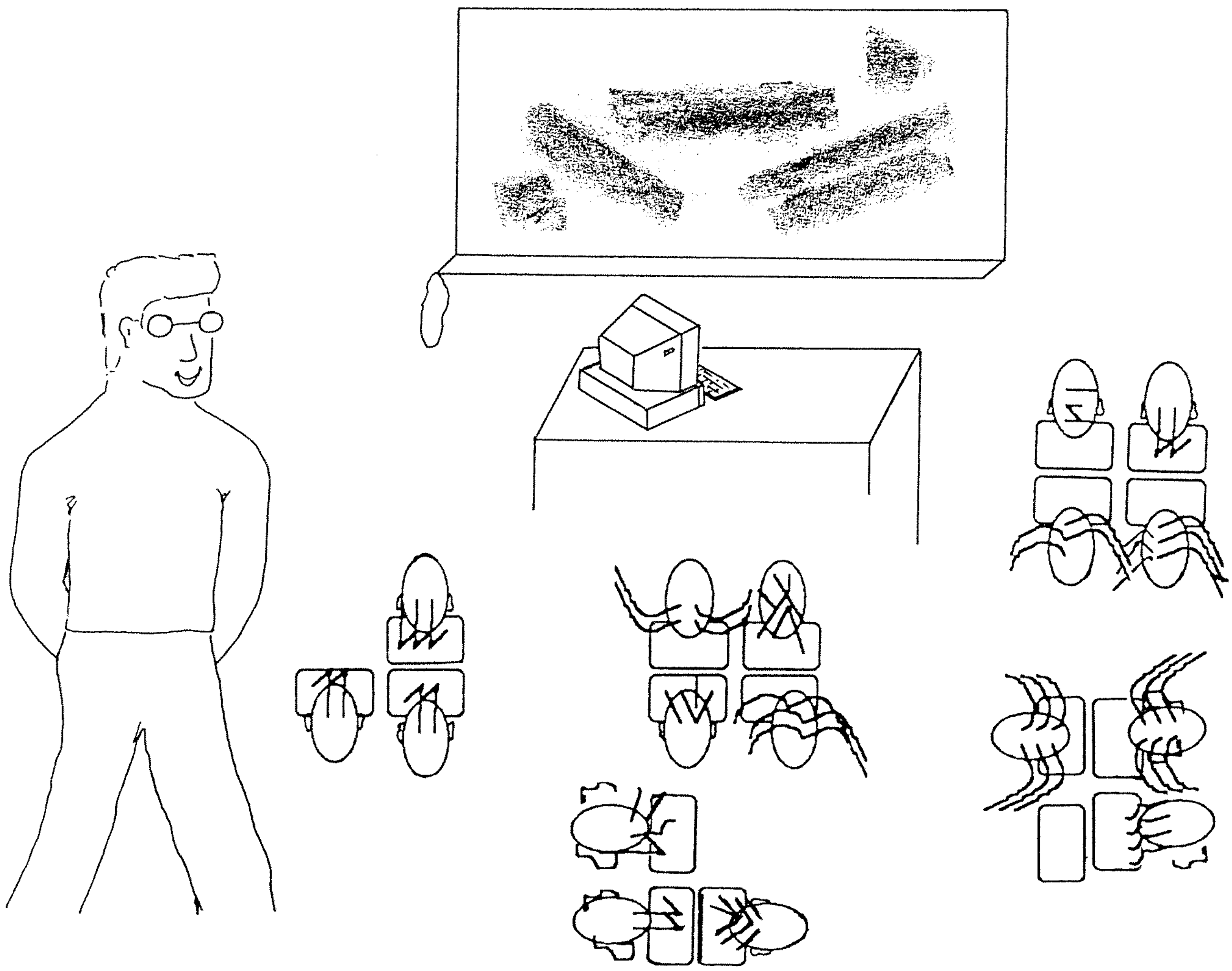
UNIVERSITE
LOUIS PASTEUR
STRASBOURG

**I.R.E.M.**
10, rue du Général Zimmer
67084 Strasbourg Cedex
Tél. 88 41 63 07 Secrétariat
88 41 64 40 Bibliothèque

# DES SOLUTIONS POUR GERER LA CLASSE DE SECONDE

## 1994-1995

## (SUITE)



Cette brochure fait suite à celle parue sous le même titre en 1993/94. Son but est de compléter cette dernière de façon à couvrir le plus largement possible le programme de seconde.

Par cette contribution, nous n'avons eu d'autre ambition que de faire partager à nos collègues les résultats d'expériences menées, depuis quelques années déjà, dans nos classes.

Nous espérons que ces deux brochures auront pu leur faire découvrir un peu de notre travail au sein de notre groupe recherche formation et leur donner peut-être l'envie de nous faire profiter du leur lors d'un prochain stage ou qui sait en rejoignant un groupe IREM...!

Les auteurs : Jean DREYER
Suzy HAEGEL
Jean-Pierre RICHETON

# SOMMAIRE

# VII

# STATISTIQUE:

## UTILISATION ET EXPLOITATION DES TOUCHES STATISTIQUES D'UNE CALCULATRICE.

## ----- ACTIVITÉ PRÉLIMINAIRE -----

*(voir document ci-contre)*

Depuis 1990, deux classes de seconde du lycée Jean Monnet de Strasbourg ont le label "*classes européennes*". Elles regroupent des élèves qui ont satisfait à des tests en langues vivantes I et en langues vivantes II avec consultation du livret scolaire. Une des particularités de ces classes est de bénéficier, au cours de l'année scolaire, de trois semaines de scolarité dans un lycée étranger. Mais les lycées d'accueil étant pour la plupart dispersés géographiquement, les parties de programme traitées ne sont pas nécessairement communes ni en rapport direct avec le programme de $2^{nde}$ en vigueur en France. Et si l'on tient compte également de la période où leurs correspondants sont scolarisés chez nous, cela représente donc au minimum 4 semaines de moins pour "boucler" le programme...

Nous avons saisie cette "opportunité" pour leur faire traiter le chapitre **statistique** durant leur séjour à l'étranger conformément au programme de $2^{nde}$ cité en extrait ci-dessous...

> *...savoir* ***organiser****,* ***représenter*** *et* ***traiter*** *des données fournies à l'état brut...*
> *On entraînera les élèves à la pratique de la* ***démarche propre à la statistique****:*
> *- lecture de données recueillies...*
> *- choix des résumés: regroupements en classes...*
> *- ...*
> *- présentation des résultats: histogrammes, graphiques...*

A cette fin nous avons rédigé l'activité décrite page suivante et qui présente en outre l'intérêt de mettre nos élèves en situation d'autonomie complète de travail.
*(Cette activité rédigée pour le livre de $2^{nde}$ de la collection Terracher est bien sûr adaptable à n'importe quel manuel de seconde.)*

De fait il va se soi qu'un compte-rendu s'est avéré nécessaire ainsi que certaines mises au point. C'est l'objet de la séance de module qui est décrite dans les pages suivantes.

*Pour les autres classes de seconde*: cette activité préliminaire peut aussi consister en un devoir à la maison portant sur des exercices dont l'objectif est **d'organiser et d'exploiter des données statistiques** (voir exemple dans la partie module).

**ORGANISATION ET EXPLOITATION DE DONNÉS STATISTIQUES RECUEILLIES PENDANT VOTRE SÉJOUR A L'ÉTRANGER.**

* *Il vous faudra consulter le chapitre* **5** *de votre livre de mathématiques et vous inspirer des exemples qui y sont traités.*
* *Les graphiques devront être réalisés avec soin (pensez à utiliser des couleurs) sur du papier petits carreaux ou du papier millimétré.*

## CLIMATOLOGIE

### I. OBSERVATIONS.

• **Étude d'un caractère quantitatif** : Noter soigneusement, tous les jours, à la même heure et au même endroit la température extérieure.

• **Étude d'un caractère qualitatif** : Noter le nombre de jours de pluie, de neige, de brouillard, de soleil...!

### II. PRÉSENTATION DES RÉSULTATS SOUS FORME D'UN TABLEAU.

**1° Pour les températures :**

• Calculer, *selon le modèle de l'exemple 1 page 118*, la température **moyenne** $t_M$ pendant la durée de votre séjour.

• Répartir les **effectifs** (nombre de jours) en **classes** (intervalles) d'amplitude **2°**. Calculer et faire figurer sur ce tableau les **centres** des classes $t_1$, $t_2$, ... .

• Calculer la **moyenne pondérée** $\overline{t}$ obtenue en prenant les centres des classes $t_1$, $t_2$, ..., comme **valeurs** de la variable, affectés respectivement des effectifs $n_1$, $n_2$, ... des classes correspondantes (*voir exemple 2 p. 118*).
Comparer avec $t_M$.

• Compléter ce tableau par les **fréquences** (en **%** arrondis à $10^{-2}$ près), les **fréquences cumulées croissantes** puis **décroissantes** (*voir page 117*).

**2° Pour les différents types de temps :**

• Présenter les résultats sous forme d'un tableau des effectifs que vous compléterez par celui des fréquences calculées en **%** arrondis à $10^{-2}$ près.

***BON SÉJOUR !***

### III. REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES. (*voir page 116*)

**1° Pour les températures :**

• Représenter le **diagramme en bâtons** obtenu en plaçant les bâtons au centre de chaque classe.
• Sur un deuxième graphique, représenter l'**histogramme des effectifs** puis le **polygone des effectifs** (ligne brisée qui joint les milieux des "sommets" des rectangles).
• Sur un troisième graphique, représenter le **polygone des fréquences cumulées croissantes** (*p. 117*) et **décroissantes.**
Quelle est l'ordonnée de leur point d'intersection ?
Expliquer.
**Calculer** la valeur exacte de l'abscisse de ce point.

**2° Pour les différents types de temps :**

Représenter les fréquences par un diagramme circulaire.

### IV. PARAMETRES DE DISPERTION DE LA SÉRIE "TEMPÉRATURE".

**1° Ecarts à la moyenne :**

Calculer la distance de chaque centre de classe $t_1$, $t_2$, ... à la température moyenne pondérée $\overline{t}$.

**2° Ecart moyen à la moyenne :**

Calculer la moyenne $\overline{E}$ des écarts précédents pondérée par les effectifs $n_1$, $n_2$, ... (sur le modèle de $\overline{t}$).

**3° Écart type :**

• Touver la définition de la **variance V** d'une série statistique telle qu'elle est caculée page 119 puis calculer la variance de la série "températures" en utilisant cette définition.

• En déduire l'**écart-type** $\sigma$.

• Dans la pratique, on calcule souvent la **variance** $V = \sigma^2$ en utilisant la définition suivante: "*la variance est égale à la moyenne pondérée des carrés moins le carré de la moyenne*". Vérifier que l'on obtient bien le même résultat.

---

***Autres sujets d'enquêtes possibles :***
***(à effectuer à l'étranger parmi les jeunes de votre âge)***

• Distance domicile-lycée, mode de transports utilisés ( à pieds, en vélo ou vélomoteur, en bus ou voiture...).
• Emploi du temps (en heures par semaine) : sommeil, travail scolaire (au lycée, à la maison), sport (au lycée, en dehors) loisirs (lecture, télé, cinéma,...) **etc...**

## ----- MODULE -----

Comme on l'a signalé en préambule, le but de cette séance de module était de faire un compte-rendu de l'activité décrite page précédente tout en effectuant certaines mises au point.

Pour ne pas transformer cette séance en un corrigé fastidieux et peu motivant pour nos élèves, car déjà bien loin de leur séjour à l'étranger, nous avons axé celle-ci sur **l'utilisation et l'exploitation des touches statistiques de leur calculatrice.**

> Extraits du programme de Seconde concernant l'emploi des calculatrices:
>
> *A la fin de la classe de Seconde, **les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice programmable comportant les fonctions statistiques** pour effectuer des calculs numériques...*
>
> **STATISTIQUE:** *...exécution des calculs à la machine...*

La séance (1h30 ou 2h) s'est déroulée selon le plan suivant:

**Première partie: "corrigé" de l'activité**

- **mise en mode statistique à une variable**
- **entrée des données sous la forme $x_i, n_i$**
- **signification et exploitation des touches statistiques:**

• $\boxed{n}$ : *effectif total*

$\boxed{\Sigma x}$ : *somme **pondérée** des $x_i$*

$\boxed{\bar{x}}$ : *moyenne arithmétique **pondérée***

puis vérification que : $\dfrac{"\Sigma x"}{n} = \bar{x}$

• $\boxed{\Sigma x^2}$ : *somme **pondérée** des carrés*

• $\boxed{x\sigma n}$ : *écart-type sur la population totale*

puis vérification que:

*«la variance est égale à la moyenne pondérée des carrés **moins** le carré de la moyenne»*

c'est-à-dire que : $\dfrac{"\Sigma x^2"}{n} - \bar{x}^2 = V$ où $V = \sigma^2$

> ***"entre-nous"***
>
> *Les vérifications suggérées n'avaient d'autre but que de s'assurer que tous les élèves utilisent et exploitent correctement leur calculatrice en mode statistique. En fait, cela a surtout permis à un bon nombre d'élèves de prendre conscience de la notion de <u>mémoire</u>, certains élèves(*) allant même jusqu'à retaper les nombres pour effectuer les vérifications demandées... Ils n'avaient pas compris que ces résultats étaient mémorisés et qu'il suffisait de **"TIRER LE BON TIROIR"** dans **"L'ARMOIRE AUX STATISTIQUES"**...!*
>
> **(essentiellement ceux en possession d'une calculatrice graphique permettant l'affichage global des résultats statistiques, genre TI par le menu $\boxed{\text{VARS}}$ par exemple)*

**Deuxième partie**: en général il reste suffisamment de temps pour "lancer" un exercice du type ci-dessous *(extrait des travaux pratiques de statistique du livre de 2nde de la collection Transmath - édition Nathan 1990)*.

### Contrôle de fabrication

Dans un atelier de production de tiges en acier, un contrôleur est chargé de vérifier le diamètre des tiges à la sortie d'une machine automatique. Il examine pour cela un échantillon de cent tiges. Les mesures en millimètres de leur diamètre sont indiquées dans le tableau ci-dessous.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10,025 | 10,050 | 10,061 | 10,046 | 10,065 | 10,065 | 10,051 | 10,064 | 10,029 | 10,062 | 10,055 | 10,016 | 10,057 | 10,057 | 10,031 |
| 10,064 | 10,045 | 10,034 | 10,069 | 10,054 | 10,057 | 10,060 | 10,034 | 10,064 | 10,066 | 10,015 | 10,053 | 10,043 | 10,055 | 10,036 |
| 10,050 | 10,061 | 10,042 | 10,040 | 10,064 | 10,051 | 10,060 | 10,065 | 10,048 | 10,078 | 10,002 | 10,064 | 10,051 | 10,053 | 10,067 |
| 10,041 | 10,060 | 10,021 | 10,063 | 10,049 | 10,059 | 10,03 | 10,065 | 10,054 | 10,065 | 10,03 | 10,065 | 10,044 | 10,056 | 10,061 |
| 10,062 | 10,069 | 10,063 | 10,053 | 10,068 | 10,045 | 10,054 | 10,062 | 10,045 | 10,056 | 10,059 | 10,055 | 10,066 | 10,045 | 10,092 |
| 10,068 | 10,052 | 10,067 | 10,052 | 10,071 | 10,04 | 10,063 | 10,02 | 10,062 | 10,095 | 10,047 | 10,061 | 10,012 | 10,067 | 10,038 |
| 10,056 | 10,050 | 10,068 | 10,052 | 10,075 | 10,069 | 10,048 | 10,066 | 10,039 | 10,070 | | | | | |

***a***/ Regroupez en classes d'amplitude 0,01 mm ces données ([10 ; 10,01 [, [10,01 ; 10,02 [...) et donnez le tableau d'effectifs correspondant à cette répartition en classes.

***b***/ Construisez l'histogramme correspondant à cette répartition en classes.

***Conseil :*** choisissez convenablement les unités.

*c*/ À partir de cette répartition en classes, construisez la courbe des effectifs cumulés croissants.
Déduisez-en graphiquement une valeur approximative de la médiane de cette série statistique, ainsi que du premier quartile et du troisième quartile.

***d***/ Usuellement, pour calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique, on remplace chaque classe par son milieu.
Calculez la moyenne $\bar{x}$ et l'écart-type $\sigma$ ainsi obtenus.

*e*/ Quel est approximativement le pourcentage des effectifs dans chacun des trois intervalles $]\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma[$, $]\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma[$, $]\bar{x} - 3\sigma ; \bar{x} + 3\sigma[$ ?

*f*/ Le contrôleur considère la machine comme étant bien réglée si les quatre conditions suivantes sont toutes réalisées :

- $10{,}05 \leqslant \bar{x} \leqslant 10{,}06$.
- $\sigma \leqslant 0{,}02$.
- 68 % au moins des effectifs sont compris dans l'intervalle $]\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma[$.
- 95 % au moins des effectifs sont compris dans l'intervalle $]\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma[$.

La machine est-elle bien réglée ?

---

Ainsi que nous l'avons décrit dans la première brochure au chapitre VI "**programmer une fonction**", le professeur se retrouve à nouveau très sollicité et confronté à des calculatrices de modèles différents. D'où la tentation grandissante de renvoyer nos élèves à leur mode d'emploi...

Aussi, de la même manière, a-t-on demandé à nos élèves de rédiger une fiche d'utilisation des touches statistiques pour leur calculatrice. Cela nous permet, depuis, de mettre à la disposition de nos nouveaux élèves les ***"fiches techniques"*** des pages suivantes (complétées par la **mise en mode statistique à deux variables** utile en classe de 1ère).

# EXPLOITATION DES TOUCHES STATISTIQUES AVEC UNE **fx-180PV**

**mise en mode statistique à une variable**: [Mode] [3] (SD s'affiche)

* **effacement des mémoires:** [SHIFT] [AC] ( [INV] [AC] pour la **fx-180P**)
* **entrée des données sous la forme** $x_i, n_i$ : $x_i$ [×] $n_i$ [DATA] ( *touche* [RUN] )
  *(inutile de rentrer* $n_i$ *lorsqu'il est égal à 1)*
* **exploitation des touches statistiques** :
  *(encadrées de crochets bleus)*

Les valeurs de $n$, $\Sigma x$ et $\Sigma x^2$ (en noir sur le clavier) sont stockées dans des mémoires auxquelles on accède par l'instruction [Kout] suivie du n° de la touche correspondante.
Les valeurs de $\bar{x}$ et $x\sigma n$ (en couleur bistre sur le clavier) sont stockées dans des mémoires auxquelles on accède par l'instruction [SHIFT] ( [INV] pour la fx-180P) suivie du n° de la touche correspondante.

- effectif total ($n = \Sigma n_i$) .......... [$n$] : [Kout] [3]
- somme pondérée des $x_i$ ............. [$\Sigma x$] : [Kout] [2]
- moyenne arithmétique pondérée ...... [$\bar{x}$] : [SHIFT] [1]
- somme pondérée des carrés ........ [$\Sigma x^2$] : [Kout] [1]
- écart-type ...................... [$x\sigma n$] : [SHIFT] [2]

---

**mise en mode statistique à deux variables**: [Mode] [2] (LR s'affiche)

* **effacement des mémoires:** [SHIFT] [AC] ( [INV] [AC] pour la fx-180P)
* **entrée des données sous la forme** $x_i, y_i$ : $x_i$ [xD,yD] $y_i$ [DATA]
* **exploitation des touches statistiques:**

- nombre de couples .............. : [$n$] ( [Kout] [3] )
- moyennes arithmétiques pondérées : [$\bar{x}$] ( [SHIFT] [1] )
  [$\bar{y}$] ( [SHIFT] [4] )

  ...
- écarts-types : [$x\sigma n$] ( [SHIFT] [2] ), [$y\sigma n$] ( [SHIFT] [5] )
- coefficient de corrélation ...... : [$r$] ( [SHIFT] [9] )
- droite de régression $y = ax + b$.

  coefficient directeur $a$ : [B] ( [SHIFT] [8] )

  ordonnée à l'origine $b$ : [A] ( [SHIFT] [7] )

valeur estimée de $y$ connaissant $x$ : $x$ [$\hat{y}$]

valeur estimée de $x$ connaissant $y$ : $y$ [$\hat{x}$]

## EXPLOITATION DES TOUCHES STATISTIQUES AVEC UNE fx-6800G

**mise en mode statistique à une variable**: SD1 ( [Mode] [x] )

- **effacement des mémoires statistiques**: |Scl| ( [SHIFT] [→] ) [EXE]
- **entrée des données sous la forme $x_i\,;n_i$** : $x_i$ [;] $n_i$ |DT| ( *touche* [$^x\sqrt{}$] )
  - *[;] s'obtient par* [SHIFT] [)]
  - *inutile de rentrer $n_i$ lorsqu'il est égal à 1.*
- **exploitation des touches statistiques** *(encadrées de crochets bleus)*:

Les valeurs de $n$, $\Sigma x$ et $\Sigma x^2$ sont stockées respectivement dans les mémoires W, V et U (en rouge sur le clavier) auxquelles on accède par l'instruction [ALPHA] suivie du n° de la touche correspondante.
Les valeurs de $\bar{x}$ et $x\sigma_n$ (en jaune sur le clavier) sont stockées dans des mémoires auxquelles on accède par l'instruction [SHIFT] suivie du n° de la touche correspondante.

- effectif total ($n = \Sigma n_i$) .......... |$n$| : [ALPHA] [3] [EXE]
- somme pondérée des $x_i$ ............ |$\Sigma x$| : [ALPHA] [2] [EXE]
- moyenne arithmétique pondérée ..... |$\bar{x}$| : [SHIFT] [1] [EXE]
- somme pondérée des carrés ....... |$\Sigma x^2$| : [ALPHA] [1] [EXE]
- écart-type ...................... |$x\sigma_n$| : [SHIFT] [2] [EXE]

---

**mise en mode statistique à deux variables**: LR1 ( [Mode] [÷] )

- **effacement des mémoires statistiques**: |Scl| ( [SHIFT] [→] ) [EXE]
- **entrée des données sous la forme $x_i\,,y_i$** : $x_i$ [,] $y_i$ |DT|
  *suivi éventuellement de* [;] $n_i$
- **exploitation des touches statistiques**:

Les valeurs de $n$, $\Sigma x$, $\Sigma x^2$, $\Sigma xy$, $\Sigma y$ et $\Sigma y^2$ sont stockées respectivement dans les mémoires W, V, U, R, Q et P (en rouge sur le clavier) auxquelles on accède par l'instruction [ALPHA], n° de la touche correspondante, suivie de [EXE].

- moyennes arithmétiques pondérées ...... : |$\bar{x}$| ( [SHIFT] [1] [EXE] )
  |$\bar{y}$| ( [SHIFT] [4] [EXE] )
- écarts-types : |$x\sigma_n$| ( [SHIFT] [2] [EXE] ), |$y\sigma_n$| ( [SHIFT] [5] [EXE] )
- coefficient de corrélation ............ : |$r$| ( [SHIFT] [9] [EXE] )
- droite de régression $y$ = $\boldsymbol{a}x + \boldsymbol{b}$.
  - coefficient directeur $\boldsymbol{a}$ ..... : |B| ( [SHIFT] [8] [EXE] )
  - ordonnée à l'origine $\boldsymbol{b}$ ..... : |A| ( [SHIFT] [7] [EXE] )

valeur estimée de $y$ connaissant $x$ ..... : $x$ |$\hat{y}$| ( [SHIFT] [÷] [EXE] )

valeur estimée de $x$ connaissant $y$ ..... : $y$ |$\hat{x}$| ( [SHIFT] [×] [EXE] )

# EXPLOITATION DES TOUCHES STATISTIQUES
# AVEC UNE *fx-7800G(C)*

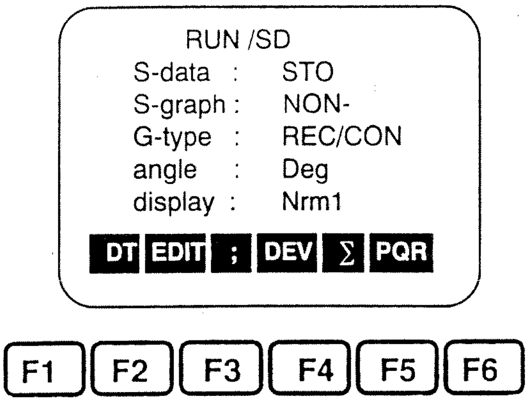
(valable également pour une *fx-7700G*, *fx-7900GC*, *fx-8800GC*)

**mise en mode statistique**:

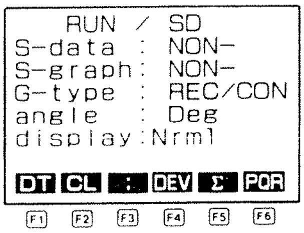
- sans sauvegarde des données: [Mode] [SHIFT] [2]
- avec sauvegarde des données: [Mode] [SHIFT] [1]

**mise en mode statistique à une variable**: SD ( [Mode] [x] )

On obtient l'affichage suivant:




***STO** signale la sauvegarde des données (**NON-** indiquerait la non sauvegarde) avec l'affichage suivant:*




La sélection du menu choisi s'obtient en appuyant sur l'une des touches [F1] à [F6] correspondante.

**Important**: à travers les divers menus, le fait d'appuyer sur la touche [PRE] permet de revenir à cet *écran initial*.

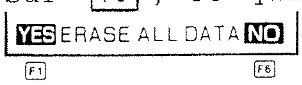
* **effacement des données existantes et des mémoires statistiques:**

- dans le cas de non-sauvegarde des données: [CLR] ( [SHIFT] [3] )

  ce qui permet d'accéder aux menus suivants: **Mcl Scl ARR PRG**

  - puis sélectionner **Scl** en appuyant sur [F2] (Scl s'affiche)
  - suivi de de [EXE] pour valider (0. s'affiche).

- dans le cas de sauvegarde des données:

  - Sélectionner **EDIT** en appuyant sur [F2]. Cela permet au passage de voir s'il y a ou non des données existantes.
  - Si c'est le cas, sélectionner **ERS** en appuyant sur [F3], ce qui a pour effet l'affichage des options suivantes:  Sélectionner **YES** ( [F1] ) pour confirmer.



* **entrée des données sous la forme *xi* ;*ni* :**

- [PRE] pour revenir à l'écran initial
- ***xi*** [;] ( [F3] ) ***ni*** [DT] ( [F1] )

*(inutile de rentrer **ni** lorsqu'il est égal à 1)*

* **exploitation des touches statistiques:**

Les valeurs de $\bar{x}$ et $x\sigma_n$ sont accessibles dans le menu **DEV** (sous-menu de l'***écran initial*** sélectionné par [F4]).
Les valeurs de $n$, $\Sigma x$ et $\Sigma x^2$ sont accessibles dans le menu **Σ** (sous-menu de l'***écran initial*** sélectionné par [F5]).

- effectif total ($n = \Sigma n_i$) ............. $n$ : **Σ** ([F5]) [F3] [EXE]
- somme pondérée des $x_i$ .............. $\Sigma x$ : **Σ** ([F5]) [F2] [EXE]
- moyenne arithmétique pondérée ........ $\bar{x}$ : **DEV** ([F4]) [F1] [EXE]
- somme pondérée des carrés .......... $\Sigma x^2$ : **Σ** ([F5]) [F1] [EXE]
- écart-type ......................... $x\sigma_n$ : **DEV** ([F4]) [F2] [EXE]

Exemple: pour vérifier que $\dfrac{"\Sigma x^2"}{n} - \bar{x}^2 = \sigma^2$, procéder comme suit:

- [PRE] [F5] [F1] [÷] [F3] [−] [PRE] [F4] [F1] [SHIFT] [√] [EXE] ($"\Sigma x^2"/n - \bar{x}^2$)
- puis [F4] [F2] [SHIFT] [√] [EXE] pour $\sigma^2$.

---

**mise en mode statistique à deux variables**: **REG** ([Mode] [÷])
*(sauvagarde des données: voir première page)*

Choisir un *modèle de régression* dans le sous-menu **REG model**:
[Mode] [4] pour obtenir une *régression linéaire* ( RUN / LIN-REG ).

* **effacement des données existantes et des mémoires statistiques**
(même procédure que pour les statistiques à une variable)

* **entrée des données sous la forme $x_i , y_i$:**

- [PRE] pour revenir à l'***écran initial***
- $x_i$ [,] ([SHIFT] [⟶]) $y_i$ [;] ([F3]) $n_i$ [DT] ([F1])
*(inutile de rentrer $n_i$ lorsqu'il est égal à 1)*

* **exploitation des résultats statistiques:**

Les valeurs de $n$, $\Sigma x$ , $\Sigma x^2$, $\Sigma xy$, $\Sigma y$ et $\Sigma y^2$ sont accessibles dans le menu **Σ** (sous-menu de l'***écran initial*** sélectionné par [F5]).
Les valeurs de $\bar{x}$, $x\sigma_n$, $\bar{y}$, $y\sigma_n$ sont accessibles dans le menu **DEV** (sous-menu de l'***écran initial*** sélectionné par [F4]).

En sélectionnant par [F6] le *sous-menu de régression* **REG** de l'***écran initial***, on obtient:

- le coefficient de corrélation ........ **r** : [F3] [EXE]
- la droite de régression $y = ax + b$.

coefficient directeur $a$ ........ B : [F2] [EXE]

ordonnée à l'origine $b$ ........ A : [F1] [EXE]

valeur estimée de $y$ connaissant $x$ ...... : $x$ [$\hat{y}$] ([F5]) [EXE]

valeur estimée de $x$ connaissant $y$ ...... : $y$ [$\hat{x}$] ([F4]) [EXE])

# EXPLOITATION DES TOUCHES STATISTIQUES AVEC UNE fx-8500G

(valable également pour une *fx-4000P*, *fx-7000G(A)*, *fx-7500G*, *fx-8000G*)

**mise en mode statistique à une variable**: SD1 ( Mode x )

- **effacement des mémoires statistiques:** Scl ( SHIFT AC ) EXE

- **entrée des données sous la forme** $x_i$ ; $n_i$ : $x_i$ ; $n_i$ DT ( *touche* $\sqrt[x]{}$ )
  - *inutile de rentrer* $n_i$ *lorsqu'il est égal à 1.*
  - ; *s'obtient par* SHIFT )

- **exploitation des touches statistiques** *(encadrées de crochets bleus)*:
Les valeurs de $n$, $\Sigma x$ et $\Sigma x^2$ sont stockées respectivement dans les mémoires W, V et U (en rouge sur le clavier) auxquelles on accède par l'instruction ALPHA suivie du n° de la touche correspondante.
Les valeurs de $\overline{x}$ et $x\sigma_n$ (en jaune sur le clavier) sont stockées dans des mémoires auxquelles on accède par l'instruction SHIFT suivie du n° de la touche correspondante.

  - effectif total ($n = \Sigma n_i$) .......... $n$ : ALPHA 3 EXE
  - somme pondérée des $x_i$ ............ $\Sigma x$ : ALPHA 2 EXE
  - moyenne arithmétique pondérée ..... $\overline{x}$ : SHIFT 1 EXE
  - somme pondérée des carrés ....... $\Sigma x^2$ : ALPHA 1 EXE
  - écart-type ...................... $x\sigma_n$ : SHIFT 2 EXE

---

**mise en mode statistique à deux variables**: LR1 ( Mode ÷ )

- **effacement des mémoires statistiques:** Scl ( SHIFT AC ) EXE

- **entrée des données sous la forme** $x_i$ , $y_i$ : $x_i$ , $y_i$ DT
*suivi éventuellement de* ; $n_i$

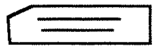
- **exploitation des touches statistiques:**
Les valeurs de $n$, $\Sigma x$, $\Sigma x^2$, $\Sigma xy$, $\Sigma y$ et $\Sigma y^2$ sont stockées respectivement dans les mémoires W, V, U, R, Q et P (en rouge sur le clavier) auxquelles on accède par l'instruction ALPHA , n° de la touche correspondante, suivie de EXE .

  - moyennes arithmétiques pondérées ...... : $\overline{x}$ ( SHIFT 1 EXE )
  $\overline{y}$ ( SHIFT 4 EXE )
  - écarts-types : $x\sigma_n$ ( SHIFT 2 EXE ), $y\sigma_n$ ( SHIFT 5 EXE )
  - coefficient de corrélation ............ : $r$ ( SHIFT 9 EXE )
  - droite de régression $y = ax + b$.
    - coefficient directeur $a$ ..... : B ( SHIFT 8 EXE )
    - ordonnée à l'origine $b$ ..... : A ( SHIFT 7 EXE )

  valeur estimée de $y$ connaissant $x$ ..... : $x$ $\hat{y}$ ( SHIFT ÷ EXE )

  valeur estimée de $x$ connaissant $y$ ..... : $y$ $\hat{x}$ ( SHIFT x EXE )

# Exploitation des touches statistiques avec une SHARP EL 9200

Pour rentrer dans le mode statistique, il faut presser la touche  .

S'il y a déjà des données, la machine affiche une fiche, sinon elle propose un menu qui offre le choix entre différents modes statistiques.
S'il y a des données, il faut les effacer en pressant la touche MENU puis choisir D soit à l'aide du curseur soit avec la lettre D, valider par ENTER Dans le sous-menu ouvert choisir ALL et valider par ENTER.
Vous êtes prêt à travailler en mode statistique.

## 1)Statistique à une variable.

Deux choix sont possibles suivant que l'on rentre des données simples les $X_i$ ou des données multiples ou pondérées, les $X_i$ , $n_i$.
Choisir 1 ou 2 (flèches ou caractère) et valider par ENTER. La première fiche apparaît.
La renseigner en validant chaque nouvelle donnée par ENTER. Quand la fiche est remplie la machine passe automatiquement à la fiche suivante.
Les flèches permettent de passer d'un champ à l'autre et d'une fiche à l'autre pour consulter et contrôler la saisie.
En cas d'erreur, repasser dans MENU et et choisir D , ENTER et 1 pour effacer la fiche incorrecte.
En fin de saisie, taper MENU, choisir STAT et valider, on obtient un sous menu , il faut choisir le type de saisie que l'on a effectuée. Le sélectionner et valider. Les résultats s'affichent:

$\overline{x}$ la moyenne, sx l'écart type de l'échantillon , $\sigma x$ l'écart type de la population, $\Sigma\, x$ la somme des x, $\Sigma\, x^2$ la somme des x au carré, n l'effectif total, xmi le minimum des x, xma le max.

Ex: calculer la moyenne de 12 coef 3, 8 coef 2.

MENU D 2 ENTER 2 ENTER X= 12 ENTER, W= 3 ENTER ,X= 8 ENTER, W= 2.
MENU STAT
résultats: 10.4, 2.19, 1.959, 52, 560, 5, 8, 12 .

## 2)Statistique à deux variables.

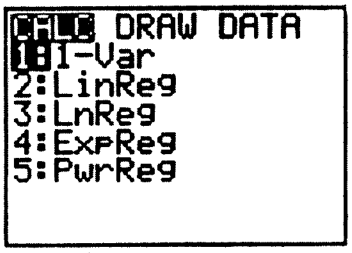
deux choix sont possibles; variables simples ou pondérées.
Saisie idem 1)Après saisie, MENU. On a le choix entre 3 possibilités:
le menu X-VARSdonne les résultats pour X
le menu Y-VARS donne les résultats pour Y
le menu REG donne a= ordonnée à l'origine de la droite de régression de y en x, b= le coefficient directeur de la même droite, r= donne le coefficient de régression de y par rapport à x.

EXPLOITATION DES TOUCHES STATISTIQUES

AVEC UNE **TI 81**

__mise en mode statistique__ : accès au menu **STAT** par [2nd] [MATRX] .

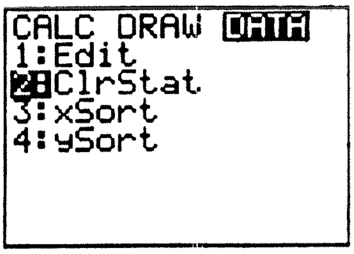
Trois sous-menus apparaissent à l'écran : **CALC** (calcul)
**DRAW** (tracé)
**DATA** (saisie des données)




*(le nom du menu en cours et le numéro de l'option sélectionnée sont en vidéo inverse)*

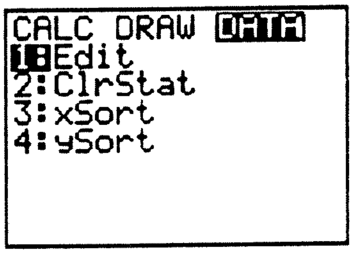
* **accéder au sous-menu DATA** à l'aide du curseur ( [▶] [▶] ou plus directement [◀] )

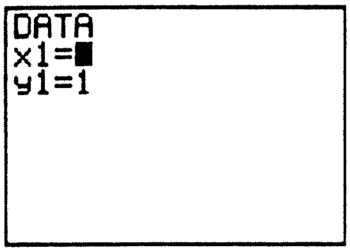
* **effacement des données existantes et des mémoires statistiques**:
  - sélectionner l'option **ClrStat** en tapant [2]
  - l'instruction **ClrStat** s'affiche à l'écran
  - valider en appuyant sur [ENTER]
    (le message "Done" s'affiche)




* **saisie des données**:

Revenir au menu **STAT** pour accéder au sous-menu **DATA** puis sélectionner l'option **Edit** en tapant [1].




*le curseur est positionné sur la première valeur x1*

(**ClrStat** a eu pour effet d'effacer les valeurs x et de mettre toutes les valeurs de y égales à 1)

__statistique à une variable__: pour les statistiques à une variable, les valeurs de *y* représentent les effectifs ***ni***.

- entrer la première valeur de x suivie de [ENTER]
  *le curseur se positionne sur y1*

- entrer l'effectif correspondant suivie de [ENTER]
  (ou appuyer directement sur [ENTER] si l'effectif vaut 1)

  *le curseur se positionne sur x2*

- continuer ainsi de suite jusqu'à la saisie complète des données.

* **exploitation des résultats statistiques**: Ils sont obtenus grâce à l'option **1-Var** du sous-menu **CALC**. Pour cela:
  - revenir au menu **STAT**
  - **CALC** ainsi que le numéro **1** correspondant à l'option **1-Var** étant en vidéo inverse, il suffit d'appuyer sur [ENTER]
  - **1-Var** s'affiche à l'écran : valider en appuyant sur [ENTER]

On obtient alors, dans l'ordre, les valeurs correspondantes de:
$\bar{x}$= ...... moyenne arithmétique pondérée
$\Sigma x$= ..... somme pondérée des $x_i$
$\Sigma x^2$= .... somme pondérée des carrés
$Sx$= ..... écart-type sur un échantillonage de la population
$\sigma x$= ..... écart-type sur la population totale
$n$= ...... effectif total (nombre de données)

Dès lors ces résultats sont mémorisés dans des variables accessibles par le menu [VARS] :
- $n$, $\bar{x}$, $\sigma x$ par le sous-menu **XY**
- $\Sigma x$ et $\Sigma x^2$ par le sous-menu **Σ**

exemple: pour obtenir l'affichage de $\Sigma x^2$, sélectionner le sous-menu **Σ** par [VARS] [▶] suivi de [2].

Ainsi pour vérifier que $\dfrac{"\Sigma x^2"}{n} - \bar{x}^2 = \sigma^2$, procéder comme suit:

- [VARS] [▶] [2] [÷] [VARS] [ENTER] [−] [VARS] [2] [$x^2$] [ENTER] ($"\Sigma x^2"/n - \bar{x}^2$)

- puis [VARS] [4] [$x^2$] [ENTER] pour $\sigma^2$.

---

statistique à deux variables: même procédure que pour les statistiques à une variable, les effectifs associés à chaque couple $(x_i, y_i)$ étant tous égaux à 1.

* **exploitation des résultats statistiques:**
  - revenir au menu **STAT**
  - choisir un modèle de régression dans le sous-menu **CALC**: taper [2] pour obtenir une régression linéaire.
  - **LinReg** s'affiche à l'écran
  - valider cette commande en réappuyant sur [ENTER]

On obtient alors, dans l'ordre, les valeurs correspondantes de:
***a*** =...... ordonnée à l'origine de la droite de régression $y = a + bx$
***b*** =...... coefficient directeur
***r*** =...... coefficient de corrélation

Dès lors tous les résultats statistiques sont mémorisés dans des variables accessibles par le menu [VARS] :
- $n$, $\bar{x}$, $\sigma x$, $\bar{y}$, $\sigma y$ dans le sous-menu **XY**
- $\Sigma x$, $\Sigma x^2$, $\Sigma y$, $\Sigma y^2$ et $\Sigma xy$ dans le sous-menu **Σ**
- l'équation de la droite de régression se trouve dans la variable **RegEQ** du sous-menu **LR** qui contient également ***a***, ***b***, ***r***.

* **Recopiage de l'équation de la droite de régression.**

Par exemple: Appuyer sur [Y =] (**Y1** est en vidéo inverse), sélectionner le sous-menu **LR** par [VARS] [▶] [▶] suivi de [4] pour sélectionner l'option **RegEQ**. L'équation de la droite de régression étant recopiée en **Y1**, terminer par **QUIT** ( [2nd] [CLEAR] ).

**Valeur estimée de *y* connaissant *x* :**
- entrer la valeur de $x$ dans la variable X ( $x$ [STO▶] [STO▶] [ENTER] )
- accéder au menu **Y-VARS** ( [2nd] [VARS] ) pour afficher Y1
- appuyer sur [ENTER] pour valider.

# Exploitation des touches Statistiques avec TI GALAXY 67

Effacement des données antérieures: **2nd CS**, la calculatrice répond: **Clr Stat YN?**
Si vous répondez Yes la calculatrice répond **Cleared**.

