700), nous trouvons une série d'articles, surtout d'algèbre, signés Rémi Lochell de Bertam, qui n'est autre que l'anagramme de Michel Rolle (né à Ambert). Ce sont les articles de Rolle.

Rolle était un algébriste de grande valeur. M. Cantor ⁽¹⁾ considère ses contributions en algèbre "*hervorragende Leistungen*" (de belles performances) et "*bahnbrechend*" (innovatrices). Son livre le plus important, "*Traité de l'Algèbre*" est apparu en 1690, donc avant l'Analyse de l'Hospital. En appliquant les principes de Fermat, Rolle ordonne le polynôme $f(x+h)$ d'après les puissances de h (c'est à dire les dérivées successives du polynôme). Avec leur aide, il réussit à séparer les racines des équations algébriques. C'est un succès incontestable. Ce succès l'a poussé sans doute à une grande fidélité envers les méthodes classiques et a nier la nouveauté du calcul différentiel.

En 1695 apparaît dans le *Journal des Savants* pages 244-249, une attaque de Rolle, qu'ils signe R. L. (Rémi Lochell) contre le calcul différentiel. L'auteur veut prouver que l'origine du nouveau calcul se trouve dans l'algèbre élémentaire (ce qui n'est pas exact) et qu'on peut faire de grands progrès dans ce domaine sans utiliser de *nouveaux mots*. Rolle n'a pas raison, car il ne s'agit pas de *nouveaux mots*, mais de la *nouvelle notion* d'infiniment petit (différentielle). Cet article n'a pas eu de réponse. En profitant de la réorganisation de 1702 du *Journal des Savants*, Rolle occupe tout le numéro extraordinaire du jeudi 13 avril 1702, pages 239-254. Il prétend que le problème des tangentes peut être complètement résolu avec les méthodes de "l'analyse élémentaire" (=l'algèbre) par une suite d'équations qui se déduisent algébriquement de l'équation de la courbe (évidemment il ne s'agit que des courbes "géométriques"). Comme Fermat avait déjà défini les calculs qui donnaient les dérivées des polynômes, Rolle avait le matériel nécessaire pour résoudre le problème qu'il se proposait ; et il réussit. Il s'occupe non seulement des points simples, mais également des points doubles, en donnant différents exemples. Il prétend que la méthode différentielle donne les tangentes aux points simples car elle a copié l'algorithme de Fermat, mais qu'elle n'est pas capable de résoudre le nouveau problème des tangentes aux points multiples.

Le principal exemple de Rolle est le point (2,2) sur la courbe :

(¹) Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* (ndlr).

$$f(x,y) = y^4 - 8y^3 - 12xy^2 + 48xy + 4x^2 + 16y^2 - 64x = 0$$

Rolle calcule $f(x+nv, y+nz)$ et il met en ordre croissant les puissances de n , en s'arrêtant à la puissance la plus petite dont le coefficient est non nul, ici n^2 . En annulant ce coefficient, il a une relation entre v et z qui donne les coefficients directeurs z/v des tangentes au point double ⁽²⁾.

L'algorithme de Rolle revient évidemment à la méthode différentielle, mais il a son origine dans les idées de Fermat et il est antérieur à l'élucidation du problème des tangentes aux points multiples par la méthode différentielle. Mais les calculs ne peuvent s'effectuer que pour les courbes "géométriques".

Rolle introduit encore faussement et sans justification, la notion de "tangente relative" aux points doubles, qui est la perpendiculaire issue de ce point à l'axe Ox . Puis il considère le cas où la tangente au point double est perpendiculaire à Ox . Il montre comment trouver les asymptotes des courbes "géométriques" avec certains changements d'axes. Le procédé qu'il indique pour trouver les points doubles de $f(x,y) = 0$ (f - polynôme) est correct et il revient à l'algorithme différentiel d'aujourd'hui.

A la fin, Rolle n'oublie pas d'insister encore une fois :

"Les premières règles qu'on a données ici se fondent sur les principes de l'analyse ordinaire et sur les idées de M. de Fermat" ⁽³⁾.

