AFFIRMER - JUSTIFIER - RAISONNER

Claudine KAHN

A l'occasion de la distribution des prix du Rallye Mathématique d'Alsace 1995, Claudine Kahn, qui fait partir de l'équipe d'organisation et de correction, a souligné un défaut qui risque de prendre de l'ampleur. C'est une mise en garde qui peut intéresser tout professeur de mathématiques. Nous reproduisons là toute son intervention orale.

Le Rallye Mathématique est une compétition originale inspirée des Olympiades Internationales. Elle donne l'occasion à des lycéens de chercher et de résoudre pendant quatre heures trois exercices faisant appel tant à leurs facultés inventives qu'à leurs connaissances. Les énoncés sont concis pour laisser aux candidats une grande liberté d'approche.

Nous, organisateurs et correcteurs, sommes souvent fort agréablement surpris par l'imagination des candidats à réinvestir et organiser leurs acquis dans des activités fort éloignées de celles proposées dans le cadre scolaire. Les copies sont évaluées selon plusieurs critères. Je voudrais ici développer celui du raisonnement, en particulier de la démonstration qui est fondamental en mathématiques.

Pour illustrer mon propos je choisis l'exercice 2 des classes de première (voir énoncé en fin de texte). Monsieur Windstein commentera dans un instant le choix des mots et des terminaisons de l'énoncé (*). Les deux derniers paragraphes contiennent les hypothèses de ce problème. Pour simplifier l'écriture, les cinq statues dont les noms sont inspirés par ceux portés par différents directeurs de l'I.R.E.M. de Strasbourg, sont remplacés par leurs initiales. La traduction de ces hypothèses est donnée dans les deux premières lignes de la solution.

Cette transcription n'a pas été une source de difficulté pour les candidats. A partir de là, il s'agit de construire une démonstration pour évaluer la distance GP. Bien entendu il va de soi, que ce qui sera affirmé devra être justifié par un raisonnement déductif, qui peut entraîner des calculs et des applications de théorèmes.

Je n'entrerai pas dans le détail de la solution proposée page 7, que nous avons trouvée dans quelques copies, qui ont bien sûr été sélectionnées. Tandis que certains élèves ont utilisé la même démarche, mais ont procédé par valeurs approchées. Lorsqu'ils ont obtenu l'égalité $\cos\hat{B} = -\frac{1}{4}$, ils ont constaté que cette valeur n'est pas remarquable. S'ils avaient, à ce moment là, poussé leur réflexion un peu plus loin, ils auraient constaté que pour connaître $\cos b$, nécessaire à la poursuite du développement, il suffisait d'utiliser la relation fondamentale de la trigonométrie $\cos^2\hat{B}+\sin^2\hat{B} = 1$. On établit ainsi $\sin\hat{B} = \sqrt{\frac{15}{4}}$. Poussés par l'habitude d'utiliser

(*) Nous présentons un commentaire de cet énoncé en page 44.

la calculatrice, ils ont obtenu une valeur approchée de l'angle $\hat{B}$, puis une valeur approchée de $\sin \hat{B}$ et ont poursuivi leurs calculs avec des valeurs approchées.

Ces deux démarches reposent sur le même raisonnement, parfaitement rigoureux. L'une est exacte, l'autre fournit une valeur approchée, ici satisfaisante. Mais l'utilisation de valeurs approchées peut conduire à une réponse très approximative par cumul d'arrondis. Nous avons privilégié la valeur exacte.

Nous avons dans cet exercice trouvé une grave erreur reposant sur un manque de compréhension de la nature d'un raisonnement déductif. De nombreux élèves ont affirmé que l'angle $\widehat{BDP}$ est droit. Certes, on pouvait émettre cette conjecture, car sur le dessin, il semble bien voisin d'un angle droit. Mais en mathématiques, il ne saurait être question d'affirmer sans démontrer. Pourquoi alors ne pas utiliser la règle graduée pour mesurer GP? Dans les hypothèses qui proviennent de l'énoncé ne figure pas cette donnée. Si un candidat souhaite utiliser ce résultat, il doit l'établir. Dans le cas présent, il ne peut pas y arriver, car cet angle ne vaut pas $90°$. Tout développement qui repose sur le fait que le triangle BDP est rectangle est faux, même si la valeur obtenue est assez voisine de la solution exacte.