## 1)Statistiques à une variable:

Entrer la première donnée $X_1$, si elle apparaît n fois, taper **2nd FRQ** taper n, sinon directement $\Sigma$+. A chaque introduction de données, la machine affiche le nombre total de données saisies.
Effectuer la saisie pour toutes les valeurs de la série.
Pour corriger les erreurs:
Immédiatement après $\Sigma$+, appuyer sur **INV** $\Sigma$+.
N'importe où, ressaisir en entier la donnée et appuyer sur **INV** $\Sigma$+.
Ensuite **2nd STAT** pour entrer dans le menu Statistique
Au droit de x les touches $\nabla$ $\Delta$ permettent de parcourir les résultats:
$\bar{x}$ = moyenne des x,
$\sigma xn$ = écart type de la population
$\sigma xn - 1$ = écart type de l'échantillon.
Au droit de n, le nombre de saisies.

Ou bien 2nd $\Sigma\, xy$ permet en utilisant les touches $\nabla$ $\Delta$ d'obtenir:
$\Sigma\, x$ somme des x.
$\Sigma\, x^2$ somme des $x^2$.

## 2)Statistiques à deux variables:

Entrer la donnée $X_1$, taper une virgule "," puis introduire $Y_1$. Si les données sont multiples procéder comme dans le cas d'une variable.
Le menu **2nd STAT** s'utilise de même sauf qu'il y a y.
Idem pour le menu **2nd** $\Sigma\, xy$.
Pour l'étude de la régression de y par rapport à x:
appuyer **2nd LR**.
$\hat{x}$ calcule un ajustement de x à partir de y.
$\hat{y}$ calcule un ajustement de y à partir de x.
a, b, r donne à l'aide des touches $\Delta$ $\nabla$ a: ordonnée à l'origine de la droite d'ajustement, b: coefficient directeur de la même droite et r: le coefficient de régression linéaire.

# Exploitation des touches statistiques avec une TI 82

Avant toute chose il convient d'effacer des données antérieures.
Taper **STAT** puis sélectionner avec les flèches le sous menu 4, valider par ENTER.
**Clrlist** apparait.
Il faut énumérer les listes à suprimer: L1, L2, L3, L4, L5, L6 sont les listes possibles. On peut les suprimer toutes en tapant L1, L2, L3, L4, L5, L6 réponse Done.

## 1)Statistique à une variable:

Taper **STAT**, sélectionner le sous menu **Edit**.
Les liste L1, L2, L3 sont visibles dans un tableau.
Rentrer dans L1 les valeurs des $x_i$ et dand L2 les valeurs des $n_i$ en validant par les fléches après chaque entrée. Les fléches de déplacement permettent de corriger les erreurs en écrivant par dessus la valeur correcte.
En fin de saisie, taper à nouveau **STAT** pour revenir dans le menu et choisir **CALC**.
Choisir le sous-menu **SetUp**, valider par **ENTER**.
Sélectionner avec les flèches L1 pour les X, valider par **ENTER**, L1 est en Vidéo inverse.
Sélectionner L2 pour les fréquences, valider, L2 est en vidéo inverse.
Invoquer à nouveau **STAT**, **CALC**, sous menu **1:1-var Stats**, valider, les résultats apparaissent.

$\bar{x}$ la moyenne, $\Sigma x$ la somme des $x_i$ $n_i$ , $\Sigma x^2$ la somme des $x^2_i$ $n_i$ , Sx l'écart type de l'échantillon, $\sigma$x l'écart type de la population, n le nombre total de données.

**Attention, la TI 82 refuse les $n_i$ supérieurs à 99 ou non entiers !! sans avertir.**

## 2)Statistiques à deux variables:

Idem pour initialiser, puis saisie des valeurs de x et de y dans L1 et L2.
En fin de saisie, taper à nouveau **STAT**, choisir **CALC**, puis **SetUp**, dans le sous menu **2-Var Stats** choisir L1 pour les X et L2 pour les Y, valider par **ENTER**.
Revenir au menu **STAT**, choisir **CALC**, le sous menu **2-Var Stats** et valider.Tous les résultats relatifs à X et à Y sont disponibles avec les flèches .

La TI possède bien d'autres possibilités statistiques, en particulier des ossibilités graphiques.

# VIII

# ÉQUATIONS DE DROITES :

# EXPLOITATION GRAPHIQUE

# ET

# NARRATION DE RECHERCHE.

# ÉQUATIONS DE DROITES: EXPLOITATION GRAPHIQUE.

Les résultats de l'évaluation à l'entrée en 2$^{nde}$ relative aux équations de droites* n'étant guère satisfaisants, il m'a semblé nécessaire, dans un premier temps, d'y consacrer une séance de travaux dirigés (fin octobre, début novembre).

* *(par exemple, en 1994, questions 5 et 6 de l'exercice 9)*

## ------ T.D. ------

Après avoir fait redécouvrir aux élèves que l'équation d'une droite n'est pas toujours du type $y = ax + b$, la séance est ensuite consacrée exclusivement aux droites sécantes à l'axe des ordonnées (construction d'une droite connaissant son équation: en cherchant deux points, en utilisant un point et son coefficient directeur...) avec notamment l'exercice suivant proposé à titre de synthèse:

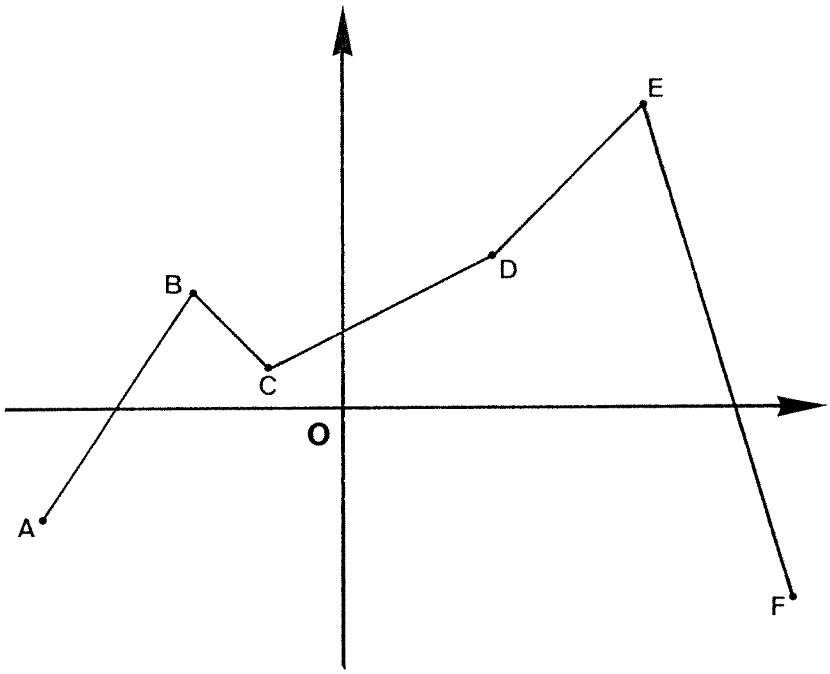
> <u>Exercice</u> : Compléter ce tableau en traçant dans chaque case une droite qui convient.

| $y = ax + b$ | **$b = 0$** | **$b > 0$** | **$b < 0$** |
|---|---|---|---|
| **$a > 0$** | 0 | 0 | 0 |
| **$a < 0$** | 0 | 0 | 0 |
| **$a = 0$** | 0 | 0 | 0 |

L'intérêt de cet exercice (déjà proposé dans notre première brochure p.32), est, on l'aura compris, de s'assurer que nos élèves savent suffisamment exploiter graphiquement l'***ordonnée à l'origine*** et le signe du ***coefficient directeur*** d'une droite en relation avec l'"apparence visuelle" de celle-ci.
Aussi devant les difficultés à remplir correctement ce tableau pour un grand nombre d'élèves, il m'est apparu évident qu'il fallait poursuivre plus avant ce travail.

D'où les exercices, page suivante, proposés en vue d'une séance de module tout en constituant un bon prétexte à la *narration de recherche*. Ils ont en effet été donnés à chercher à la maison avec pour consigne: qu'il trouve ou non une solution satisfaisante, chaque élève doit relater par écrit les résultats de ses recherches en précisant au besoin ce qui a pu le bloquer.

I.




1° Justifier que les supports des segments de la ligne brisée ci-contre ont une équation de la forme $y = ax + b$.

2° On sait que:
- les valeurs de $a$ sont à prendre parmi les valeurs qui suivent:

$$-3 \; ; \; -1 \; ; \; \frac{1}{2} \; ; \; 1 \; ; \; \frac{3}{2}$$

- et celles de $b$ parmi:

$$-\frac{1}{2} \; ; \; 0 \; ; \; 1 \; ; \; \frac{9}{2} \; ; \; 16.$$

En déduire l'équation des droites (AB), (BC), (CD), (DE) et (EF).

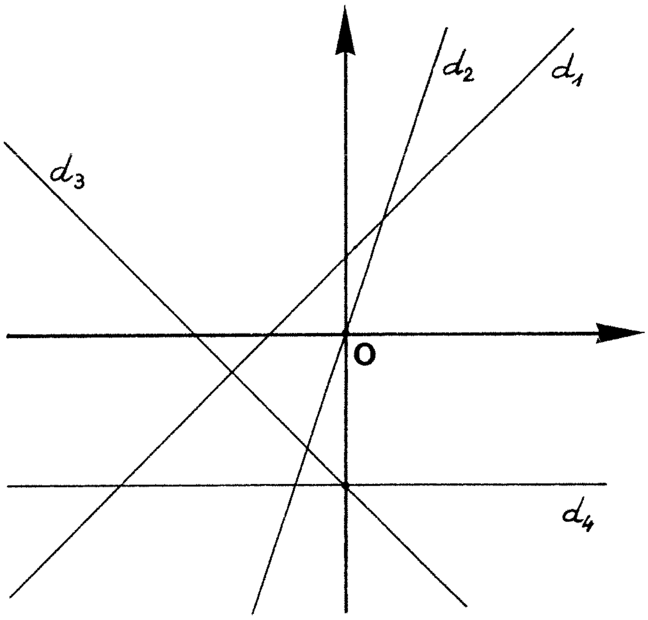
II.

Retrouver parmi les six équations:

$y = x + 1$ ; $y = 3x$ ; $x = -2$

$y = -x - 2$ ; $y = -2$ ; $y = \frac{1}{3}x$

celles des quatre droites représentées ci-contre.




III.

Retrouver parmi les huit équations:

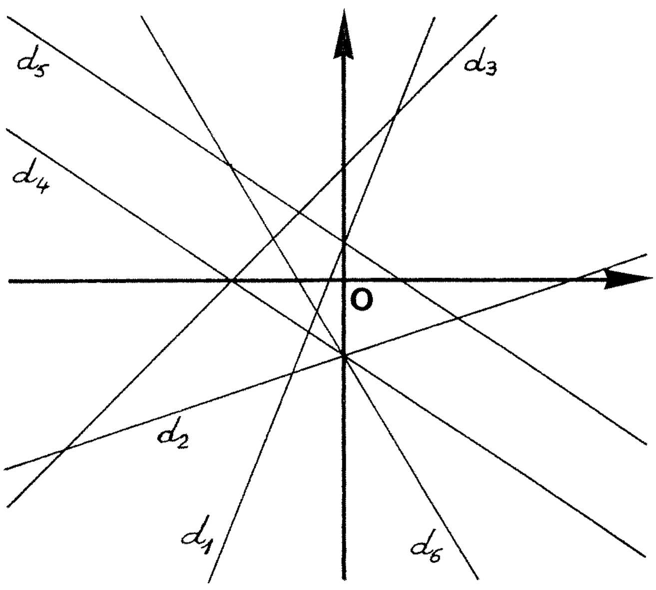
$y = x + 3$ ; $y = -\frac{2}{3}x + 1$

$y = -\frac{5}{3}x - 2$ ; $y = \frac{1}{3}x - 2$

$y = -\frac{2}{3}x - 2$ ; $y = -\frac{5}{3}x + 1$

$y = \frac{1}{3}x + 3$ ; $y = 2,5\ x + 1$

celles des six droites représentées ci-contre.



**"entre-nous"**

* *Ces énoncés ont été choisis suffisamment abordables par tous pour que les élèves ne soient pas bloqués dès le départ et qu'effectivement ils se lancent dans la recherche demandée. Un exercice jugé d'emblée trop difficile voire inaccessible par certains élèves ne peut que les décourager très vite et les copies seraient alors quasiment inexploitables.*

* *D'autre part ces exercices ont également été choisis pour permettre une certaine marge de liberté dans la progression vers la réponse à la question posée.*

Au vu des copies corrigées, les élèves ont été répartis en deux **groupes de module**:

* **Le premier** constitué des élèves ayant eu le plus de difficultés (au niveau du raisonnement mais aussi de l'expression, des justifications à apporter, etc...) et pour qui cette séance de module s'est traduite par un corrigé approfondi organisé de la manière suivante:

- les élèves regroupés en petits groupes de 3 ou 4 commencent par échanger leurs productions corrigées pour en débattre,

- le professeur passe d'un groupe à l'autre pour aider les élèves à s'orienter vers *une démarche plus déductive* et non pas seulement intuitive ou visuelle.

Il s'en suit alors un "véritable dialogue" professeur-élève ainsi qu'il en est fait mention dans les travaux de l'IREM de Montpellier concernant la *narration de recherche*. Cela a permis dans chaque groupe:

- de *valoriser les productions des élèves* en faisant mieux ressortir les "bonnes" démarches, mais mal formulées ou alors qui n'avaient pas été suffisamment exploitées ou détaillées voire souvent non exprimées directement par écrit,

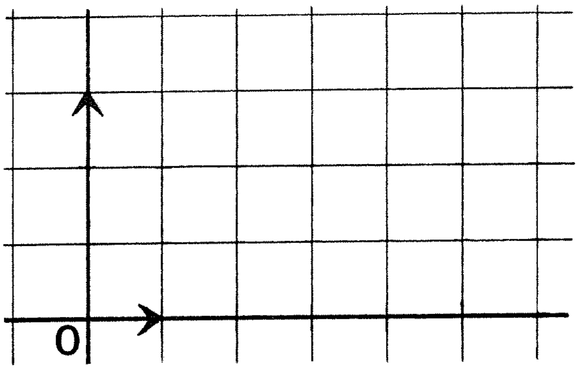
- de *faire prendre conscience* à certains de leurs raisonnements erronés ou inadaptés, de les aider à reconnaître le bien fondé des corrections apportées à leur copie pour ensuite accepter des méthodes ou "stratégies" plus adéquates,

- enfin, en *utilisant au mieux le travail déjà réalisé*, d'arriver à la rédaction d'une démonstration commune qui soit satisfaisante au niveau des exigences de justification et du raisonnement.

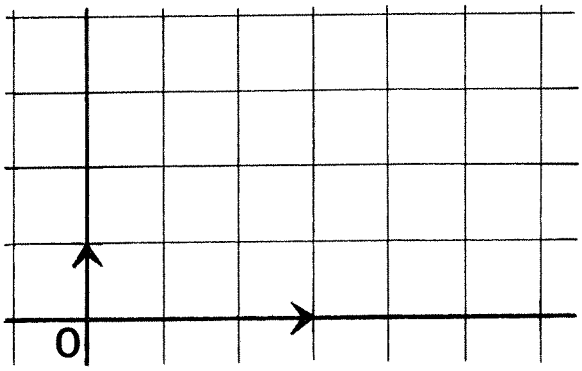
**"entre-nous"**

*Au début, bon nombre de ces élèves avaient cherché à mesurer ou à "deviner" les coordonnées des points de rencontre avec les axes, ou déterminent de façon prématurée le coefficient directeur de certaines droites alors que les unités ne sont pas indiquées sur les axes (voir documents élèves, annexe 1). D'où la nécessité de leur proposer les petits exercices page suivante pour les amener à accepter que certaines de leurs réponses étaient bien prématurées.*

1° Sur chacun des graphiques ci-dessous, représenter les droites dont les équations sont données:




$y = \frac{1}{3} x$ et $y = x$

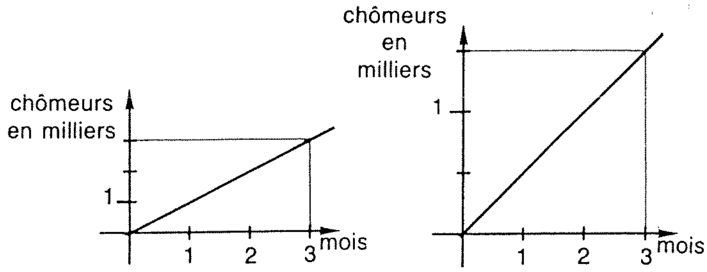



$y = x$ et $y = 3x$

2° Reproduire les deux graphiques précédents sur une feuille blanche sans faire apparaître les unités sur les axes...

Cela peut être l'occasion de ressortir des exercices du type suivant, extrait du livre de $4^{\text{ième}}$ de l'IREM de Strasbourg (édition 1988):

Les deux graphiques ci-contre représentent l'augmentation du nombre de demandeurs d'emploi en France et en Allemagne, pour un trimestre.
Dans lequel des deux pays la progression du chômage est-elle la plus forte ?




• En ce qui concerne les élèves du **deuxième groupe**, après un "corrigé" plus rapide et quelques mises au point analogues à celles du 1er groupe, la séance de module s'est poursuivie par des exercices de recherche comme par exemple (extrait du livre de $3^{\text{ième}}$ de l'IREM de Strasbourg - édition 1989):

1° Parmi les trois équations suivantes:

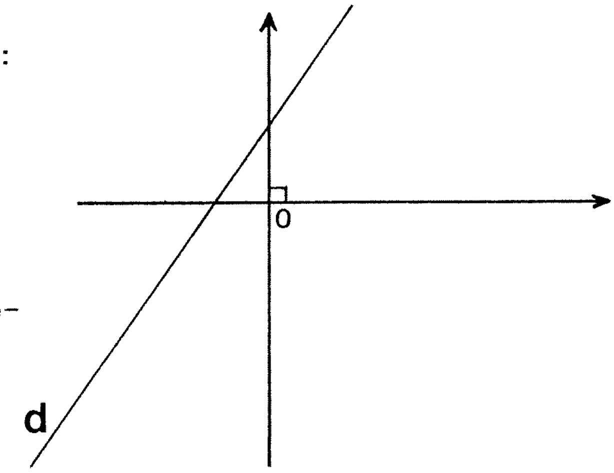
$$y = -\sqrt{5}\ x + 3{,}1$$

$$y = \sqrt{2}\ x + 1{,}6$$

$$y = 2{,}12\ x - \sqrt{3}$$

se trouve celle de la droite ***d*** représentées ci-contre.

**Quelle est cette équation?**




2° Représenter sur le même graphique les droites d'équations* :

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}} x + 1{,}6 \quad ; \quad y = \frac{1}{\sqrt{2}} x - 3{,}2$$

* *voir productions d'elèves jointes en annexe.*

## Annexe 1: productions d'élèves avant la séance de module

Pour commencer, voici un exemple de ce que peut donner une *narration de recherche* pour un élève relativement faible. Ce bref extrait nous semble en effet significatif des difficultés rencontrées par certains de nos élèves dès qu'il s'agit de s'exprimer et d'argumenter.

- La droite D2 a peut être pour équation l'une des deux $y = 3x$ ou $y = \frac{1}{3}x$ car la droite passe par l'ordonnée à l'origine donc elle n'a pas d'ordonnée à l'origine. Ce ne peut être $y = -2$ car la pente n'est pas négative et n'est pas parallèle à l'axe des abscisses. Ce n'est non plus $y = -x-2$ car la pente de la droite D2 n'est pas négative et ne passe pas par le point $-2$ car elle passe par l'ordonnée à l'origine. $y = x+1$ ne peut être l'équation de la droite D2 car elle passe par l'ordonnée à l'origine et non pas par le point 1. On peut aussi enlever l'équation $x = -2$ car la droite D2 n'est pas perpendiculaire à l'axe des abscisses. Donc, il ne reste que les deux premières hypothèses : $y = 3x$ ou $y = \frac{1}{3}x$

- $y = x+1$ ne peut être l'équation de la droite D4 car elle ne passe pas par le point $-2$ de l'axe des ordonnées et l'équation est positive alors que la droite est négative. $y = -x-2$ n'est pas l'équation de la droite D4 car la droite D4 ne passe pas par l'axe des abscisses donc n'a pas de pente, mais passe par le point $-2$ sur l'axe des ordonnées.
  $x = -2$ n'est pas l'équation de la droite D4 car elle n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. Et il nous reste $y = -2$, c'est la bonne solution car la droite D4 est parallèle à l'axe des abscisses passant par le point $-2$, elle est négative. Donc D4 a pour équation : $y = -2$.

D'où la nécessité de la séance de module qui suit selon les modalités déjà exposées.
Afin de leur permettre d'en retirer le plus grand "bénéfice", celle-ci commence pour chacun par un corrigé individualisé de leur propre production:

**<u>Première étape</u>: corrigé au niveau de la rédaction et de l'expression.**

* relevé et analyse des confusions rencontrées, les plus fréquentes étant:
  - amalgame entre coefficient directeur, équation de la droite et la droite elle-même (...*équation positive*...*droite positive*...)
  - confusion entre la droite et la fonction qu'elle représente (...*droite croissante*...)

* relevé de formulations maladroites ou n'ayant guère de sens comme par exemple:
  - ...*la droite passe par l'ordonnée à l'origine donc elle n'a pas d'ordonnée à l'origine*...
    <u>phrase corrigée</u>: ...la droite passe par l'origine donc son ordonnée à l'origine est nulle...

  - ...*la droite $d_4$ ne passe pas par l'axe des abscisses donc elle n'a pas de pente*...
    <u>phrase corrigée</u>: ...la droite $d_4$ n'est pas sécante à l'axe des abscisses donc sa "pente" est nulle...

  - ...*la droite $d_3$ passe par l'axe des ordonnées (la droite a une ordonnée à l'origine)*...
    <u>phrase corrigée</u>: ...la droite $d_3$ est sécante à l'axe des ordonnées et son ordonnée à l'origine est différente de zéro...

  Les "puristes" pourraient rajouter l'emploi abusif ou prématuré du mot *pente* alors qu'il n'est pas dit au départ que le repère soit orthonormé... mais cela nous semblerait aller un peu loin face à des élèves ayant déjà bien du mal à s'exprimer.

**<u>Deuxième étape</u>: ensuite et ensuite seulement, corrigé au niveau de la démonstration proprement dite.**

Cette étape est détaillée dans le descriptif de début où il est fait mention notamment d'élèves ayant utilisé prématurément des mesures. En voici deux exemples:

* $D_2$ est une droite croissante donc son coefficient directeur est positif, qui passe par l'origine : $y=ax$
De plus la droite grandit rapidement donc le coefficient directeur est supérieur à 1.
D'où son équation est : $y=3x$.

* La droite $d_2$ ne peut pas avoir pour équation : $y = ax+b$ parsque $b <$ ou $> 0$, donc c'est une droite passant par l'origine. De plus, son coefficient directeur est positif puisque $d_2$ "monte". Et enfin, son coefficient directeur est $>1$ car la droite passe plus près (parallèlement) de l'axe des ordonnées que de l'axe des abscisses. donc $d_2$ a une équation de la forme : $y=ax$, dans l'occurrence : $y=3x$.

# Annexe 2: exemple de production d'un groupe d'élèves à l'issue de la séance de module

II • La droite $(D_4)$ est parallèle à l'axe des abscisses ; son équation est donc de la forme $y = b$. Or $(D_4)$ est "sous" l'axe des abscisses donc son équation est $y = -2$.

• Parmi les droites représentées, aucune n'est parallèle à l'axe des ordonnées, on peut donc éliminer l'équation $x = -2$

• La droite $(D_3)$ représente une fonction décroissante, donc son coefficient directeur est négatif. La seule équation qui convienne est $y = -x - 2$.

• La droite $(D_1)$ représente une fonction croissante, donc son coefficient directeur est positif. Or son ordonnée à l'origine est strictement positifve Donc l'équation est $y = x + 1$.

• Le coefficient directeur de $(D_2)$ est supérieur à celui de la droite $(D_1)$, donc est supérieur à 1. L'équation qui convient est $y = 3x$.

III • Les droites $(D_2)$, $(D_4)$, $(D_6)$ ont une même ordonnée à l'origine, qui est négative. Parmi les équations, trois peuvent convenir : $y = -\frac{5}{3}x - 2$ ; $y = \frac{1}{3}x - 2$ ; $y = -\frac{2}{3}x - 2$.

Or $(D_2)$ est la seule droite qui représente une fonction croissante. Son équation est donc $y = \frac{1}{3}x - 2$.

Le coefficient directeur de $(D_6)$ est inférieur à celui de la droite $(D_4)$. Donc l'équation de $(D_6)$ est : $y = -\frac{5}{3}x - 2$ et celle de $(D_4)$ est $y = -\frac{2}{3}x - 2$.

• Les droites $(D_4)$ et $(D_5)$ sont parallèles, donc leurs coefficient est le même. Donc l'équation de $(D_5)$ est : $y = -\frac{2}{3}x + 1$.

• Les droites $(D_1)$ et $(D_5)$ ont la même ordonnée à l'origine, 1. La droite $(D_1)$ représente une fonction croissante, donc le coefficient directeur est positif. L'équation est $y = 2{,}5x + 1$.

• $(D_3)$ représente une fonction croissante et son ordonnée à l'origine est supérieur à 1. Si son équation est $y = \frac{1}{3}x + 3$, alors $(D_3)$ est parallèle à $(D_1)$, ce qui n'est pas le cas. Donc l'équation est $y = x + 3$

## Annexe concernant l'exercice de recherche

Voici pour finir quelques constructions, trouvées par nos élèves, en réponse à la deuxième question de l'exercice de recherche. Celles-ci montrent, s'il en était besoin, la richesse des solutions *imaginées* par ceux-ci quand on leur pose des *problèmes* suffisamment *"ouverts"*, sans les guider à l'excès...

Notation: la droite d'équation $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}}x + 1{,}6$ est notée $d_1$

et la droite d'équation $y = \dfrac{1}{\sqrt{2}}x - 3{,}2$ est notée $d_2$.

### 1° Solutions utilisant les points de rencontre avec les axes:

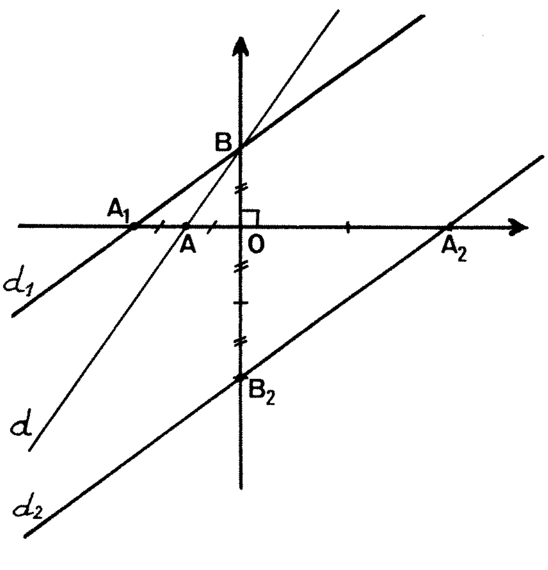
- La droite $d_1$ coupe l'axe des ordonnées au point B(0; 1,6) de même que la droite $d$. Cherchons les points de rencontre de $d$ et $d_1$ avec l'axe des abscisses:

  - pour $d_1$ : $y = 0$ si et seulement si $x = -1{,}6\sqrt{2}$

  - pour $d$ : $y = 0$ si et seulement si $x = \dfrac{-1{,}6}{\sqrt{2}} = \dfrac{-1{,}6\sqrt{2}}{2}$.

  Si A est le point de rencontre de $d$ avec l'axe des abscisses et $A_1$ celui de $d_1$, alors $OA_1 = 2OA$ (report au compas)

  d'où $d_1 = (A_1B)$.



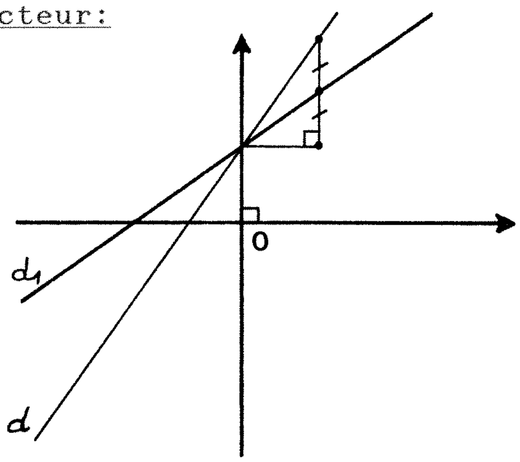

- Pour $d_2$, il suffit alors de tracer la parallèle à $d_1$ passant par le point $B_2$ d'ordonnée négative telle que $OB_2 = 2OB$.

  variante rencontrée: tracer $d_2$ à l'aide du point $A_2$ d'abscisse positive telle que $OA_2 = 2OA_1$ c'est-à-dire telle que $A_2(3{,}2\sqrt{2};\ 0)$ (car pour $d_2$: $y = 0$ si et seulement si $x = 3{,}2\sqrt{2}$).

### 2° Solutions utilisant le coefficient directeur:

Un bon nombre d'élèves ont remarqué que $1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$ et donc que le coefficient directeur de $d_1$ (et de $d_2$) est la moitié de celui de $d$.

D'où la construction ci-contre souvent donnée sans autre explication car faisant partie des figures de référence familières de nos élèves.



3° Solution originale:

Voici une solution intéressante même si les justifications font parfois défaut.

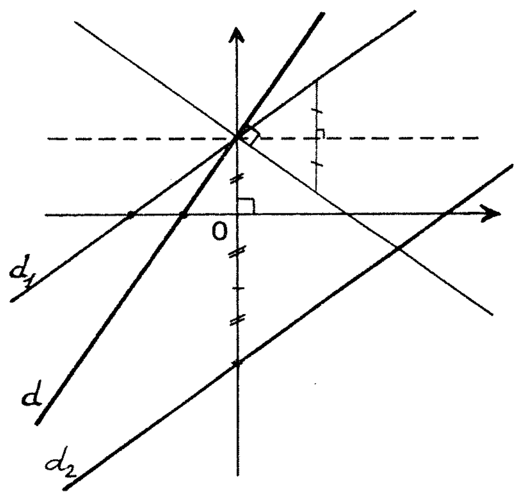
Recherche

1) Comme d a une pente et une ordonnée à l'origine positives, son équation est $y = \boxed{\sqrt{2}x + 1,6}$

2) La perpendiculaire à d a pour équation $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + 1,6$
la droite ayant pour équation $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 1,6$
est l'image de la perpendiculaire à d par rapport à la parallèle à l'axe des abscisses passant par $(0;1,6)$* (ou par rapport à l'axe des ordonnées, cela revient au même pour la construction)

Pour tracer la droite d'équation $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x - 3,2$
on prend la longueur 1,6 au compas, on la reporte 2 fois vers le bas à partir de l'origine et on trace la parallèle à la droite précédente passant par ce point.

* en faisant ceci, on aura deux droites dont la valeur absolue de la pente est la même, mais celle construite aura une pente positive, càd: $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 1,6$



# IX

# TRANSFORMONS A L'AIDE D'UNE ROTATION.

(faire agir, narrer...)

## TRANSFORMONS A L'AIDE D'UNE ROTATION.

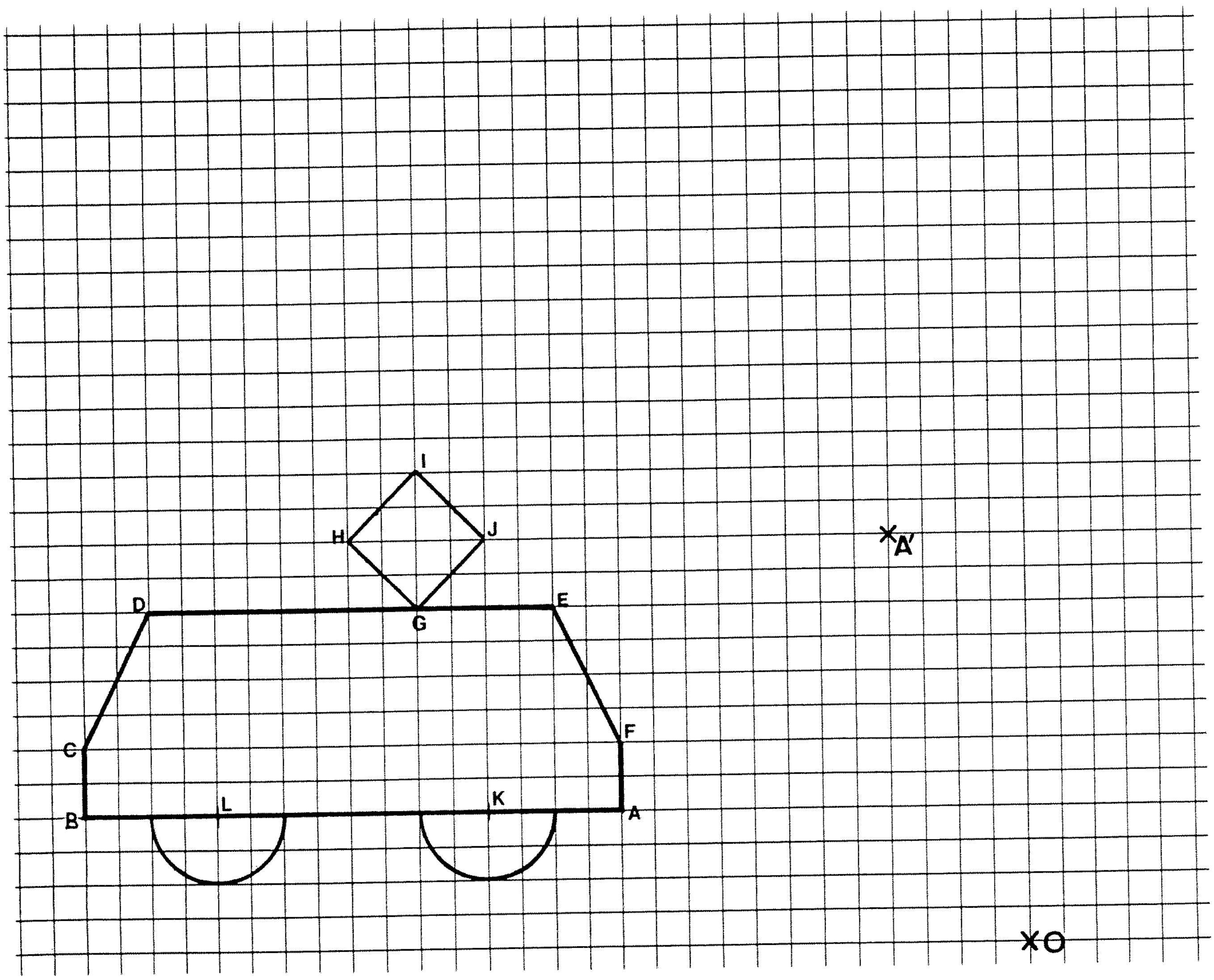
L'activité qui suit est tirée* d'un article paru dans le bulletin n°382 de l'A.P.M.E.P. (février 1992) intitulé ***"vers la rotation en seconde"*** et dont les auteurs sont J-P Fornallaz et M. Magnenet.

* *(cependant outre le fait d'avoir choisi de laisser le quadrillage apparent, la figure a également été légèrement modifiée)*

---

1° Les mailles du quadrillage ci-dessous étant carrées, justifier que OA' = OA.

2° Construire l'image de la locomotive représentée ci-dessous par la *rotation de centre O qui transforme A en A'* tout en respectant la consigne suivante: pour chaque point ou autre élément tracé, justifier leur construction en indiquant, dans l'ordre d'exécution, les propriétés de la rotation utilisées.



**"entre-nous"**

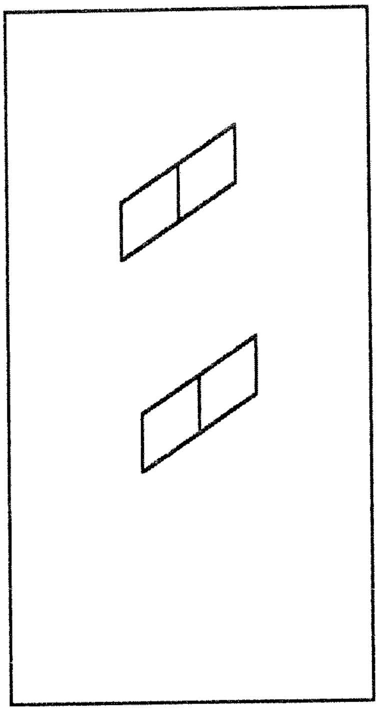
*** *Le fait d'avoir laissé le quadrillage apparent permet de pouvoir justifier l'existence d'une rotation de centre O transformant A en A'.*

*D'autre part, le but de cette activité étant de "faire agir" une rotation en mettant en oeuvre ses propriétés de conservation, le fait que les points B, H, I soient alignés, de même que L, G, J ainsi que I, J, E et H, G, A est alors facilement justifiable. Ainsi cela peut permettre de contrôler la précision avec laquelle l'image de cette locomotive a été construite...et il faut bien avouer, par exemple, que rares sont les élèves qui obtiennent un carré pour G'H'I'J'... cela peut donc ainsi permettre de "rectifier" son dessin ou mieux de construire l'image du carré GHIJ en utilisant ces alignements... Il nous semble en effet plus que judicieux de signaler aux élèves ces alignements de points* ***dès le départ*** *et de leur recommander de les utiliser pour aboutir à une figure correcte...*

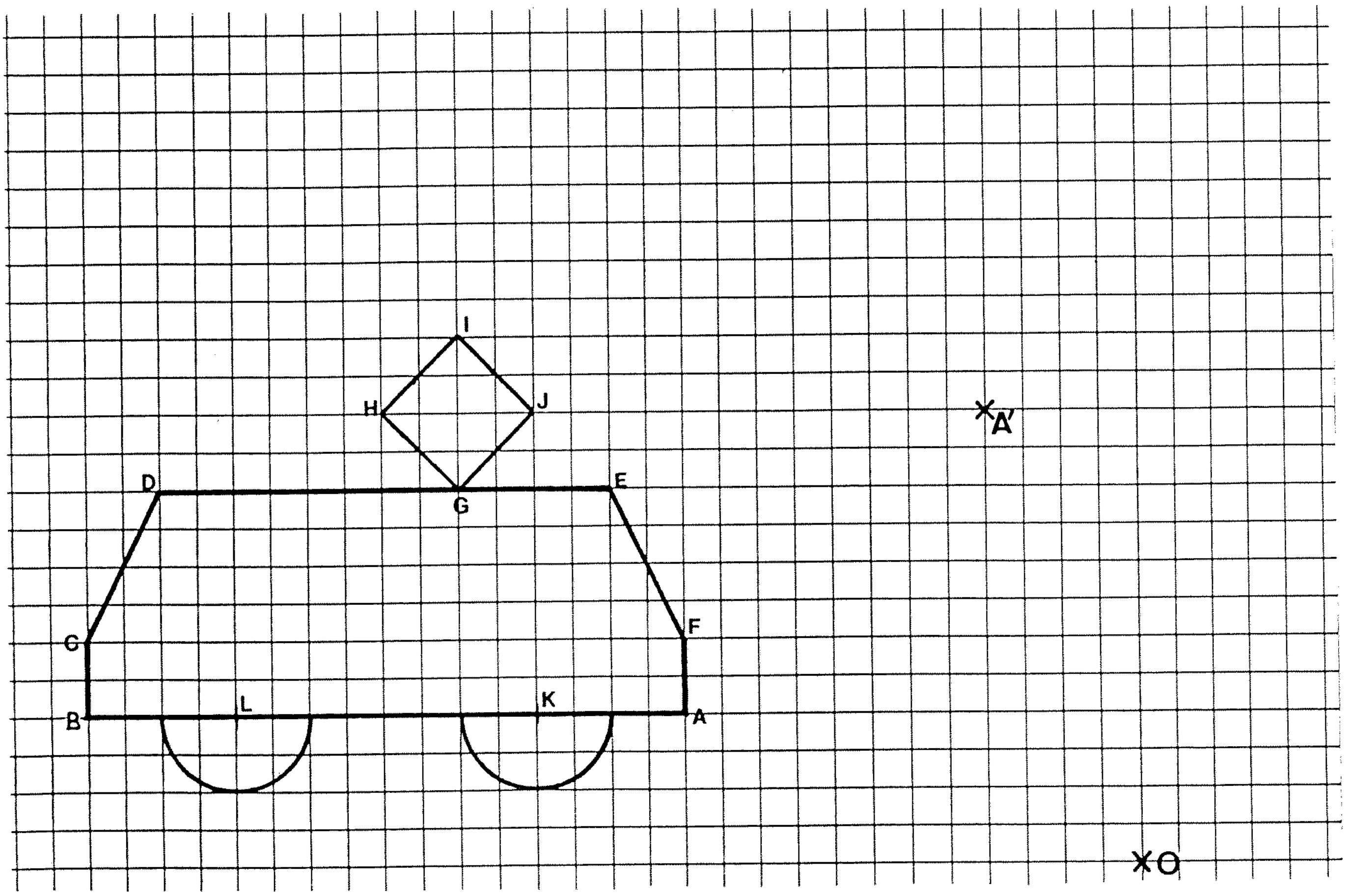
*Enfin cela peut permettre également de faire calculer l'angle* ***a*** *de cette rotation (on trouve* $\sin(\boldsymbol{a}/2) = \sqrt{5}/5$*, d'où* $\boldsymbol{a} \approx 53°8'$ *dans le sens indirect) et rendre ainsi les élèves attentifs au fait qu'il serait souhaitable de ne pas chercher à reporter cet angle au rapporteur si l'on tient à une figure suffisamment précise...*

*** *Un autre intérêt de cette activité, telle que la deuxième question est rédigée, est qu'elle permet aussi de déboucher, pour chaque élève, sur une rédaction type* ***"narration de recherche"*** *comme il en est fait mention dans la partie "équation de droites" (voir documents élèves).*
*Avec ce type de rédaction, on peut en effet observer, par exemple, que pour construire le point B', les élèves sont amener à choisir entre les deux points d'intersection des cercles de centre O et de rayon OB et celui de centre A' et de rayon AB (vu que A'B' = AB par conservation des longueurs)...*
*Cela a ainsi permis de bien mettre en évidence qu'une rotation (et d'une manière générale toute transformation) associe à tout point du plan un point bien déterminé...*

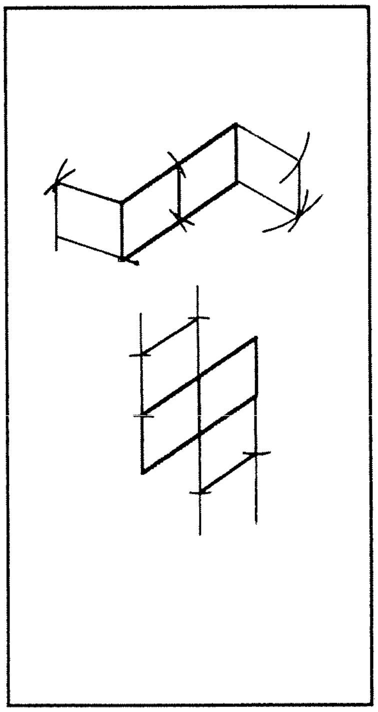
**Exercice 1**
Vous êtes architecte (hé, oui!) et on vous demande de mettre des volets ouverts aux fenêtres de cette tour .