Le défi jeté par Rolle aux adeptes du calcul différentiel attire une réponse presque immédiate. Le numéro extraordinaire du jeudi 3 août 1702 du *Journal des Savants*, pages 519-534 est occupé en totalité par la réponse donnée par J. Saurin. Il est curieux d'observer que le sommaire de la fin d'année 1702 du journal ne contient ni l'article de Rolle, ni la réponse de Saurin.

La polémique commence avec un ton relativement calme :

*"M. Rolle n'est pas tout à fait content des méthodes que la nouvelle analyse a données pour la résolution des **problèmes généraux** de la géométrie... Il paraît le plus satisfait de celles qui servent à résoudre le problème général des tangentes, mais il trouve encore qu'elles sont défectueuses en certains cas. C'est lorsque les courbes ont quelque point capable de plusieurs tangentes."*

Saurin ajoute qu'il va utiliser les méthodes du calcul différentiel pour les exemples proposés par Rolle, afin de lui prouver que le nouveau calcul s'applique également dans le cas des points multiples. Mais il est évident que Saurin non plus n'entrevoit pas toute la généralité de l'Analyse Mathématique et qu'il n'est pas trop sûr de son habileté pour calculer. Il considère le calcul différentiel plutôt comme une sorte de généralisation de l'algèbre :

"Même quand nous ne lui donnerions pas les tangentes qu'il dit qu'on ne peut pas trouver par notre calcul ce ne serait pas une preuve de

⁽²⁾ $f(2 + nv, 2 + nz) = n^2[4v^2 - 32z^2] - 12n^3vz^2 + n^4z^4$ d'où les coefficients directeurs des tangentes $\frac{z}{v} = \pm$

$\frac{1}{\sqrt{8}}$ (ndlr).

⁽³⁾ En français dans le texte de Sergescu, comme toutes les autres citations (ndlr).

l'insuffisance de la méthode en elle-même ; ni du défaut d'adresse à l'appliquer aux cas proposés. On pourrait inventer des difficultés à l'infini."

En revenant aux points doubles, Saurin attire l'attention sur le fait qu'on a déjà traité, par le calcul différentiel, des problèmes de tangentes aux points doubles, par exemple dans le *Journal des Savants*, 1692, page 177, dans *Acta-Eruditorum*, 1694, page 397 (la courbe $x^4+y^4+2x^2y^2-4a^2x^2+a^2y^2=0$ à l'origine). Saurin se propose de déduire, seulement avec la fameuse règle de l'Hospital (art. 163 de "*l'Analyse des infiniments petits*") les tangentes aux points doubles. La méthode de Saurin est ingénieuse et générale de sorte qu'on peut le considérer comme le premier à avoir résolu cette question. Aujourd'hui on n'utilise plus cette méthode, même si elle est instructive. C'est pour cela que je la résume ici.

La sous tangente est donnée par $x \frac{dy}{dx}$. Mais on a $f'_x dx + f'_y dy = 0$ et donc la sous tangente est : $-x \frac{f'_y}{f'_x}$ (par la suite la *sous-tangente* est le segment compris entre l'intersection de la tangente avec Oy et la projection sur Oy du point de la courbe). Aux points doubles nous avons $f'_x = f'_y = 0$ et donc on a un cas indéterminé où l'on doit appliquer la règle de l'Hospital.

Autrement dit :

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{f'_y}{f'_x} = -\frac{f''_{xy}dx + f''_{yy}dy}{f''_{xx}dx + f''_{xy}dy}$$

et donc dx/dy est une des racines u de l'équation :

$$f''_{xx}u^2 + 2f''_{xy}u + f''_{yy} = 0.$$

On observe que ce calcul est exact et donne le résultat commun d'aujourd'hui relatif aux coefficients directeurs des tangentes aux points doubles. Saurin applique ce calcul aux exemples de Rolle et détermine exactement les tangentes demandées. Et comme conclusion :

"M. Rolle doit être fâché d'attaquer, comme il le fait indirectement, un ouvrage (celui de l'Hospital) qu'il ne s'est peut-être pas donné la peine d'approfondir assez. Le pis est que dans le même temps qu'il en combat les méthodes, il en tire celle qu'il propose dans son Ecrit." (Cette accusation n'est pas juste).

