GEORGES REEB ET L'UPR "FONDEMENTS DES SCIENCES"

A propos d'un procès visant à la fois l'Analyse Non Standard et l'intuitionnisme

Hervé BARREAU

Directeur de Recherche au C.N.R.S.

Pendant vingt ans, Georges Reeb a été un fidèle participant des différents Séminaires qui se sont tenus dans le cadre des "Fondements des Sciences". Mais, pendant les douze dernières années de sa vie, il a été bien davantage : il a assuré le leadership moral du Séminaire "Mathématiques pures et appliquées", qui fut certainement le Séminaire le plus original de l'UPR (1) (d'abord E.R. (2)) "Fondements des Sciences" du CNRS, laquelle a succédé, à partir de 1982, à l'ancienne R.C.P. (3) du même nom. Cette formation, il m'avait encouragé à en demander la création. A ce sujet je me souviens encore d'une conversation qui fut très brère, car toutes les conversations que j'eus avec Reeb furent brèves, même si elle furent parfois entrecoupées de longs silences, comme lors de notre retour du Colloque de Cerisy-La-Salle, dans sa voiture, en septembre 1990. C'était donc en avril 1982, sous la pluie, Place de l'Université, à Strasbourg : il voulut me faire comprendre qu'il fallait que les "Fondements des Sciences" passent à une vitesse supérieure. Je ne demandais bien sûr que cela, mais encore nous fallait-il des alliés : Pierre Cartier le fut pour la branche mathématique, comme Bernard Metz s'en chargea pour les sciences de la vie, tandis que René Taton, dont je me suis toujours émerveillé qu'il ait fait confiance à un philosophe, voulut bien promouvoir une équipe de recherche en épistémologie et en histoire des sciences. C'était donc en 1982, quand l'avenir semblait sourire à une discipline que la section de Philosophie au CNRS avait eu la bonne fortune d'abriter.

Les orages ne tardèrent pas à venir. Certes l'examen "à deux ans" (4) fut très positif dans les sections de Philosophie et de Physiologie, mais il fut sévèrement répressif en Mathématiques. J'ai gardé, dans les Archives, la fameuse motion n° 6 de la Commission 03 du Comité National, session d'automne 1984, qui énonçait une condamnation dans les termes inimitables qui sont ceux de tribunaux de ce genre : "La Commission 03 émet des réserves très sérieuses sur les thèses présentées par Monsieur Barreau et, sauf évolution positive, ne voit pas comment elle pourra renouveler son soutien à cette formation. Oui 20, Non 0, Abstention 0". Le secrétaire de la Commission, auteur présumé de la dite motion, se garda

(1) Unité Propre de Recherche.
(2) Equipe de Recherche.
(3) Recherche Coopérative sur Programme.
(4) Une Unité de Recherche est créeée pour 4 ans. A mi-parcours il y a un examen.

bien de m'en informer, si bien que je ne pris connaissance de l'incident que bien plus tard, quand le compte-rendu officiel me parvint. Bien entendu les thèses incriminées n'étaient pas les miennes (je ne les aurais pas formulées moi-même de cette façon); je m'étais borné, après de nombreuses discussions, à leur donner la forme impersonnelle et un peu énigmatique qui oblige le contradicteur à n'en fournir qu'une caricature, s'il entreprend de les démolir, et qui sert de repérage utile dans un groupe de recherche. Ces thèses et questions étaient au nombre de 12, et voici les 5 premières :

1. La théorie de Nelson (IST [5]) expose le vrai Calcul infinitésimal.
2. Non seulement Leibniz et Carnot sont de brillants précurseurs de Nelson, mais on ne trouve chez eux aucune contradiction avec ce dernier.
3. Skolem, Gödel et les logiciens qui ont élaboré la Théorie des Ensembles sont les inspirateurs insignes du mouvement qui s'est concrétisé chez Robinson et Nelson (IST).
4. Intuitionnisme et Formalisme doivent se réconcilier, contrairement à ce qui fut le cas dans le passé. Ce sont deux manières "complémentaires" d'aborder l'objet mathématique.
5. La perspective de cette réconciliation implique une saine vision de l'IST de Nelson.