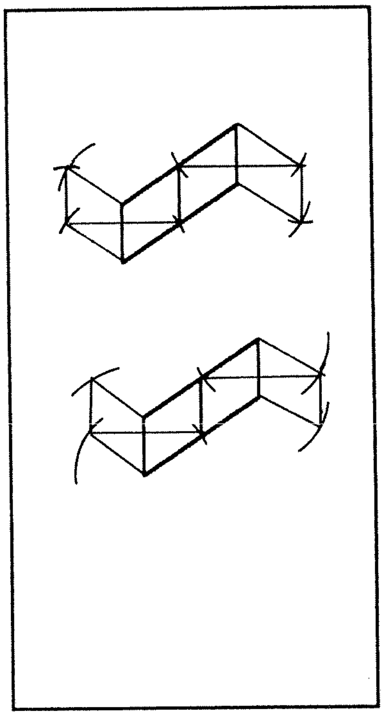


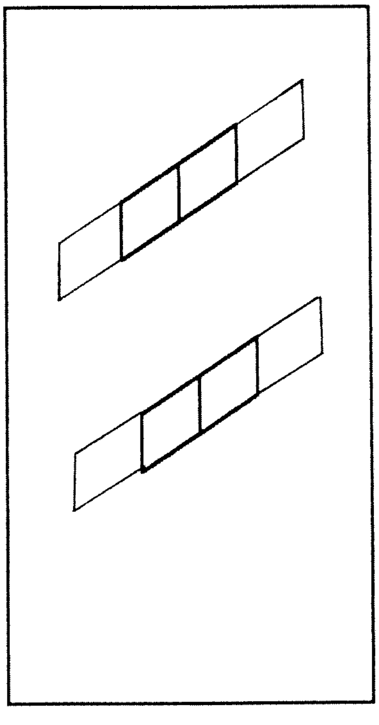
**Exercice 2**
Vous ne disposez pas de rapporteur, juste d'une règle et d'un compas. Consruisez en expliquant comment vous procédez l'image de l'objet par la rotation de centre O qui transforme A en A'. En utilisant, bien sûr les propriétés de la rotation. (celles que vous connaissez!)



*Entre nous*
*J'ai donné ce travail en devoir maison avec la consigne « Je veux un travail propre et bien rédigé ». La pose des volets a posé problème à plus de la moitié de mes élèves (voir dessins joints). Le deuxième exercice n'a pas été merveilleusement réussi, il faudrait sans doute rappeler les propriétés de la rotation qu'ils peuvent utiliser.*







Exercice 2: exemple de production élève "réussie"

- Construction de l'image F' du point F :

On trace un arc de cercle de centre O et de rayon OF

Cet arc de cercle est tracé selon le même sens que celui de la transformation de A en A'.

Propriété : la rotation conserve les distances

donc AF = A'F'

On trace un arc de cercle de centre A' et de rayon AF qui coupe l'arc de cercle de centre O et de rayon OF en F.

F' est l'image de F par la rotation de centre O et d'angle a

- Construction de l'image E' du point E :

On trace un arc de cercle de centre O et de rayon OE

Cet arc de cercle est tracé selon le même sens que celui de la transformation de A en A'

On trace un arc de cercle de centre A' et de rayon AE qui coupe l'arc de cercle de centre O et de rayon OE en E'

E' est l'image de E par la rotation de centre O et d'angle a

- Construction des points B', C', D', H', I', J' :

On procède de la même manière que pour les points E' et F'

- Construction des points G', L', K' :

Les points D, G et E, ainsi que les points B, L, K et A sont alignés

Propriété : la rotation conserve l'alignement

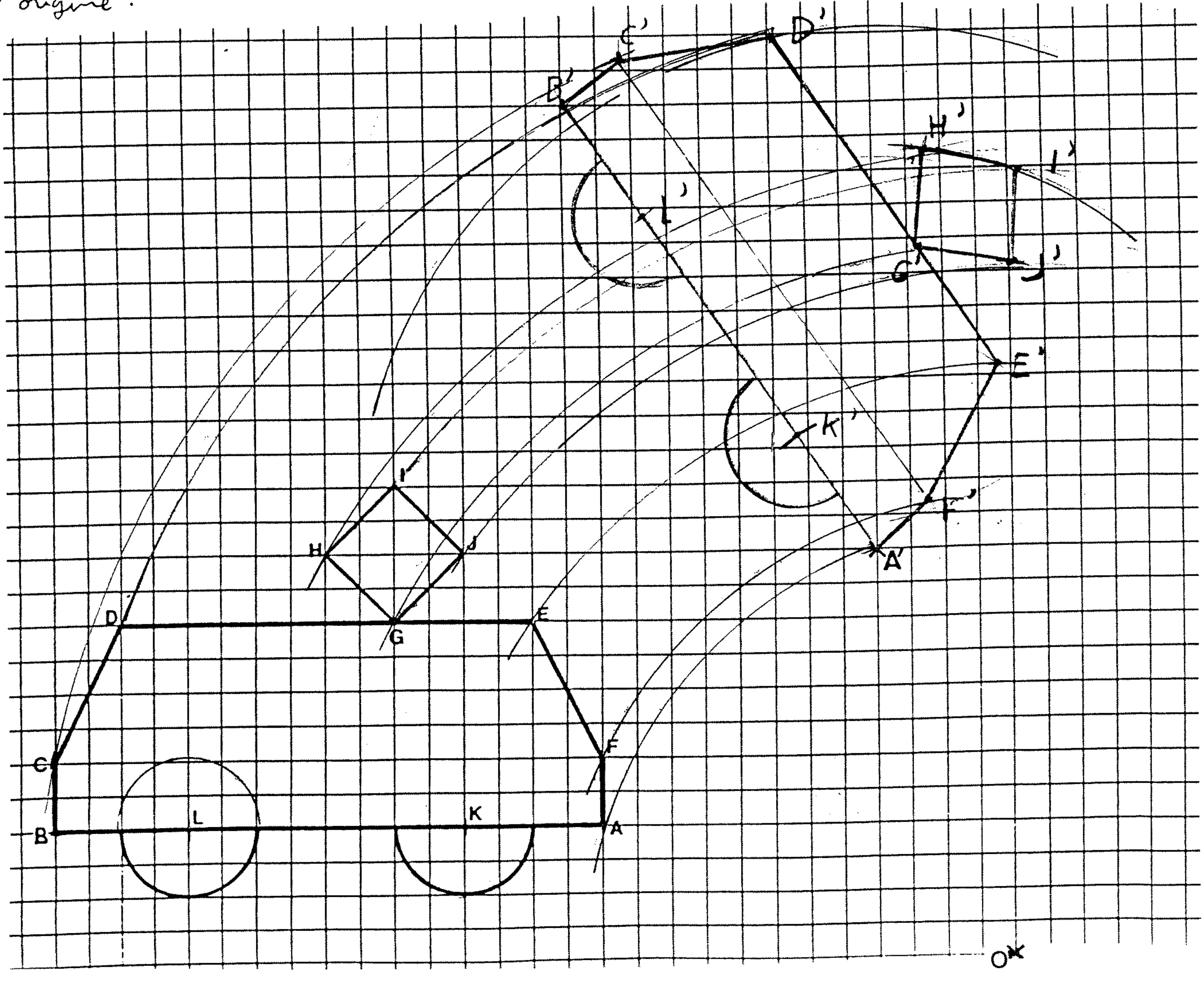
Les points D', G' et E', ainsi que les points B', L', K' et A' sont donc alignés

Il suffit donc de tracer les arcs de cercles de longueurs AG, AL et AK et de centre A' qui coupent les segments D'E' et B'K' en G', L' et K'

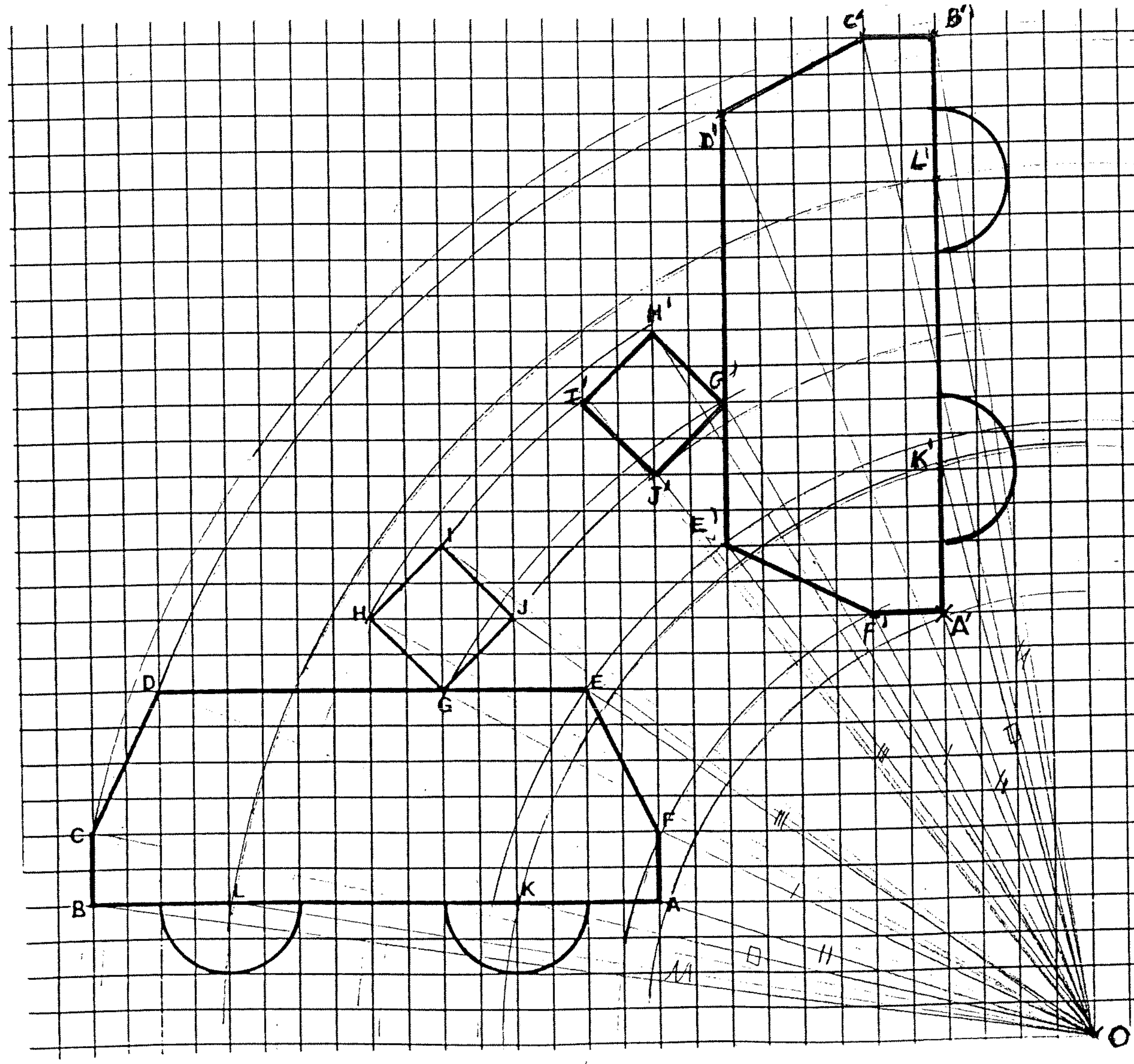
. Construction des demi-cercles de centres K' et L'

Propriété : l'image d'un cercle par rotation est un cercle de même rayon et dont le centre est l'image du centre du cercle donné

On trace donc l'image des demi-cercles de centres K et L qui ont pour centre K' et L' et un rayon égal aux demi-cercles d'origine.



Exemple de production élève "ratée" et fréquemment rencontrée




On possède un centre de rotation O, une figure avec des points (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L) On a l'image de A par la rotation O et qui est A'. On sait par les propriétés de la rotation qu'elle garde les longueurs, les alignements de points et le parallelisme. Pour A' on peut dire que A' = rotation de A = $r_O(A)$

et vu que cela garde les longueurs AO = OA'. Il suffit donc de tracer un cercle de rayon OA et un autre cercle OF par epemple pour cette figure, de reporter la distance AF pour obtenir A'F'. On prend le même procédé pour les autres points et obtient la figure'.

# X

# HOMOTHÉTIE:

## Deux propositions d'activités pour "*boucler*" le chapitre homothétie.

Voici deux idées d'activités, données dans nos classes, permettant chacune d'introduire les homothéties puis de "boucler" ce chapitre en un minimum d'heures tout en se révélant très "efficaces" si l'on en juge la qualité de l'assimilation de nos élèves qui en effet se sont appropriés très vite les propriétés de l'homothétie suite à l'une quelconque d'entre-elles.

## Première activité

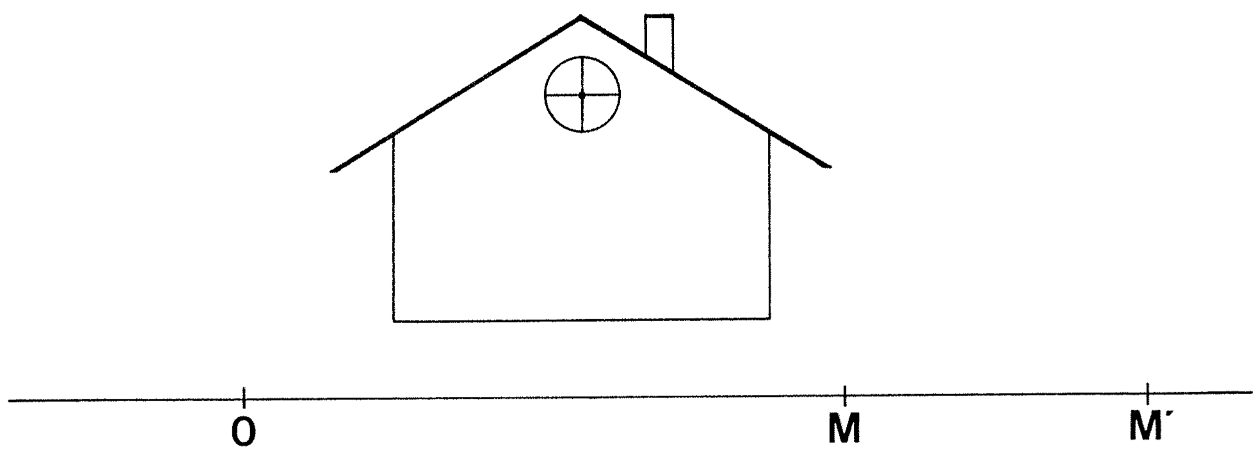
Objectif: A partir d'un nombre minimum de renseignements sur une transformation "mystérieuse", faire agir celle-ci sur une figure puis faire découvrir la définition que l'on pourrait en donner.
Ce travail a été donné en classe de seconde après avoir revu les transformations déjà rencontrées en collège.

# Transformation (pour sortir du train-train: cocotte et homothétie)

On connait les propriétés d'une certaine transformation. A partir de là, on aimerait en découvrir d'autres!

Cette transformation mystérieuse admet un point invariant et on sait qu'elle transforme une droite en une droite parallèle. De plus si un point est sur deux droites distinctes, son image sera sur les images de chacune de ces deux droites.

Sur le dessin ci-dessous, on a placé le point invariant O, ainsi qu'un point M et son image M'. Pourrais-tu dessiner l'image de la figure par cette représentation?



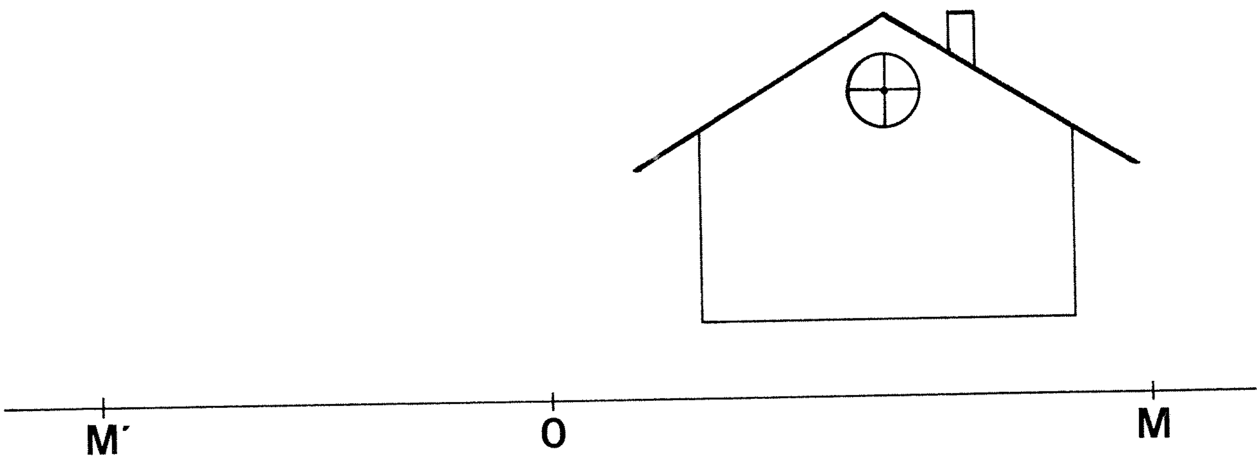
"**entre-nous**"

*Surprise totale, ils ne démarraient pas. J'ai alors écrit ceci au tableau:*

*Appelons* ***X*** *cette transformation.*

$$\mathbf{X}: \begin{array}{l} M \longmapsto M' \\ O \longmapsto \\ A \longmapsto A' \end{array}$$

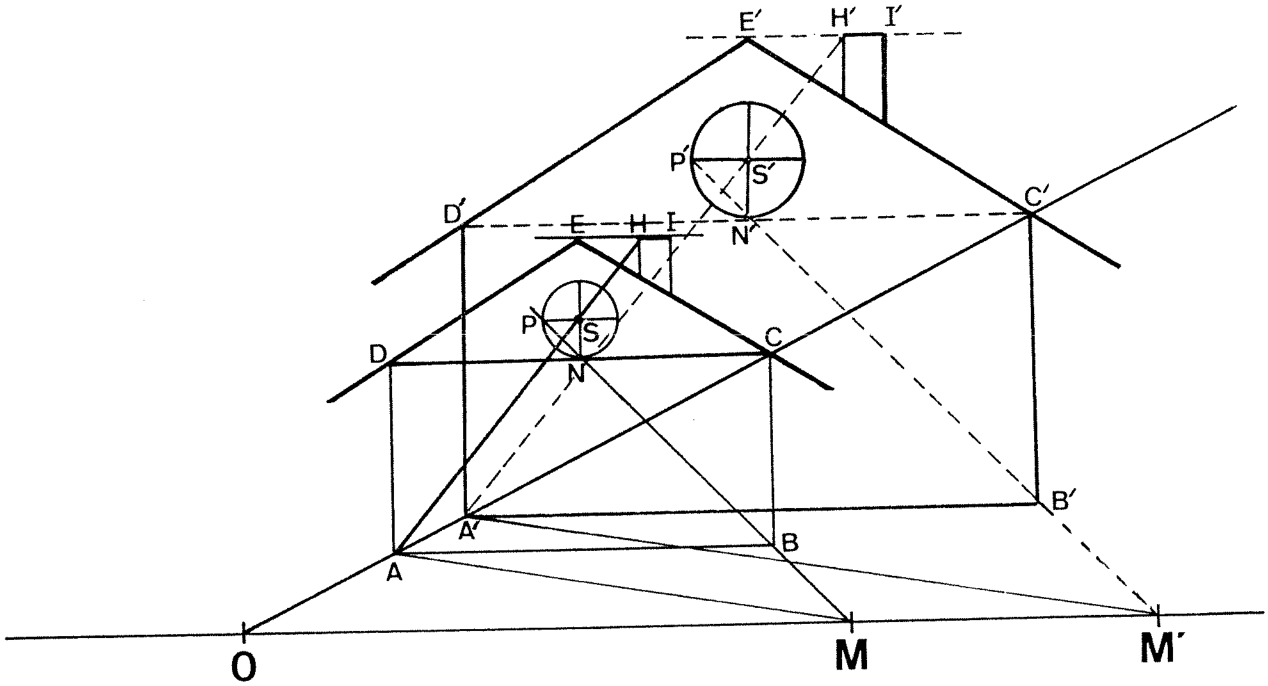
*Un premier a eu l'idée, puis cela s'est propagé. L'activité a alors duré un peu moins d'une heure. Pour le cours, j'ai essayé de leur faire deviner la définition de l'homothétie (que certains ont même trouvée!) et à partir de là, nous avons pu démontrer un certain nombre de propriétés de cette transformation.*
*Pour permettre à chacun de travailler à son rythme, j'ai, pour les plus rapides, changé la position du point M' (voir figure ci-dessous). Après les habituels «mais ça ne marche pas!», cela semblait beaucoup les amuser ce qui fait que tous les élèves s'y sont lancés...*

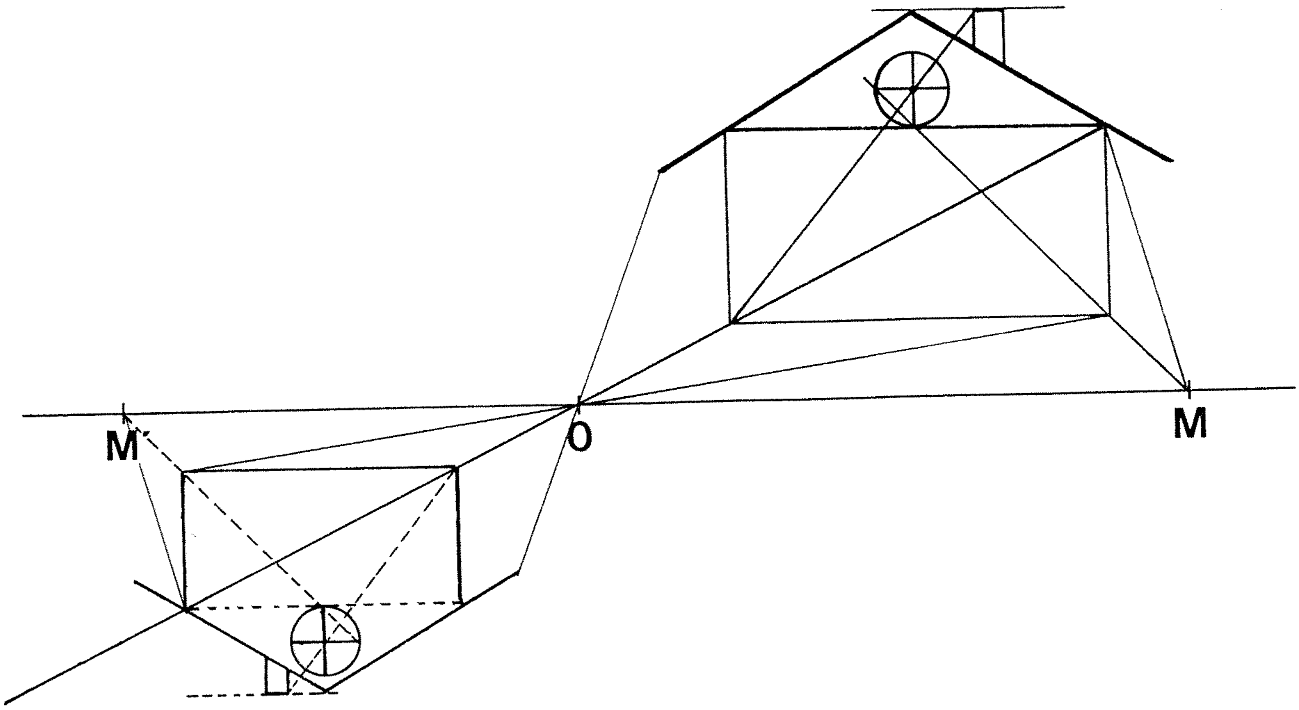


"entre-nous"

*Ici aussi, il nous a semblé judicieux de prévoir des alignements de points. C'est ainsi que cette figure a été construite de sorte que:*
- *les points E, H, I soient alignés,*
- *les points D, N, C soient alignés avec (DC)//(EI),*
- *les points A, S, H soient alignés,*
- *les points O, A, C soient alignés,*
  *ainsi que les points P, N, B, M.*

*Chaque professeur est ainsi libre de signaler ou non ces alignements dès le départ.*



Annexe 1

## Deuxième activité

C'est l'activité d'introduction du chapitre homothétie du livre de $2^{nde}$ collection IREM-Strasbourg (Istra 1986) adaptée à un outil maintenant courant dans tous les C.D.I. à savoir la photocopieuse. Elle requiert deux temps:

- **un temps de préparation** à la maison et au C.D.I. pour les deux premières questions.

Remarque: les différentes figures proposées dans cette brochure ne sont pas imposées aux élèves. Ceux-ci peuvent, s'ils le souhaitent, en changer pour une figure de leur choix à condition de respecter le format et le quadrillage (papier "petits carreaux" usuel).

***"entre-nous"***

*Un certain nombre d'élèves ont eu des problèmes pour agrandir leur figure: ils ont découvert que l'endroit ou l'on doit poser l'original n'est pas indifférent et qu'il varie suivant la photocopieuse utilisée...La notion de centre d'homothétie n'est pas loin...*

- **un deuxième temps de manipulation en classe**: questions 3° et 4° qu'il est conseillé de ne distribuer qu'à ce moment là si l'on ne veut pas créer de décalages trop importants entre les élèves...

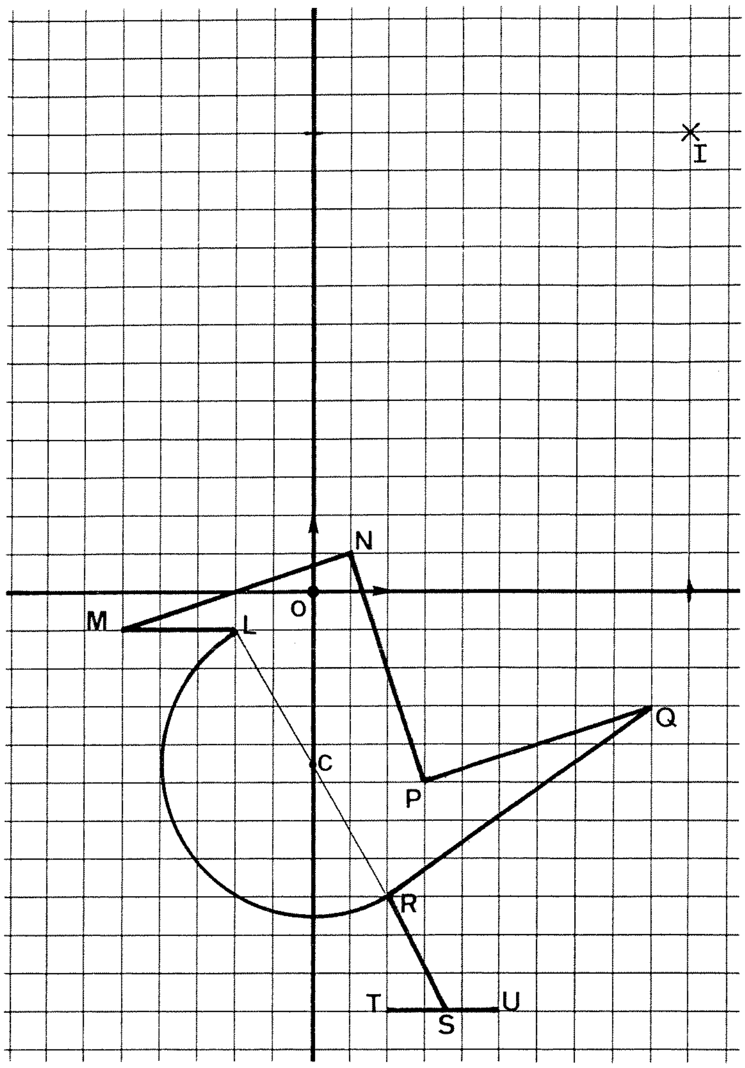
***"entre-nous"***

* *La figure initiale est représentée sur un quadrillage à mailles carrées afin de pouvoir justifier que certains point sont alignés, qu'il y a parallélisme, orthogonalité etc...*
* *Pour ces deux activités, l'utilisation d'un **rétroprojecteur** est vivement recommandée car d'une grande efficacité. Pour cela, il suffit que le professeur prépare lui aussi les questions 1° et 2° sur des transparents...*
* *En annexe, nous donnons quelques productions d'élèves qui ont remplacé les figures du II par un objet ou un personnage de leur choix. Il est à remarqué que ce type d'exercice rencontre toujours un franc succès auprès de tous les élèves et ceci malgré l'énorme travail et le soin qu'il requiert. Motivation quand tu nous tiens...!*

# UNE NOUVELLE TRANSFORMATION

## I

1° Reproduire la figure ci-contre sur une feuille de papier calque (prendre un quart de feuille format A4) en y faisant également figurer le point I ainsi que les axes de coordonnées.




2° Agrandir la figure ainsi obtenue à l'aide d'une photocopieuse, en prenant un coefficient d'agrandissement $k > 1,5$:

- expliquer comment vous avez procédé
- noter I', M', N', O' ... les points sur la photocopie.

---

3° Superposer la feuille de papier calque et la photocopie obtenue **de telle façon que les axes restent parallèles** (tous les deux de même sens ou tous les deux de sens contraire).

Quels alignements peut-on constater :

**a)** en faisant coïncider les origines O et O' des repères ?

**b)** en faisant coïncider un point quelconque et son image ?

4° Coller alors la feuille de papier calque en faisant coïncider les points I et I' :

- Choisir un segment quelconque sur la feuille de papier calque. Que peut-on dire de son image sur la photocopie ?
- Cette transformation conserve-t-elle les longueurs ? les milieux ? l'alignement ? le parallélisme ? l'orthogonalité ? les angles ? ....
  Quel est l'image d'un cercle ? ...
  **Répondre à l'aide d'exemples.**

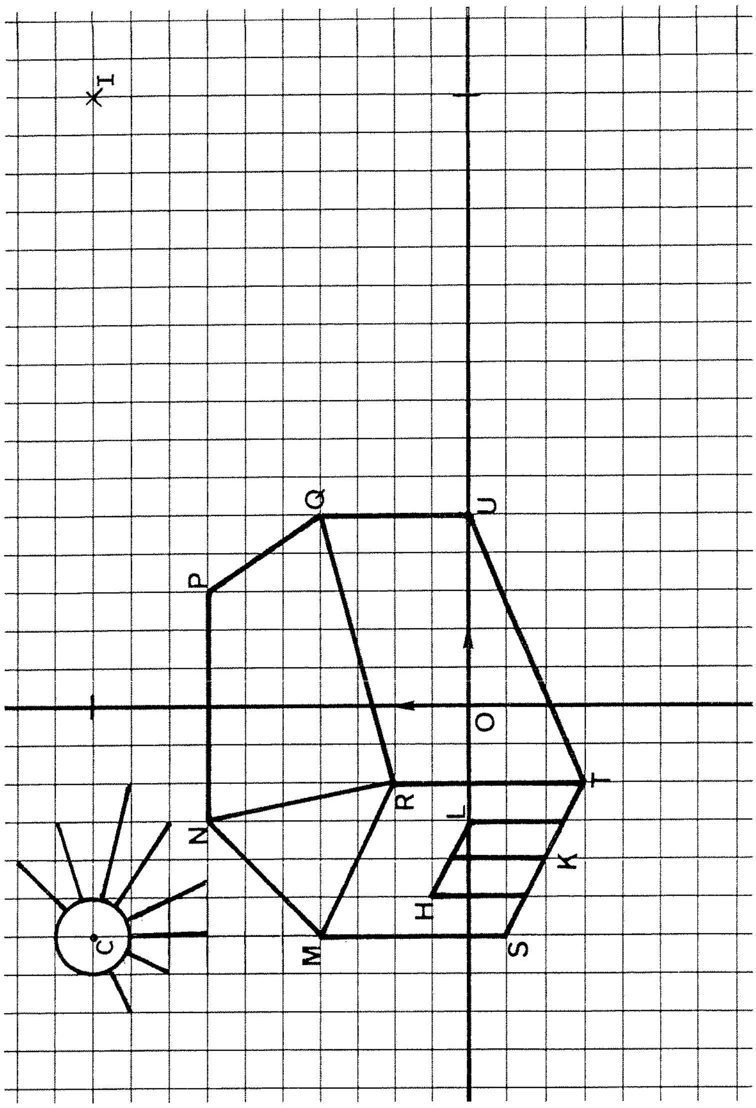
# UNE NOUVELLE TRANSFORMATION

## I

1° Reproduire la figure ci-contre sur une feuille de papier calque (prendre un quart de feuille format A4) en y faisant également figurer le point I ainsi que les axes de coordonnées.

2° Agrandir la figure ainsi obtenue à l'aide d'une photocopieuse, en prenant un coefficient d'agrandissement $k > 1,5$ :

- expliquer comment vous avez procédé
- noter I', M', N', O' ... les points sur la photocopie.




3° Superposer la feuille de papier calque et la photocopie obtenue **de telle façon que les axes restent parallèles** (tous les deux de même sens ou tous les deux de sens contraire).

Quels alignements peut-on constater :

**a)** en faisant coïncider les origines O et O' des repères ?

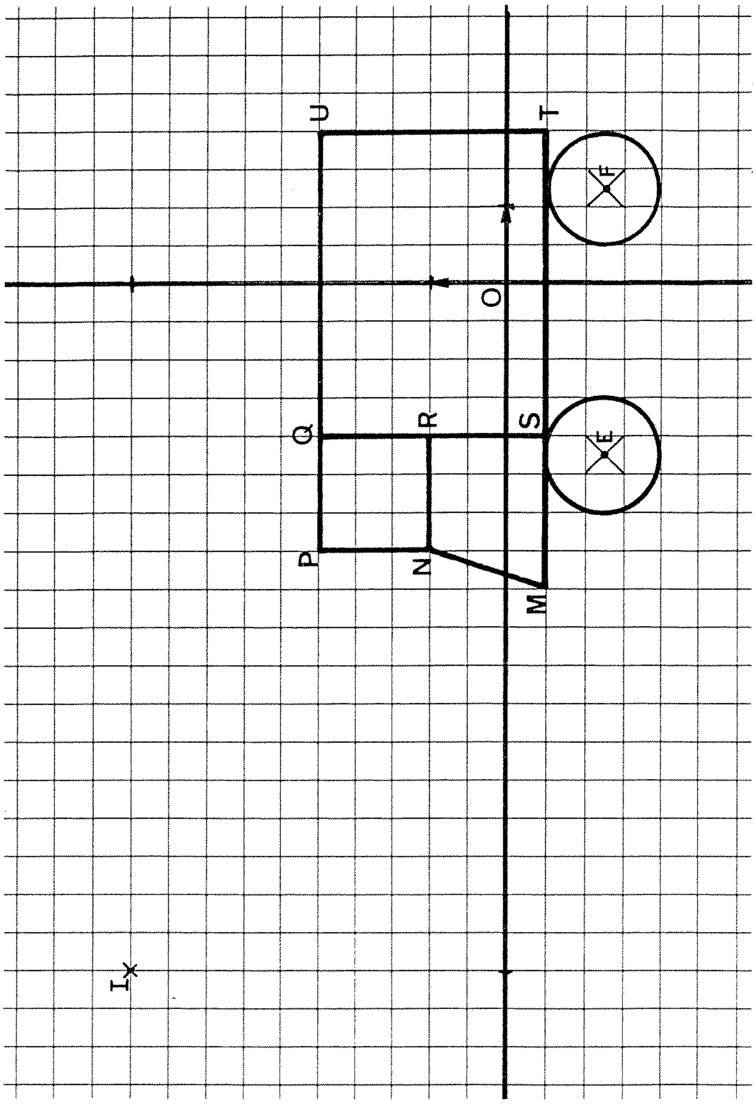
**b)** en faisant coïncider un point quelconque et son image ?

4° Coller alors la feuille de papier calque en faisant coïncider les points I et I' :

- Choisir un segment quelconque sur la feuille de papier calque. Que peut-on dire de son image sur la photocopie ?
- Cette transformation conserve-t-elle les longueurs ? les milieux ? l'alignement ? le parallélisme ? l'orthogonalité ? les angles ? ....
  Quel est l'image d'un cercle ? ...
  **Répondre à l'aide d'exemples.**

# *UNE NOUVELLE TRANSFORMATION*

## I




1° Reproduire la figure ci-contre sur une feuille de papier calque (prendre un quart de feuille format A4) en y faisant également figurer le point I ainsi que les axes de coordonnées.

2° Agrandir la figure ainsi obtenue à l'aide d'une photocopieuse, en prenant un coefficient d'agrandissement ***k*** > 1,5:

- expliquer comment vous avez procédé
- noter I', M', N', O' ... les points sur la photocopie.

---

3° Superposer la feuille de papier calque et la photocopie obtenue **de telle façon que les axes restent parallèles** (tous les deux de même sens ou tous les deux de sens contraire).

Quels alignements peut-on constater :

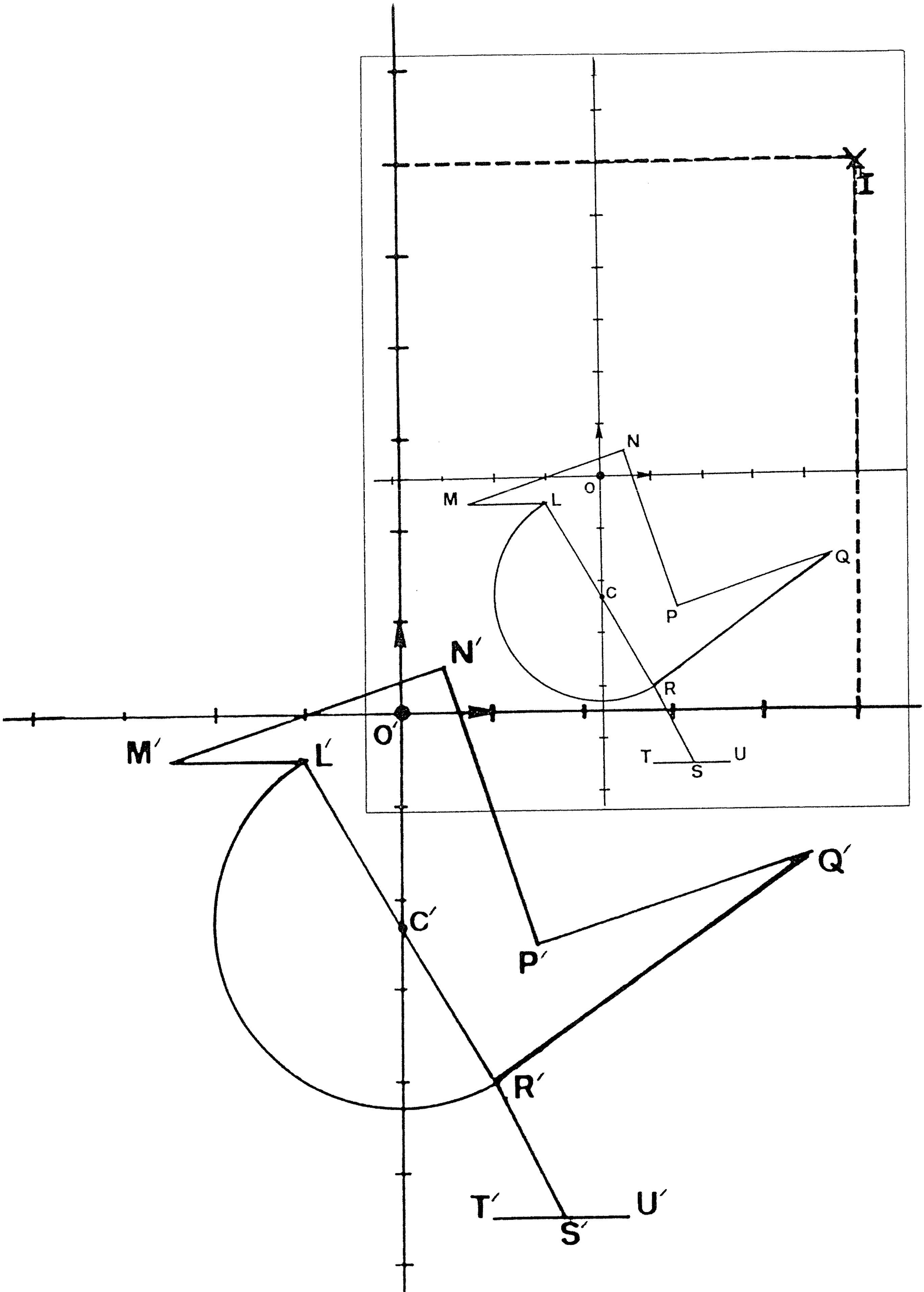
**a)** en faisant coïncider les origines O et O' des repères ?