Saurin insiste sur cette accusation que les déductions de Rolle ne sont qu'une suite de relations différentielles, où il a remplacé dy et dx respectivement par nz et nv . Mais ici il n'a pas raison, car Rolle avait appliqué conséquemment les principes de Fermat.

"En lisant cet article, on sent un Auteur qui, chagrin de ne pas pouvoir se passer du Calcul Différentiel qu'il n'aime pas, tâche de profiter de ce qu'il peut y avoir de commun entre ce Calcul et la méthode de M. de Fermat pour le confondre entièrement avec cette méthode."

Cet article montre que son auteur est un mathématicien de talent. C'est pour cela que Rolle croit que le nom de Saurin est un pseudonyme et que le vrai auteur de cet article est de l'Hospital lui-même. L'insinuation de Rolle est sans motif, car de l'Hospital

mourut le 2 février 1704, or la polémique de Saurin a continué pendant toute l'année 1705.

Le *Journal des Savants* de 1703 page 41 à 45 et 49 à 52 publie deux articles non signés dans lesquels on construit avec exactitude les courbes des deux premiers exemples laissés non élucidés par Rolle justement pour ne pas suggérer aux opposants d'où venait la difficulté du problème qu'il posait.

Rolle fut très impressionné par l'article de Saurin. C'est pour cela qu'il lui répondit par deux brochures publiées en 1703 et 1704 chez J. Boudot à Paris. La brochure de 1703 est intitulée "**Remarques de M. Rolle de l'Académie des Sciences, touchant le problème général des tangentes. Pour servir de réplique à la réponse qu'on a insérée sous le nom de M. Saurin dans le Journal des Savants du 3 août 1702**". Elle a 47 pages. Rolle critique le traité de l'Hospital et le calcul différentiel prétendant que :

"du nouveau système de l'infini on tire le faux comme le vrai."

Il ajoute de nouveaux exemples qu'il considère insolubles par le calcul différentiel. Par exemple : Trouver les tangentes à la courbe :

$$xy = ab + \sqrt{cxy^2 - abcy} - \sqrt[3]{fx^3 + fy^3 - pfy^2}$$

aux points d'intersection avec la courbe : $y^5 - py^6 - a^3b^3 = 0$.

La brochure éditée par Rolle en 1704, de 20 pages est intitulée "*Mémoires sur l'inverse générale des tangentes, proposés à l'Académie R. des Sciences par M. Rolle*". Elle contient 4 mémoires. Dès que Rolle a considéré qu'il a résolu complètement le problème des tangentes (c'est à dire le problème du calcul différentiel) à l'aide seulement des principes de Fermat, il s'occupe du problème inverse, c'est à dire du calcul intégral qu'il veut réduire toujours à l'algèbre ordinaire.

Il faut insister sur le fait que Rolle reconnaît comme courbe seulement les courbes "géométriques" et par la suite il restreint beaucoup le champ d'application du problème. A vrai dire (pour le cas des polynômes) il utilise une méthode des coefficients indéterminés, qui est liée de loin au problème qui demande de trouver les solutions des équations différentielles à l'aide des séries, méthode utilisée couramment dans l'analyse mathématique d'aujourd'hui.

Rolle avait déjà écrit, en 1699, un livre nommé "*Méthodes pour résoudre les questions indéterminées d'algèbre*" où il utilisait les coefficients indéterminés. Il est important de souligner que Rolle, qui se rend compte que sa méthode ne s'applique pas aux courbes générales mécaniques, ne veut pourtant pas admettre que la méthode de Leibniz doit avoir une nouvelle base car elle s'applique à toute courbe ; pour Rolle, ces applications étaient une pure fantaisie.

Dans cette brochure on suppose qu'on donne l'expression générale de la tangente à une courbe "géométrique" (on dit aujourd'hui qu'on connaît la dérivée y' d'une fonction y liée à x par une équation polynomiale) et qu'on demande de trouver cette liaison algébrique entre y et x . Dans le premier mémoire Rolle étudie la limite du degré et du nombre de termes que "l'équation génératrice" peut avoir. En connaissant cette limite, Rolle cherche, dans son deuxième mémoire, par la méthode des coefficients indéterminés, à déterminer cette équation génératrice. Son troisième mémoire s'occupe des cas de non homogénéité et le quatrième mémoire indique les observations que l'on peut faire dans la résolution de certains problèmes particuliers.