Encore aujourd'hui, il me semble que rien de plus raisonnable et de plus consensuel n'est sorti du Séminaire "Mathématiques pures et appliquées". Mais sous la plume du Rapporteur, qui prit soin de ne pas emprunter la forme brutale qui convient à une Motion, ces thèses, qui avaient un parfum d'originalité, bien propre à justifier l'existence d'une nouvelle équipe de recherche, prenaient l'allure "apologétique" qui, comme on le sait, est l'arme la plus sûre de dérision dans les débats scientifiques. Voici donc ce Rapport qui est le digne précurseur de la Motion n° 6 :

"*Les préoccupations de l'E.R. "Fondements des Sciences" sont très électiques. Pour la part qui relève de la compétence de notre Commission, il s'agit quasi-exclusivement d'une étude épistémologique, avec certains aspects historiques et didactiques, de l'Analyse Non Standard (ANS).*

Ce choix d'une branche marginale de la discipline s'accompagne d'une volonté explicite de promouvoir l'intuitionnisme en tant que doctrine opposée au formalisme dominant dans les mathématiques contemporaines. Cette approche conduit naturellement à une attitude plus apologétique qu'objective, ainsi qu'en témoignent les douze thèses et questions qui constituent le noyau central de réflexion de la sous-équipe "Mathématiques pures et appliquées" (voir les thèses n° 1 à 5 notamment, dans le rapport scientifique ci-joint).

Le rapporteur est dans ces conditions amené à formuler des réserves sur l'activité scientifique de cette formation."

Le Rapporteur avait sans doute prévu qu'un de ses complices suggérerait la

[5] Internal Set Theory.

transformation de ses propres "réserves" en "réserves très sérieuses". Le choix des qualificatifs utilisés dans le Rapport était bien propre, en effet, à susciter la surenchère dans l'indignation vertueuse et collective, qui semble être le prix social, assez souvent risible, à payer pour garantir l'honnêteté scientifique de la grande majorité des membres des Commissions du CNRS. Les conversations que j'ai eues avec quelques membres de la Commission en question m'assurent que je n'exagère en rien l'honnêteté, doublée d'une certaine naïveté, de ces honorables collègues.

Reste qu'il fallait réagir. Reeb me conseilla de prendre l'avis de Cartier, avec qui j'eus une longue conversation dès septembre 1985. La conduite à tenir était simple : il fallait demander une entrevue au Directeur Scientifique du Département et le prier, ainsi que le Président de la Commission, de faire nommer un nouveau Rapporteur à la prochaine session. J'eus la chance d'obtenir satisfaction sur ces deux points. Et l'E.R. eut la chance (relative) que le nouveau Rapporteur désigné ait été Alain Connes, Médaille Field, bien connu pour son antipathie pour l'ANS, qui lui avait fait perdre un temps précieux dans ses recherches néanmoins couronnées de succès.

Le Rapport d'Alain Connes fut, bien entendu, à la hauteur de sa réputation. Le voici (avec quelque incertitude due à une reprographie fautive en ce qui concerne le dernier paragraphe, dont le contenu est du reste le moins "scientifique") :

"*Pour la part qui relève de la section 03, l'activité de recherche de l'équipe "Fondements des Sciences" est centrée autour de l'Analyse non standard. Comme il s'agit d'une théorie séduisante, en particulier par le sens qu'elle donne à la notion d'infiniment petit il me semble nécessaire de mettre en évidence les points suivants :*
(1) Le vice principal de l'analyse non standard est qu'il est **impossible** *d'expliciter un seul nombre non standard, c'est un théorème mathématique. On peut parler de l'ensemble de ces nombres mais leur utilité en tant qu'entité mesurable est nulle.*
(2) La séduction de l'analyse non standard est due en grande partie à la création d'un vocabulaire suggestif; la géométrie différentielle s'est bien gardée de céder à cette tentation, ce qui aurait été facile par exemple dans la théorie des solutions asymptotiques aux équations différentielles.
(3) Il existe un outil puissant : les ultraproduits, qui permet d'exploiter au maximum l'axiome de choix, il est peu connu des mathématiciens et l'analyse non standard est **strictement** *contenue dans son utilisation.*
Il me semble que la vulgarisation de l'analyse non standard peut rendre service en faisant connaître (3) mais devrait prévenir de (2)... Mais l'équipe est à voir avant la décision définitive."