**b)** en faisant coïncider un point quelconque et son image ?

4° Coller alors la feuille de papier calque en faisant coïncider les points I et I' :

- Choisir un segment quelconque sur la feuille de papier calque. Que peut-on dire de son image sur la photocopie ?
- Cette transformation conserve-t-elle les longueurs ? les milieux ? l'alignement ? le parallélisme ? l'orthogonalité ? les angles ? ....
  Quel est l'image d'un cercle ? ...
  **Répondre à l'aide d'exemples.**

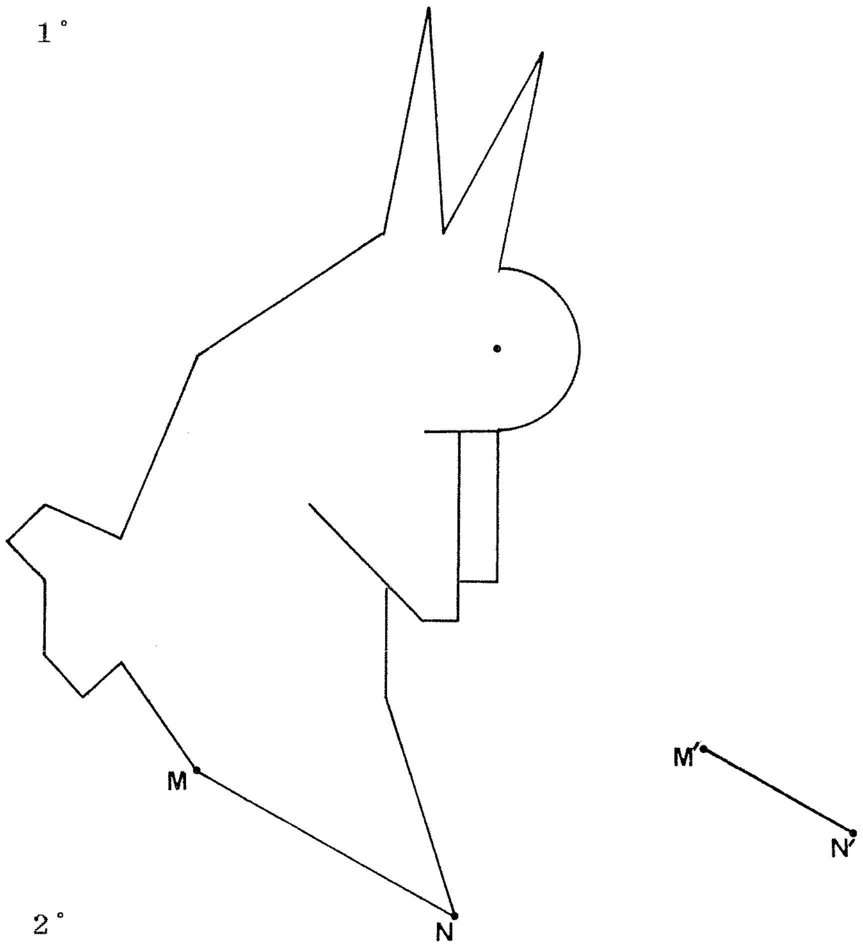
Aperçu de ce que l'on obtient à la question 4°...



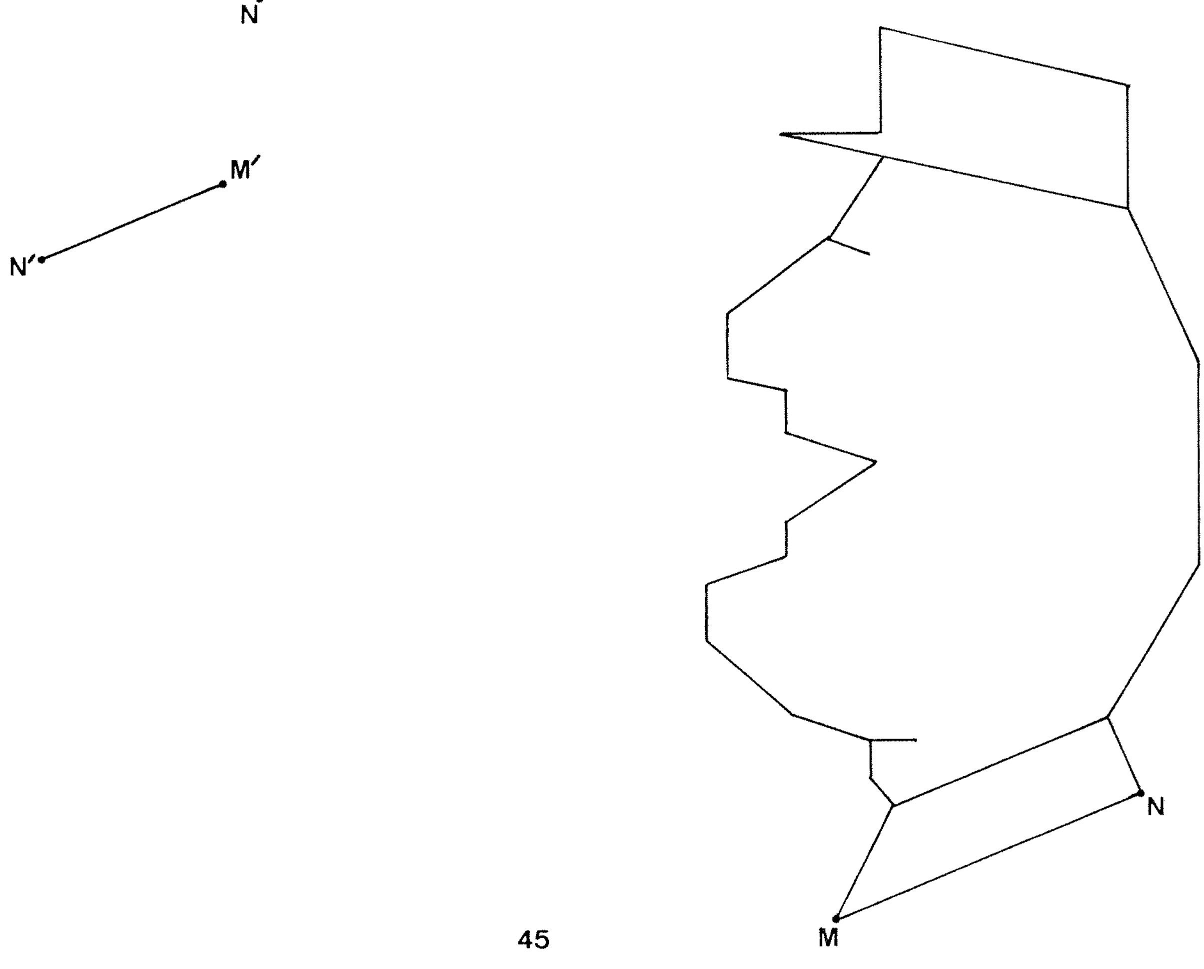
# II

On a commencé à transformer les figures ci-dessous par une transformation du même type qu'à l'activité I. Vérifier que cela est plausible puis terminer le travail commencé en expliquant comment vous avez procédé.

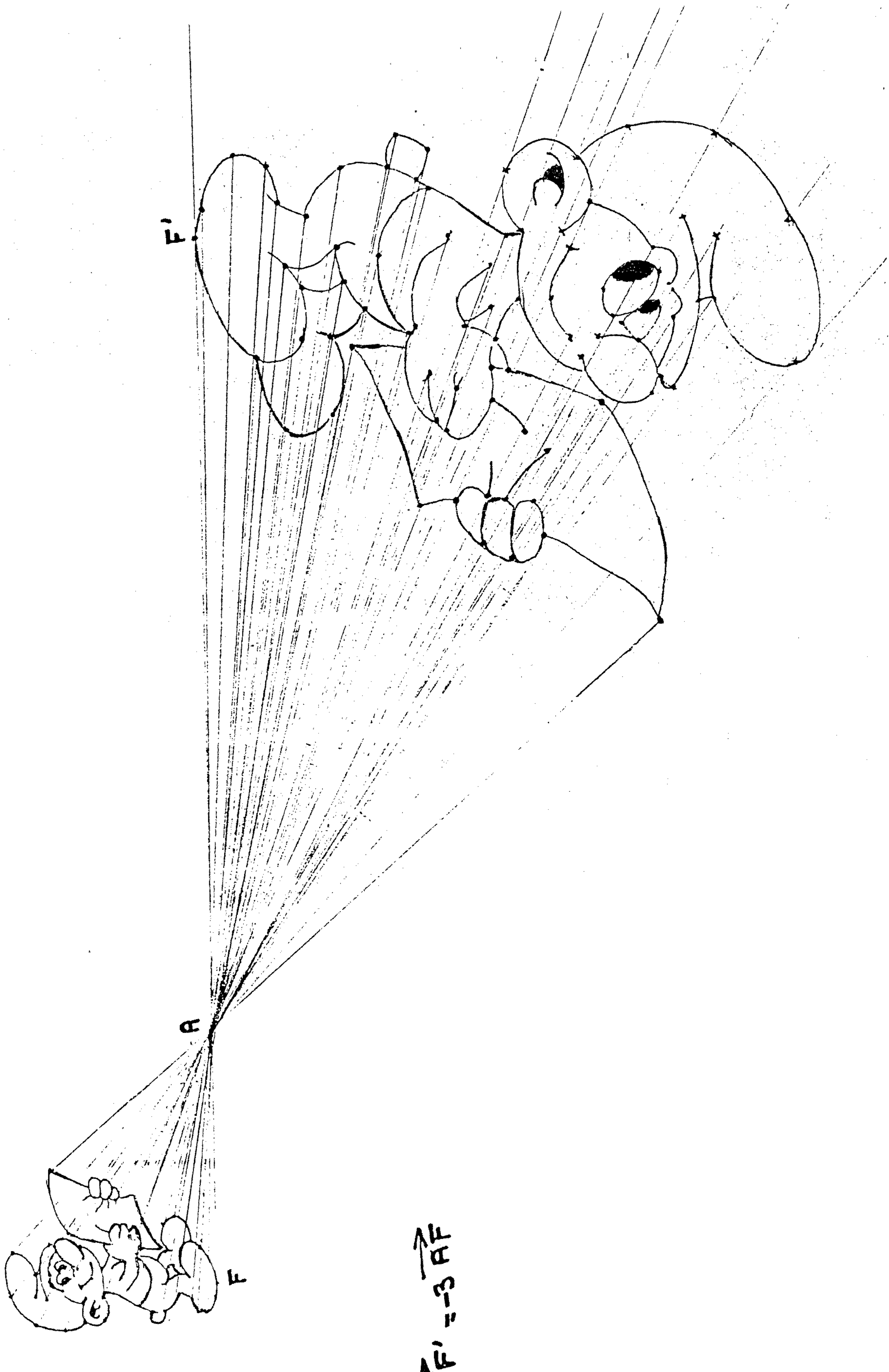
1°



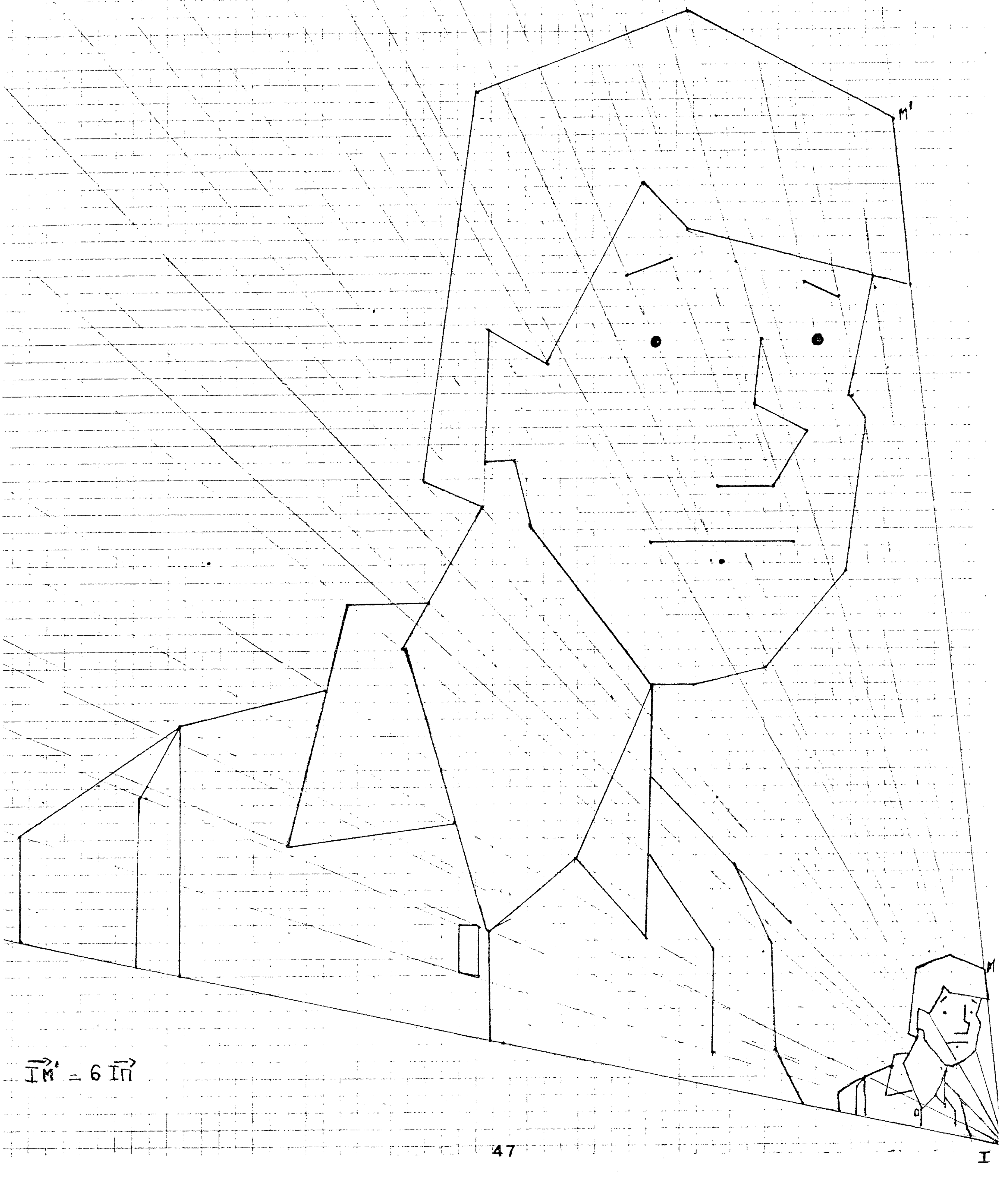

2°



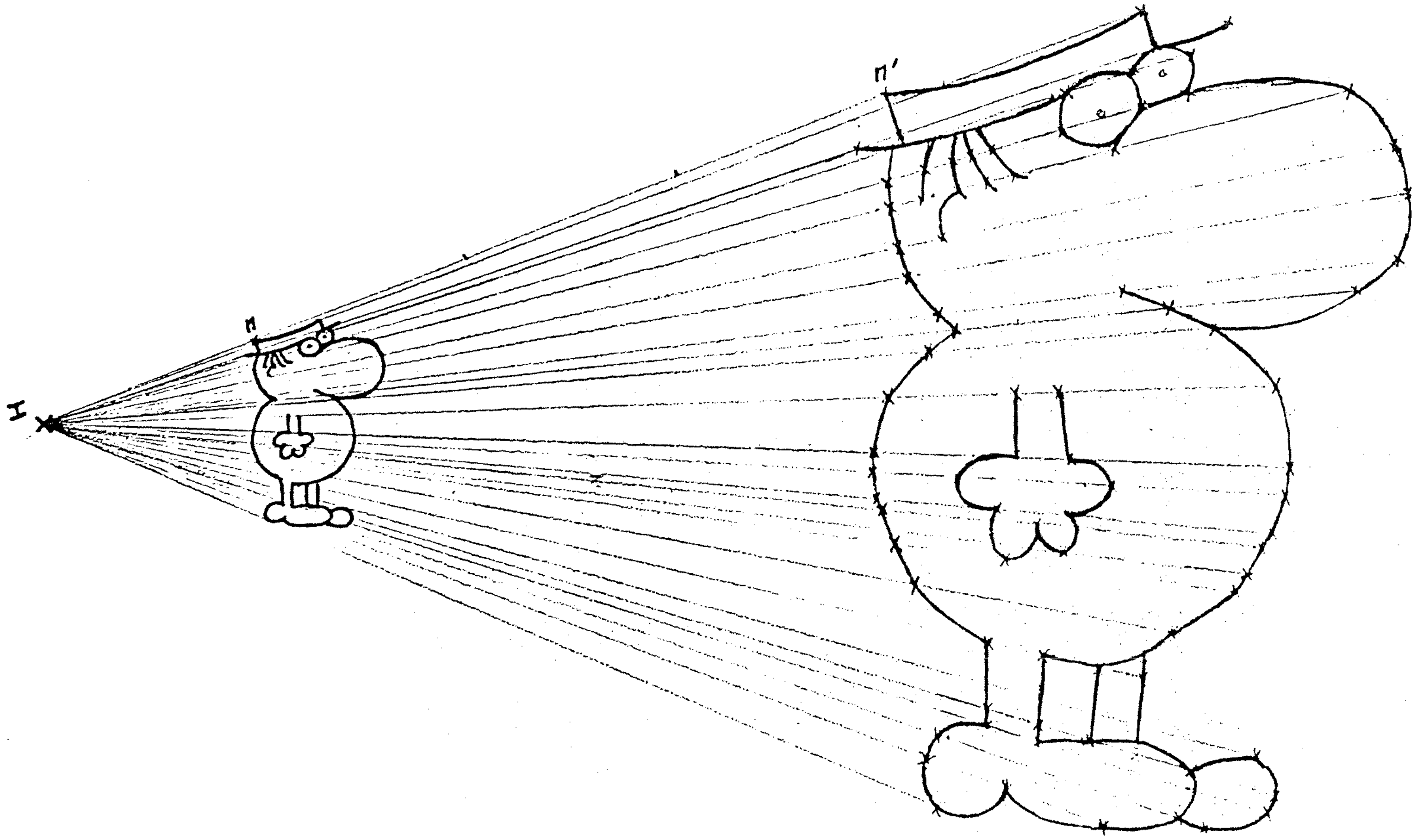
Annexe 2



Annexe 3



Annexe 4




$\overrightarrow{IM'} = 4\,\overrightarrow{IM}$

# XI

# LOGICIELS POUR LES MATH.:

## LE GEOMETRE

## GRAPHIX

## DERIVE

# Utilisation des logiciels de mathématiques.

L'informatique est une composante de notre époque. Il est indispensable de l'intégrer dans notre pratique pédagogique. D'autre part les collèges sont presque tous équipés de salles d'informatiques performantes et les élèves qui arrivent en seconde ont souvent fréquenté ces lieux.

## Dès lors, la question se pose : que faire avec l'ordinateur ?

A cette question on peut donner **trois réponses:**

L'ordinateur est un **outil personnel** pour le professeur qui grâce à lui

édite des résumés, des sujets ...
trace des courbes, des figures géométriques...
expérimente grâce aux logiciels de calcul formel, de géométrie..
communique par modem avec d'autres collègues ou des réseaux.

L'ordinateur est un **outil pour le cours** car il permet:

d'illustrer de façon spectaculaire certaines notions
de présenter rapidement un corrigé
de faire une simulation...

L'ordinateur est un **outil de travail pour l'élève** qui s'en sert en TD ou en module pour:

essayer
simuler
tracer
conjecturer
réviser

A travers l'usage de trois logiciels, simples à mettre en oeuvre, peu coûteux on va vous proposer des utilisations possibles de l'informatique en classe de seconde.
Pour information, Texas instrument prévoit la sortie d'une calculatrice TI92 contenant des versions de Derive et du Géomètre pour la rentrée 1995/1996.

# Un logiciel de géométrie: LE GEOMETRE.

## 1)Bref aperçu:

Le logiciel le géomètre est un logiciel très simple d'emploi, fonctionnant sous DOS et sur tous les ordinateurs de type PC.
A son lancement il présente une interface à menus déroulants:

| FICHIER | EDITION | CREATION | CONSTRUCTION | DIVERS |
|---|---|---|---|---|
| | | Point | Lieu de pts. | Supres. un objet |
| | | Droite | Points sur objet | Lier pt à un objet |
| | Aspect des objets | Cercle | Inter de 2 objets | Macro |
| | Nommer | Segment | Milieu | Historique |
| Format d'impression | | Droite 2 pts. | Médiatrice | Mesurer un angle |
| Imprimer | | Triangle | Droites // | Mesurer |
| | | Cercle 2 pts. | Droites _\|_ | |
| | | | Centre du cercle | |
| | | | Symétique /un pt. | |
| | | | Bissectrice | |

Dans le tableau ci dessus, on n'a représenté que les fonctions non classiques.

Comme on peut le constater, les fonctions disponibles sont celles de la géométrie élémentaire. Point d'équerre, point de rapporteur, tout se fait à la règle et au compas.
Parmi toutes les possibilités, une retiendra particulièrement notre attention. Il s'agit de la rubrique macro. Son fonctionnement est d'une simplicité totale:
Exemple: On voudrait disposer d'une nouvelle construction qui divise un segment en 4.

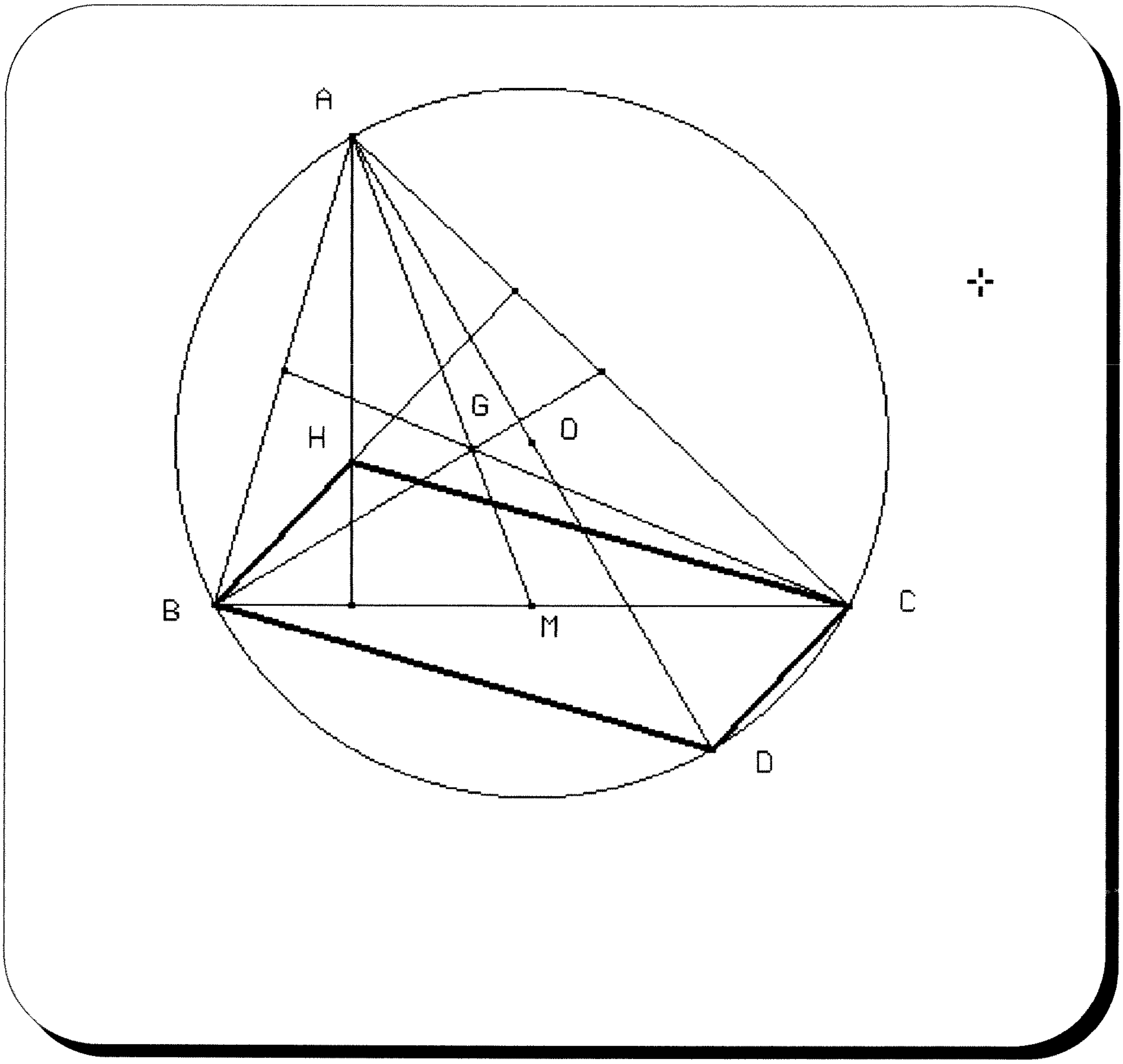
On part de deux points, on construit le segment correspondant, on construit le milieu, puis les milieu des milieux. La figure est construite.
On rentre alors dans le menu Macro. En haut de l'écran, apparaît le message:
Fin des objets initiaux. A la souris, on sélectionne les objets initiaux, les deux points de départ. Ils sont cerclés sur l'écran. On clique sur fin des objets initiaux. Le message Fin des objets finaux apparaît, on sélectionne alors les quatre points obtenus par la construction puis on clique sur fin des objets finaux. Le logiciel demande un nom pour la macro: on peut prendre Div_4. Une nouvelle construction figure dans le menu construction. On peut en plus sauvegarder la macro pour un usage ultérieur.

# 2)Le géomètre outil pour le professeur.

2, 1)Pour construire des figures.

Dans de nombreux cas, on souhaite disposer d'une figure propre et lisible pour expliquer une démonstration. Dans notre travail de préparation le géomètre va pouvoir la réalisation d'une telle figure:

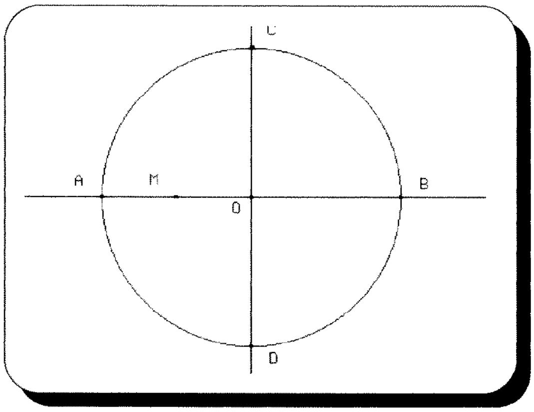
Exemple: Soit un triangle ABC, H l' orthocentre, G le centre de gravité, O centre du cercle circonscrit, D le point diamétralement opposé à A sur le cercle circonscrit et M le milieu de BC. Nature du quadrilatère BHCD etc ...

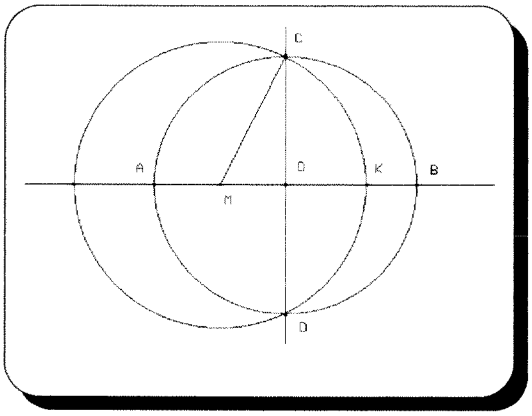


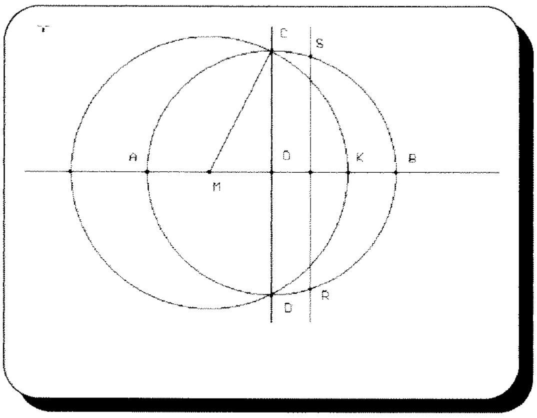

C'est l'occasion de faire réaliser une figure à la maison, puis de distribuer une figure bien lisible à tout le monde pour faire la démonstration.

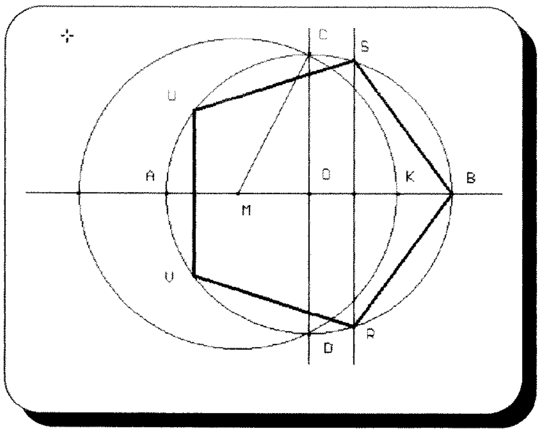
2, 2)Pour expliquer une construction un peu complexe:

Exemple: film de la construction à la règle et au compas du pentagone régulier.


C
A
M
O
B
D


C
A
O
K
B
M
D


C
S
A
O
K
B
M
D
R

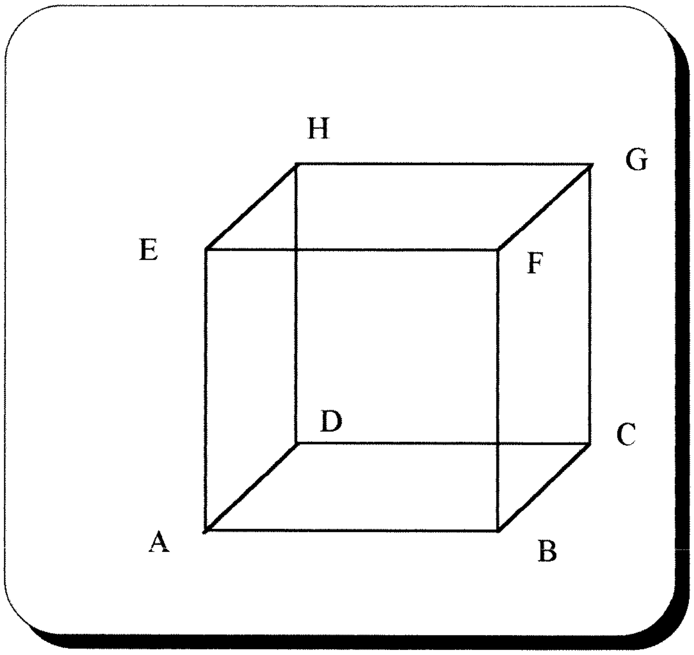

C
S
U
A
O
K
B
M
V
D
R

## 3) Le géomètre outil pour les Travaux dirigés:

il s'agit de corriger un devoir pas très réussi.

EXERCICE :

1) On considère le cube ABCDEFGH et les milieux I, J, K, L, M, N des cotés [AB], [BC], [CG], [GH], [HE]. La longueur de l'arête est de 8 cm.




1)faire une figure en perspective cavalière et à l'échelle 1pour les faces parallèles au plan de la feuille . Colorier la figure obtenue en reliant par un contour polygonal les points I,J,K,L,M,N.

2)Montrer que les points I,J,K,L,M,N sont équidistants de F et de D, en déduire que I,J,K,L,M,Nsont situés dans un même plan que l'on précisera.

3)Calculer l'aire du polygone I,J,K,L,N,M.

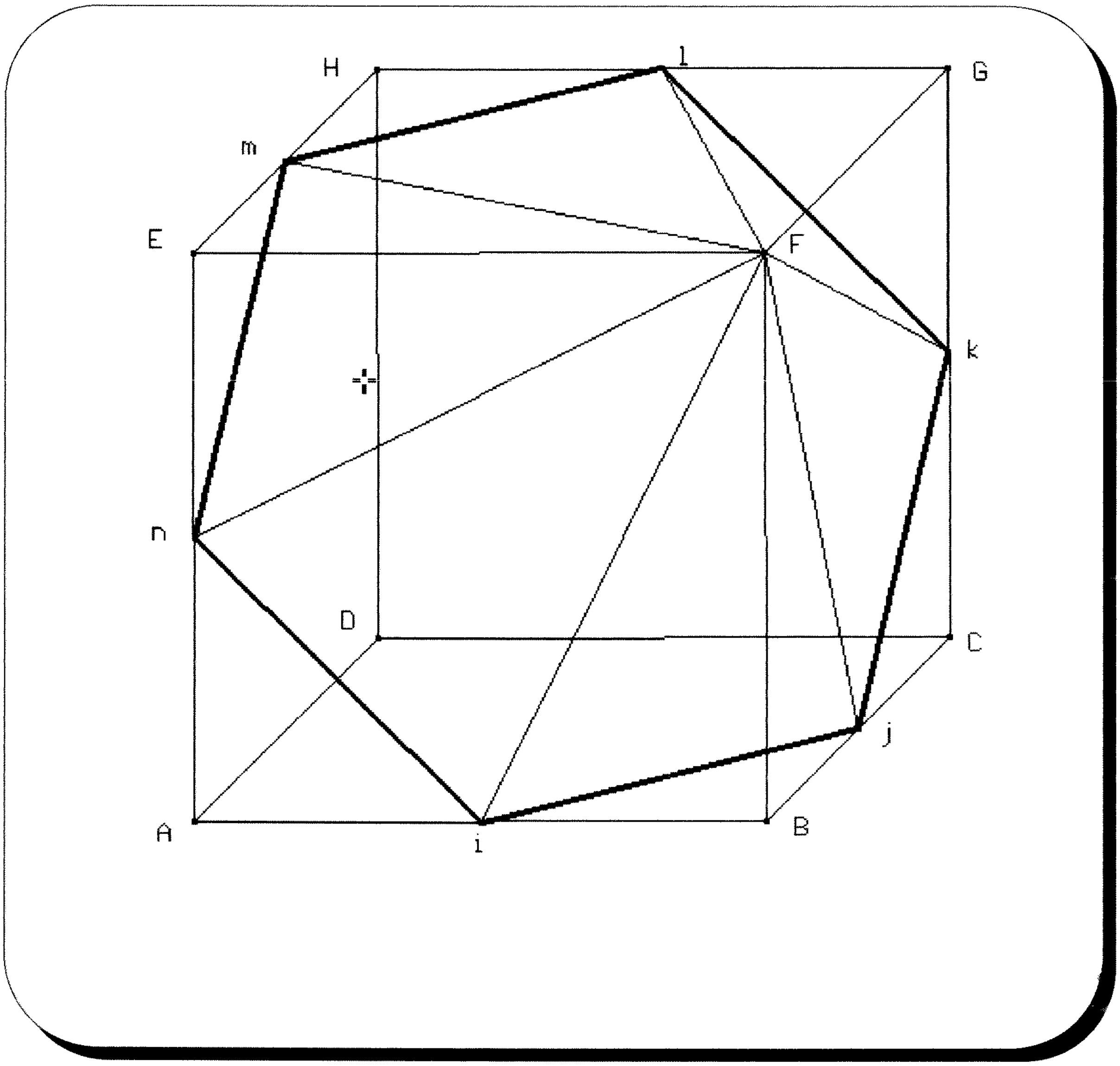
4)Calculer le volume de la pyramide de sommet F et de base I,J,K,L,M,N.

5)Soit P le milieu de [EF]. Calculer le volume de la pyramide E,M,N,P.

Pour la séance, je propose aux élèves de venir en salle d'informatique et de travailler à deux par poste.
Le lancement du logiciel ne pose pas de problèmes particuliers. Grâce à l'usage de la souris, les élèves découvrent rapidement toutes les fonctions disponibles. Je leur explique ce que je désire qu'ils réalisent: une figure que l'on puisse agrandir ou réduire à volonté.

Dans un premier temps, ils essaient de placer les points sur l'écran de façon à former un carré. Inlassablement, je viens tirer sur un des sommets du carré et la figure est toute tordue. Il est temps de se mettre à réfléchir sérieusement. Avec les outils disponibles, il faut réaliser un carré qui ait les propriétés d'un carré: 4 cotés égaux et quatre angles droits.
Compte tenu des moyens, il est proposé de construire les intersections de deux diamètres perpendiculaires d'un même cercle défini par centre et rayon.
Le carré étant obtenu, premier émerveillement, quelques soient les actions sur les points initiaux, le carré reste un carré.
Pour achever la figure, il faut construire un deuxième carré déduit du premier par translation. Cette construction n'étant pas disponible, il faut utiliser ce qui est fourni. C'est l'occasion de voir si la symétrie par rapport à un point ne peut pas être utilisée.

On se lance donc dans la construction du deuxième carré par symétrie puis on relie les sommets. Le dessin du cube se déforme à volonté sur l'écran. Cette activité permet de se familiariser avec toutes les attitudes possibles d'un cube dans l'espace.
Après ces manipulation, on construit les milieux des arrêtes et le contour polygonal qui réuni ces milieux.
On met un peu d'ordre dans la figure, on règle la dimension, on nomme les points, on repasse en gras le polygone et là , les propriétés sont trouvées et comprises par tout le monde. Les plus faibles sont étonnés que cela soit si simple.




# 4)Utilisation en module:

C'est l'occasion de travailler simplement sur une figure complexe.

énoncé: Etant donné quatre points situés sur un cercle, construire les centres des cercles inscrits et exinscrits aux quatre triangles distincts que l'on peut réaliser avec ces quatre points. La construction doit se faire sur une feuille de format A4.

Le travail a été donné à préparer à la maison au titre de l'approfondissement en fournissant une méthode de construction des cercles exinscrits. Ils partirent joyeux pour une construction simple mais durent vite déchanter... taille et précision!.
C'est le moment de se tourner vers le géomètre et d'utiliser les macros.
On va construire une macro qui construit pour un triangle les centres du cercle inscrit et des trois cercles exinscrits. On répète quatre fois la macro et on obtient sans difficulté la figure demandée.

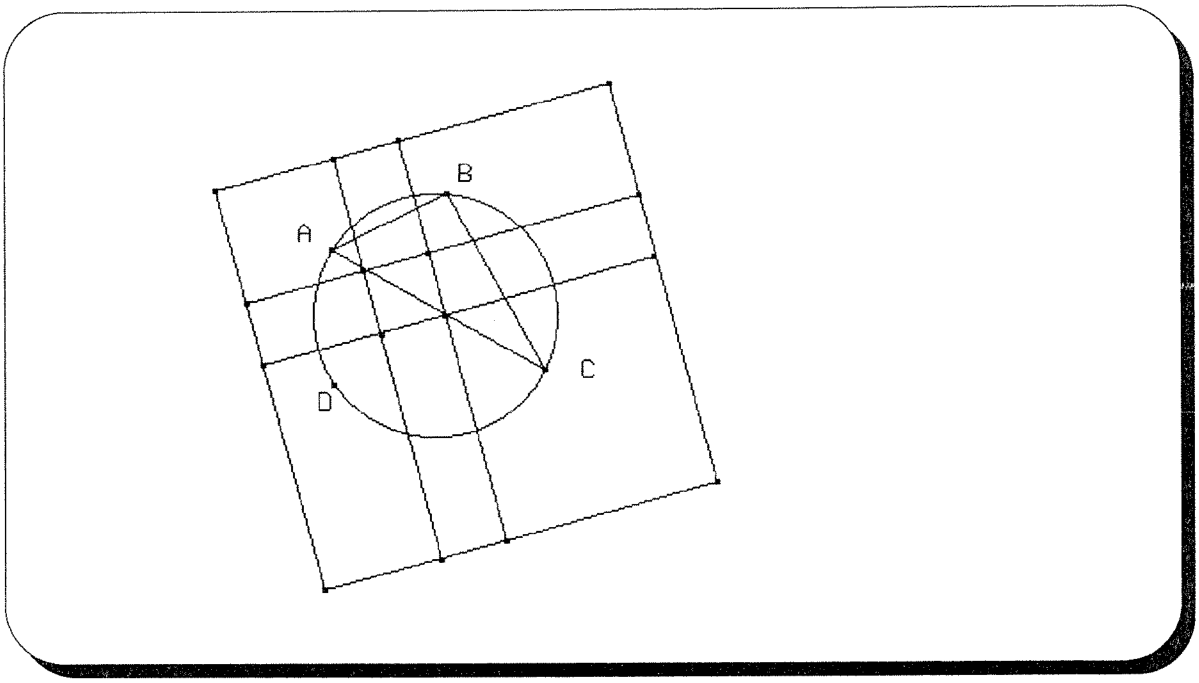
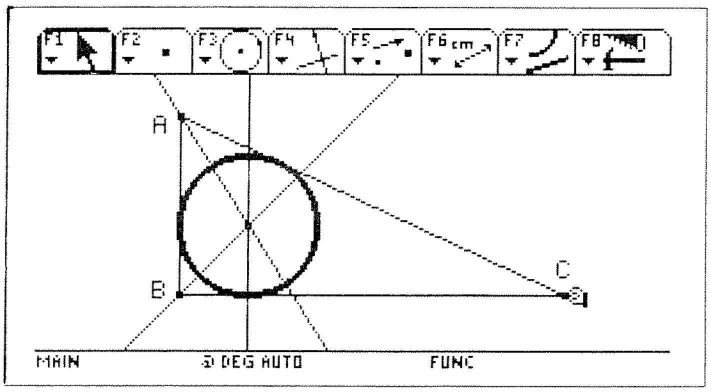
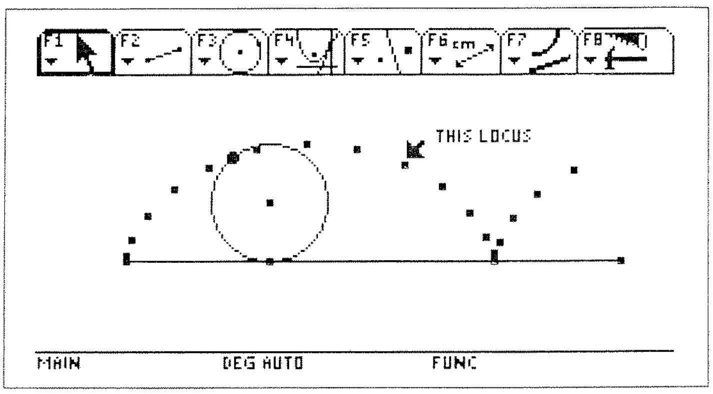



figure minimum avec uniquement les centres des cercles

Interactive geometry based on Cabri Geometry II.