Le *Journal des Savants* de 1704, pages 540 à 543 offre une analyse de cet ouvrage de Rolle. Les dernières phrases du journal sont caractéristiques de la mentalité de Rolle.

"C'est un préjugé de la nouvelle géométrie que toutes les égalités (équations) entre x, y produisent des courbes... On croyait qu'une égalité différentielle ne pouvait avoir que deux intégrales, mais il est facile de s'en désabuser par la méthode de M. Rolle."

Rolle n'acceptait donc pas que toute équation entre x et y détermine une courbe ayant ainsi un point de vue très restrictif. Pourtant il se peut que justement le calcul infinitésimal ait été le facteur qui a changé la mentalité des mathématiciens sur ce problème, unifiant ainsi la théorie générale des courbes.

Dans le *Journal des Savants* 1704, pages 634 à 639, Rolle applique sa méthode à l'équation différentielle de la courbe de Beaune :

$$y' = \frac{a}{y-x}$$

en trouvant, après des calculs très longs, la solution $x-y+a=0$. Mais, en réalité, l'intégrale générale de l'équation de Rolle est la courbe transcendante :

$$\begin{cases} x = C - \frac{a}{p} + a \log\left(\frac{p}{p-1}\right) \\ y = C + a \log\left(\frac{p}{p-1}\right) \end{cases} \quad \text{ou } (x-y+a) = ae^{\frac{c-y}{a}}$$

Elle se réduit à l'intégrale particulière trouvée par Rolle pour $C = -\infty$. Cet exemple est éloquent pour prouver combien restrictives étaient les hypothèses de Rolle, qui supposait que la solution est une courbe "géométrique".

Dans le *Journal des Savants* 1705, pages 170 à 174, Rolle revient avec un nouvel article sur l'intégration. Enfin, il accepte la nouvelle notation dx, dy, mais il prouve qu'il ne l'a pas comprise.

Ainsi, de l'équation :

$$(A) \quad 8\sqrt{a}dy^2 = 15\sqrt{x}dx^2$$

il déduit par sa méthode, l'intégrale $64ay^4 = 81x^5$ tandis que, dit-il, si on applique la méthode du calcul différentiel on obtiendra :

$$(G) \quad \sqrt{a}y^2 = x^{5/2}.$$

La démonstration donnée par Rolle à ce problème est : *"Ce qui (G) se voit clairement quand on différencie deux fois cette égalité G selon la réforme qu'on a voulu faire du calcul différentiel dans le Journal du 3 août 1702, alors on trouve la formule proposée A. Ce qui ferait croire que cette égalité est la génératrice de cette formule."*

A vrai dire, ignorant la constante d'intégration, le résultat exact de l'intégration est :

$$64ay^4 = 144x^5.$$

Par conséquent Rolle a fait une faute de calcul quand il a appliqué sa méthode algébrique. Et l'utilisation du calcul intégral n'est pas exacte. Je crois que l'erreur de Rolle est de différencier dans les deux membres de G par rapport à des variables différentes. Ainsi si on différencie dans le premier membre, deux fois par rapport à y et le deuxième membre deux fois par rapport à x, on a, après la première différentiation :

et après la deuxième :

$$\sqrt{a} \cdot 2 y dy = \frac{5}{2} \cdot x^{3/2} dx$$

$$\sqrt{a} \cdot 2 dy^2 = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot x^{1/2} dx^2$$

qui est justement A. Evidemment, Rolle n'avait pas le droit de dériver par rapport aux variables différentes dans les deux membres, mais il fallait choisir une variable indépendante, par exemple x (et alors il y aurait eu dans le premier membre également d^2y).

Saurin n'avait rien répondu depuis le 3 août 1702. Mais même quand il répondra, il ne relèvera pas cette erreur de Rolle.

Entre temps, Rolle a publié aussi, dans le *Journal des Savants* de 1703, pages 523 à 528, sous la signature M^{***}, un article d'explication de la méthode qu'il avait donnée le 13 avril 1702 pour trouver les asymptotes. Il applique la méthode à la cubique $y^3 - 3pxy + x^3 = 0$.