On doit reconnaître à Alain Connes le mérite de ne s'être pas fait trop prier pour venir lui-même à Strasbourg, où il rencontra le Séminaire dans une réunion mémorable du 4 mars 1986. Au cours d'une séance qui dura trois heures, le visiteur put s'assurer du sérieux des chercheurs qui étaient réunis là. Il faut ajouter que les persécutions cessèrent, du moins du côté des mathématiciens qui laissèrent à d'autres le soin de prendre le relais.

Que pensait Reeb du Rapport de Connes reproduit ci-dessus? Comme je lui demandais de me faire connaître sa réaction par écrit, il me fit parvenir la réponse suivante :

"*Rapport Connes*
Le point (3) est parfaitement exact et parfaitement connu. Œuvrer pour faire connaître (3) ou œuvrer en ANS, quelle différence ?
Si dans (1) on remplace "vice" par "fait" on est d'accord sur la première phrase; mais je continuerais ainsi : "Adoptant la vue I.S.T. on ne peut pas parler de l'ensemble des nombres standard. C'est en cela que réside l'utilité".
Au point (2), j'oppose l'avis d'un spécialiste d'asympoties : "L'article de Zvonkin Shubin est une contribution importante à la littérature de perturbation singulière, il explique bien l'utilité et la beauté de l'approche non standard" Howes, Math. Rev.
Le point (1) a été clairement perçu par Brouwer. Le rapport retarde de 10 ans sur le travail de l'équipe.

Reeb".

Cette note est, par elle-même, suffisamment éloquente et explique l'attitude de retrait qu'adopta Reeb pendant la visite de Connes. Elle se trouve davantage explicitée cependant dans une autre note que Reeb voulut bien rédiger à ma demande, à l'intention du Rapporteur (il s'agissait donc du 3^e!) qui devait présenter l'E.R. à la session d'automne 1986, en vue de son renouvellement :
"*Outre ma participation à des activités qui ressortissent au programme de l'E.R., il me semble opportun de faire part de quelques réflexions d'ordre général, concernant les expertises en général, suivies d'applications au cas particulier de l'E.R. ("Fondements des Sciences") :*
a) Si à côté des experts, la défense ne peut aligner des contre-experts, alors la défense est acculée à "démontrer", à établir des "failles" dans l'attaque. Dans notre cas nous aurions la charge d'établir la désolante vacuité du premier Rapport et à montrer que le deuxième rapport, mathématiquement parfait, trompe seulement par ses silences
b) Si des contre-experts existent, sollicités ou notoires, alors on n'est plus dans la situation a); il appartient alors aux experts de l'accusation d'infirmer les dires des contre-experts. Dans notre cas je citerai comme contre-experts notoires : Shubin-Zvonkin (1984, Progresses in Math.), Howes (Math. Rev. 1985), Fenstatt (1986)... et comme experts sollicités quelques 15 membres étrangers des jurys de thèses soutenues à Mulhouse et Strasbourg, ainsi que le rapport E. Nelson sollicité par l'UFR Mathématiques de l'Université Louis Pasteur (Strasbourg I). Enfin la Commission d'évaluation des Universités s'est penchée sur le problème de l'ANS.
c) Notre E.R. s'occupe davantage d'histoire du Calcul infinitésimal que d'ANS. Les contre-experts cités en b) sont, quant à quelques -uns, très connus pour leur approfondissement de l'histoire du Calcul différentiel. Peut-on en dire autant des Rapporteurs de la Commission 03 ?

d) Il me semble que la commission de Mathématiques n'a pas été informée par les deux Rapports mentionnés ci-dessus de l'extension (au sens logique du terme) de la contre-expertise."