Ecrans "géomètre" de la future TI92.

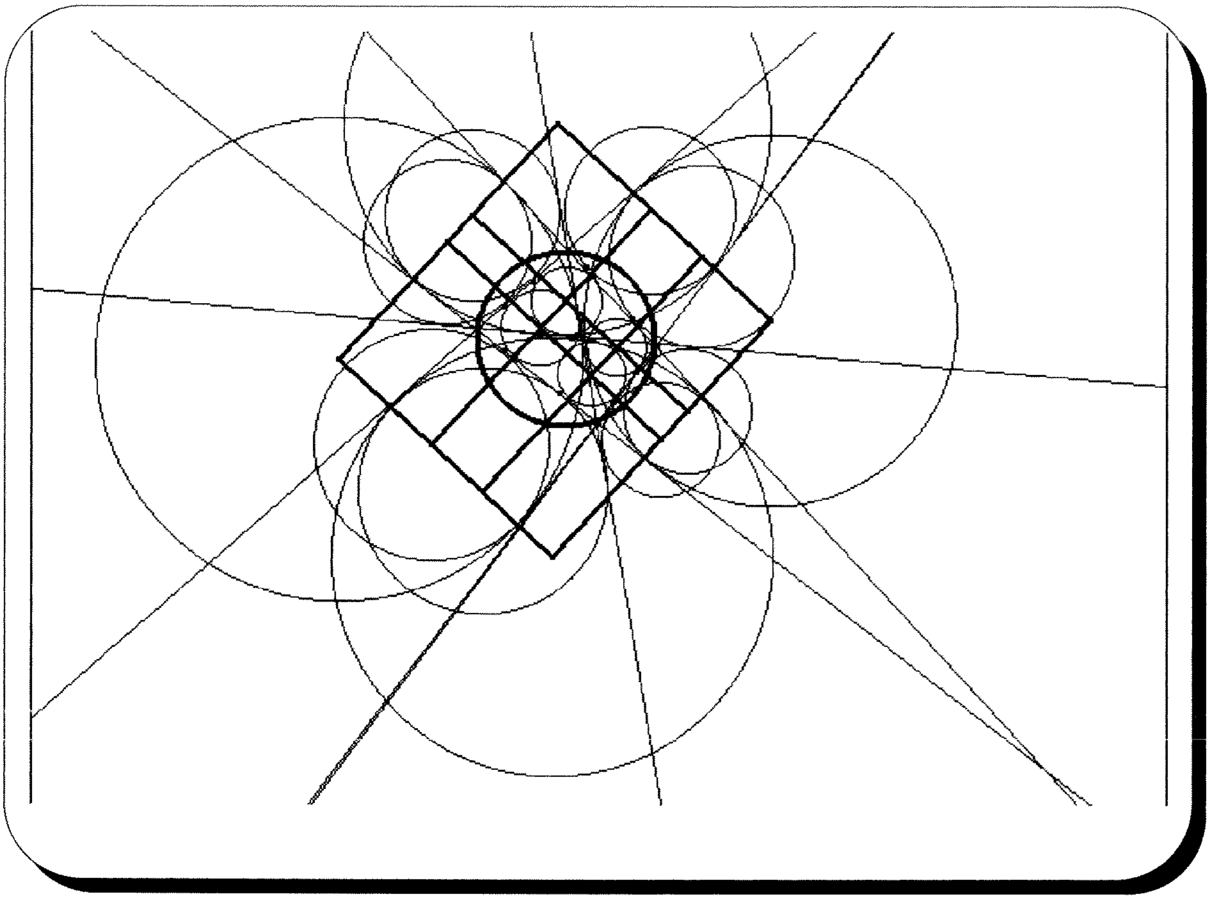


figure complète avec les cercles également, le tout,obtenu en quelques minutes.

## 5) Pour obtenir des figures impeccables:

La sortie du géomètre ne donne pas toujours des résultats satisfaisants.
Dans l'article on a utilisé les liens OLE qui existent entre le logiciel Géomètre et Windows pour incorporer les figures dans le document textes mais la qualité obtenue ainsi n'est pas irréprochable.

Il existe une possibilité plus performante qui utilise un fichier HPGL .

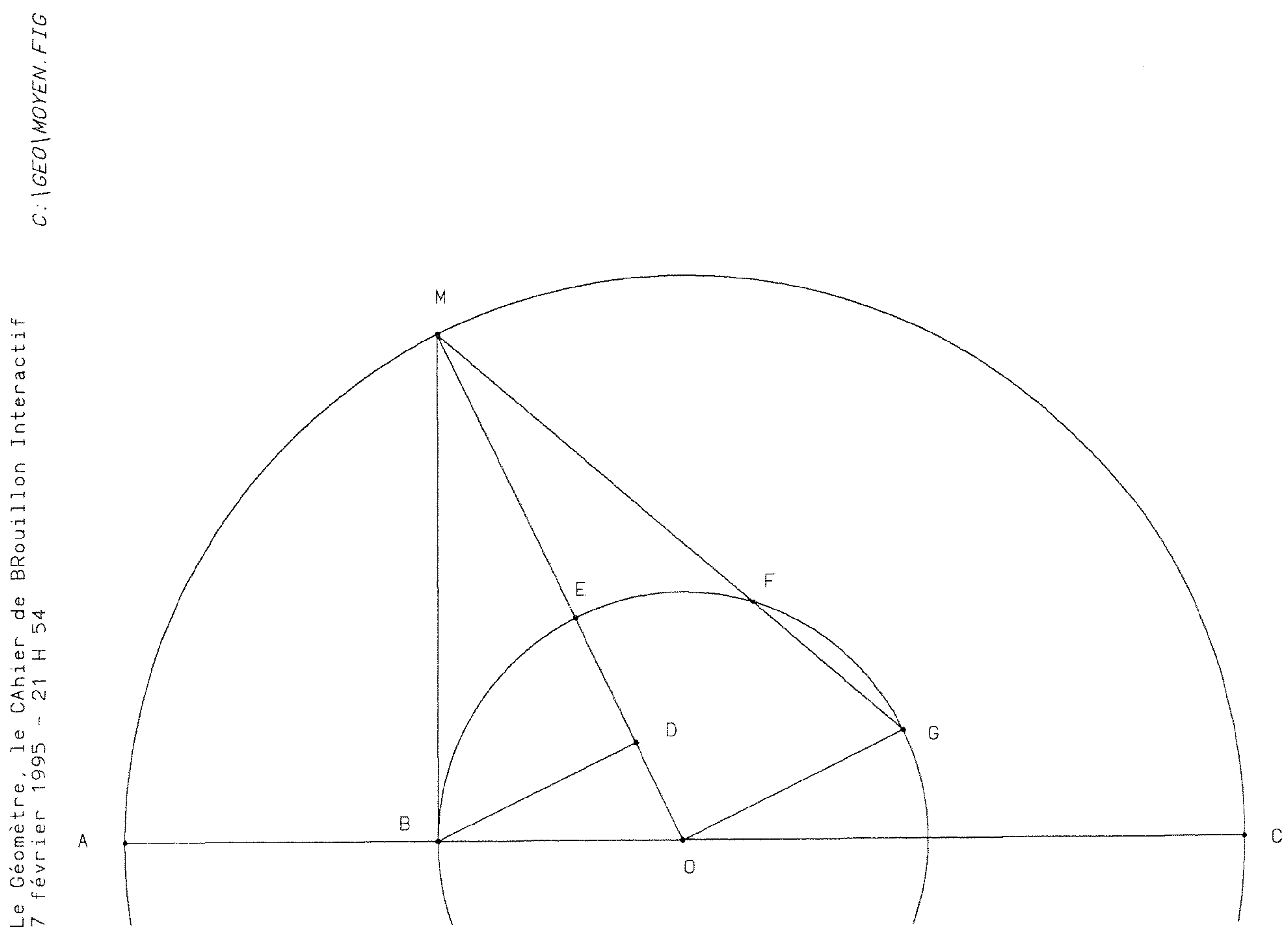
Méthode:

On lance le géomètre, non pas avec géomètre mais avec PIEGEGEO suivi du nom du fichier HPGL que l'on veut obtenir.
Pour obtenir cube.hpg on lancera PIEGEGEO CUBE.HPG.

Le géomètre s'exécutera normalement puis pour imprimer, on passera dans le menu format d'impression et on choisira Traceur, parallèle.
On demandera "imprimer" et on pourra recadrer une dernière fois.
Le géomètre va générer le fichier cube.hpg

Ce fichier Cube.hpg sera alors repris par un logiciel d'impression qui permet d'imprimer les fichiers type HPGL sur bon nombre d'imprimantes. Il existe de nombreux  programme de ce

genre mais celui qui a retenu notre attention est PMI. C'est un shareweare qui donne des résultats particulièrement bons.
On lance PMI et on renseigne d'abord Plotfile en donnant le chemin et le nom du fichier HPGL à utiliser.
On sélectionne ensuite le format de sortie, et c'est l'occasion de choisir l'écran pour effectuer les derniers réglages (taille, position).
Quand le document est bon à l'écran on peut lancer la sortie imprimante qui est conforme à ce qu'il y a à l'écran.
Ex:

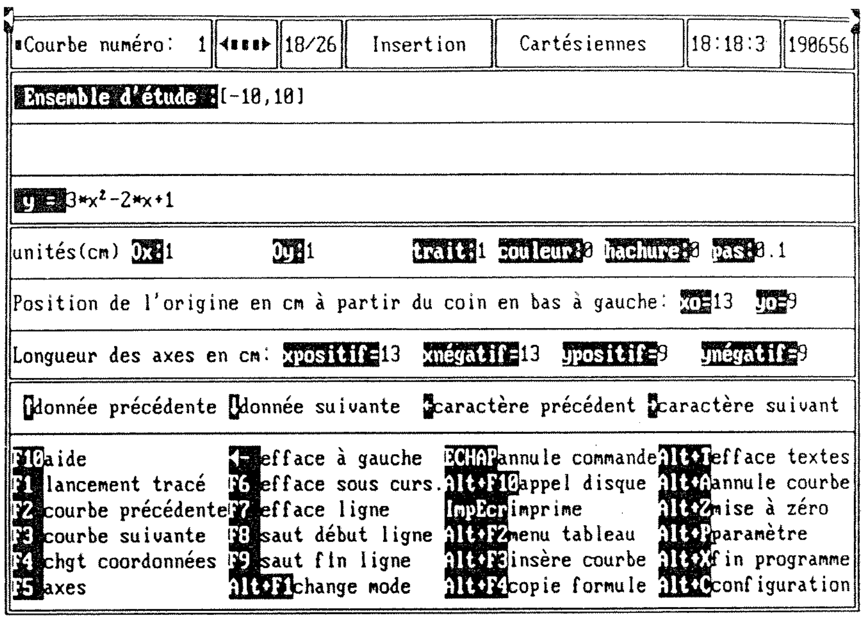


# Le logiciel Graphix

## 1) Généralités:

Le logiciel graphix est un logiciel de tracé de courbes simple et efficace capable de résoudre tous les problèmes de tracé qui se posent de la seconde jusqu'au niveau post bac.
La conception du logiciel impose à l'utilisateur une réflexion sur le résultat qu'il souhaite obtenir tout en lui facilitant la tache.
De plus ce logiciel fonctionne sur tous les types de PC y compris les vieux XT. Son prix est peu élevé et il existe une licence sur site.

FONCTION DEFINIE EN COORDONNEES CARTESIENNES



## 2)Graphix outil pour le professeur:

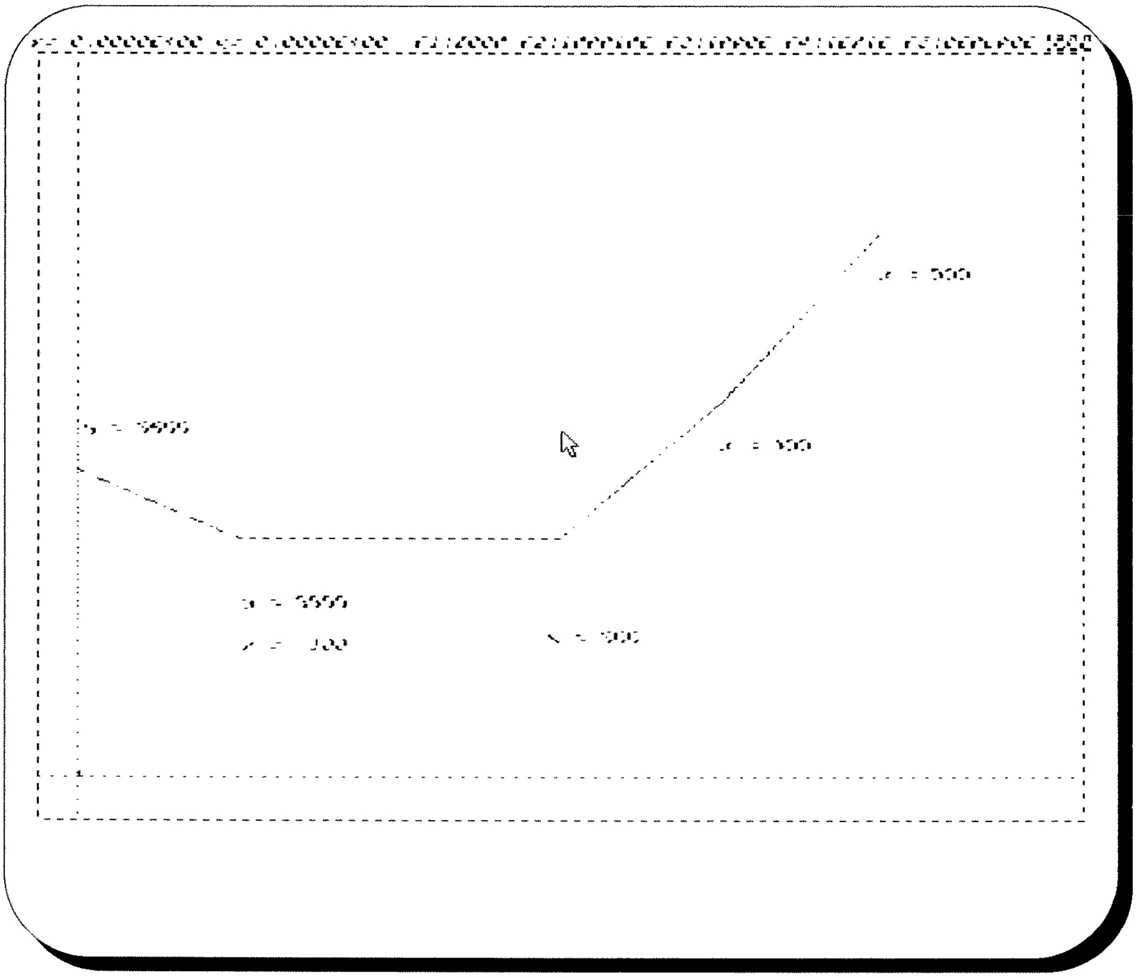
chercher la situation la plus intéressante:

Prenons l'exemple du problème du campeur: (brochure "Pour une mathématique vivante en seconde" Irem de Strasbourg)

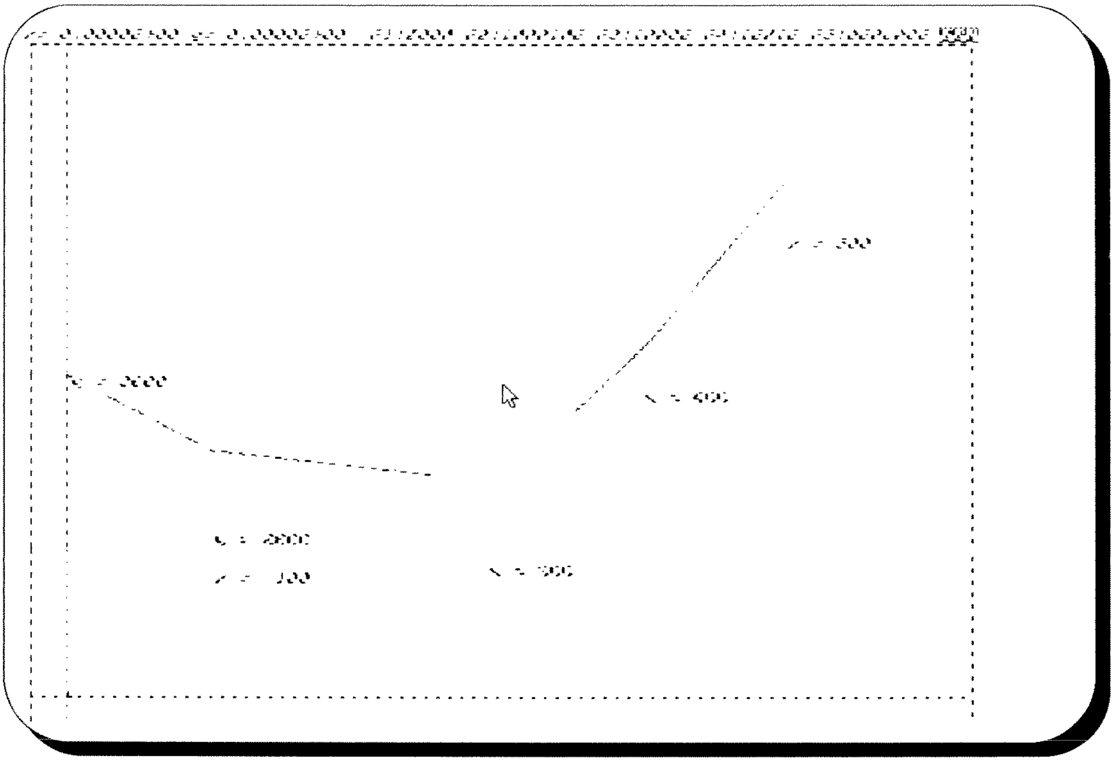
Un camping est constitué d'une allée allant à la mer. Sur cette allée en partant de la mer on trouve l'épicerie à 100 m, les sanitaires à 300 m, le parking à 400 m. Un campeur cherche où installer sa tente pour parcourir quotidiennement une distance minimale sachant qu'il va 3 fois à la mer, 2 fois à l'épicerie , 4 fois au sanitaires et 1 fois au parking.

La distance y parcourue quotidiennement par le campeur est donnée en fonction de x distance de la tente par rapport à la mer par:

y = 6*abs(x)+4*abs(x-100)+8*abs(x-300)+2*abs(x-400)



Si l'on n'est pas satisfait par le résultat on pourra changer les paramètres de façon à obtenir une représentation plus significative et rajouter une contrainte du genre il veut être à plus de 50 m des sanitaires.

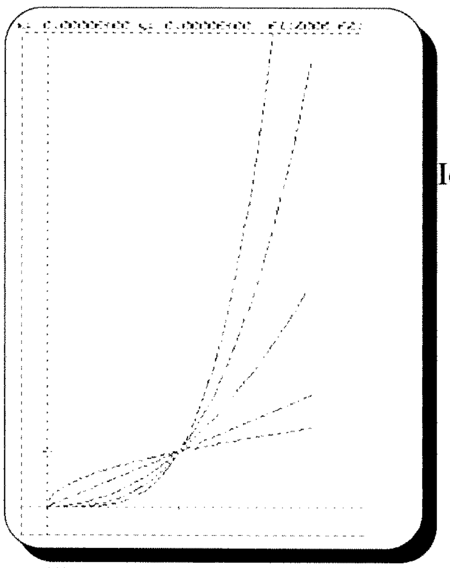


D'une manière générale Graphix permet d'expérimenter très rapidement.

# 3) Graphix outil pour le cours:

Exemple: On est dans le cours sur les fonctions usuelles et on souhaite mettre en évidence les positions respectives des différentes fonctions puissance

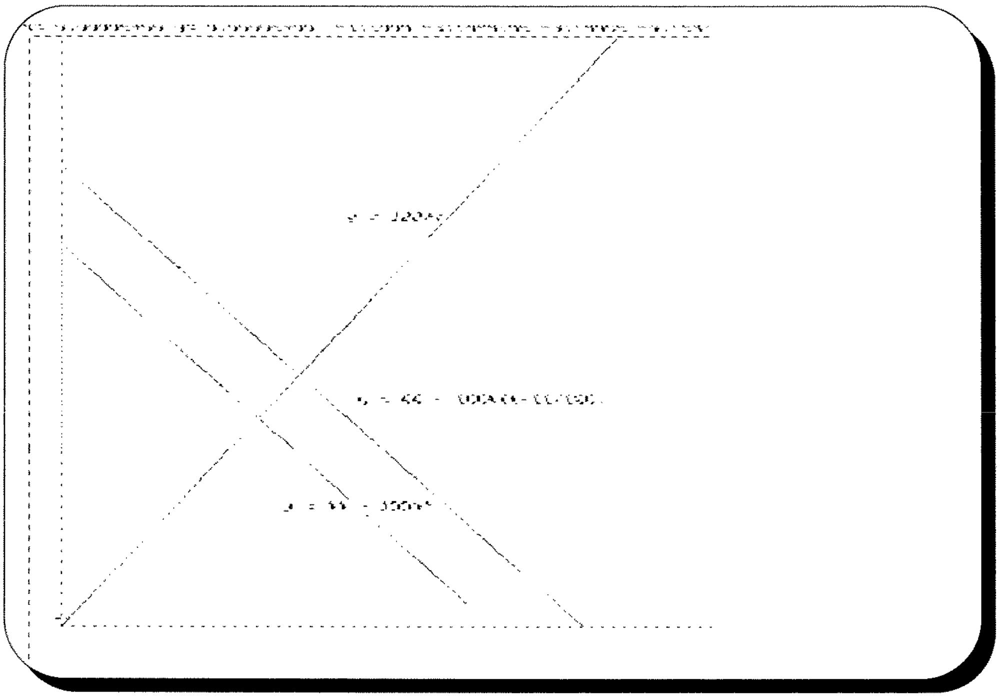
il suffit de faire tracer par graphix x puissance k pour des valeurs k bien choisies.



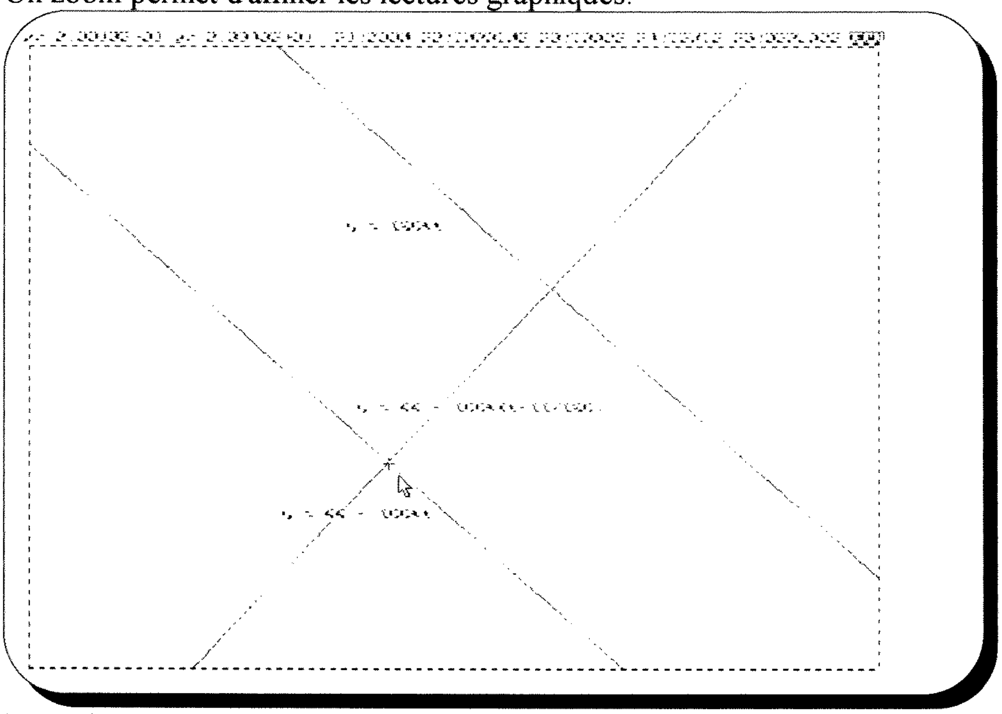
Ici on a k = 1/2, k = 1, k = 2, k = 3, k=4.

L'utilisation est d'autant plus efficace que l'on dispose soit d'une tablette rétroprojetable ou d'une interface TV qui permet un affichage sur un grand téléviseur.

Autre illustration:
Dans le problème 33 page 64 du dimathème de seconde:
Un mobile M part de A et se dirige vers B à 120 km/h. Au même instant un mobile M' part de B et se dirige vers A à 100 km/h.La distance AB est de 44 km.
a) A quelle distance et au bout de combien de temps M rencontre-t-il M' ?
b) Même question si M' par 5 min 30 s après M.
c) Représenter graphiquement et résoudre graphiquement.



Un zoom permet d'affiner les lectures graphiques:



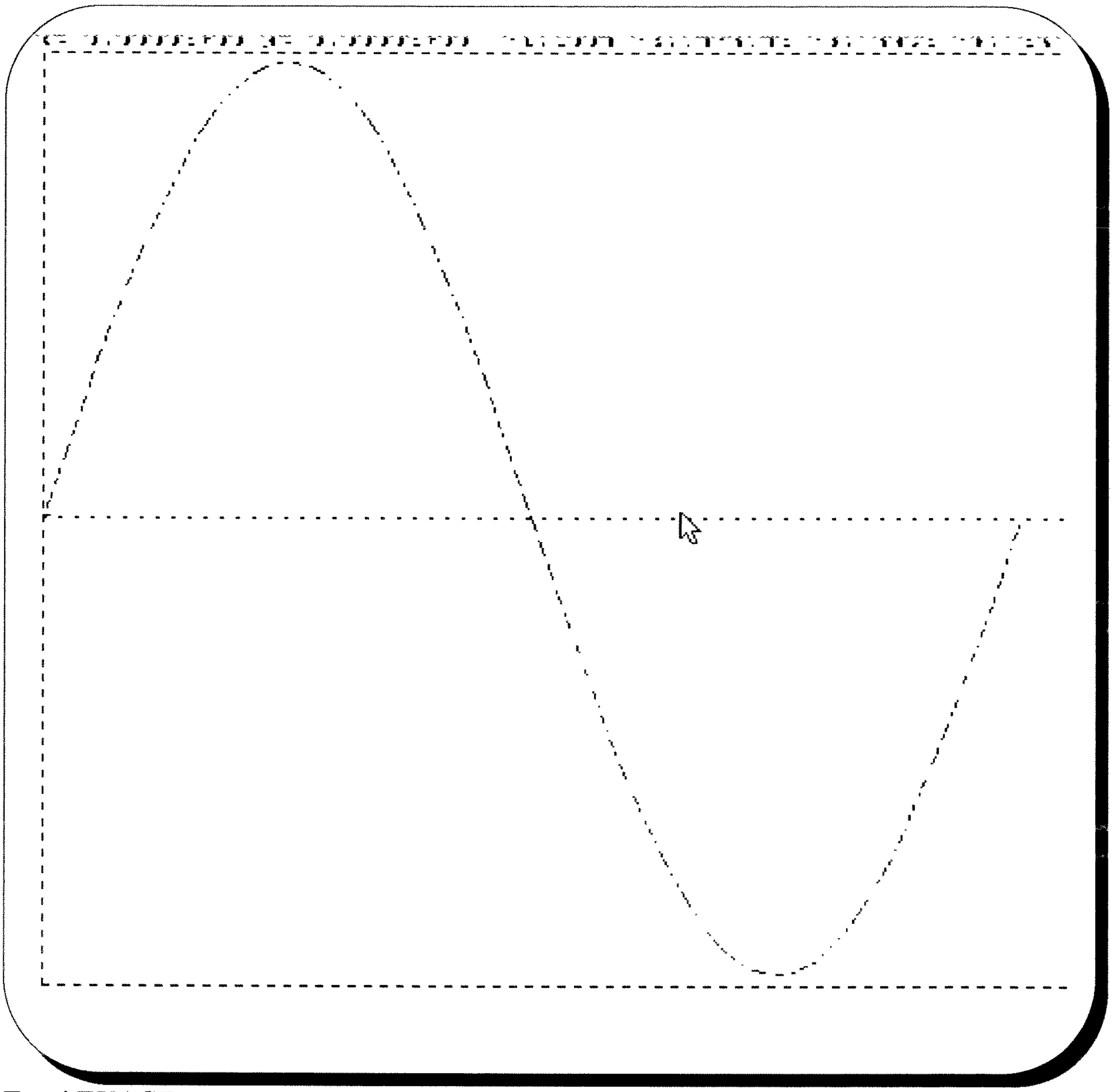
la souris permet de déplacer le curseur sur l'intersection et défaire une lecture des valeurs qui sont affichées en haut de l'écran x=          , y=          .

# 4) Le logiciel Graphix outil pour les TP et les modules.

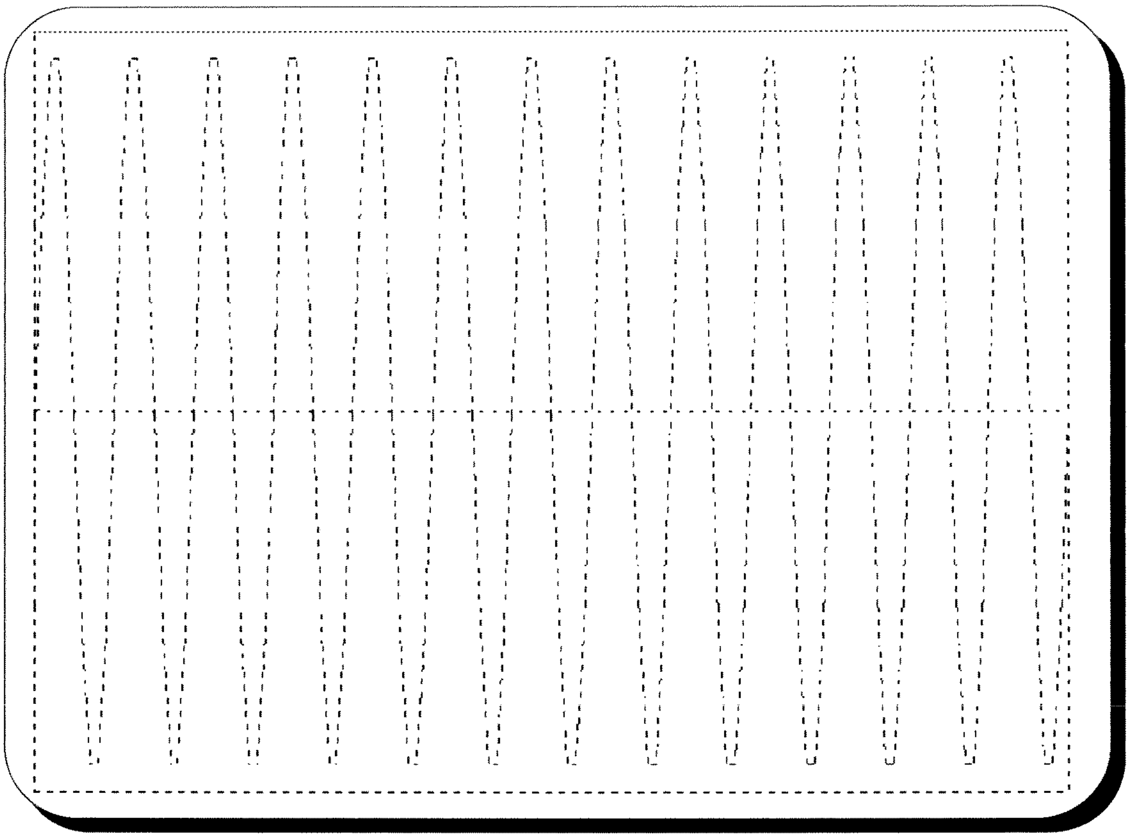
Grâce à ce logiciel, cela va être l'occasion d'expérimenter et d'obtenir des représentations graphiques de qualité et satisfaisant des contraintes de format.

Exemple d'exercice: ( origine Etienne MEYER) demander aux élèves de représenter la tension du courant alternatif usuel qui circule dans les prises de courant
$V = 220 \sin 100 \pi t$.

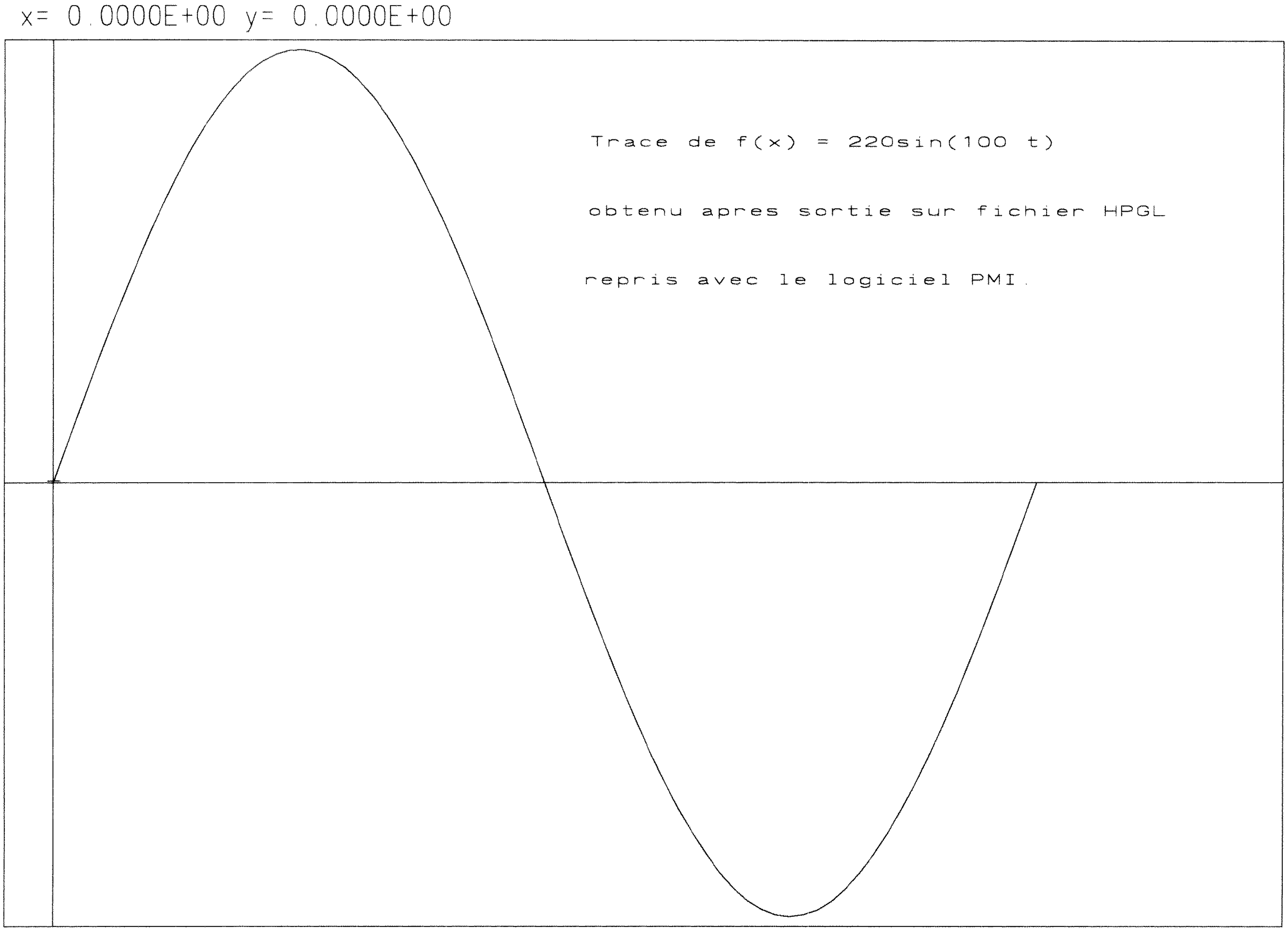
Sans indication il est fort probable qu'au bout d'un heure il n'y ait rien de convenable à l'écran voir pire à savoir des représentations complètement erronées.



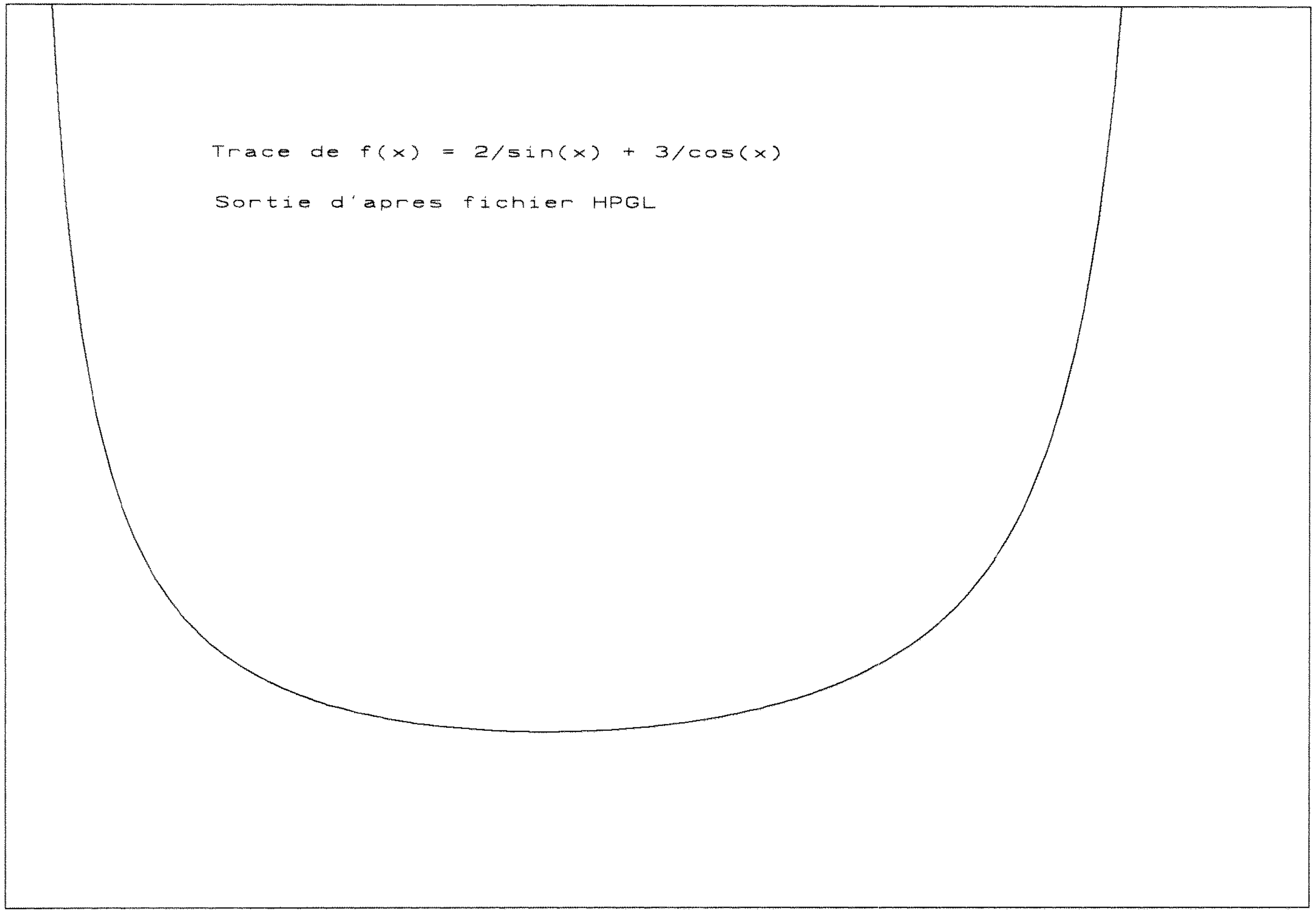
Tracé EXACT



tracé FAUX


x= 0.0000E+00 y= 0.0000E+00
Trace de f(x) = 220sin(100 t)
obtenu apres sortie sur fichier HPGL
repris avec le logiciel PMI.