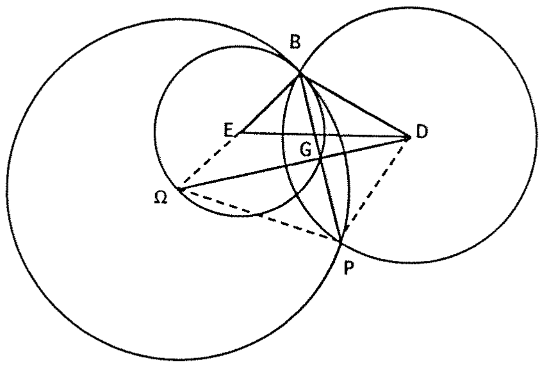
Je voudrais attirer l'attention sur cette attitude d'autant plus choquante que les candidats sont des élèves de première scientifique, dont on pourrait attendre qu'ils aient une réelle compréhension du sens de la démonstration.

Le Rallye est l'occasion, pour nous membres de l'I.R.E.M. d'avoir un autre regard sur les aptitudes des jeunes que nous formons. Les problèmes ne sont pas guidés; aux lycéens de trouver une solution rigoureuse et efficace. La lecture de certaines copies laisse à penser que le sens des mots justifier, argumenter, démontrer, n'est pas toujours bien perçu. Un travail d'enseignants par équipe est donc nécessaire pour permettre une réelle formation intellectuelle des jeunes. C'est là un souci de l'I.R.E.M.

Mais le Rallye est aussi l'occasion, pour les candidats, de faire des mathématiques autrement et je remercie à ce propos, tous ceux, qui par quelques mots sur leurs copies nous encouragent dans cette voie.

Exercice 2

Le Docteur Jones a trouvé dans les caves de l'Institut de Recherche d'Ethnologie Méso-Américaine, les statues de Glesecoatl et de Pluvitepeck.
Furieux, il se rend compte qu'elles ont été ramenées du temple de Tezcatlipoca avant qu'il ne puisse mesurer la distance entre leurs emplacements. Or cette distance doit être connue très précisément car elle permet de déterminer sur un autre site, l'emplacement du trésor de Moctuzema.
Il se rend sur place et constate qu'il reste les statues de Barbisclan, Didiextla et Emilomok. Il mesure les distances et trouve 15 m entre Barbisclan et Didiextla, 10 m entre Barbisclan et Emilomok , 20 m entre Emilomok et Didiextla.
Dans ses recherches précédentes, il a découvert les règles que suivent les emplacements de statues dans les temples mayas : Emilomok doit être équidistant de Barbisclan et de Glesecoatl ; Didiextla doit être équidistante de Barbisclan et de Pluvitepeck ; Glesecoatl doit être aligné avec Barbisclan et Pluvitepek et à égale distance d'eux. Quelle était la distance entre les emplacements de Glesecoatl et de Pluvitepeck ?



HISTOIRE DU PROBLÈME II DU RALLYE (À LA MANIÈRE DE BORGES)

César Trujillo

Comme chaque année, le Rallye Mathématique d'Alsace a soumis trois problèmes aux élèves. Un de ceux-ci proposait un exercice de géométrie habillé pour l'occasion d'une histoire de recherche de trésor.

Ce texte subit durant son élaboration par le "Jury du Rallye", des corrections qui n'obéirent qu'au souci de présenter un monde compatible avec celui de l'Institut qui l'héberge. Nous travaillâmes sur une curieuse histoire rapportée par R. Supper au cours de la VII[e] séance de travail. Lors de la VIII[e] séance, dans la salle Nord-Est, C. Windstein controversa avec P. Genaux qui se moqua de la modestie du projet. A la suite de cette discussion, il nous parut absurde de jouer simplement avec les mots et C. Kahn proposa, vers la fin de la IX[e] séance, de rendre compte de la configuration D.I. (Directeurs de l'I.R.E.M.). A cette idée s'ajouta celle de mélanger une langue (presque) morte avec celle, fluctuante et duale, de l'irem. Créer des noms chimériques formés en partie par des verbes ou substantifs usuels de l'I.R.E.M. et par des suffixes nahuatls –le Nahuatl étant comme vous l'ignorez sans doute la langue des Aztèques–. Notre dessein étant fixé, C. Windstein et moi-même lui consacrâmes quarante cinq minutes d'efforts hétérogènes, mais l'heure tardive nous arrêta. Notre texte était insensé et personne ne retrouva le problème de départ.

Pendant la XI[e] séance, un débat maintes fois interrompu, éclata. Une partie de l'argent destiné aux prix avait été retrouvée après huit mois de recherches diverses. C. Kahn craignait que malgré cela nos fonds ne soient insuffisants, les nouvelles de la confuse réforme des classes préparatoires et une énigme logique trouaient les dialogues, le pesant capharnaüm comptable attisait la discussion. Dans le froissement de quelques feuilles blanches, encore chaudes (*) le jury lut la première version définitive du problème II.