Encore une fois, les mathématiciens de la Commission 03 admirent que nous étions respectables et même, pendant deux ans, m'invitèrent à certains de leurs conciliabules. Je garde donc de l'aventure, je dois dire, une impression plutôt positive à leur égard : à quel scientifique n'arrive-t-il pas, par souci de ne pas compromettre la gestion de sa discipline auprès de censeurs toujours à l'affût, de faire porter sa défiance à tort et de se laisser abuser? Je suis prêt à admettre que ces adversaires sont sortis d'une difficulté manifeste avec une certaine élégance et je souhaiterais qu'il en fût toujours de même dans la grande maison qu'est le CNRS.

Mais puisqu'il doit être question ici de Reeb plus que du CNRS, je dois ajouter qu'il était juste en somme que Reeb n'ait pas ménagé son soutien dans la mauvaise querelle qui nous avait été faite. Car, si nous avions été sous le feu d'accusations injustes ou seulement partiales, c'est avant tout pour nous être montrés ses disciples. Il me revient maintenant de fournir la preuve de cette affiliation, que nous partagions tous d'une façon ou d'une autre, quitte à nous démarquer parfois, à tort ou à raison, des affirmations du Maître. J'ai sous les yeux un preprint de Reeb, daté du 3 janvier 1983, et qui doit être le texte d'une conférence qu'il aurait faite à cette époque soit en Allemagne (Oberwolfach, Mannheim), soit en Espagne (Barcelone, Murcia), à moins que ce ne soit en France (Paris, Poitiers). Ce texte s'intitule *Intuitionnisme, Formalisme, Mathématique non standard et Infinitésimaux.* On va voir que Reeb, qui n'avait rien à perdre, était beaucoup plus provocateur que nous nous étions permis de l'être, assujettis que nous étions aux instances soupçonneuses du CNRS.

Reeb avait constitué, en effet, "les pièces d'un dossier", dont on va voir qu'elles soutenaient fort bien les pas d'une conférence destinée à convaincre sur son approche de l'ANS, et qui portaient sur "les amours orageuses" entre le formalisme et l'intuitionnisme. Ces pièces sont au nombre de 11, et je vais en faire défiler le contenu, en y ajoutant les citations qui, à mon sens, sont les plus significatives pour en souligner ou en préciser la portée, et, parfois, quelques commentaires. Les titres en italique sont de Reeb, à un verbe auxiliaire près.

(1) *Intuitionnisme et formalisme sont nés simultanément et se sont développés parallèlement.* Reeb mentionne les couples Poincaré-Frege, Brouwer-Hilbert, Apéry-Dieudonné, H. Weyl-Bourbaki, Heyting-Bernays, et remonte à Kant-Bolzano, en regrettant de ne pouvoir, "par manque de compétence", "remonter très loin dans le temps". Je crois qu'il aurait pu ajouter, mais avec la prudence qui convient quand il s'agit de transporter dans le passé des oppositions qui n'ont pris leurs traits décisifs que plus récemment : Descartes-Leibniz, et même Aristote-Platon (ou plutôt les successeurs immédiats de Platon à l'Académie). Quoi qu'il en soit, il s'agit bien, semble-t-il, d'un genre de récurrence constante dans la conception

que l'on peut se faire des mathématiques.

(2) *Intuitionnisme et formalisme se sont épaulés*". A vrai dire, j'ai écrit "se sont toujours épaulés"; j'hésite quelque peu à reprendre l'affirmation complète témeraire. Mais l'apport mutuel des deux conceptions apparaît clairement dans les travaux herculéens de Hilbert et Brouwer... "

(3) *Que serait l'intuitionnisme sans le formalisme*?"... Contrairement à ce que ressent un mathématicien peu informé, la critique de Brouwer ne nie en aucune manière la beauté, la cohérence, la pertinence, l'utilité de la construction formalisée. Cette critique refuse de parer l'édifice de vertus qu'il ne possède pas, que ses constructeurs, en personnages avisés et érudits, ne revendiquent pas pour le formalisme, mais que la "rumeur publique" se complait à louer".

(4) *Que serait le formalisme sans l'intuitionnisme*?" Un peu ce que serait le procureur sans délinquant. Plus sérieusement, le fonctionnement d'instances mathématiques (académies, commissions, comités de lecture, textes mathématiques formalisés) peut, à l'occasion, donner un avant-goût de la fiction sur laquelle porte notre interrogation. Ce fonctionnement donnerait ce faisant aussi un aperçu des conséquences d'une telle utopie". Il est amusant de relever que ce texte est, comme il est évident, antérieur à l'épisode rapporté plus haut sur l'attitude de la Commission 03 du CNRS.