Demo: sortie au format traceur, reprise avec PMI



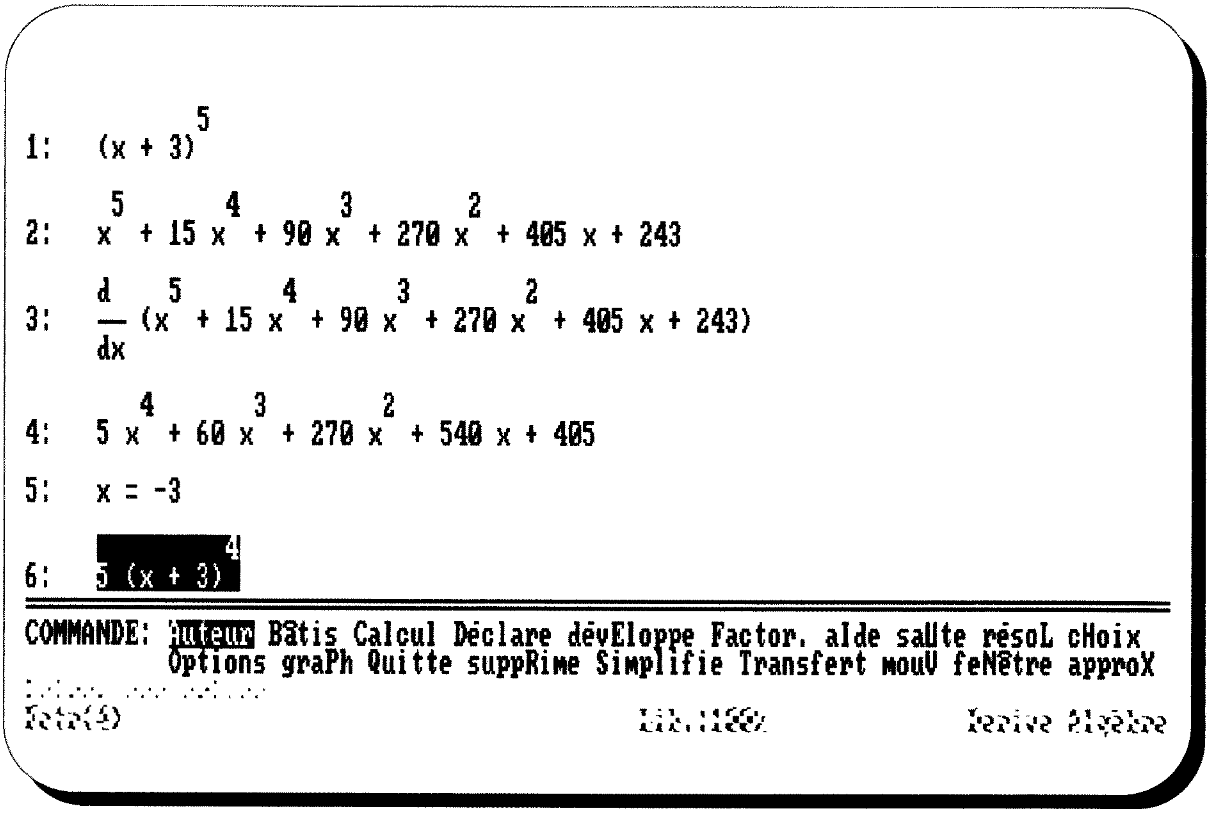
# Le logiciel Derive

## 1) Généralités:

Tout le monde est familier avec les outils de calcul numérique que sont les calculatrices. A coté de ces outils de calcul, il existe des logiciels de calcul formel, c'est à dire des logiciels qui sont capables de traiter des expressions contenant des variables, de dériver, d'intégrer, d'une manière générale d'utiliser des méthodes.
Ces logiciels ont d'abord été disponibles sur de gros systèmes, puis sur des minis et enfin sur des PC.
L'an prochain, il semble qu'ils seront disponibles sur les calculettes de nos élèves.
Parmi les logiciels de calcul formel, Derive occupe une place à part car il est capable de fonctionner sur des configurations informatiques modestes. Un simple PC XT suffit, le logiciel contient sur une disquette mais quel talent ! (20 siècles de mathématiques sur une disquette d'après la publicité) .

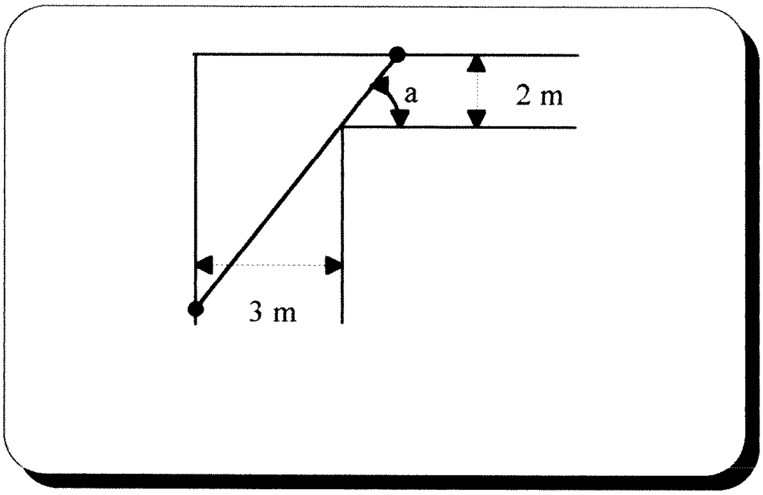
## 2) Bref aperçu:

Derive se veut simple et sobre:

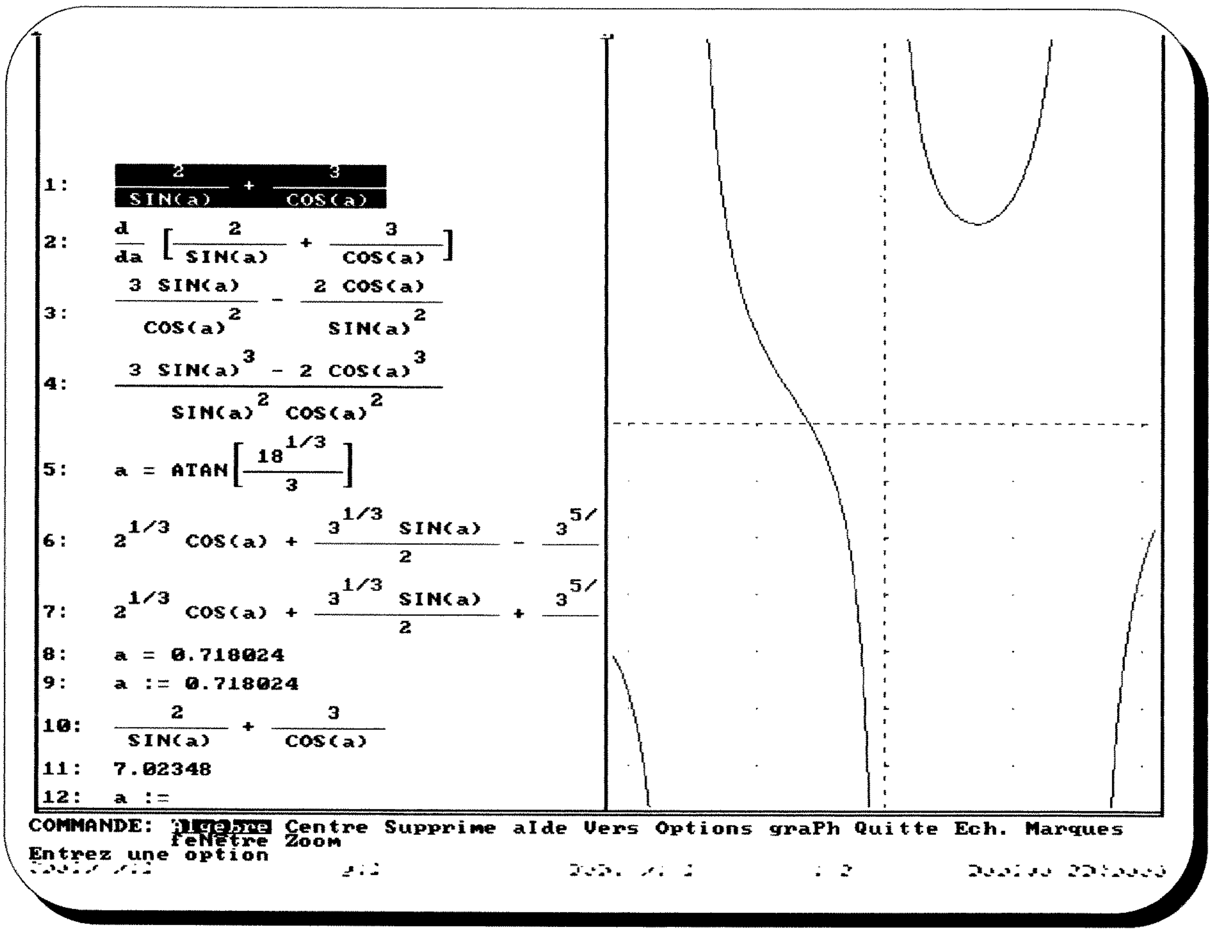


# 2) Derive outil pour le professeur:

Pour le professeur, un tel logiciel est un outil pour conjecturer, vérifier, rédiger.
Exemple 1: Deux couloirs l'un large de deux mètres, l'autre large de trois mètre se coupent à angle droit. Quelle est la plus longue barre rigide que l'on peut faire passer par ce coude ?




En quelques minutes, Derive permet de résoudre le problème.



Dans cet exemple, dérive permet d'étudier les variations de la longueur de la barre, de déduire la valeur exacte de l'angle a correspondant au minimum, d'obtenir la valeur approchée de cette valeur ainsi que la longueur de la barre dans ce cas.
Une représentation graphique est aussi disponible pour confirmer les hypothèses.
Dérive est aussi capable d'éditer les résultats de façon très propre:

Exemple de document texte produit par Derive:

1: $$F(a) := \frac{2}{SIN(a)} + \frac{3}{COS(a)}$$

2: $$\frac{d}{da} F(a)$$

3: $$\frac{3\ SIN(a)}{COS(a)^2} - \frac{2\ COS(a)}{SIN(a)^2}$$

4: $$\frac{3\ SIN(a)^3 - 2\ COS(a)^3}{SIN(a)^2\ COS(a)^2}$$

5: $$a = ATAN\left[\frac{18^{1/3}}{3}\right]$$

6: $$2^{1/3}\ COS(a) + \frac{3^{1/3}\ SIN(a)}{2} - \frac{3^{5/6}\ \hat{\imath}\ SIN(a)}{2} = 0$$

7: $$2^{1/3}\ COS(a) + \frac{3^{1/3}\ SIN(a)}{2} + \frac{3^{5/6}\ \hat{\imath}\ SIN(a)}{2} = 0$$

8: $a = 0.71802544$

9: $a = 0.71802544$

10: $$F\left[ATAN\left[\frac{18^{1/3}}{3}\right]\right]$$

11: $(96\ 18^{1/3} + 144\ 12^{1/3} + 208)^{1/6} + (486\ 18^{1/3} + 729\ 12^{1/3} + 1053)^{1/6}$

## 2) Derive outil pour le cours.

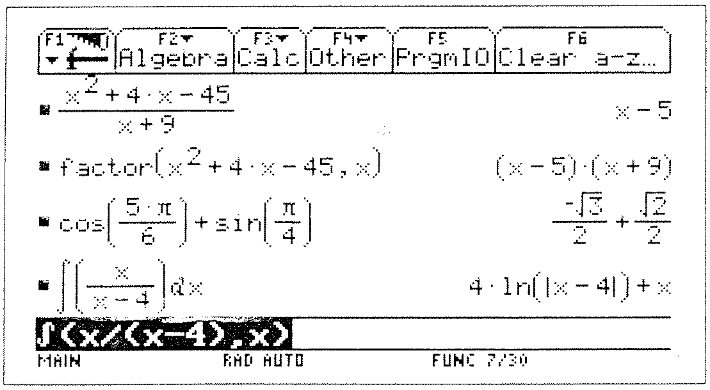
Dans ce cas il faut disposer d'un moyen de diffusion: soit tablette de rétroprojection, soit, ce qui est actuellement moins cher, une interface TV de façon à afficher sur un écran couleur.

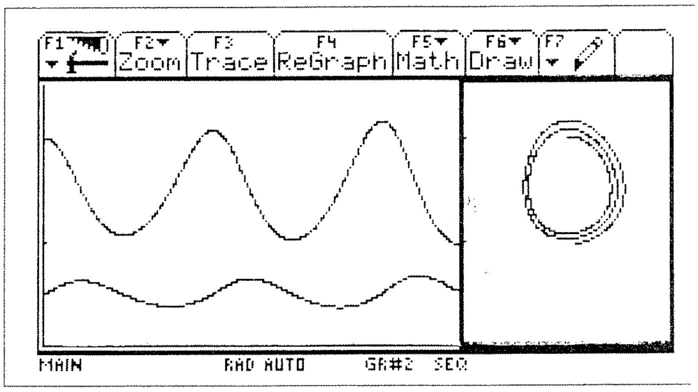
Derive permet d'illustrer rapidement toutes sortes de notions:

-révision de calcul, développement et factorisation d'expressions.
-résolution d'équations et de systèmes.
-tracé rapide de fonctions.

## 3) Derive outil pour les TD et les modules:

Pour illustrer les possibilités de dérive dans ce domaine vous trouverez ci-joint une activité préparée et conduite par des stagiaires IUFM au cours de leur année de mise en situation.




Ecrans de la future TI 92 en mode Derive

ACADEMIE DE STRASBOURG
I.U.F.M. D'ALSACE
Année Universitaire 1994/95

# DERIVE PEUT-IL CONTRIBUER A L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES ?

## EXEMPLE D'UTILISATION EN CLASSE DE SECONDE

MEMOIRE PROFESSIONNEL EN MATHEMATIQUES

SOUTENU PAR : M. DELRUE OLIVIER
M. ROTH JEAN-PHILIPPE
M. SILVA EMMANUEL

Mémoire suivi par M. MEYER ETIENNE

## TP$_1$ — UTILISATION DE QUELQUES COMMANDES DE DERIVE

*Commandes à utiliser dans la fenêtre de calcul*

Auteur : pour entrer une expression
résoL : pour résoudre une équation
cHoix Substitue : pour remplacer une variable par sa valeur ou par une autre expression , dans une expression choisie
Simplifie : pour simplifier ou modifier l'écriture d'une expression
graPh : pour ouvrir une fenêtre graphique
sqrt(x) : permet de prendre la racine carrée d'un réel x positif

*Commandes à utiliser dans la fenêtre graphique*

graPh : pour tracer une courbe
Algèbre : pour quitter la fenêtre graphique et revenir à la fenêtre calcul

### EXERCICE 1

On considère la droite d'équation cartésienne :

$$5x - 11y - 13 = 0$$

On veut transformer l'écriture de cette équation, c'est à dire l'écrire sous forme d'équation réduite.

1°- Saisir cette équation à l'aide de la touche Auteur.
2°- Lorsqu'on choisit la touche résoL , à l'écran apparaît : ______
Remarque : Dérive traite les expressions saisies et les résultats en les numérotant .Et pour sélectionner ou traiter une expression, on l'appelle en tapant # suivi du numéro de l'expression.
En appuyant sur entrée apparaît : ______
Cela signifie que l'on veut résoudre ______
On obtient alors : ______
Est-ce l'équation réduite d'une droite? Qu'aurait-il fallu faire pour cela?

*Conclusion :*

### EXERCICE 2

On veut calculer l'ordonnée d'un point de la droite connaissant son abscisse. On reprend l'équation réduite de l'exercice 1. Si $x = 0$ il est clair que $y = -\frac{13}{11}$. Comment retrouver ce résultat à l'aide de Dérive?

Pour cela :

Taper cHoix Substitue
Dérive vous demande dans quelle expression voulez-vous faire cette substitution. En appuyant sur entrée on voit apparaître : ______
On rentre la valeur de x (ici $x = 0$) et on ne change pas y.
Que voit-on apparaître ? ______
On peut simplifier cette écriture à l'aide de Simplifie. On obtient : ______

*Conclusion :*

*EXERCICE 3*

On veut maintenant tracer la droite d'équation :

$$5x - 11y - 13 = 0$$

Pour cela:

Taper sur la touche graPh. Il apparaît à l'écran la fenêtre graphique.
En appuyant une seconde fois sur la touche graPh, il apparaît : ______________________________
Vous allez choisir de tracer la droite à côté à la colonne 40.

APPLICATION

Pour chacune des équations de droite ci-dessous, faites apparaître à l'écran l'équation réduite, l'ordonnée du point d'abscisse 2 et la courbe représentative :

$$x + 2y - 3 = 0$$

$$3x - 7y - 5 = 0$$

$$\sqrt{2}x + \sqrt{3}y - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0$$

**TP$_2$**

# RESOLUTION PAR SUBSTITUTION DE SYSTEMES D'EQUATIONS A DEUX INCONNUES

*Commandes à utiliser dans la fenêtre de calcul*

Auteur : pour entrer une expression
résoL : pour résoudre une équation
cHoix Substitue : pour remplacer une variable par sa valeur ou par une autre expression, dans une expression choisie
Simplifie : pour simplifier ou modifier l'écriture d'une expression
les flèches : permettent de rentrer dans une expression et de "naviguer" entre les différents termes.
**F3** : touche de fonction qui permet de recopier des expressions en surbrillance
graPh : pour ouvrir une fenêtre graphique
sqrt(x) : permet de prendre la racine carrée d'un réel x positif

*Commandes à utiliser dans la fenêtre graphique*

graPh : pour tracer une courbe
Algèbre : pour quitter la fenêtre graphique et revenir à la fenêtre calcul

## EXERCICE 1

On veut résoudre le système d'équations suivant en utilisant la méthode par substitution :

$$\begin{cases} 3x-2y+1=0 \\ 4x+3y-10=0 \end{cases}$$

Pour cela :

Entrez les deux expressions suivantes :

#1 $3x-2y+1=0$

#2 $4x+3y-10=0$

1- Dans chaque cas, utilisez la commande résoL pour exprimer y en fonction de x. N'oubliez pas de préciser que la variable est y et non x.
Vous obtenez deux nouvelles expressions #3 et #4

2- Avec la touche **F3** (ou à la main), écrivez l'équation obtenue en égalant les deux valeurs de y obtenues en #3 et #4. Résoudre cette équation. Que vaut x?

3- Avec la commande cHoix Substitue, remplacez x par la valeur trouvée dans l'une des expressions #3 ou #4. Après simplification, que vaut y?

4- Vérifiez le résultat obtenu, en calculant les expressions $3x-2y+1$ *et* $4x+3y-10$

5- Avec la commande graPh, et les expressions #3 et #4, tracez les droites et vérifiez graphiquement la solution obtenue à la question 3.

## APPLICATION 1

Utilisez la même méthode pour résoudre les systèmes suivant :

$$\begin{cases} x+3y-15=0 \\ 2x+y-10=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+(\sqrt{2}-1)y-1=0 \\ (\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}y-2=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{2x+3y}{3}-\dfrac{4x-3y}{8}-1=0 \\ \dfrac{3x-2y}{2}-\dfrac{5x-3y}{2}-3=0 \end{cases}$$

## APPLICATION 2

On utilise la même méthode de calcul.

Qu'observez-vous lorsqu'on utilise Dérive (algèbre) pour résoudre ces systèmes? Graphiquement quelle hypothèse peut-on émettre?

$$\begin{cases} -2x+6y-2=0 \\ 5x-15y+5=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -\sqrt{2}x+2\sqrt{2}y-\dfrac{\sqrt{5}}{2}=0 \\ 3x-6y+11=0 \end{cases}$$

Pouvait-on prévoir le résultat?

TP$_2$

# RESOLUTION PAR SUBSTITUTION DE SYSTEMES D'EQUATIONS A DEUX INCONNUES

FEUILLE DE REPONSES

*EXERCICE 1*

$$\begin{cases} 3x-2y+1=0 \\ 4x+3y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\ldots\ldots\ldots \\ x=\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

L'ensemble des solutions du système est $S=\{(\quad,\quad)\}$

(N'oublier pas la vérification du système)

APPLICATION 1

Rédiger de la même façon la résolution des 3 systèmes proposés

APPLICATION 2

# XII

# GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE:

## Plans et droites de l'espace

## Sections planes d'un cube

## Activité de "repli"

## GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

L'activité proposée pages suivantes a pour objectif de revoir les premières notions de géométrie dans l'espace étudiées au collège, tout en dégageant progressivement quelques énoncés relatifs aux droites et aux plans de l'espace (positions relatives, parallélisme...).

Elle est précédée d'un petit préambule indiquant les régles que l'on s'impose au départ et qu'il convient de commenter avec les élèves.

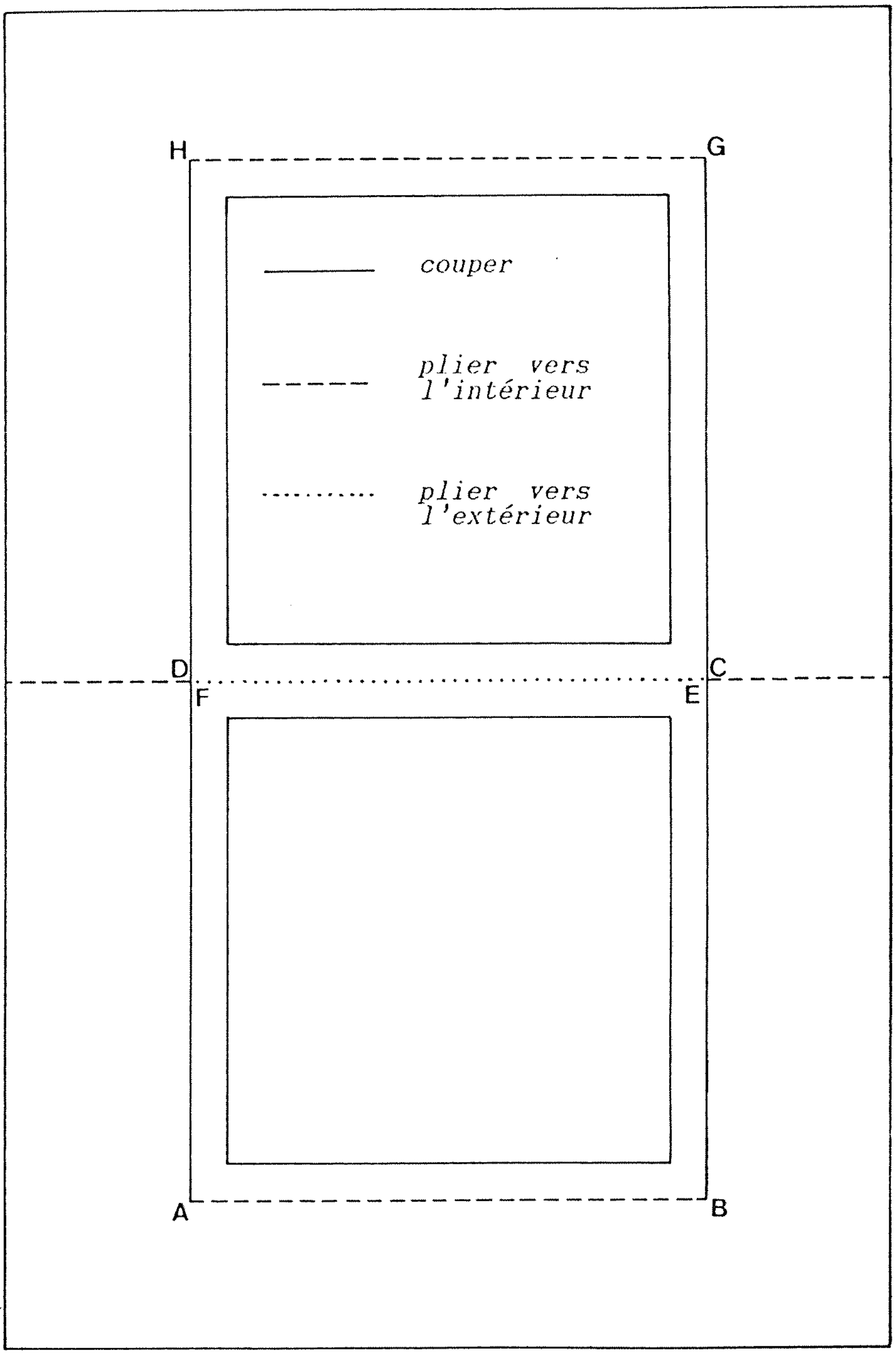
Démarrée classe entière, elle peut également se poursuivre en travaux dirigés s'il n'y a pas de "décalage" trop important entre les groupes.

Telle qu'elle est rédigée, elle permet de solliciter les élèves au fur et à mesure des questions posées en complétant petit à petit leurs connaissances : diverses règles d'incidence, convention de dessin, de couleur...

Enfin pour leur donner une bonne vision de l'espace, il nous paraît important que les élèves puissent effectuer des allers retours "dessin en perspective - objet de l'espace" grâce au cube articulé qu'ils ont construit selon le modèle décrit ci-contre ou encore grâce aux cubes en acétate utilisés en module.
Pour compléter cette "panoplie d'objets de l'espace" et pour ne pas se limiter au cube, on trouvera dans l'"ACTIVITÉ de REPLI..." comment mettre à la disposition des élèves un tétraèdre peu encombrant...

## CUBE ARTICULÉ

Certains élèves ont du mal à "voir" dans l'espace à partir d'une figure plane en perspective. Pour essayer de pallier à cette difficulté, il leur a été demandé de se fabriquer un "cube articulé" de 7 cm d'arêtes selon les instructions ci-dessous (prévoir de le faire construire avant de débuter l'activité) :




(l'idéal est de découper un tel "cube" sur un support plastifié)

Pour pouvoir raisonner et établir certaines propriétés, l'expérience de situations concrètes nous amène à admettre quelques *règles* de départ (AXIOMES) :

**Règle 1:** par deux points distincts de l'espace, il passe une droite et une seule.

*Exemple : la ficelle du jardinier désirant bien aligner ses plants...*

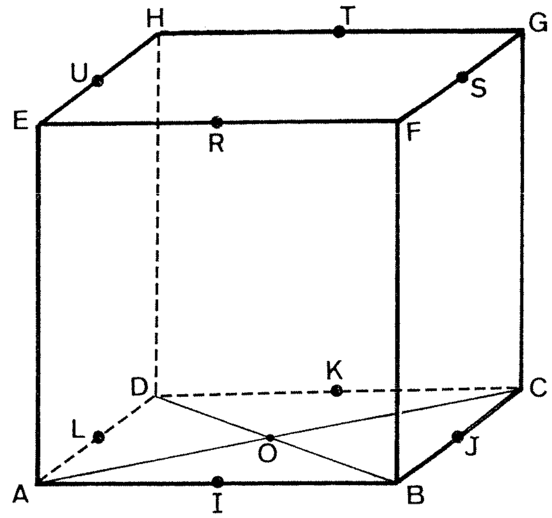
**Règle 2:** si un plan de l'espace contient deux points distincts, alors la droite définie par ces deux points est toute entière contenue dans ce plan.

*Exemple : en posant le bord d'une règle sur une table, on peut vérifier si la règle est bien "droite"...(ou si le dessus de la table est bien "plan"...)*

Nous admettrons également que tous les résultats de la géométrie plane sont applicables dans chaque plan de l'espace.

## ACTIVITÉ

Voici un cube ABCDEFGH. Les points placés sur les arêtes représentent les milieux de ces arêtes. Le point O est le centre de la face ABCD.




**A**

1° Citer plusieurs plans contenant le point A.

2° Citer des plans contenant la droite (AC).

3° Combien y-a-t-il de plan contenant les points A, B, C ?

<u>additif</u> : à l'aide des deux seules règles précédentes, Trouver comment justifier que le point D appartient bien au plan passant par les points A, B, C *(indication : utiliser le point O)*.

4° Quatre points non alignés de l'espace appartiennent-ils toujours à un même plan ? Répondre à cette question :

**a)** en cherchant à faire référence à une situation concrète.

**b)** en trouvant des points non coplanaires avec les points A, B, C et en le justifiant.

5° Comment définir un plan ?

Trouver différentes façons de définir un plan en le justifiant.

# B

## POSITIONS RELATIVES DE DEUX PLANS DE L'ESPACE.

1° Pour chacune des questions suivantes, étudier la position des deux plans donnés en précisant leur intersection s'il y a lieu :

**a)** les plans ERG et HFT. **b)** les plans ARF et EFC.

**c)** les plans AOK et EHD. **d)** les plans OIJ et HRS.

2° En déduire les positions relatives de deux plans de l'espace.

# C

## POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES DE L'ESPACE.

1° Quelles sont les positions possibles de deux droites coplanaires?

2° Pour chacune des questions suivantes, étudier la position des deux droites données :

**a)** les droites (EI) et (FB). **b)** les droites (TK) et (RI).

**c)** les droites (IJ) et (EG). **d)** les droites (GO) et (EA).

3° Deux droites de l'espace qui n'ont aucun point commun sont-elles nécessairement parallèles ? (justifier à l'aide d' un exemple).

4° Trouver une quatrième façon de déterminer un plan.

# D

## POSITIONS RELATIVES D'UNE DROITE ET D'UN PLAN DE L'ESPACE.

On appelle $\boldsymbol{P}$ le plan passant par les points A, R, B.

1° Les droites (ES), (EF) et (CT) *coupent*-elles le plan $\boldsymbol{P}$ ?

2° Justifier que la droite (TO) est *sécante* au plan $\boldsymbol{P}$ puis placer le point où la droite (TO) *perce* le plan $\boldsymbol{P}$.

A

...

3° **Le** plan contenant les points A, B, C est identifié facilement par les élèves comme étant **la** "face de dessous" du cube. Il est donc évident pour les élèves que le point D appartient au plan (ABC).
Il ne s'agit surtout pas ici de *vouloir démontrer* une telle évidence mais plutôt de commencer à entraîner les élèves à la démonstration et à la déduction sur un exemple particulièrement simple.
Ce peut-être également l'occasion, pour les aider dans leur démarche, de leur suggérer de convenir de mettre dans une même couleur les points d'un même plan ainsi que toute droite passant par deux de ces points (règle 2).
Exemple de démonstration :

La droite (AC) est toute entière contenue dans (ABC) donc
le point de O de cette droite appartient à (ABC)
Donc (BO) est toute entière contenue dans (ABC) d'où
le point D de cette droite appartient à (ABC)

C'est l' occasion d'introduire la notion de points **coplanaires**, et d'admettre la règle suivante :

**Règle 3:** Il existe un plan et un seul passant par trois points non alignés.

*Exemple : un morceau de carton rigide (ou une plaque de tôle) que l'on fait pivoter autour de deux taquets (pointes de stylos ou de crayons... que l'on peut ensuite remplacer par une règle...) puis que l'on fait "reposer" sur un troisième taquets (pour montrer l'unicité)...*

4° **a)** *une chaise à quatre pieds qui est bancale ... d'où l'intérêt des trépieds...*

**b)** En raisonnant par l'absurde :

Supposons que E ∈ (ABC) alors (EB) serait
toute entière contenue dans (ABC) d'où F ∈ (ABC)
... ce qui est absurde car tous les points du cube serait
dans un même plan.

5°

Détermination d'un plan :

- par la donnée de trois points non alignés
- par la donnée d'une droite et d'un point n'appartenant pas à cette droite
- par la donnée de deux droites sécantes.

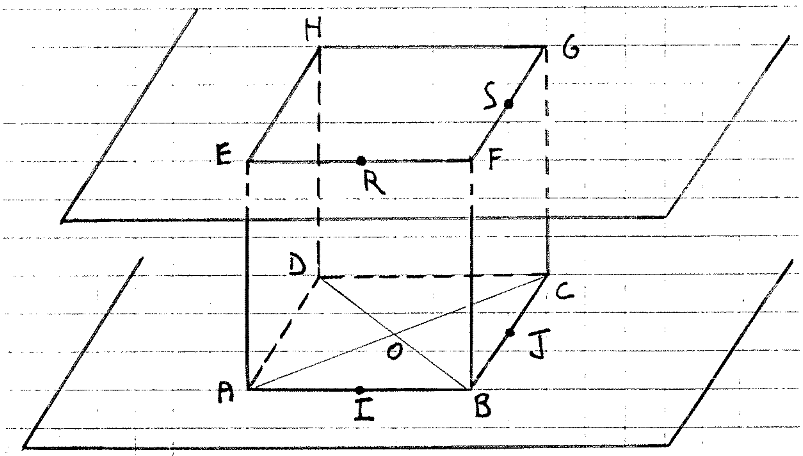
## POSITIONS RELATIVES DE DEUX PLANS DE L'ESPACE.

**1° b)** Profiter de cet exemple pour faire redessiner le cube en perspective cavalière afin de renforcer la "convention des couleurs" en représentant d'une couleur les points du plan (ARF) et d'une autre ceux du plan (EFC). Les points ayant les deux couleurs appartiennent à leur intersection ici la droite (EF).

**c)** exemple de plans perpendiculaires : même remarque.

**d)** C'est l'occasion de donner, ou de rappeler, les conventions de dessin : plans représentés par des parallélogrammes ("fermés" ou non), les parties visibles en trait plein, les parties cachées en pointillés...

D'où le cube avec les deux plans (OIJ) et (HRS) en perspective cavalière comme ci-contre :




**2°**

**Plans parallèles**

- plans **confondus** : si deux plans ont en commun au moins trois points non alignés, ils sont confondus (Règle 3)

- plans **strictement parallèles** : plans n'ayant aucun point commun.

**Plans sécants**

- si deux plans distints ont en commun deux points distincts, ils ont en commun la droite qui les joint (Règle 2) et ils n'ont aucun autre point en commun sinon ils seraient confondus (détermination d'un plan) :
  **deux plans sécants ont donc pour intersection une droite.**

- <u>cas particulier</u> : *plans perpendiculaires.*

A partir d' exemple(s), on peut aussi faire admettre l'axiome suivant :

**Règle 4**

Étant donnés un point A et un plan *P*, Il existe un plan et un seul contenant le point A et parallèle au plan *P*.

<u>Conséquence</u>: deux plans parallèles qui ont au moins un point commun sont confondus.

C

## POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES DE L'ESPACE.

1° *Les résultats de la géométrie plane étant applicables à chaque plan de l'espace, deux droites coplanaires sont donc soit sécantes soit parallèles.*

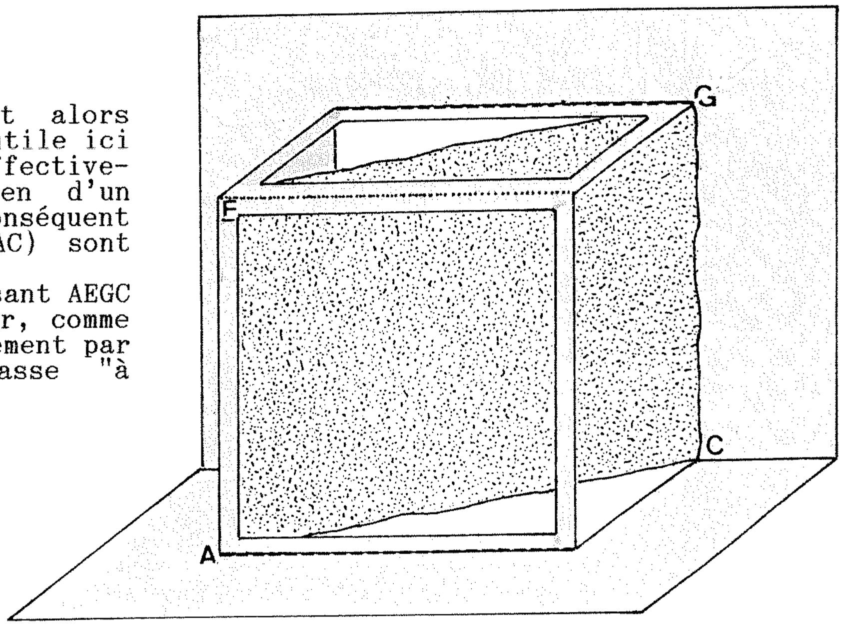
2° a) *Les droites (EI) et (FB) sont sécantes dans la "face de devant".*

b) C'est l'occasion de faire admettre la "transitivité" du parallèlisme dans l'espace.

*Les droites (TK) et (RI) sont strictement parallèles car elles sont parallèles aux arêtes (HD), (GC), (EA) et (FB).*

c) Même remarque en utilisant le parallélisme des droites (EG) et (AC). Il est à remarquer que ce parallèlisme a été le plus souvent *constaté* sur la figure sans "voir" cependant que AEGC est en fait un rectangle.

Le cube articulé s'est alors révélé particulièrement utile ici pour faire "voir" qu'effectivement il s'agissait bien d'un rectangle (et que par conséquent les droites (EG) et (AC) sont parallèles) :
par exemple en matérialisant AEGC par une feuille de papier, comme ci-contre, ou tout simplement par une main que l'on passe "à travers" le cube...




A cette occasion, on pourra rendre les élèves attentifs au fait qu'en perspective cavalière deux droites parallèles sont représentées par deux droites parallèles mais que par contre l'orthogonalité n'est pas conservée et on pourra faire représenter en vraie grandeur le *rectangle* AEGC (pour un cube de 7 cm d'arêtes).

d) *Les droites (GO) et (EA) appartiennent au plan contenant le rectangle AEGC et sont sécantes dans ce plan.*

3° droites **non coplanaires** (droites ni sécantes ni parallèles) :

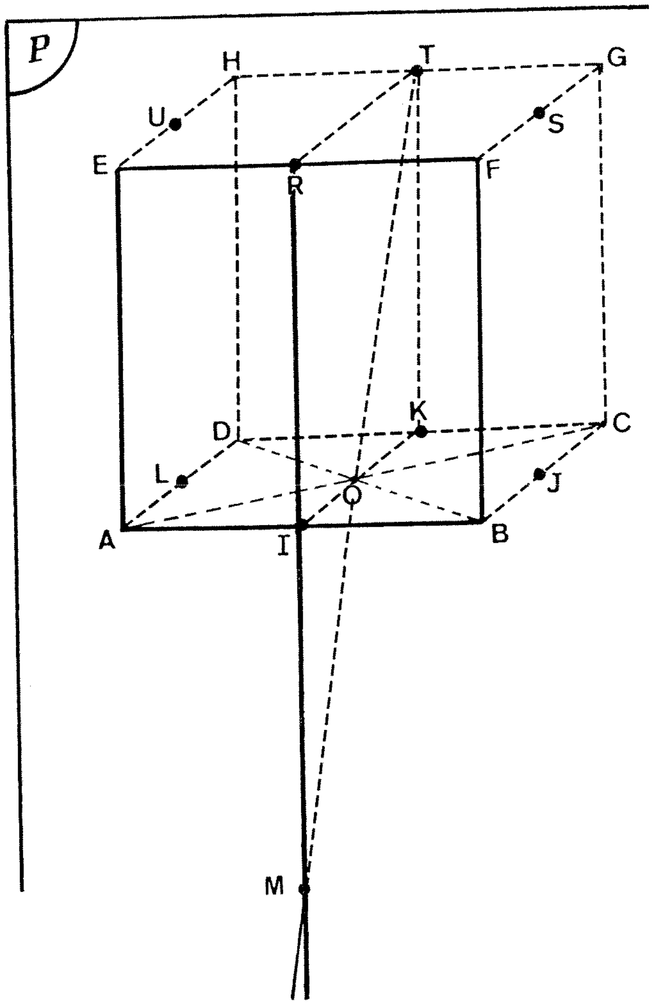
*<u>Exemple</u> : les droites (IJ) et (TR) sont dans des plans strictement parallèles, elles n'ont donc aucun point commun. D'autre part les droites (TR) et (KI) sont parallèles or les droites (KI) et (IJ) sont sécantes en I donc les droites (IJ) et (TR) ne sont pas parallèles.*

4° Autre détermination d'un plan : *par deux droites strictement parallèles.*

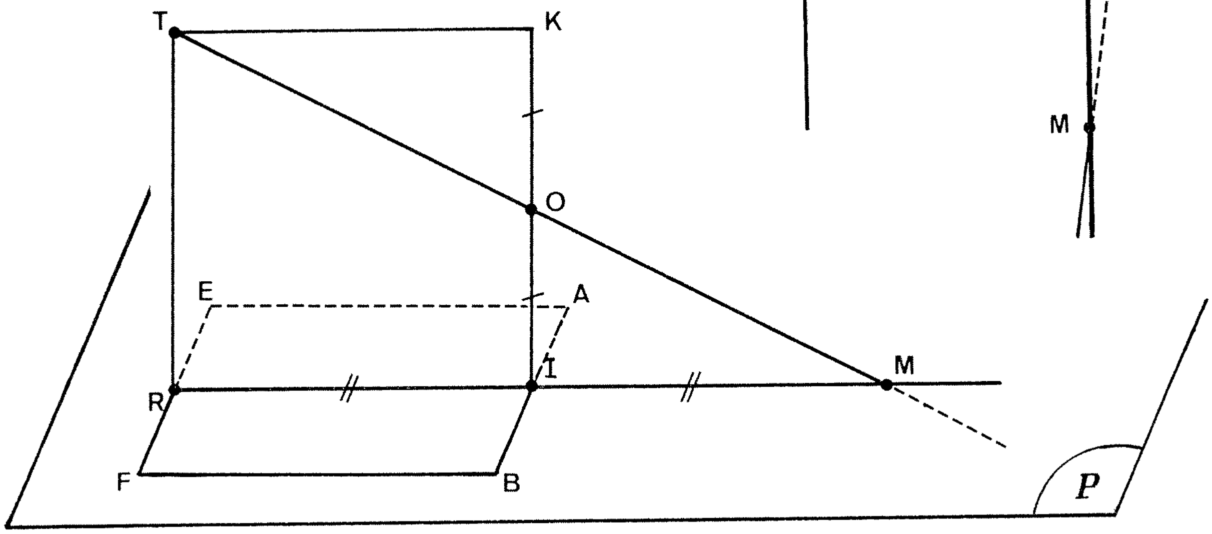
## POSITIONS RELATIVES D'UNE DROITE ET D'UN PLAN DE L'ESPACE.

1° *Le plan (ARB) est en fait le plan contenant la face "avant" du cube donc il contient les points E et F d'où :*
*- la droite (ES) est sécante à ce plan en E : (ES) ∩ **P** = {E}*
*- la droite (EF) est incluse dans ce plan : (ES) ∈ **P***
*- la droite (CT) est strictement parallèle à **P** : (CT) // **P**.*

2° *Les droites (IK) et (RT) étant parallèles, les points I, K, T, R sont donc coplanaires dans un plan qui contient également le point O milieu du segment [IK]. On en déduit que les droites (TO) et (RI) sont coplanaires non parallèles c'est-à-dire sécantes en un point M. La droite (TO) perce donc le plan **P** en M (tel que I soit le milieu de [RM]).*




Remarque : on pourra utiliser des couleurs différentes pour les plans IKTR et P et représenter la face IKTR en vraie grandeur comme ci-dessous.