Il effectue d'abord une rotation des axes, donnée par les formules :

$$x = \frac{av+bz}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad y = \frac{az-bv}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

et il cherche les valeurs de a, b pour lesquelles le coefficient de la plus haute puissance de v s'annule. Cela veut dire qu'une racine v devient infinie, le nouvel axe $z=0$ est une direction asymptotique. Après cela, il déplace l'origine du système d'axes le long de Ox, jusqu'au moment où il y a encore une deuxième racine infinie. La méthode est ingénieuse, mais elle n'est applicable qu'aux courbes "géométriques", car pour les autres il n'y a pas moyen de résoudre les équations transformées. Ces moyens seront fournis par le calcul infinitésimal (par le développement de Taylor).

Tout le numéro du jeudi 23 avril 1705 du *Journal des Savants* pages 241 à 256 est écrit, enfin, par J. Saurin. L'article laisse l'impression que Saurin lui-même ne maîtrisait pas le calcul infinitésimal. Il percevait l'importance de la nouvelle discipline, mais il n'osait pas relever sa fausse application par Rolle, ni résoudre tous les nouveaux problèmes soulevés par Rolle. Par contre, le ton de la polémique devient de plus en plus violent. En voici quelques preuves :

"Je m'arrêterai ici au premier exemple (du 18 avril 1702) ; résolu de ne pas passer aux deux autres qu'après que M. Rolle m'aura fermé la bouche sur celui-ci."

"Il (Rolle) embarrasse quelques-uns de ces exemples de difficultés étrangères à la question et qui sont du ressort de l'algèbre ordinaire ; c'est sur ces exemples qu'il insiste davantage et qu'il nous défie avec plus de hauteur."

"Rolle appelle les infinis l'expression dy/dx pour effrayer l'imagination des ignorants"

"Il est tout à fait honteux à M. Rolle de n'avoir pas vu."

"(Rolle) cherchait à se faire un illustre adversaire et ne voulait point de cet inconnu M. Saurin, qui est venu mal à propos se jeter à la traverse. J'entre dans la peine de notre savant Algébriste. Il est mortifiant pour lui de n'avoir à faire qu'à moi, et plus mortifiant encore de tomber sous les coups d'une si faible main. Au reste s'il me croit ignorant il ne se trompe pas, mais

quelque ignorant que je sois s'il me croit homme à prêter mon nom aux ouvrages d'un autre, je puis l'assurer que c'est encore là une de ses erreurs."

Cette réponse de Saurin est plus faible du point de vue mathématique que celle du 2 août 1702. Il est possible donc que Rolle ait eu raison, partiellement, quand il vient affirmer que le premier article ne fut pas écrit par Saurin. De l'Hospital avait l'habitude d'inspirer divers auteurs, en leur offrant des exemples, des problèmes, des démonstrations, etc... J'ai constaté ce phénomène dans certaines études de A. Parent, dans *"Traité des sections et du cône"* de **Le Poivre** (1704, chez Barth. Goin à Paris). Donc, il est possible que certaines idées de l'article du 2 août 1702 soient inspirées par l'Hospital. Mais l'article nommé ci-dessus fut écrit par Saurin.

Rolle répond dans le *Journal des Savants* du 17 mai 1705, pages 311 à 318, puis tout le numéro du jeudi 11 juin 1705, pages 367 à 382 sera occupé par la réplique de Saurin qui invite Rolle à répondre sur deux colonnes.

Rolle recule. Il reconnaît dans *"l'Analyse des infiniments petits"* une *"quantité de choses très bonnes et ingénieuses"*, mais *"les méthodes de l'analyse des infiniments petits sont insuffisantes quant aux principes et fausses quant aux effets."*

Dans cet article, l'idée de Rolle fut d'appliquer le calcul différentiel à quelques exemples qu'il avait déjà étudiés algébriquement et de prouver qu'il fut conduit à des faux résultats. En réalité, Rolle n'avait pas compris la méthode différentielle et donc il l'appliquait de manière erronée, ce qui allait, évidemment, le conduire à de faux résultats.