(5) *La matérialité des amours orageuses et la narration des conflits et guerres sont trop connues pour nécessiter des commentaires.* "A voir l'ancrage des préjugés il faut croire que la lecture de Brouwer et Hilbert stagne à un niveau bien superficiel". Il convient d'ajouter ici que Reeb, aidé par J. Harthong, a puissamment œuvré pour qu'on s'élève au-dessus de ce niveau superficiel; voir, en particulier : J. Harthong et G. Reeb "Intuitionnisme 84" dans *La Mathématique Non Standard*, Ed. du CNRS, 1989, 213-252, notamment dans l'Annexe 1 de l'article (244-245) consacré aux quatre "constatations" de Brouwer (*). Reeb s'est donc rendu compte que la joute Brouwer-Hilbert était, en réalité, mal connue et s'est appliqué à en préciser les enjeux.

(6) *L'irruption d'objets idéaux au sein du formalisme fut diagnostiquée (voire saluée) par Hilbert.* ... "Essayons de mieux cerner la notion d'objet idéal et d'objet concret. C'est évidemment la réflexion intuitionniste qui permet la perception de ces deux notions ...Notre regard intuitionniste permet de reconnaître en 0, 1, 2, 3 ...écrits par M.F. (Mathématique Formalisée) les répliques de nos entiers intuitionnistes (préalables à toute mathématique) notés aussi 0, 1, 2 ... Ces habitants de $\mathbb{N}$ nous les appellerons *concrets* ou *naïfs*. Voici maintenant comment les entiers idéaux vont forcer l'entrée. Considérons le discours suivant de M.F. (discours que nous n'oserions écrire tel quel dans le jargon intuitionniste) :

(*) article reproduit ci-après.

Définition : $x, , y, z, n$ désignent des entiers $> 0, n \geq 3; x, y, z, n$ sont variables.
On pose $a = 0$ si $x^n + y^n \neq z^n$ (quels que soient x, y, z, n)
et $a =$ Minimum de $x + y + z + n$ pour x, y, z, n formant l'ensemble des solutions de $x^n + y^n = z^n$, au cas où cette équation aurait des solutions.
Théorème : a existe et est unique.

La définition et le théorème concernent le grand théorème de Fermat et font partie du bagage, presque élémentaire, de M.F. Mais, au jour où j'écris [(6)], rien de permet d'affirmer que a est naïf. En ce sens a est (ou plus prudemment [(7)] pourraît être) un "intrus" ou "objet idéal".

Hilbert exprime avec fougue l'idée que renoncer à la définition de a (et au théorème qui l'accompagne) au bénéfice de l'éviction des intrus revient à payer un prix exorbitant. Mais personne (Brouwer moins que tout autre) ne conteste ce point. Cependant une légende a cours dans la troupe des mathématiciens formalistes – bien qu'officiellement on ne l'évoque jamais et pour cause – selon laquelle a ne peut être que naïf. *C'est la légende (et pas la définition de a) qui provoque la critique intuitionniste."*

(7) Un regard intuitionniste peut être posé sur la mathématique formelle. "Il est à la base de la réflexion de Hilbert et Brouwer. Une conspiration du silence occulte ce fait simple et premier ... Pourtant il est une évidence : la mathématique formalisée, comme une œuvre d'art (un sonnet par exemple), est une construction concrète et comme telle une chose matérielle. On peut en jouir de l'intérieur (comme le font les mathématiciens dans le premier cas ou les lecteurs poètes dans le cas du sonnet) ou on peut le regarder de l'extérieur comme un objet matériel (signes typographiques imprimés). Rien n'exclut que ce regard puisse être propice à la compréhension interne de l'œuvre (il n'est pas nécessaire de savoir lire pour apprécier un sonnet, mais ...)."