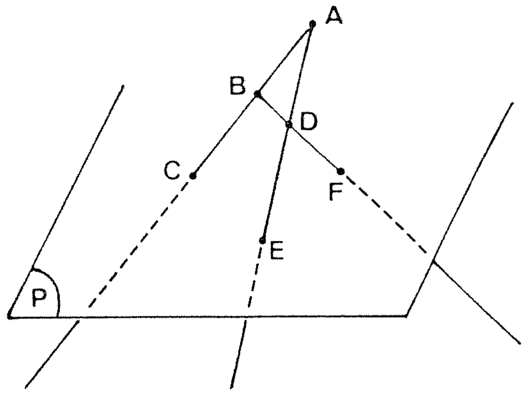



Suite à cette activité, il ne reste plus qu'à compléter le cours consacré au **parallélisme dans l'espace** par les quelques propriétés qui n'ont pas encore été mise en évidence et de faire quelques exercices du type de ceux rédigés page suivante où l'on pourra continuer à appliquer la *procédure de coloriage* mise en place dès l'activité A.

## Exemples d'exercices susceptibles d'être donnés en T.D.

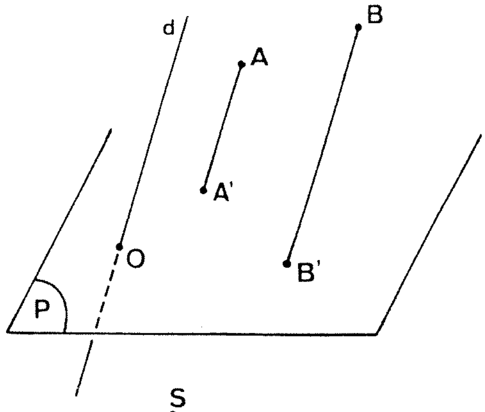
1° Les points A, B, C sont alignés et C ∈ *P*.
Les points A, D, E sont alignés et E ∈ *P*.
Les points B, D, F sont alignés et F ∈ *P*.

**Cherchez l'erreur...**



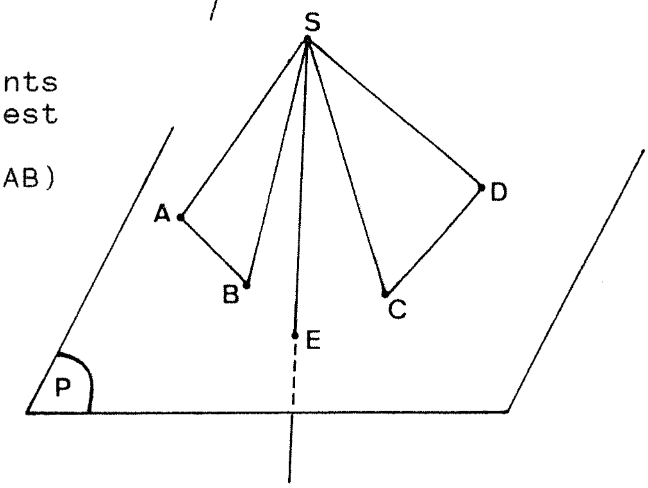

2° La droite d perce le plan *P* en O.
Les points A'et B' sont les projetés des points A et B sur le plan *P* parallèlement à la droite d.

**Les droites d et (AB) sont-elles coplanaires ?**




3° Les points A, B, C, D sont quatre points distincts d'un plan *P* et le point S est un point n'appartenant pas à *P*.
La droite d'intersection des plans (SAB) et (SCD) perce le plan *P* en E.

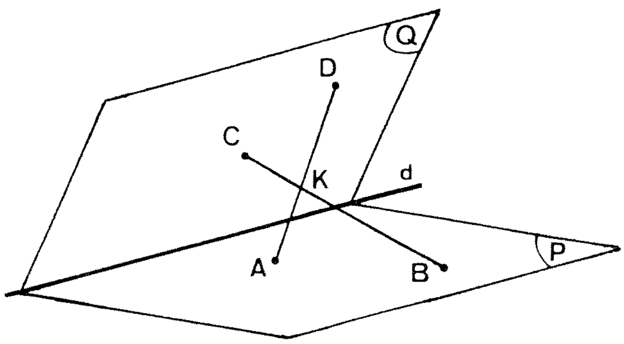
**Cherchez l'erreur...**




4° Les plans *P* et *Q* sont sécants selon la droite *d*.
Les points A et B sont deux points du plan *P* tels que la droite (AB) coupe la droite *d* en I.
Les points C et D sont deux points du plan *Q* tels que la droite (CD) coupe la droite *d* en J.

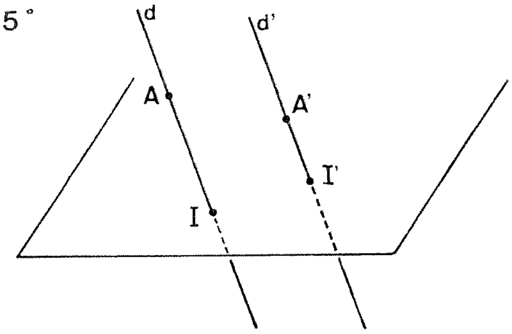
**a)** Les droites (CB) et (AD) peuvent-elles être sécantes en un point K comme le suggère le dessin ci-contre?

**b)** Refaire ce dessin en indiquant clairement quelle droite se trouve "devant" l'autre.




*On pourra trouver d'autres exemples dans la brochure "Des activités pour un enseignement modulaire en classe de seconde" (IREM de Strasbourg - Juillet 1992).*

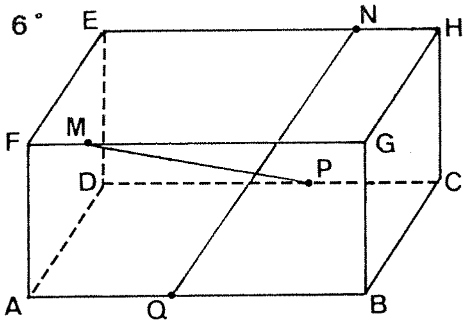
5°




Sur la figure ci-contre :
- les droites *d* et *d'* sont parallèles
- la droite *d* perce le plan *P* en I
- la droite *d'* perce le plan *P* en I'.

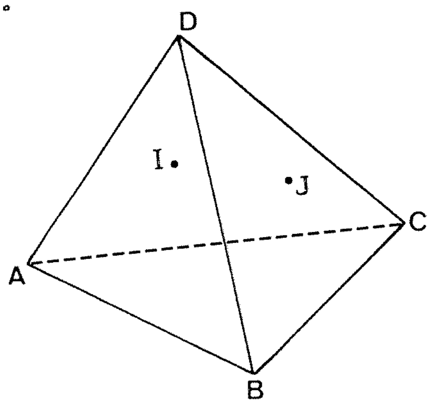
Placer le point K où la droite (AA') perce le plan *P*.

6°




La figure ci-contre représente un parallèlépipède rectangle: M ∈ [FG], N ∈ [EH], P ∈ [DC] et Q ∈ [AB].
Les points M, N, P, Q étant ainsi placés sur cette figure, déterminer si les droites (MP) et (NQ) sont sécantes ou non.
Si non, préciser laquelle des deux droites (MP) et (NQ) est devant l'autre.

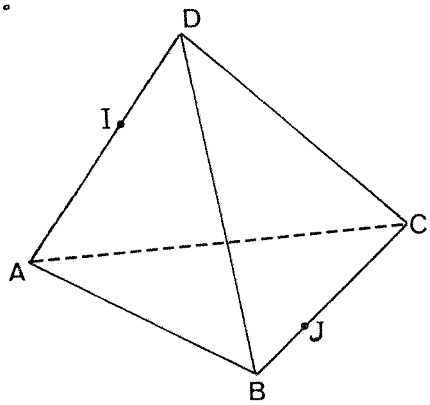
7°




La figure ci-contre représente un tétraèdre non aplati ABCD.
Le point I appartient à la face (ABD).
Le point J appartient à la face (BCD).

Tracer, sur cette figure, l'intersection des plans (DIJ) et (ABC).

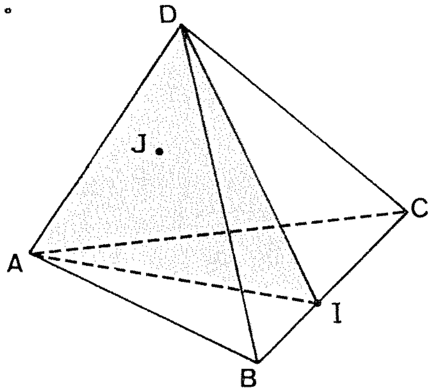
8°




La figure ci-contre représente un tétraèdre non aplati ABCD.
Le point I appartient à l'arête [AD].
Le point J appartient à l'arête [BC].

Tracer sur, cette figure, l'intersection des plans (ADJ) et (BCI).

9°




La figure ci-contre représente un tétraèdre non aplati ABCD.
Le point I appartient à l'arête [BC].
Le point J appartient au plan (ADI).

Tracer sur, cette figure, l'intersection de la droite (CJ) et du plan (ABD).

## ----- MODULE : SECTIONS PLANES D'UN CUBE -----

**(deux séances de 1h30 chacune)**

Les élèves, répartis en groupes de 3 ou 4, ont chacun en leur possession un cube transparent en acétate* de 7 cm d'arête (on peut ainsi l'utiliser conjointement avec le cube articulé).

Le but de la partie ***A "observons"*** (environ 30 à 45 minutes) est d'aider les élèves à mieux saisir la notion de ***section plane*** tout en les amenant à déterminer les différents types de polygones que l'on peut obtenir en coupant un cube par un plan.
Dans cette première partie peuvent déjà être utilisées des propriétés liées au parallélisme voire à l'orthogonalité qu'il est donc conseillé d'avoir traitée auparavant.

Le but de la partie ***B "réalisons"*** (environ 1h45 à 2h) est de les initier au tracé de la section d'un solide par un plan. Tout d'abord en leur faisant découvrir le tracé "hors solide" à partir de leurs cubes (sur lesquels ils peuvent dessiner et "voir à travers") pour ensuite réinvestir cette technique aux représentations en perspective cavalière (ou parallèle). Enfin le tracé en vrai grandeur des sections planes permettra également de réinvestir des résultats de la géométrie plane comme les théorèmes de Pythagore ou de Thalès...

** les transparents pour rétroprojecteur s'étant révélés un peu trop minces pour cet usage, on pourra leur préférer ceux utilisés pour la couverture de thèses par exemple.*

## [A] Activité préliminaire : OBSERVONS !

*L'activité qui suit est tirée en grande partie de la conférence donnée à l'IREM de Strasbourg en février 1993 par Marie-Paule ROMMEVAUX sous le titre : "Difficultés relatives à la représentation mentale de la section d'un solide par un plan".*

### I. "Silhouettes" pleines

Chaque groupe reçoit une enveloppe contenant chacune des fiches numérotées sur lesquelles est collée une silhouette de polygone.
Nous vous proposons, pages suivantes, une répartition possible de différents polygones dans 5 enveloppes.
Suggestion : on peut rajouter , dans chacune de ces enveloppes, un polygone ayant plus de 6 côtés...

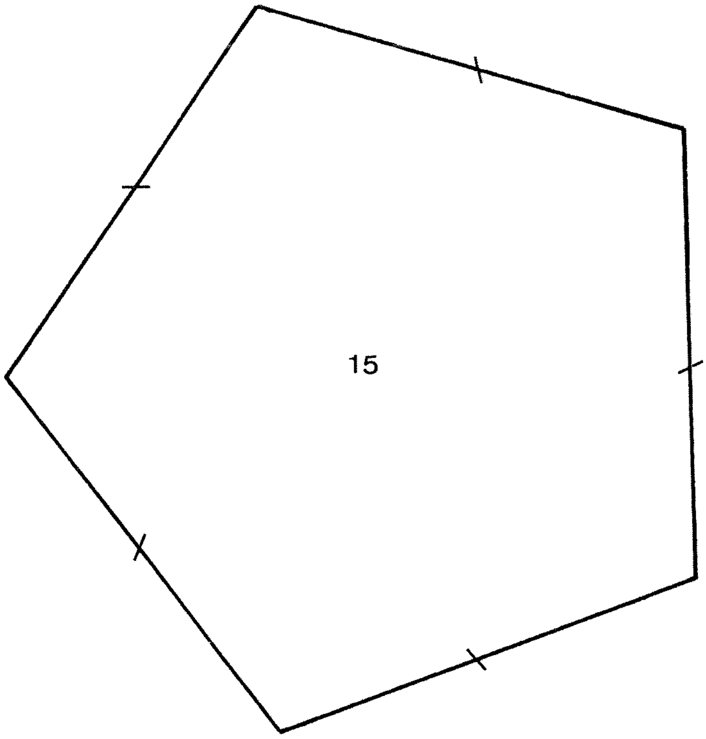
Ils doivent, pour chacun de ces polygones, décider s'il est possible ou non de l'obtenir en "coupant" le cube, qu'ils ont devant eux, par un plan (avec interdiction toute fois de passer à l'acte... ou de "martyriser" le cube...). Pour répondre, ils disposent d'un tableau du type suivant :

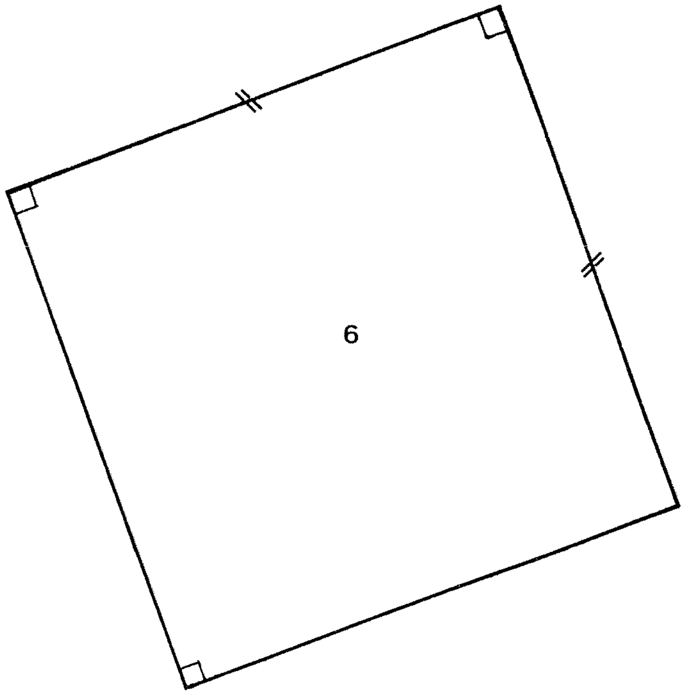
| N° | Réponse: OUI/NON | Justification éventuelle : |
|---|---|---|
| ... | | |

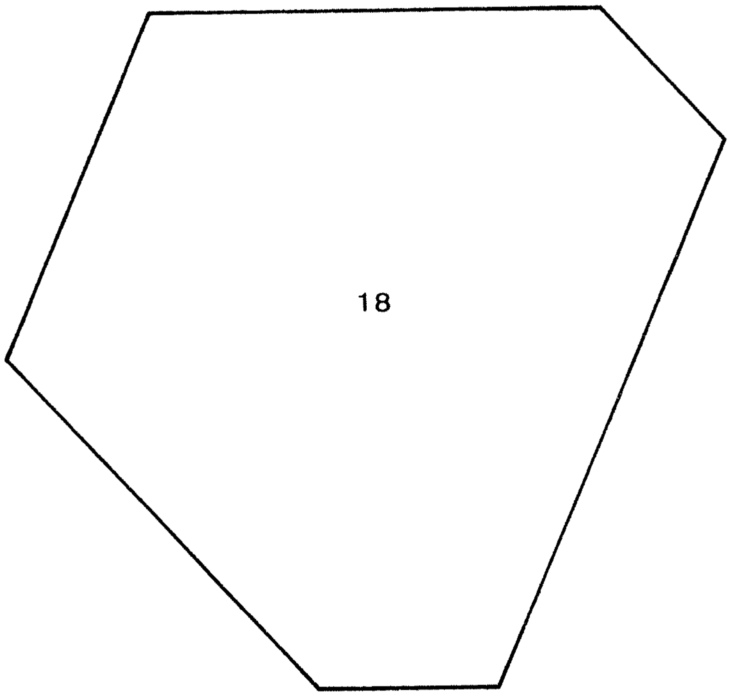
*(Si le temps le permet, on peut faire tourner les enveloppes entre les groupes).*

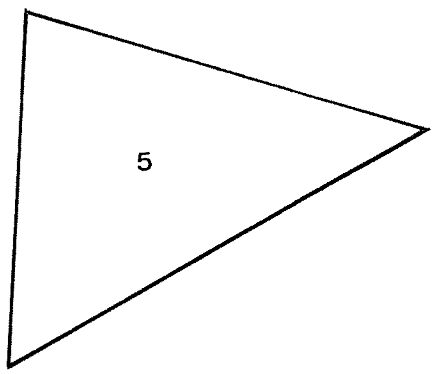
## Enveloppe n° I

5 : triangle quelconque
6 : carré
15 : pentagone régulier
18 : hexagone non régulier



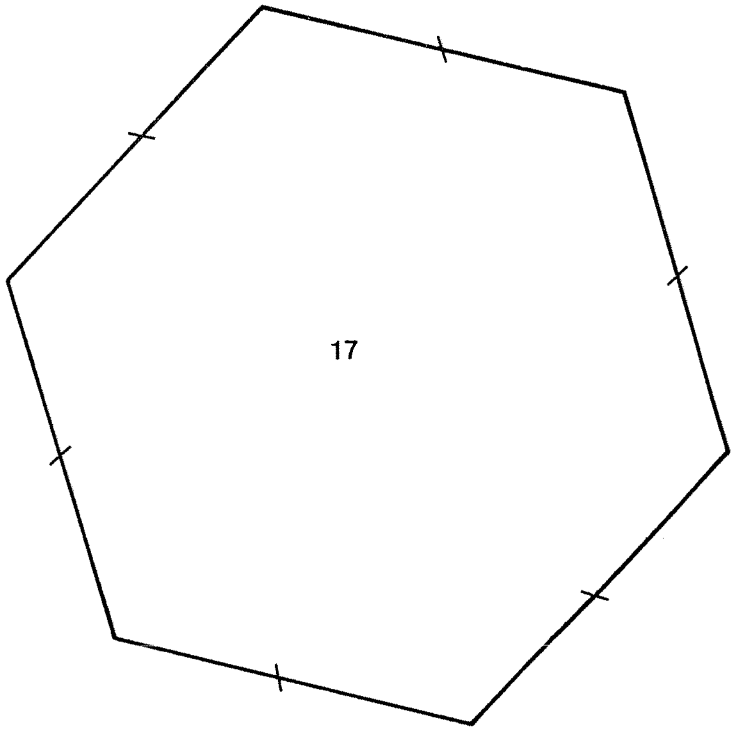



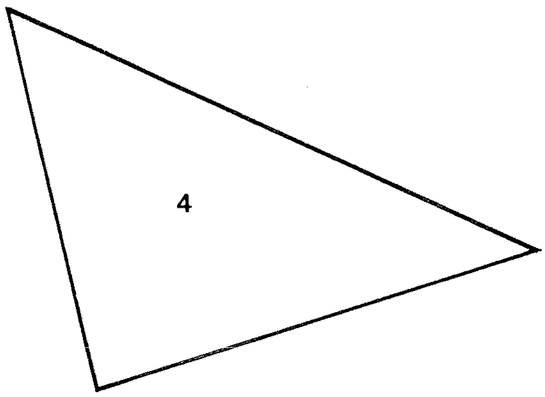



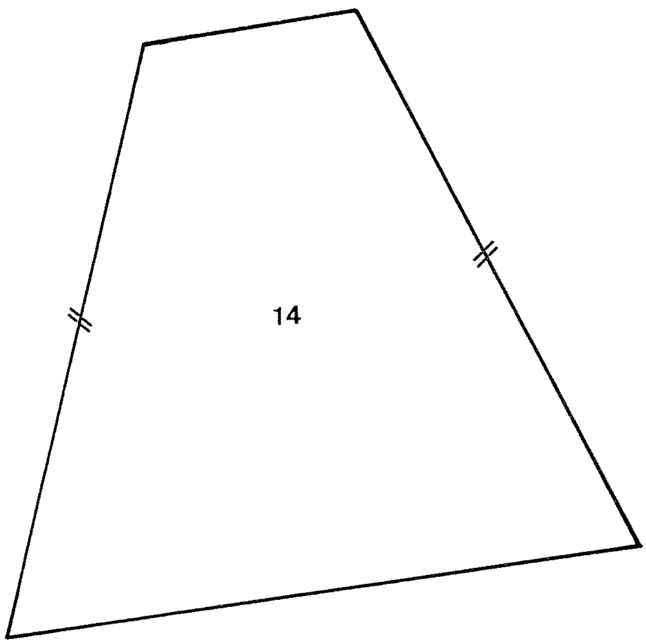



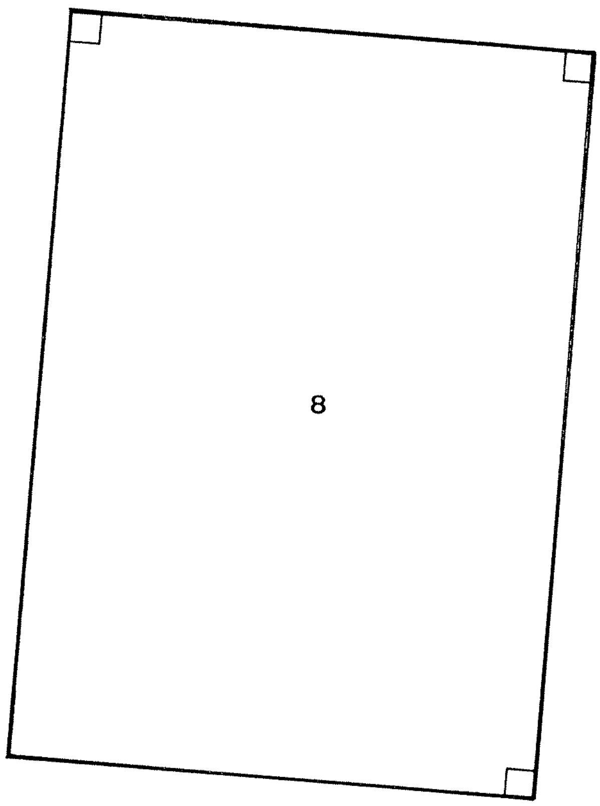
## Enveloppe n° II

4 : triangle "presque" rectangle
8 : rectangle (grand)
14 : trapèze isocèle
17 : hexagone régulier



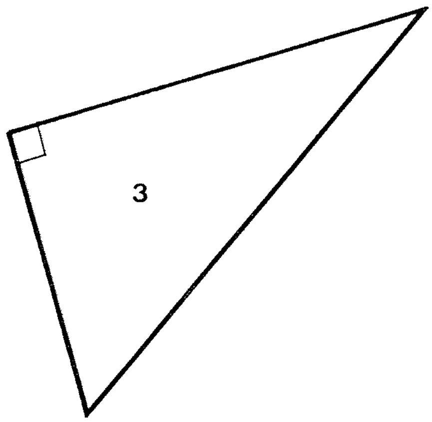



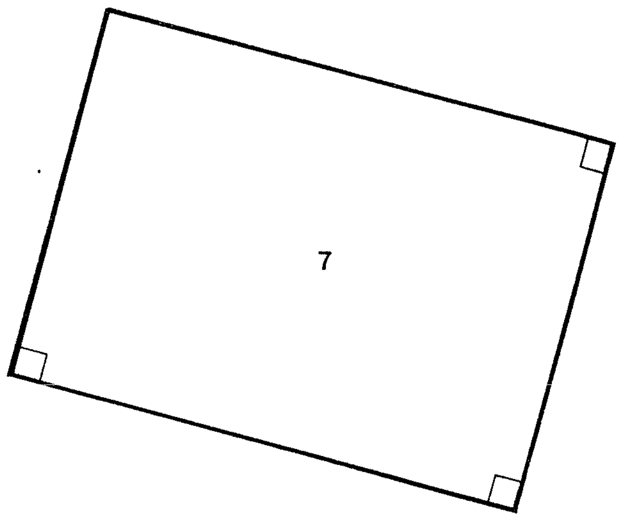



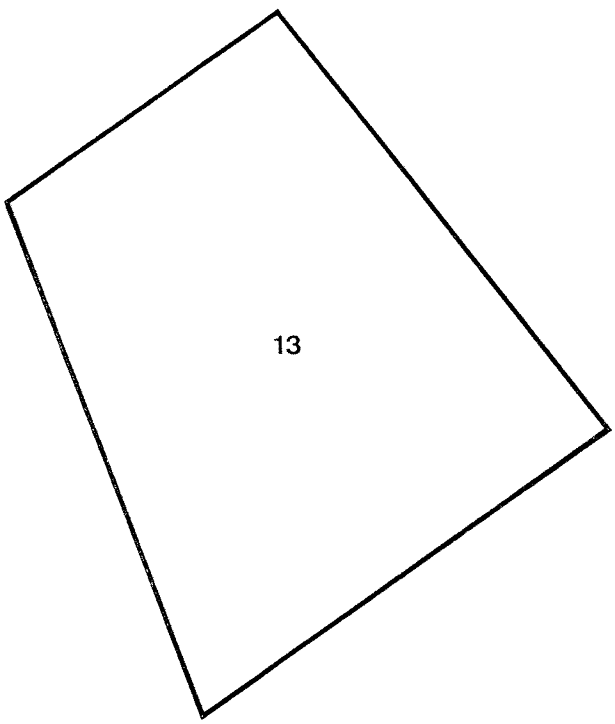



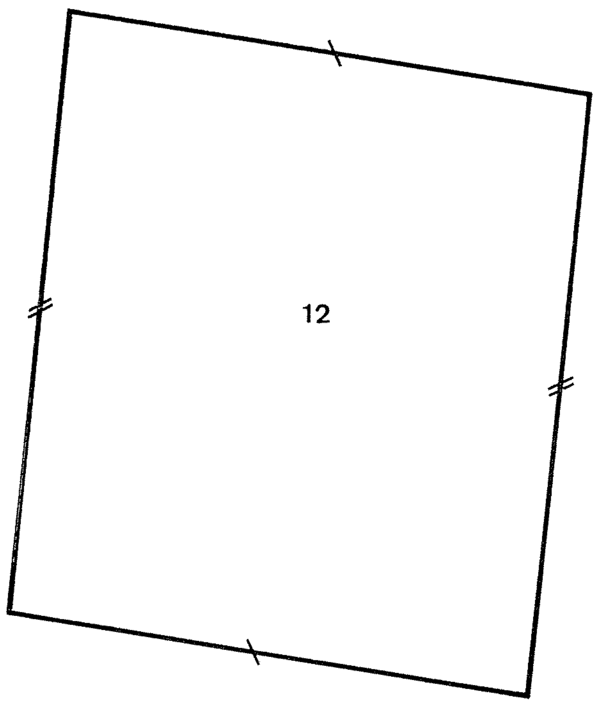
## Enveloppe n° III

**3** : triangle rectangle
**7** : rectangle (petit)
**12** : parallèlogramme quelconque
**13** : trapèze "presque" rectangle



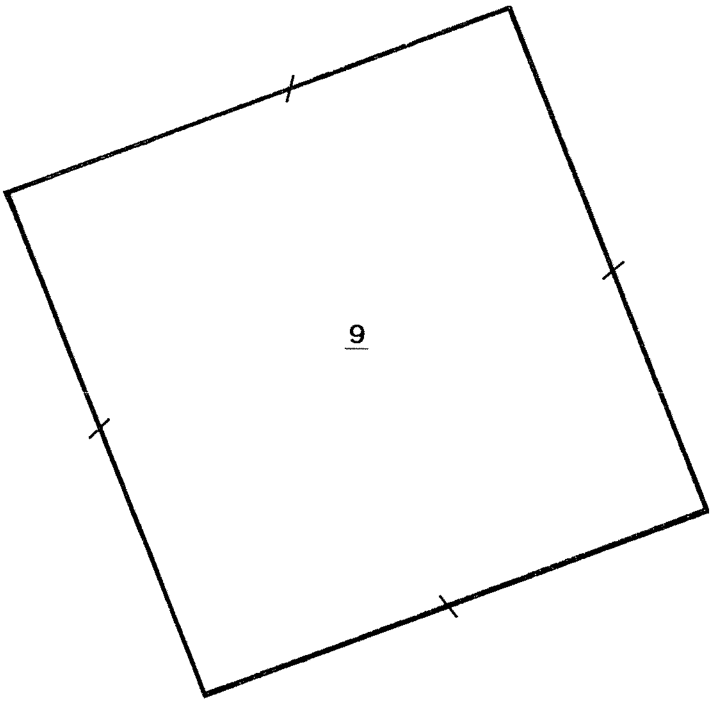



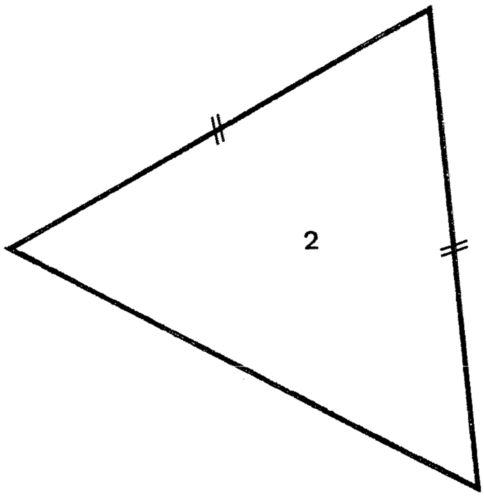



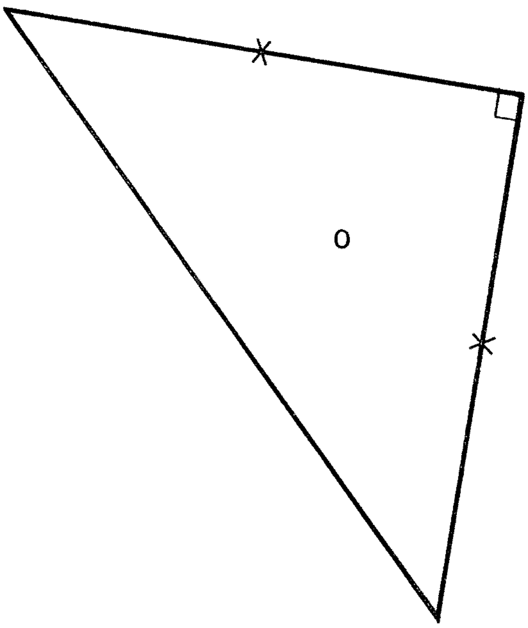



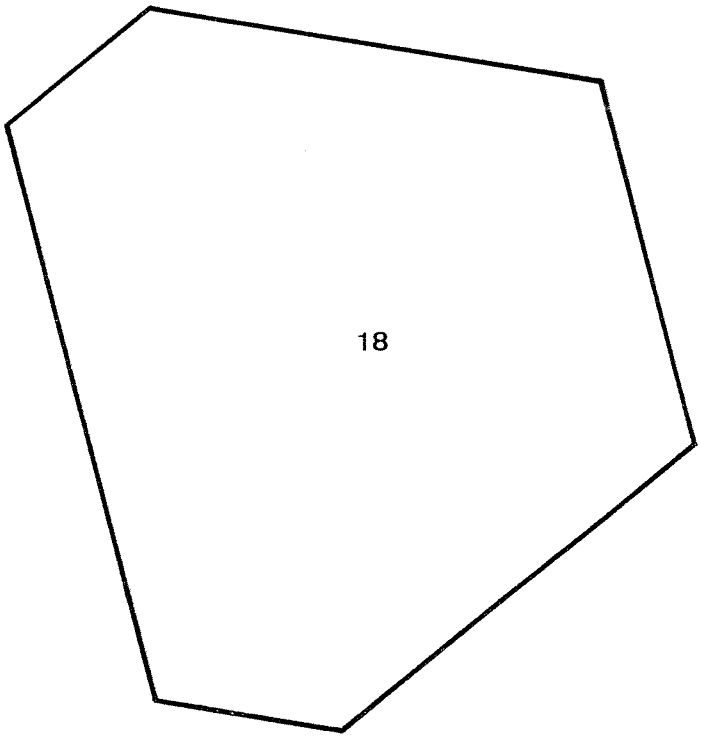
## Enveloppe n° IV

0 : triangle rectangle isocèle
2 : triangle isocèle
9 : losange (petit)
18 : hexagone non régulier



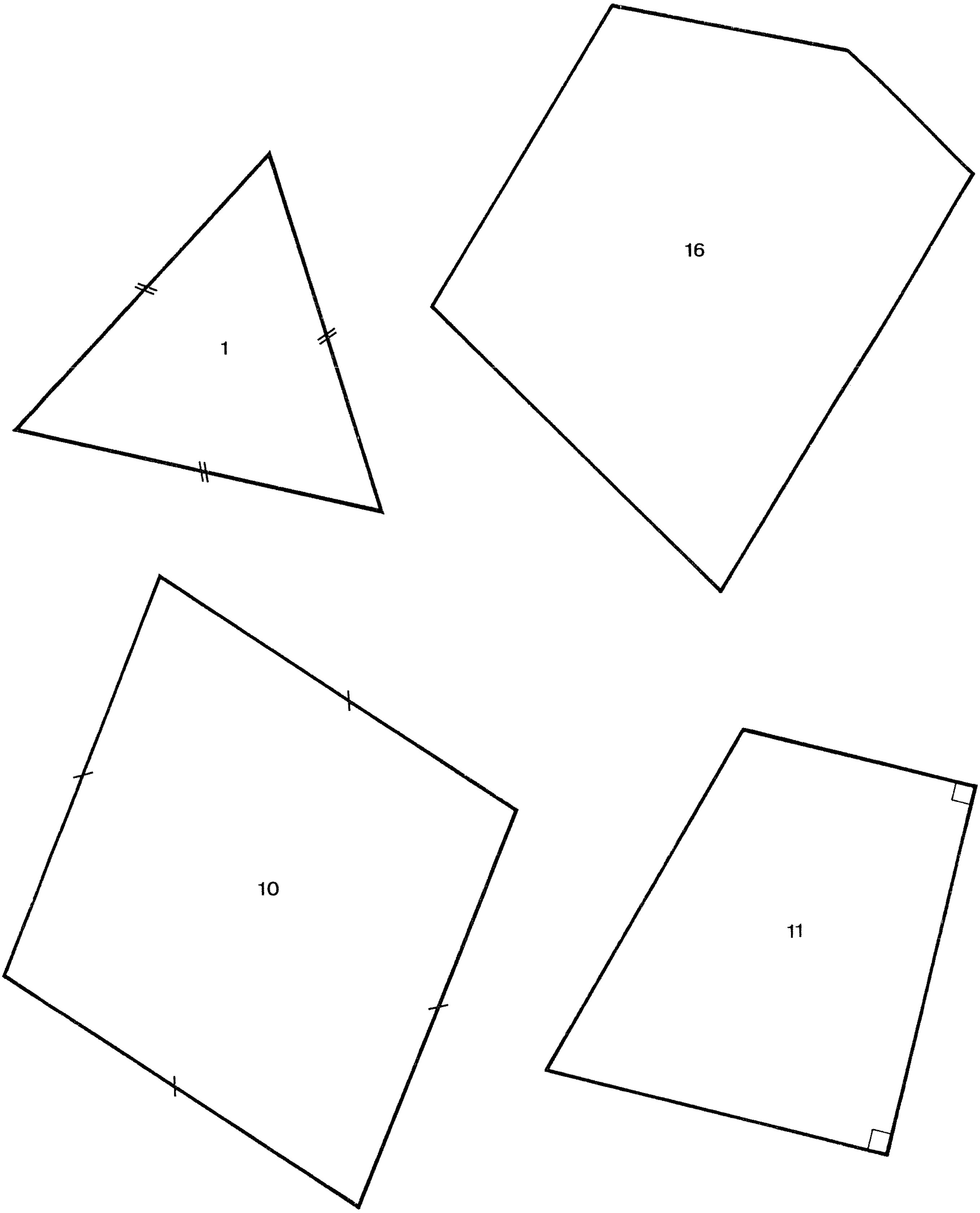



## Enveloppe n° V

**1** : triangle équilatéral
**10** : losange (grand)
**11** : trapèze rectangle
**16** : pentagone non régulier



## SECTIONS PLANES DU CUBE : I. "Silhouettes" pleines

*Quels types de polygones peut-on obtenir en coupant un cube par un plan?*

| N° | Réponse: OUI/NON | Justification éventuelle: |
|---|---|---|
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |
| 12 | | |
| 13 | | |
| 14 | | |
| 15 | | |
| 16 | | |
| 17 | | |
| 18 | | |

SECTIONS PLANES DU CUBE : II. "Silhouettes" évidées

*Quels types de polygones peut-on obtenir en coupant un cube par un plan?*

| N° | Réponse: OUI/NON | Justification éventuelle: |
|---|---|---|
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |
| 6 | | |
| 7 | | |
| 8 | | |
| 9 | | |
| 10 | | |
| 11 | | |
| 12 | | |
| 13 | | |
| 14 | | |
| 15 | | |
| 16 | | |
| 17 | | |
| 18 | | |

## II. "Silhouettes" évidées

On distribue ensuite aux élèves des pochettes contenant chacune quatre cartons (un support plastifié est vivement conseillé...) où les polygones ont été évidés. Ces polygones sont les mêmes que pour les silhouettes pleines mais on a constitué les pochettes différemment :

Pochette **A** : n° 1 - 3 - 8 - 18 ; Pochette **B** : n° 2 - 7 - 11 - 17 ;
Pochette **C** : n° 0 - 9 - 10 - 18 ; Pochette **D** : n° 4 - 6 - 12 - 15 ;
Pochette **E** : n° 5 - 13 - 14 - 16.

La question posée reste la même et les élèves disposent d'un nouveau tableau pour y répondre.

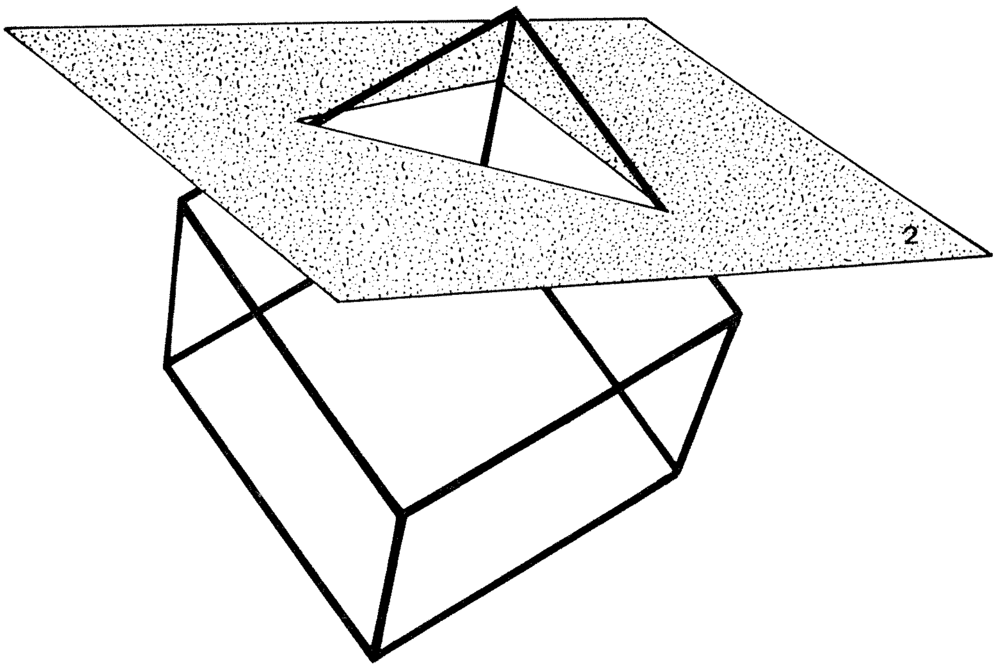
Cette fois cependant ils ont la possibilité de manipuler le cube en essayant de le faire "rentrer dans" le carton évidé. L'intérêt est double car le support rigide (carton ou plastique) permet de matérialiser le ***plan*** d'intersection avec le cube tout en faisant apparaître, en contre-jour par exemple, l'***intersection*** de ce plan avec le cube lorsque cela est le cas.
Cet aspect visuel a permis sans aucun doute à un bon nombre d'élèves de donner un sens à la notion de section plane et de constater que l'on obtient toujours une "figure fermée".