Mais, en constatant que les résultats sont faux, il n'a aucun doute sur son calcul et il en déduit que la méthode est fausse. C'est ainsi qu'il avait fait, par exemple, avec le problème traité par Saurin le 3 août 1702, ou avec la courbe $y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}$. D'ailleurs il ajoute tout le temps de nouveaux exemples où il prétend qu'il n'est pas possible d'appliquer la méthode différentielle et demande à Saurin de prouver le contraire. Il procède pareillement dans l'exemple déjà illustré où il met l'équation sous la forme irrationnelle,

$$y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4+2x}$$

ou en considérant le point triple de la courbe

$$x^4 - ayx^2 + ay^3 = 0$$

Rolle ne comprend pas que l'application de la règle de l'Hospital à l'exemple traité par Saurin en 1702 était légitime et accuse injustement :

"Il (Saurin) a été obligé d'y faire plusieurs suppléments et plusieurs réformes."

Etant guidé par le fait que son procédé ne s'applique qu'aux courbes écrites sous forme rationnelle, Rolle reprend l'exemple traité par Saurin en 1702 ⁽⁴⁾ et il l'écrit sous la forme :

$$y = 2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4+2x}$$

⁽⁴⁾ En effet, si l'on élimine les radicaux dans cette équation par des élévations au carré, on retrouve l'équation

$y^4 - 8y^3 - 12xy^2 + 48xy + 4x^2 + 16y^2 - 64x = 0$,
exemple donné au début de cet article (ndlr).

en demandant à Saurin d'appliquer aux radicaux, s'il le peut encore, les règles du calcul différentiel. Saurin ne répond pas à cette attaque, même s'il était simple d'observer au préalable que le point (2,2) ne se trouve pas sur la branche pour laquelle on considère le signe + devant les radicaux, mais il fallait considérer chaque radical comme ici :

$$y = 2 \pm \sqrt{4x} \mp \sqrt{4+2x}$$

forme où les signes se correspondent.

Mais Saurin a raison quand il accuse Rolle de se tromper en appliquant la règle de l'Hospital. Ainsi, dans $\frac{dx}{dy} = -\frac{f'_y}{f'_x}$ Rolle met d'abord $x = 2$ et puis il applique la règle seulement pour y variable. Or sur la courbe x et y varient en même temps, donc on ne peut pas laisser x fixe et seulement y variable. De là provient la faute de Rolle que Saurin exploite joyeusement :

"La substitution de 2 à la place de x détermine la valeur de y dans l'égalité et fait que cette égalité n'est plus l'expression générale des sous-tangentes à la courbe de M. Rolle, mais l'expression des sous-tangentes d'un point déterminé de cette courbe ; par conséquent cette égalité ne peut plus être considérée comme un lieu et par conséquent aussi on ne peut plus lui appliquer l'article 163... Ce serait ici le cas de lui (à Rolle) rendre le nom qu'il m'a donné de pitoyable géomètre ; ce nom me convient assez ; mais il ne convenait pas à M. Rolle de me le donner. Il me sera du moins permis de lui dire que, s'il a beaucoup étudié la Géométrie, comme il nous l'assure, il ne paraît ici qu'il y ait fait un grand progrès."

Par contre, Saurin n'essaye pas de trouver les tangentes au point triple de la courbe $x^4 - ax^2 + by^3 = 0$, car *"conformément à mon dessein et en vertu de ma déclaration, je renvoie celui qu'il me marque pour être résolu à son rang"*.

Evidemment, si Saurin avait maîtrisé le calcul différentiel, il était plus simple de résoudre les exercices proposés que de remplir des pages entières avec des injures. Il est vrai que nous sommes à la fin du siècle où on utilisait des mots extrêmement forts, conséquence des guerres religieuses, de l'esprit cazon de l'époque de Henry IV, etc...

En ce qui concerne l'exemple $y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}$ Saurin montre que Rolle a appliqué d'une manière erronée la règle de l'Hospital pour l'origine en trouvant que la sous-tangente se réduit identiquement à 0. Or l'expression de la sous-tangente est :

$$\frac{ax\sqrt{by}}{-b\sqrt{ax} + 2\sqrt{abxy}} \text{ et on simplifie par } \sqrt{ax}$$

Après cela, on peut appliquer l'article 163 de l'Hospital, qui donne le résultat exact. D'ailleurs, Rolle confondait la différentiation d'une équation avec la règle de l'Hospital; à la fin, Saurin écrit :

"Voici un échantillon des discours vagues de cet auteur ; on ne saurait les réfuter. C'est d'ordinaire un entortillement de grandes paroles qui ne signifient rien, ou qui n'ont aucun sens déterminé... Je défie le lecteur le plus sérieux de ne pas rire aux premières paroles qu'il lira... J'attendrai encore trois semaines pour le jugement de l'Académie. Si elle se tait, je considère qu'elle me donne raison et je continuerai ma dispute sur d'autres points."