Au premier paragraphe de notre énoncé on voit un Dr. Jones sévère dans l'une

(*) fraîchement sorties du photocopilleur.

des innombrables caves de l'Institut de Recherche en Ethnologie Masoaméricaine où il constate la présence de deux statues mystérieuses. Jones comprend soudain deux choses, la première banale, la seconde terrible : les données de l'énigme ont changé (la disposition des idoles du temple ravagé de Pézcatlipoca a été modifiée), le problème de mesure s'est transformé en un défi.

Nul n'ignore que Jones a pour patrie les innombrables films d'aventures tintinesques où la formation humaniste ou journalistique des personnages rend ce type de défi presque insurmontable. Il n'est pas exagéré non plus d'affirmer que dans ces landes la disposition des objets de culte (quel que soit celui-ci) respecte un protocole mathématique. Il est raisonnable d'imaginer que Jones s'en servira pour tenter de retrouver la distance. Le candidat est invité à déterminer par un calcul, argumenté et exact, l'emplacement du trésor de Moctezuma (appelé Moctuzema dans le problème).

Ce trésor est dans notre mémoire l'un des inaccessibles Graals de la colonisation américaine. Imaginé par Hernan Cortez, il faisait partie de l'ensemble des ruses avec lesquelles il maintint le moral de ses cinq cents soldats (dire –comme certains– qu'il évita leur fuite serait inexact, elle était impossible, Cortez avait sabordé ses bateaux). Ce trésor lui permit de pactiser avec les ennemis des Aztèques et lui donna le temps de répandre la variole, inconnue des Indiens. Il n'est pas abusif d'affirmer que cette légende fit sa fortune. Des générations de conquistadores s'usèrent vainement à sa recherche et d'innombrables écrivains réinventèrent leur époquée.

Le temple dont le dieu ne reçoit plus les honneurs des hommes nous l'imaginâmes dévoré par une forêt paludéenne et habité par quelques divinités millenaires aux noms étranges.

Glesecoatl mélange de "Glaeser" qui veut dire "fondateur du Rallye" et de "coatl" qui veut dire "serpent", animal qui comme vous le soupçonnez, est à l'origine de nos ennuis (Georges Glaeser).

Pluvitepec (écrit Pluvitepek dans le problème) issu de "Pluvinage" qui veut dire "ancien directeur de l'I.R.E.M. et "Tepec" qui doit se traduire par "colline". Cette divinité joue encore un rôle très actif dans le culte qui nous concerne. Elle est sensée intercéder pour nous dans le royaume secret et souterrain de l'Admini auprès du dieu Rec (François Pluvinage).

Barbistlan (écrit Barbisclan dans le problème) né de "Barbançon", qui veut dire "diriger l'I.R.E.M." et du suffixe "Tlan" se traduisant par "près de" ou "à côté de" (Gérard Barbançon).

Didiextla qui aurait dû s'appeler Didiecihuatl (car il s'agit de la seule femme qui ait été directrice). Le mot "Ixtla" se traduit par blanc ou blanche et "Didierjean" pourrait se traduire par "directrice précédente" (Geneviève Didierjean).

Emilomotecu (on a écrit Emilomoc) dont le nom se décompose en "Emile Urlacher" diminutif du mot "nouveau" et "motecu" qui pourrait se traduire par "seigneur".

Enfin le dieu Tézcatlipoca noir, Seigneur du miroir fumant. Il est celui qui sait. Le langage n'est pour lui que l'un des moyens par lesquels nous construisons notre réalité et par lequel –malheureusement– nous nous y enfermons, piégés par les mots et par notre cohérence raisonnée avec un discours accepté.

Pourquoi le lieu de culte d'une telle divinité sanguinaire et obscure fut choisi pour accueillir nos dieurecteurs?

Nous avons cherché à répondre de façon –certes– très obscure à des critiques et comparaisons trop faciles et trop répétées : le Rallye est élististe, le Rallye touche un public trop restreint, le Rallye développe la concurrence entre les professeurs, il n'intéresse que les élèves motivés et doués, il faut donner une image populaire des mathématiques, il faut mieux défendre la "place" des mathématiques, que devient le "niveau" des mathématiques que nous enseignons? Voilà quelques uns des arguments stéréotypés, des lieux communs usés, que les uns et les autres nous nous lançons à la figure.

Citer cette divinité a été une façon de rappeler que nous oublions souvent d'utiliser cet esprit critique et scientifique (encore des lieux revisités) que, paraît-il, nous enseignons.

Par ailleurs ce texte permet de présenter notre équipe et de raconter sa façon de travailler, à la fois sérieuse et sympathique, tout en mettant un peu à mal la légende de la Conquête par le rappel de quelques faits sans importance.

Bibliographie :
J.-L. Borges : Tlön Uqbar Orbis Tertius - Coll. Folio – Ed. Gallimard.
Encyclopedia Universalis.
Rapport du Rallye Mathématique d'Alsace 1995.
J. Soustelle - La vie quotidienne des Aztèques.