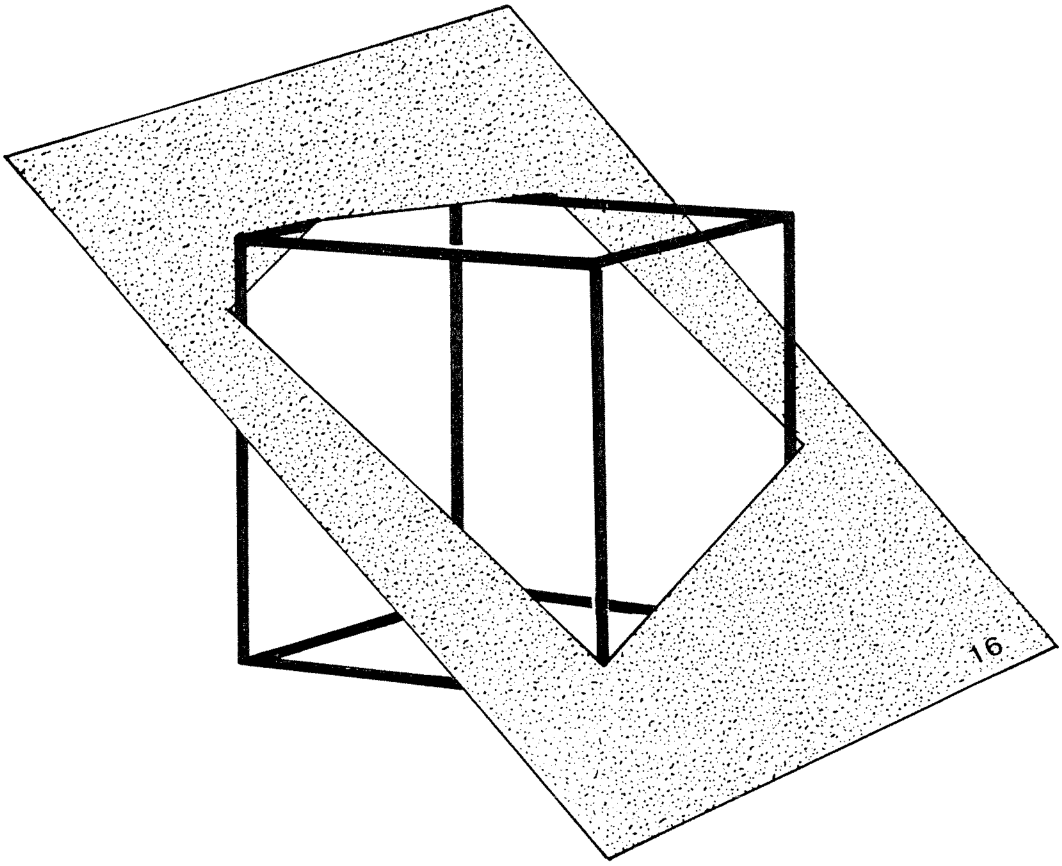
Cette deuxième phase a également permis de mieux repérer les polygones "impossibles" en dégageant les remarques suivantes :

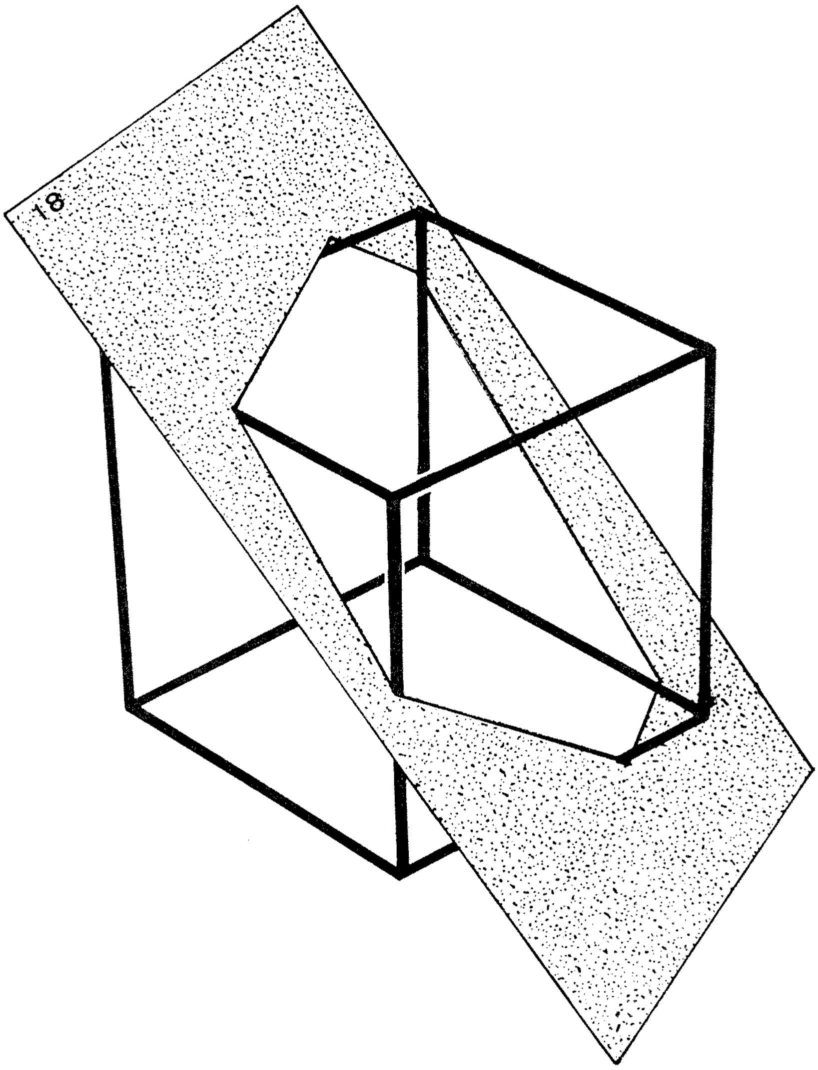
- on ne peut obtenir n'importe quel polygone : lorsque ce n'est pas un triangle, il a nécessairement des côtés parallèles.

- on ne peut obtenir un triangle rectangle ni un trapèze rectangle qui ne soit un rectangle.

*Cette dernière remarque n'est pas apparue "évidente" à tous les élèves. On peut alors faire démontrer que si une section plane du cube a un angle droit, alors elle en a quatre c'est-à-dire que c'est un rectangle (voire un carré). Pour cela il faudra faire découvrir aux élèves que si la section plane d'un cube a un angle droit alors l'un au moins des côtés de cet angle est parallèle à une arête du cube d'où cette section a nécessairement deux côtés situés dans des faces parallèles du cube, ce ne peut donc pas être un triangle etc...*




16

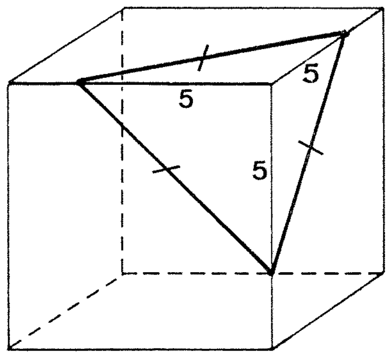

18

## *"entre-nous"*

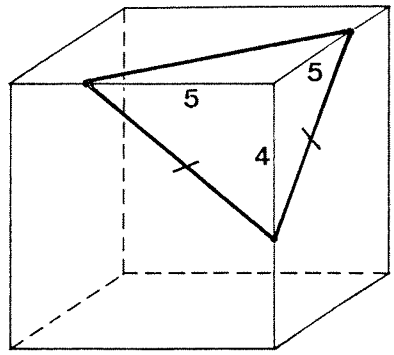
Les figures ci-dessous indiquent comment l'on a obtenu les différents polygones, car cela serait vraiment surprenant qu'aucun élève ne pose la question de savoir comment l'on a "*fabriqué ces polygones*"...

### TRIANGLES

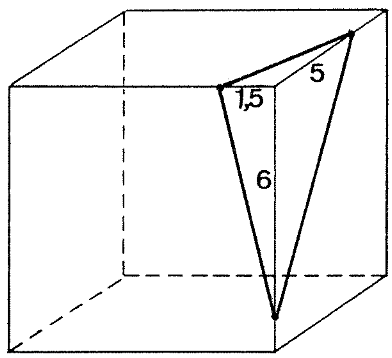
* <u>Triangles impossibles</u> : les triangles rectangles **0** (isocèle) et **3**



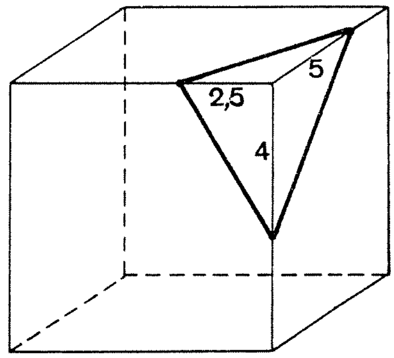

**1** : triangle équilatéral




**2** : triangle isocèle




**4** : triangle "presque" rectangle

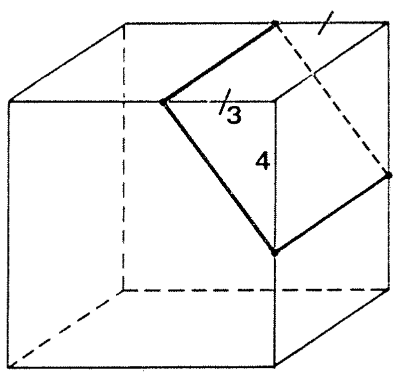



**5** : triangle quelconque

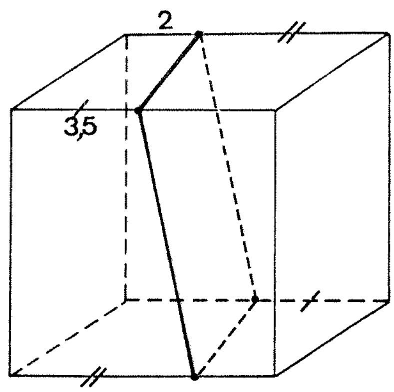
### QUADRILARERES

* <u>Quadrilatère impossible</u> : le trapèze rectangle n° **11**.

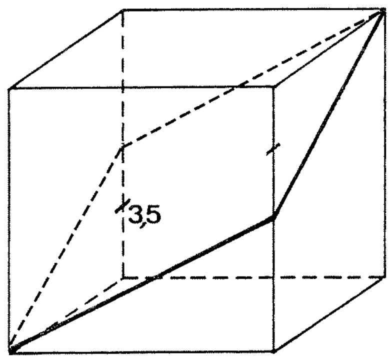
* **6** : carré de 7 cm de côté **8** : grand rectangle de 7 sur $7\sqrt{2}$ cm.



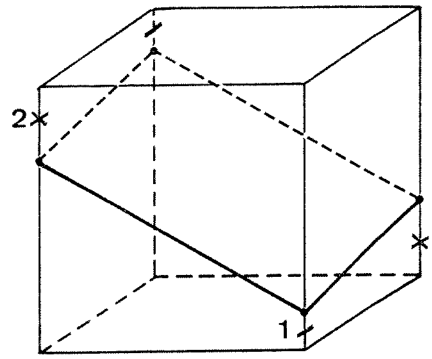

**7** : rectangle (petit)



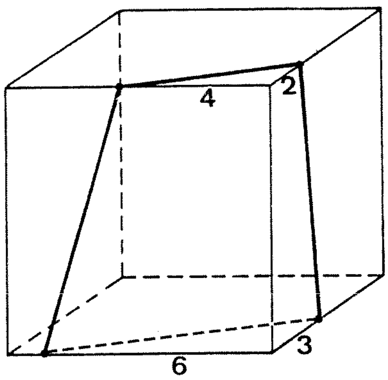

**9** : losange (petit)



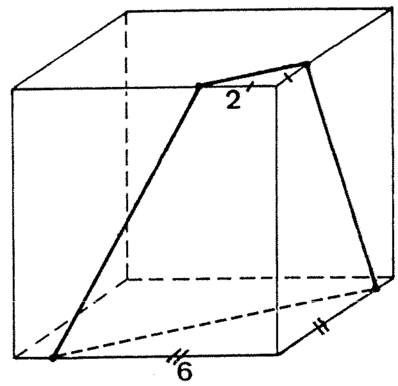

10 : losange (grand)




12 : parallèlogramme quelconque



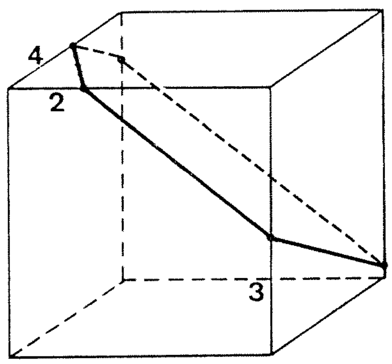

13 : trapèze "presque" rectangle



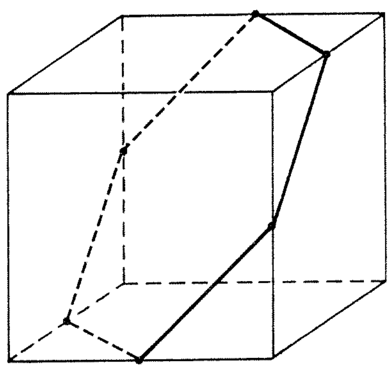

14 : trapèze isocèle

## PENTAGONES ET HEXAGONES

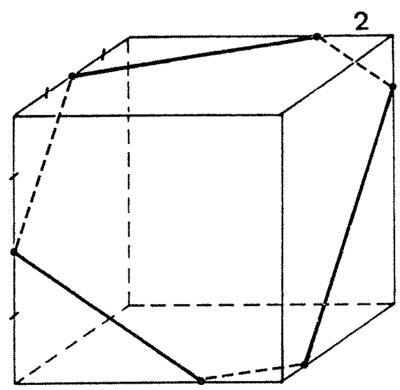
* Pentagone impossible : le n° **15** (pentagone régulier)




16 : pentagone non régulier



17 : hexagone régulier




18 : hexagone non régulier

Quelques commentaires:
- De prime abord, pour la plupart des élèves: *«si on coupe un cube, cela donne toujours un angle droit»*. D'où des erreurs d'appréciation concernant les n°0, 3 et 11. C'est particulièrement net en ce qui concerne le trapèze rectangle (n°11) où les élèves ont répondu par l'affirmative à l'unanimité quelque soit la silhouette!
- Le passage aux silhouettes évidées a permis cependant de corriger certaines erreurs, notamment celles concernant le pentagone régulier (n°15) mais de manière encore plus nette pour les n°10 et 18 où la tendance s'est complétement inversée passant d'un "NON" à l'unanimité à un "OUI" tout aussi unanime!

## B RÉALISONS !

Le but de cette deuxième phase est d'initier les élèves à la ***représentation en perspective cavalière de la section d'un solide par un plan*** (défini le plus souvent par trois points non alignés).

### Description des exercices

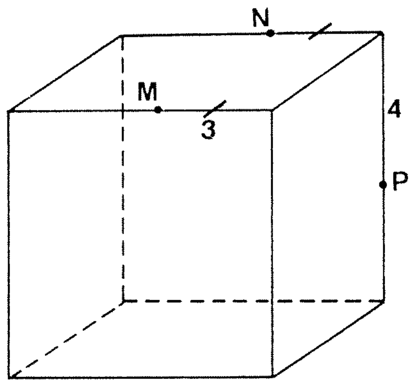
Le professeur dessine, au tableau, un cube en perspective cavalière représentant un cube d'arête 7 cm, c'est-à-dire représentant le cube que les élèves ont en leur possession, et sur lequel il place trois points M, N et P. Il s'agit dans chaque cas pour les élèves de :

- reproduire ce dessin en respectant les cotes indiquées au tableau
- représenter l'intersection du plan (MNP) avec le cube
- construire cette intersection en vraie grandeur en utilisant la règle et le compas.

### I Exercices préliminaires.

(pour se familiariser dans l'utilisation des propriétés liées au parallélisme et à l'orthogonalité)

Énoncé n° 1 :




Il faut noter de suite que certains élèves ont eu du mal à "démarrer" ne sachant trop comment s'y prendre...
C'est hélas trop souvent le cas des élèves qui, lorsqu'ils sont confrontés à une situation nouvelle, renoncent assez vite en se disant «on ne l'a jamais vu donc je ne sais pas le faire»...

Quelques "stratégies" :

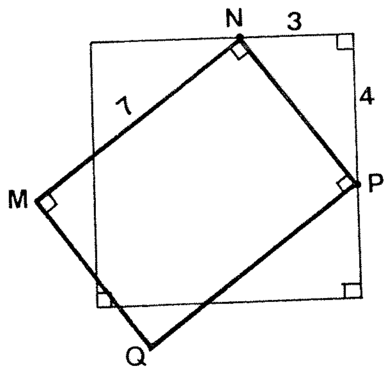
* certains élèves tracent, sur le dessin, les deux intersections "évidentes" c'est-à-dire les segments [MN] et [NP] puis :
  - quelques uns restent bloqués...
  - d'autres tracent une parallèle à (MN) mais ne savent pas expliquer pourquoi...
  - par contre certains qui n'y avaient pas "pensé" trouvent une explication satisfaisante...

* quelques uns placent les points M, N, P sur le cube transparent puis tracent les segments [MN] et [NP] et raisonnent directement sur le cube (cela leur permet, par exemple, de "*voir*" que (MN) et (NP) sont perpendiculaires puis de le démontrer)...

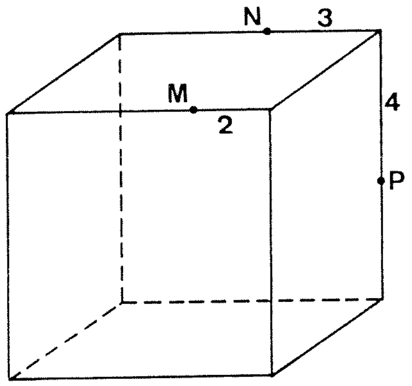
Mais pratiquement aucun élève ne pense à utiliser le parrallélisme des faces "avant" et "arrière" du cube...

dessin en vraie grandeur : on obtient le rectangle n°7.

*(échelle 1/2)*




Énoncé n° 2 :

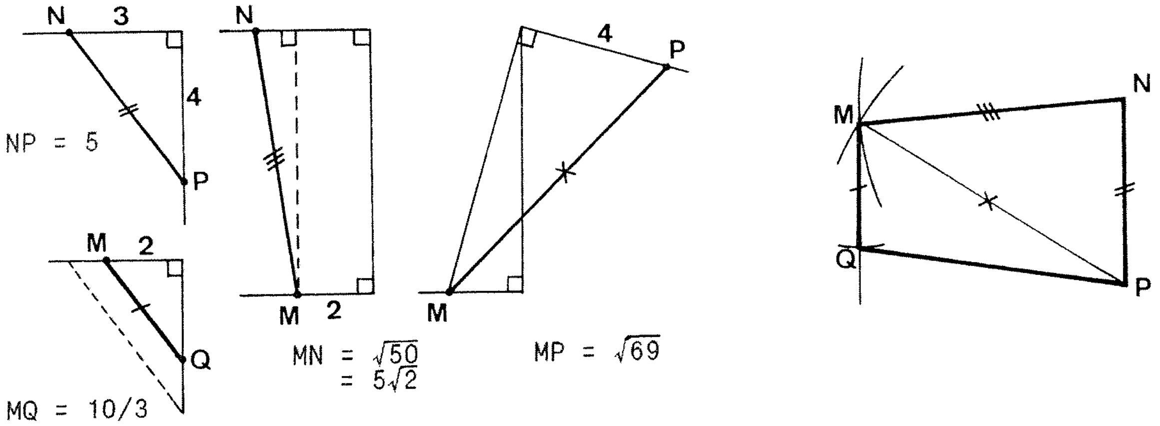



Dans ce deuxième exercice, les élèves doivent cette fois utiliser le parrallélisme des faces "avant" et "arrière" du cube...

*Le but recherché avec ce type d'exercices, que l'on peut rapprocher du n°6 traité en T.D., est que les élèves dégagent progressivement l'utilisation du parallélisme comme un atout important dans le tracé en perspective cavalière.*

dessin en vraie grandeur :

Il s'agit ici de "*voir dans le solide*" des figures planes usuelles, principalement des triangles rectangles, permettant de tracer sans aucune approximation les segments nécessaires à la construction en vraie grandeur. Par exemple *(à l'échelle 1/2)* :

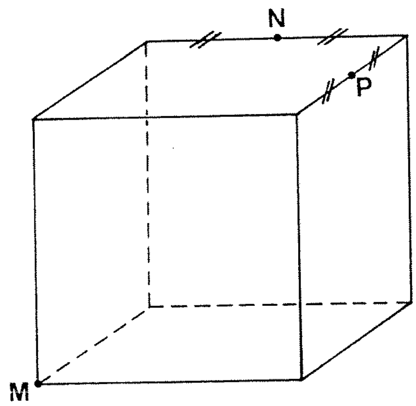



Remarque : *arrivé à ce stade, cela peut être l'occasion d'indiquer comment obtenir les quadrilatères utilisés en activité préliminaire et décrits pages précédentes.*

## II Tracé "hors solide".

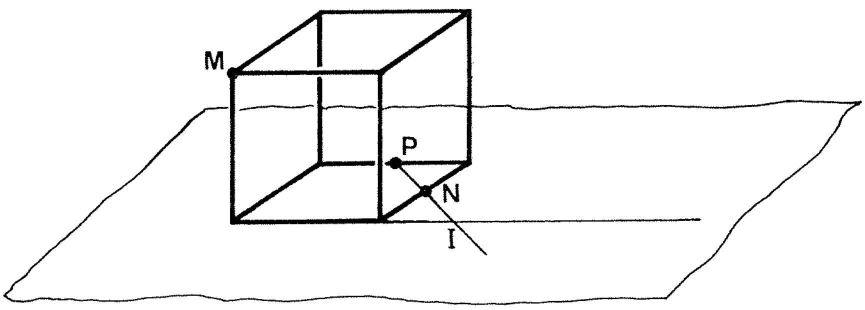
La difficulté principale pour nos élèves est de savoir ***"sortir du solide"*** lorsque cela est nécessaire, méthode qu'ils trouvent souvent "parachutées" par nous les professeurs.
D'où l'idée de leur faire découvrir par eux-mêmes cette *technique*, grâce aux cubes transparents sur lesquels ils peuvent dessiner (à l'aide de feutres lavables par exemple), et sans doute ainsi mieux se l'approprier pour pouvoir ensuite la réinvestir à d'autres solides que le cube tels que tétraèdres, parallélépipèdes...

Énoncé n° 3 :




Après avoir tracé le segment [NP] aussi bien sur leur dessin en perspective que sur leur cube transparent, un bon nombre d'élèves finissent par se rendre compte qu'il va falloir "innover" et l'on peut noter cette fois ci que pratiquement aucun élève ne reste inactif.

Ainsi dans un groupe, un élève a eu l'idée d'utiliser la transparence de son cube en le plaçant sur une feuille ... et après avoir prolongé le segment [NP] sur cette feuille a fini par prolonger également une arête du cube sécante à (NP)...

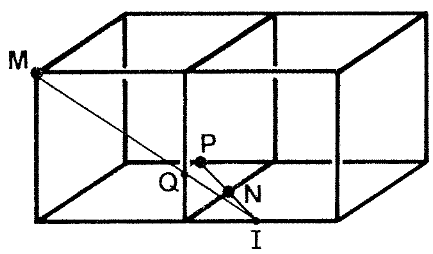



*Cependant malgré ce "coup de génie" il reste encore à "revenir" au cube en reliant le point M au point d'intersection obtenu sur la feuille ... d'où l'idée d'utiliser une nouvelle feuille, perpendiculaire à la précédente, mais cela n'est guère pratique ..., alors on demande l'aide du voisin...*

Mais durant cette phase de recherche, comme les différents groupes "épient" ce que font les autres, cela amène de nouvelles idées ... notamment celle qui consiste à mettre les cubes d'un même groupe en commun et à les assembler côte à côte...(c'est bien connu, l'union fait la force...!) et alors cela devient "facile"... il suffisait d'y penser!

Exemple en accolant deux cubes :

- on trace le segment [NP] sur un premier cube que l'on prolonge sur le deuxième cube
- on se retrouve sur la face contenant le point M que l'on joint : on obtient ainsi le point Q sur le cube de départ
- on peut tracer le segment [NQ] sur le premier cube

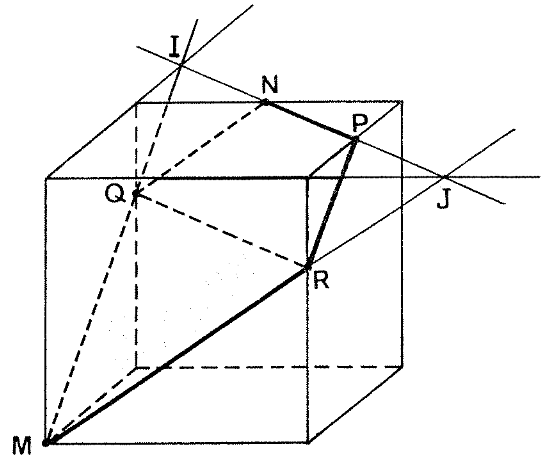


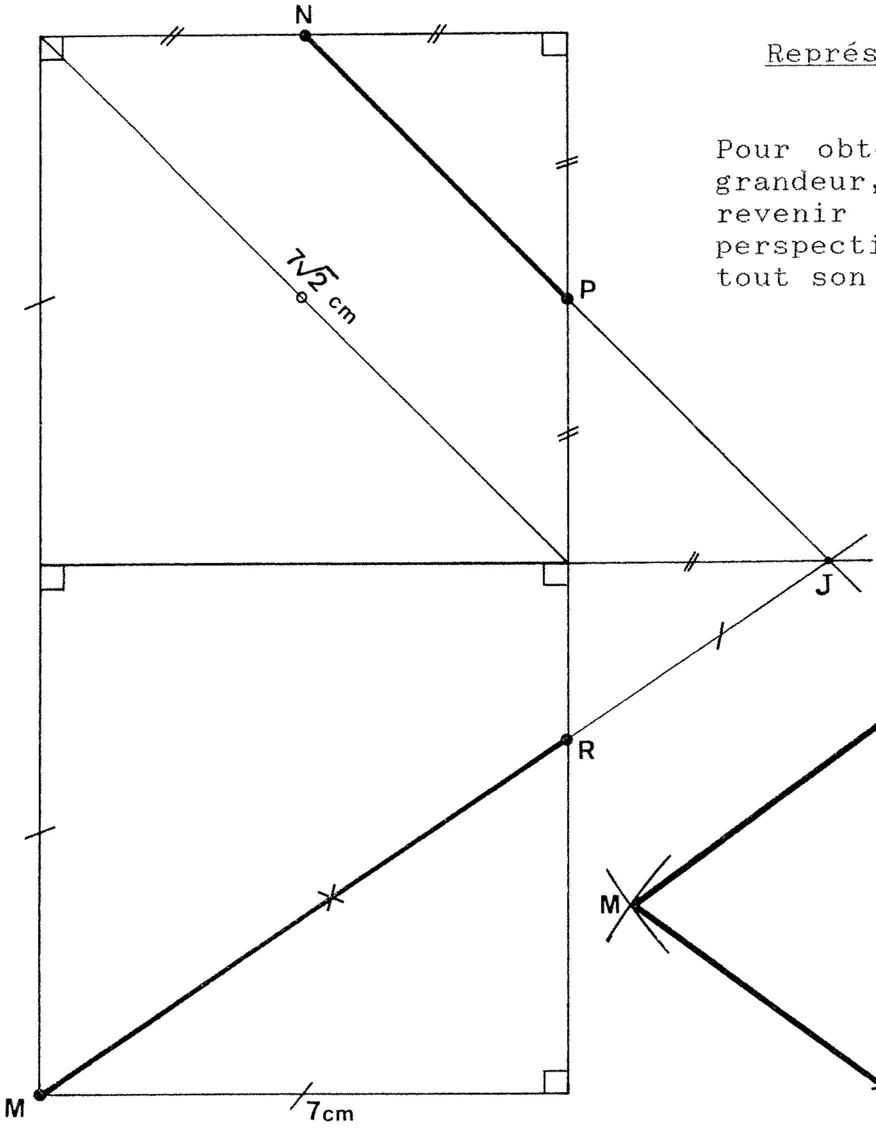

- on recommence en accolant différemment les deux cubes...

## Représentation en perspective cavalière

Peu enclins à dessiner un deuxième cube et à fortiori un troisième, les élèves découvrent alors assez vite qu'il suffit de prolonger les arêtes pour "passer d'une face à l'autre du cube"...

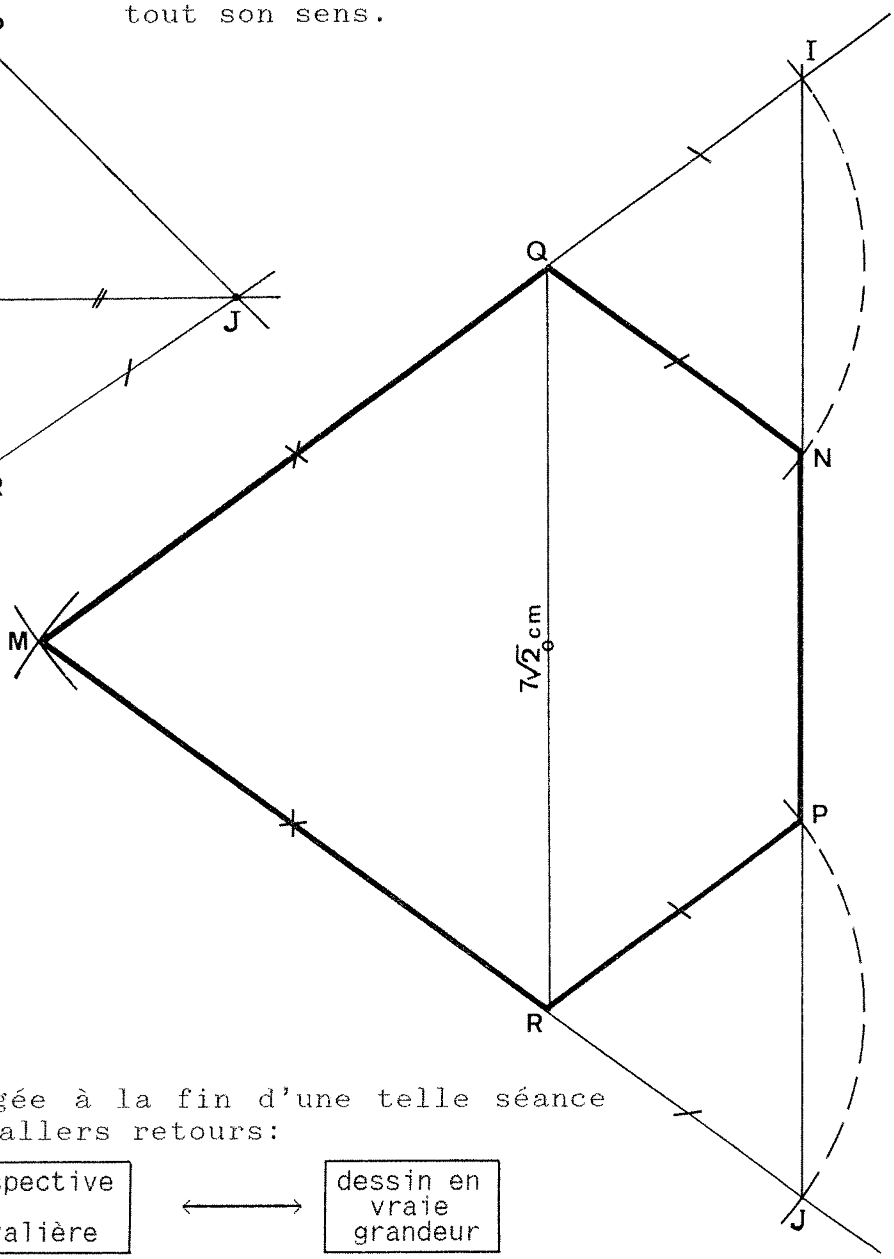
Ce qui donne, par exemple, le dessin ci-contre à l'échelle $\frac{1}{2}$.




## Représentation en vraie grandeur

Pour obtenir l'intersection en vraie grandeur, les élèves se voient revenir régulièrement au dessin en perspective cavalière qui prend ainsi tout son sens.




La "*stratégie gagnante*" dégagée à la fin d'une telle séance consiste donc en une suite d'allers retours:

maquette (cube) ⟷ perspective cavalière ⟷ dessin en vraie grandeur

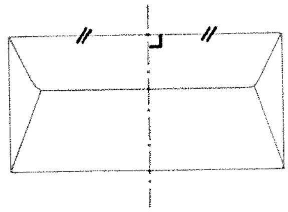
En cas de doute pour le dessin en vraie grandeur, certains élèves reviennent même au cube (qui s'appelle "revient"...).

## ACTIVITÉ de REPLI...

### Avec une enveloppe!

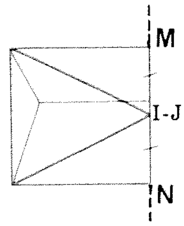
La plupart des sociétés utilisent pour leur correspondance, des enveloppes qui sont deux fois plus longues que larges (format 22 x 11, en cm).

1° Après avoir collé le dos d'une telle enveloppe, la couper en deux comme le montre le dessin ci-contre.



a) Quelle est la forme de chacune des parties obtenues?

Sur une des parties obtenues, marquer les plis comme indiqués ci-contre. Amener M et N en coïncidence en écartant I et J.




b) Quel solide obtient-on ainsi? Le décrire et le représenter en perspective cavalière.

c) Justifier que deux arêtes opposées de ce solide sont orthogonales.

2° On se propose de calculer, en cm³, le volume de ce solide.

a) Déterminerl'intersection de ce solide avec le plan médiateur de l'une de ses arêtes puis la représenter en vraie grandeur.

b) En déduire la hauteur de ce solide puis son volume en cm³.

3° a) Réaliser un patron de l'un des "demi-solides" obtenus en coupant ce solide avec le plan médiateur de l'une de ses arêtes.

b) Construire deux "demi-solides" et reconstituer le solide de départ.

---

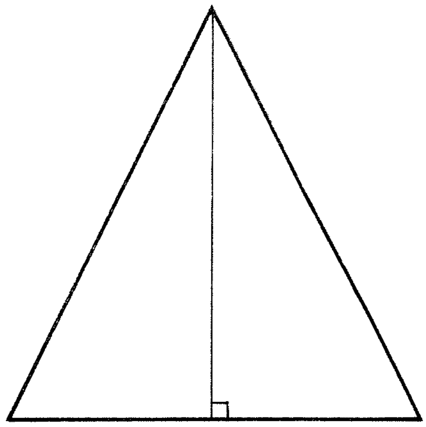
**Objectifs**

*Principalement* ***voir dans l'espace****, mais aussi:*

- *mise en oeuvre des propriétés d'orthogonalité vues en cours,*
- *section d'un solide par un plan,*
- *dessiner en vraie grandeur,*
- *calcul de volume,*
- *réalisation d'un patron et d'une maquette.*

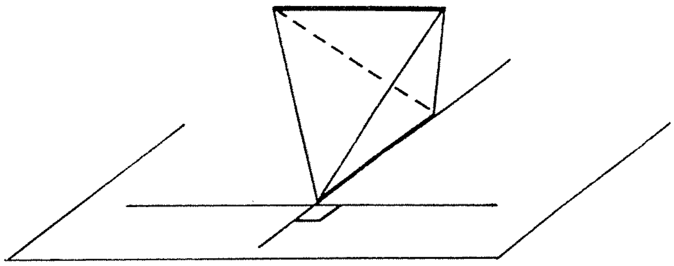
## Commentaires

1°b) On obtient un tétraèdre constitué de quatre faces identiques: des triangles isocèles dont la base et la hauteur ont la même longueur 11 cm.



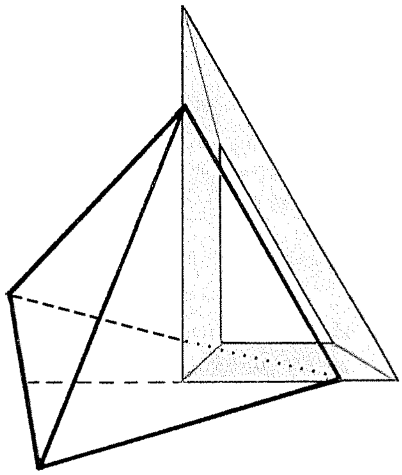
échelle ½

1°c) En faisant "reposer" le tétraèdre sur l'une de ses arêtes de telle façon que l'arête opposée soit dans un plan parallèle au support sur lequel est posé le tétraèdre (le dessus de la table ou du bureau), on peut faire "voir" que ces arêtes ont effectivement des directions orthogonales.



La démonstration est classique.

2° On peut profiter du fait que ce tétraèdre possède une ouverture pour y glisser une équerre (comme indiqué sur le dessin ci-contre), ce qui permet de visualiser la hauteur et de trouver une valeur approchée de celle-ci avant d'effectuer le calcul. De plus, en utilisant comme modèle d'équerre un demi-triangle équilatéral, on peut faire "découvrir" du parallélisme, d'où un angle de 60° etc...



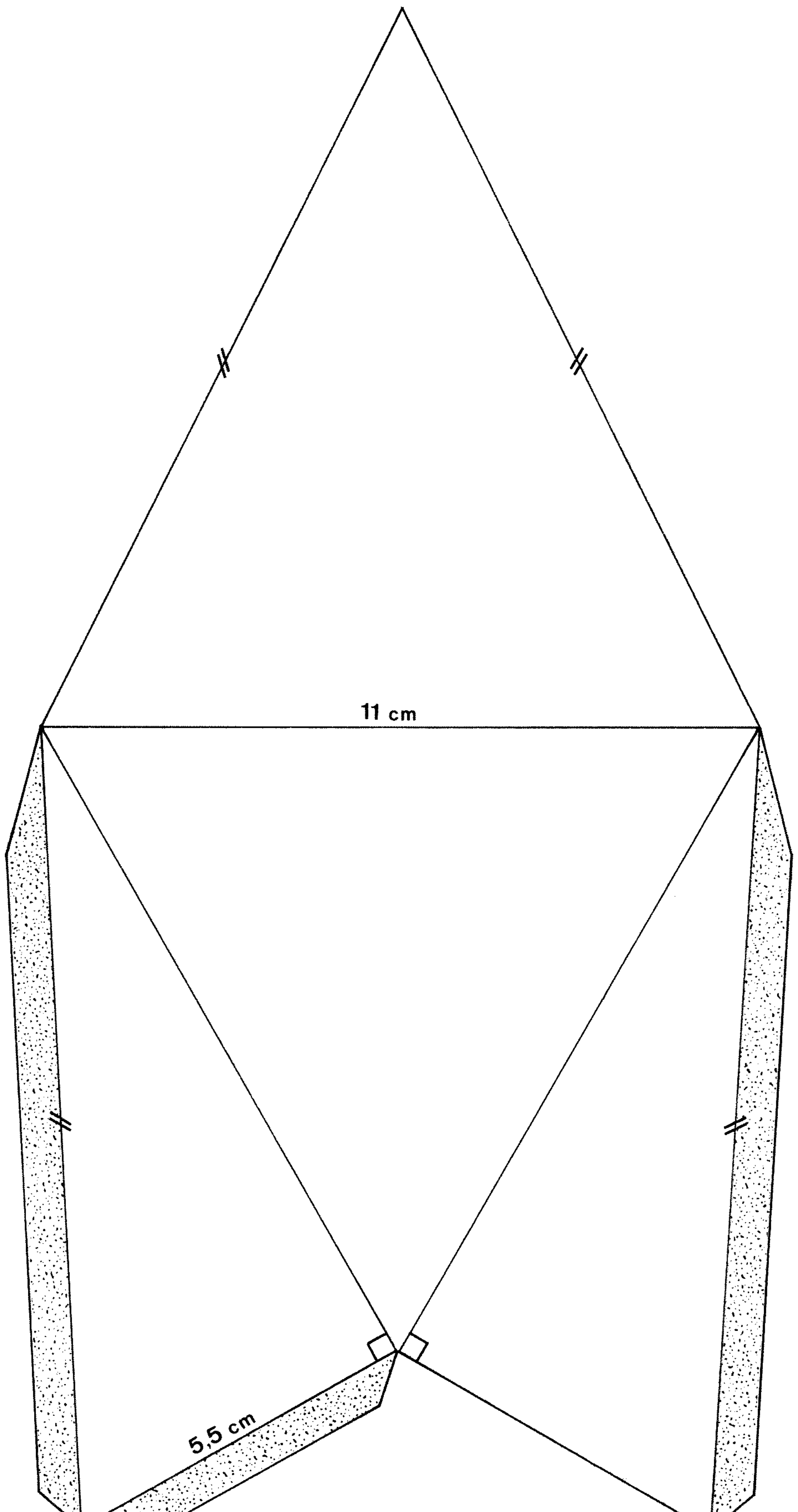
- L'intersection est un triangle équilatéral de côté 11 cm. La hauteur du tétraèdre, en cm, est donc égale à $11\sqrt{3}/2$ (≈ 9,5 cm).

- Une fois l'intersection représentée en vraie grandeur, on peut la découper dans du carton rigide et la glisser à l'intérieur du tétraèdre, ce qui permet de bien matérialiser cette intersection (et de vérifier pour les plus septiques...). La partie évidée peut alors être utilisée comme dans l'activité précédente pour matérialiser le plan d'intersection...

3°b) Cela permet de visualiser le tétraèdre coupé par un plan et de donner un sens à la notion de *section* ou de *plan de coupe*. En même temps, cela peut aider à comprendre que la section plane d'un solide est toujours une "figure fermée".

Remarque: ceux qui veulent *y voir plus clair* encore pourront se fabriquer une "demi-enveloppe" à partir d'une pochette transparente en plastique souple...

Patron du demi-tétraèdre



**Titre**: DES SOLUTIONS POUR GÉRER LA CLASSE DE SECONDE. (suite)

**Auteurs**: Jean DREYER, Suzy HAEGEL, Jean-Pierre RICHETON.

**Mots-clés**: Activité - Narration de recherche - Logiciels.
Organiser - Exploiter.
Transformer - Observer - Démontrer.

**Résumé**: Nous avons voulu rendre service au professeur de seconde, expérimenté ou débutant, qui souhaite disposer de séquences d'apprentissage, testées depuis quelques années déjà dans nos classes. en prévoyant la place de l'enseignement modulaire pour une meilleure articulation **classe entière** ("cours")/**modules/travaux dirigés.**
Cette deuxième brochure vient compléter celle parue en 1993/94 de façon à couvrir le plus largement possible le programme de seconde.

**Sommaire**:



**Public concerné**: Professeurs des Lycées.

**Editeur**: IREM de Strasbourg (Brochure S. 162)