Le dernier acte de la polémique que j'ai trouvé est formé par la réponse de Rolle qui occupe tout le numéro de jeudi le 30 juillet 1705, pages 495 à 510 du *Journal des Savants*. Il est écrit dans un style très digne, mais l'article n'apporte pas de corrections du point de vue mathématique à son article précédent. Il insinue de nouveau que Saurin a arrangé ses calculs différentiels pour arriver aux mêmes résultats obtenus par Rolle avec les outils algébriques :

"Il faut du moins faire appliquer (la méthode différentielle) à des problèmes qui n'ont point été résolus, si l'on veut faire croire qu'elle est générale... Il voyait dans le Journal la manière de résoudre (le problème) et même le détail du calcul et il a arrangé ses calculs pour donner le même résultat."

Il revient de nouveau à la forme $y=2 + \sqrt{4x} + \sqrt{4+2x}$ mais il n'observe pas que les radicaux ont double signe et voilà pourquoi il accuse injustement la méthode différentielle de ne donner qu'une seule tangente au point double (même s'il y en a deux) dans le cas où l'équation est écrite sous une forme irrationnelle. Il applique encore une fois faussement la règle de l'Hospital, ce qui est évidemment un abus de la part de Rolle. D'ailleurs, Saurin avait prétendu que la tangente à l'origine est perpendiculaire à Oy, car la sous-tangente est nulle. Rolle montre que ceci n'est pas exact, et donc que la méthode différentielle est insuffisante.

En réalité, Saurin avait fait une faute de raisonnement. A l'origine $x=0$ et donc la sous-tangente $x \frac{dy}{dx}$ est nulle sans que $\frac{dy}{dx}$ soit nulle, c'est à dire qu'il n'est pas nécessaire que la tangente soit perpendiculaire à Oy. Comme l'origine appartient à la courbe, la sous-tangente est nulle quelle que soit la direction de la tangente, car la sous-tangente en tout point de l'axe Oy de n'importe quelle courbe est évidemment nulle. C'est ici la faute de Saurin. Mais Rolle, convaincu de l'insuffisance de la méthode différentielle ne pouvait pas trouver cette explication, pourtant tellement simple.

Je n'ai plus rien trouvé de cette polémique aux dates ultérieures dans le *Journal des Savants*. J'ajoute que tout le n°30 du 20 juillet 1705 manque à la collection de la Bibliothèque Nationale de Paris ainsi je ne sais pas ce qu'il contient. D'ailleurs, je n'ai eu la possibilité de rechercher dans le *Journal des Savants* que jusqu'à la page 350 de 1706. Les circonstances actuelles m'ont empêché de continuer à travailler à Paris, à partir de 1939, pour les études du Journal, commencées en 1935.

Cependant une autre source nous montre la fin de la lutte de Rolle contre le calcul différentiel. Il s'agit de l'œuvre fondamentale de M. Cantor. J'ai l'impression que M. Cantor n'a pas consulté le *Journal des Savants* et les articles que je viens d'analyser. Mais il recueille des informations précieuses d'autres sources et surtout de la correspondance des mathématiciens de l'époque. Or dans l'œuvre de Cantor, Bd. 3 page 265, nous trouvons :

"Erst im Jahre 1707 erklärte Rolle selbst seinen Widerstand als gebrochen und gab zu, er habe ihn nur deshalb so lange aufrecht gehalten, weil ihn gewisse Persönlichkeiten dazu veranlasst hätten. Briefe zwischen Johann Bernoulli und Leibniz aus der entsprechenden Zeit (Leibniz III, 810, 811, 814, 836) geben über diese letzte Wendung alle wünschenswerthe Klarheit."⁽⁵⁾.