(8) *Les intrus sont des objets non standard.* "L'affirmation est trop brutale pour être vraie sous cette forme, une mise au point nécessiterait (mais mériterait) des précisions techniques assez longues. Mais les "intrus" évoqués en (6) sous le nom d'entiers non naïfs sont des entiers infiniment grands fort présentables. Le plus petit contre-exemple à Fermat – nommé a en (6) – est un candidat à ce titre (mais n'est pas encore élu [(8)]). Un tel entier infiniment grand vérifie les propriétés qui suivent :
$\omega > 1, \omega > 2 \ldots \omega > 10^6$, si $b \in \mathbb{N}$ est naïf, alors $\omega > b$.
$\omega^2 > \omega$, il y a un nombre premier $p_\omega > \omega$, cet entier p_ω est infiniment grand etc.
La routine fait constater maintenant
a) que les entiers naïfs peuvent être enfermés dans un ensemble fini : par exemple dans l'intervalle fermé $[0\omega]$, ω infiniment grand;
b) les entiers naïfs ne constituent pas un ensemble. En effet si A était l'ensemble

[(6)] et encore moins en 1994! (Note de l'auteur).
[(7)] la prudence de Reeb se trouve justifiée en 1994!
[(8)] et n'a plus de chance de l'être en 1994!

des naïfs, on aurait les propriétés suivantes : $0 \in A, N \supset A$ et $a \in \mathbb{N} \Longrightarrow a+1 \in \mathbb{N}$. On en déduirait $A = N$.
Etant en possession d'infiniment grands, nous pouvons fabriquer dans $\mathbb{R}$ lui-même ($R \supset N$) des infiniment petits. Et dès lors nous sommes à pied d'œuvre pour un calcul infinitésimal susceptible d'être perfectionné sans peine."

(9) *Les infinitésimaux sont des objets par excellence du discours mathématique.* "Depuis vingt ans que la mathématique non standard teste les infinitésimaux, leur efficacité se confirme. A notre sens un excellent test – sur une propriété classique – de cette efficacité est la version infinitésimale du théorème affirmant que les racines d'un polynôme dépendent de façon continue de ses coefficients. Insistons encore une fois sur les raisons du succès des méthodes non standard. Les infinitésimaux (numériques) sont des nombres réels à part entière, des éléments de $\mathbb{R}$; ce ne sont pas des parasites rajoutés à l'édifice primitif."

(10) *L'irruption des infinitésimaux répond à une ardente nostalgie.* "Cette nostalgie a probablement culminé dans les écrits de Fraenkel. Mais surtout nous pouvons suivre, tel un fil rouge, sans interruption l'expression de cette nostalgie depuis la fin du XVIII^e siècle jusque vers 1960, date de naissance du véritable calcul infinitésimal."

(11) *L'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels, où, conformément aux explications de (8) nous avons distingué des éléments non naïfs, ω par exemple, permet une arithmétique des infiniment grands très encourageante.*

"Les entiers $\omega - 10, \ldots \omega - 1, \omega, \omega + 1, \ldots \omega^2, \ldots \omega^\omega \ldots \omega^{\omega^{\cdot^{\cdot^{\omega}}}} \ldots$ en donnent une idée. (Mais dans le cas de $\mathbb{N}$ nous n'avons rien à construire, nous profitons en habiles stratèges du labeur dépensé par Bourbaki pour construire $\mathbb{N}$).
Ce premier succès, dont l'impact est forcément modeste devant la perfection de la construction de Cantor, conduit à la percée décisive :
comme $\mathbb{R} \supset \mathbb{N}$, les inverses $1/\omega, \ldots 1/\omega^\omega \ldots$ sont des réels non nuls : de vrais infiniment petits.
Dès lors les rêves les plus téméraires des Euler... Véronèse deviennent réalité."