⁽⁵⁾ "ce n'est qu'en 1707 que Rolle annonça que sa résistance était tombée et avoua qu'il ne l'avait soutenue si longtemps que parce que certaines personnalités l'y avaient poussé. Les lettres entre Jean Bernoulli et Leibniz datées de cette période donnent toute la clarté souhaitable sur cette dernière volte face" (ndlr).

C'est ainsi qu'en 1707 se termine l'une des dernières résistances, très acharnée et entourée par le prestige de l'algébriste, contre le calcul infinitésimal. A partir de ce moment là l'analyse mathématique va se répandre très vite et avec beaucoup de succès.

La célèbre polémique entre Newton et Leibniz en ce qui concerne la priorité sur le calcul infinitésimal ne va pas piéger les principes. Certains des adversaires du calcul promu par Leibniz, comme l'abbé Bignon, vont avoir le même comportement, en répandant en France les attaques sur le problème de la priorité disant que c'est la Royal Society of Sciences de Londres qui les a édités.

Timisoara, décembre 1941.

CENSURE ET MATHEMATIQUES

QUELQUES DATES
REMARQUABLES
DANS L'ÉVOLUTION
DES MATHÉMATIQUES
EN FRANCE

PAR

P. SERGESCU

Professeur à l'Université de Cluj
Membre Correspondant de l'Académie Roumaine
Lauréat de l'Académie des Sciences de Paris



Timisoara
„TIPOGRAFIA ROMÂNEASCĂ“
14. VII. 1941.

Sous l'occupation et la Censure allemande.

Cenzurat

TABLEAU DE QUELQUES DATES REMARQUABLES
DANS L'ÉVOLUTION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
EN FRANCE.

MOYEN AGE, XV^e et XVI^e SIÈCLES.

XI-e -XII-e s.		Les Ecoles de Chartres et de Paris préparent des traducteurs des textes mathématiques de l'antiquité, de l'Arabe et de l'Hébreu en Latin.
X-e s.	GERBERT (938-1003). (Le Pape Sylvestre II)	Modifie le Calcul des Abaques, en préparant l'introduction des chiffres.
vers 1220	Création de l'UNIVERSITÉ DE PARIS.	
XIV-e s.	J. BURIDAN (1300-1361).	Reconnait l'identité des corps célestes et terrestres. Reprend la théorie de l'impetus, ancêtre de la force vive.

Ce texte est extrait du livre "Essais scientifiques" de P. Sergescu qui rassemble différents articles couvrant la période 1941-1943. On y trouve notamment une monographie de 1941 sur "quelques dates remarquables dans l'évolution des mathématiques en France". Cette monographie a été censurée sous l'occupation allemande. Le texte censuré est le suivant :

vers 1120	Adelard de Bath	Premier traducteur en latin
	Professeur à Compiègne	des éléments d'Euclide

D'après l'encyclopédie des mathématiciens de Gottwald, Ilguds et Schlote, "Adelard de Bath est né en 1116 à Bath, en Angleterre, et est mort en 1142. C'est un traducteur, un mathématicien et un philosophe de la nature. Il a étudié à Tours, donné des cours à Laon, appris éventuellement l'arabe en Sicile et visité l'Anatolie (actuelle Turquie d'Asie), la Syrie, l'Espagne et probablement la Palestine. A partir de 1130 il vécut à nouveau à Bath où il fut en rapport avec la cour d'Angleterre. Adelard de Bath est un des plus célèbres traducteur du Moyen-Age et a mis en valeur en latin les travaux de savants arabes et islamistes ainsi que des traductions arabes d'écrits antiques, notamment "les Eléments" d'Euclide."

On comprend difficilement pourquoi le passage concernant Adelard de Bath a été censuré. Si des lecteurs de "L'Ouvrier" ont une explication qu'ils nous la communiquent. On peut avancer l'hypothèse suivante : à l'époque, l'Allemagne était en guerre contre l'Angleterre ; Adelard de Bath était anglais. Il est probable que le censeur ait voulu faire disparaître toute référence à l'Angleterre, y compris dans l'histoire des mathématiques. Cette volonté de réécrire l'Histoire n'est pas sans nous rappeler les thèses révisionnistes ou de purification ethnique actuelle ; les mathématiques sont bien présentes dans l'Histoire et la Culture.