Cette marche on onze pas, dont certains exigent du lecteur qu'il n'adopte ni le point de vue intuitionniste classique ni le point de vue formaliste classique, mais qu'il sache passer de l'un à l'autre en "habile stratège", sachant que la mathématique doit savoir tirer profit de tous ses ouvriers, est susceptible de dérouter. Mais Socrate déjà déroutait ses disciples, alors qu'il s'agissait du domaine éthique. Dans le domaine mathématique aussi, il n'est pas défendu d'user de dialectique, une dialectique qui est plus subtile que celle de Hegel, puisqu'elle se garde de faire éclater les concepts et se contente de les comparer sans leur faire violence. Reeb a repris souvent, devant des auditoires variés, une telle dialectique, qui avait pour effet de couper le souffle à quelques uns et d'enflammer certains autres de colère. Dans les deux cas, le dialecticien avait réussi et la jubilation qu'il en ressentait le rendait d'autant plus ouvert aux commentaires et aux critiques. C'est cette philosophie pratique de l'usage des mathématiques qu'il nous communiquait, celle dont la version plus savante est exprimée dans l'opuscule édité par l'IRMA (1979) : *La mathématique non standard vieille de soixante ans ?*

Avons-nous fait fructifier convenablement cette philosophie pratique, dont E. Nelson ne cachait pas, dans le Rapport que lui avait demandé l'UFR de Mathématiques de Strasbourg, qu'elle lui semblait avoir remarquablement ouvert les yeux des non standardistes mulhousiens et strasbourgeois ? D'autres que moi sont beaucoup mieux placés pour en juger. Mais je veux relever, du moins, que l'E.R. (devenue U.P.R.) "Fondements des Sciences", a contribué à faire connaître ou à "vulgariser" comme on voulait bien nous le concéder, l'ANS de différentes façons. D'abord par l'ouvrage, dont Jacques Harthong est le co-éditeur, *La Mathématique Non Standard*, paru aux Editions du CNRS en 1989, et qui reflète plusieurs années de notre travail, ouvert à des contributions remarquables de chercheurs français et étrangers, non affectés à l'U.P.R. On a déjà eu l'occasion d'y faire référence à propos de l'article de J. Harthong - G. Reeb "Intuitionnisme 84". Il faut souligner aussi que l'ouvrage de Jean-Michel Salanskis (le premier chercheur à avoir rejoint l'E.R.), *L'Herméneutique Formelle : l'infini, le continu, l'espace* (Editions du CNRS, 1991) fait une large part à l'ANS, dont il nourrit sa propre philosophie mathématique. Enfin l'ouvrage collectif, *Le Labyrinthe du Continu*, Springer-Verlag 1992, dont J.-M. Salanskis et H. Sinaceur dont les co-éditeurs, et qui constitue les *Actes* du Colloque de Cerisy-La-Salle dont j'ai fait mention plus haut, contient, outre une IV^{e} partie entièrement consacrée à *l'approche non standard du continu : théorie et pratique* dans une perspective qui affiche ouvertement sa filiation reebienne, de nombreux travaux d'ordre historique et philosophique qui ont été élaborés dans le cadre du Séminaire "Mathématiques pures et appliquées". A ce genre appartiennent, qu'ils figurent dans l'un ou l'autre volume, les articles de R. Peiffer-Reuter sur Véronèse, l'article de J.-C. Chirollet sur Poincaré, celui de J.-P. Wurtz sur Leibniz, et les miens sur Aristote et Carnot. Je ne crois pas que beaucoup de formations du CNRS aient produit, en si peu de temps, avec si peu de moyens matériels et humains, une production comparable, en qualité et en quantité. Tous nous le devons au profond intérêt que Georges Reeb a manifesté pour les travaux qui prolongeaient les siens.

Cet article-ci ne pouvait être un bilan. Il est trop tôt pour établir ce bilan. Mais en montrant, de façon suffisante je l'espère, comment des travaux importants sont sortis d'une audace de Georges Reeb, qui avait commencé par faire scandale, je crois que ce témoignage peut constituer une contribution à un hommage, qui doit avoir de multiples aspects. Car, pour ceux qui ont connu Georges Reeb à l'UPR "Fondements des Sciences", ce n'est pas seulement la perspicacité du mathématicien qui frappait, mais la profondeur du mathématicien philosophe de sa discipline, et la générosité d'un Maître plus soucieux de faire jaillir la pensée chez les autres que d'imposer la sienne. C'est pourquoi, pour tous ceux-là, sa disparition suscite une reconnaissance pour sa mémoire qui est proportionnelle au deuil ressenti pour sa personne.