HEXAGONES DU RALLYE DE PREMIÈRE (*)

Pierre Renfer

L'énoncé n'imposait pas la convexité de l'hexagone. Si l'on renonce à cette hypothèse implicite, de nombreux cas peuvent se présenter.

Si l'on parcourt l'hexagone à partir d'un sommet pour y revenir, en suivant les arêtes successives, on décrit six angles au centre orientés, dont trois de mesure α ou $-\alpha$ et trois de mesure β ou $-\beta$. On choisit les mesures d'angles dans l'intervalle $]-\pi,\pi]$. Quitte à changer le sens de parcours, on peut supposer positive la somme des six angles. Cette somme est alors 0 ou 2π ou 4π.

Cas A : $3\alpha + 3\beta = 2\pi \quad , \alpha > 0 \quad , \beta > 0$

ordre **A1** : $\alpha,\beta,\alpha,\beta,\alpha,\beta$

ordre **A2** : $\alpha,\alpha,\alpha,\beta,\beta,\beta$ $\qquad R^2 = \dfrac{a^2 + b^2 + ab}{3}$

ordre **A3** : $\alpha,\alpha,\beta,\beta,\alpha,\beta$

Cas B : $3\alpha + 3\beta = 2\pi \quad , \alpha > 0 \quad , \beta < 0$

ordre **B1** : $\alpha,\beta,\alpha,\beta,\alpha,\beta$

ordre **B2** : $\alpha,\alpha,\alpha,\beta,\beta,\beta$ $\qquad R^2 = \dfrac{a^2 + b^2 - ab}{3}$

ordre **B3** : $\alpha,\alpha,\beta,\beta,\alpha,\beta$

Cas C : $3\alpha + 3\beta = 4\pi$

ordre **C1** : $\alpha,\beta,\alpha,\beta,\alpha,\beta$

ordre **C2** : $\alpha,\alpha,\alpha,\beta,\beta,\beta$ $\qquad R^2 = \dfrac{a^2 + b^2 - ab}{3}$

ordre **C3** : $\alpha,\alpha,\beta,\beta,\alpha,\beta$

Cas D : $\alpha + 3\beta = 0$

ordre **D1** : $-\alpha,\beta,\alpha,\beta,\alpha,\beta$

ordre **D2** : $-\alpha,\beta,\beta,\alpha,\alpha,\beta$ $\qquad R^2 = \dfrac{b^3}{3b - a}$

(*) Sur une remarque de Jean-Claude Keyling, Pierre Renfer nous a proposé un complément au rapport du rallye.

Cas E : $\alpha + 3\beta = 2\pi \quad , \alpha > \beta > 0$

ordre **E1** : $-\alpha, \beta, \alpha, \beta, \alpha, \beta$

ordre **E2** : $-\alpha, \beta, \beta, \alpha, \alpha, \beta \qquad R^2 = \frac{b^3}{3b - a}$

$\alpha + 3\beta = 2\pi \quad , 0 < \alpha < \beta$

ordre **E3** : $-\alpha, \beta, \alpha, \beta, \alpha, \beta$

ordre **E4** : $-\alpha, \beta, \beta, \alpha, \alpha, \beta \qquad R^2 = \frac{b^3}{3b - a}$

Cas F : $\alpha + 3\beta = 2\pi \quad , \alpha < -\frac{2\pi}{5} \quad , \beta > 0$

ordre **F1** : $-\alpha, \beta, \alpha, \beta, \alpha, \beta$

ordre **F2** : $-\alpha, \beta, \beta, \alpha, \alpha, \beta \qquad R^2 = \frac{b^3}{3b + a}$

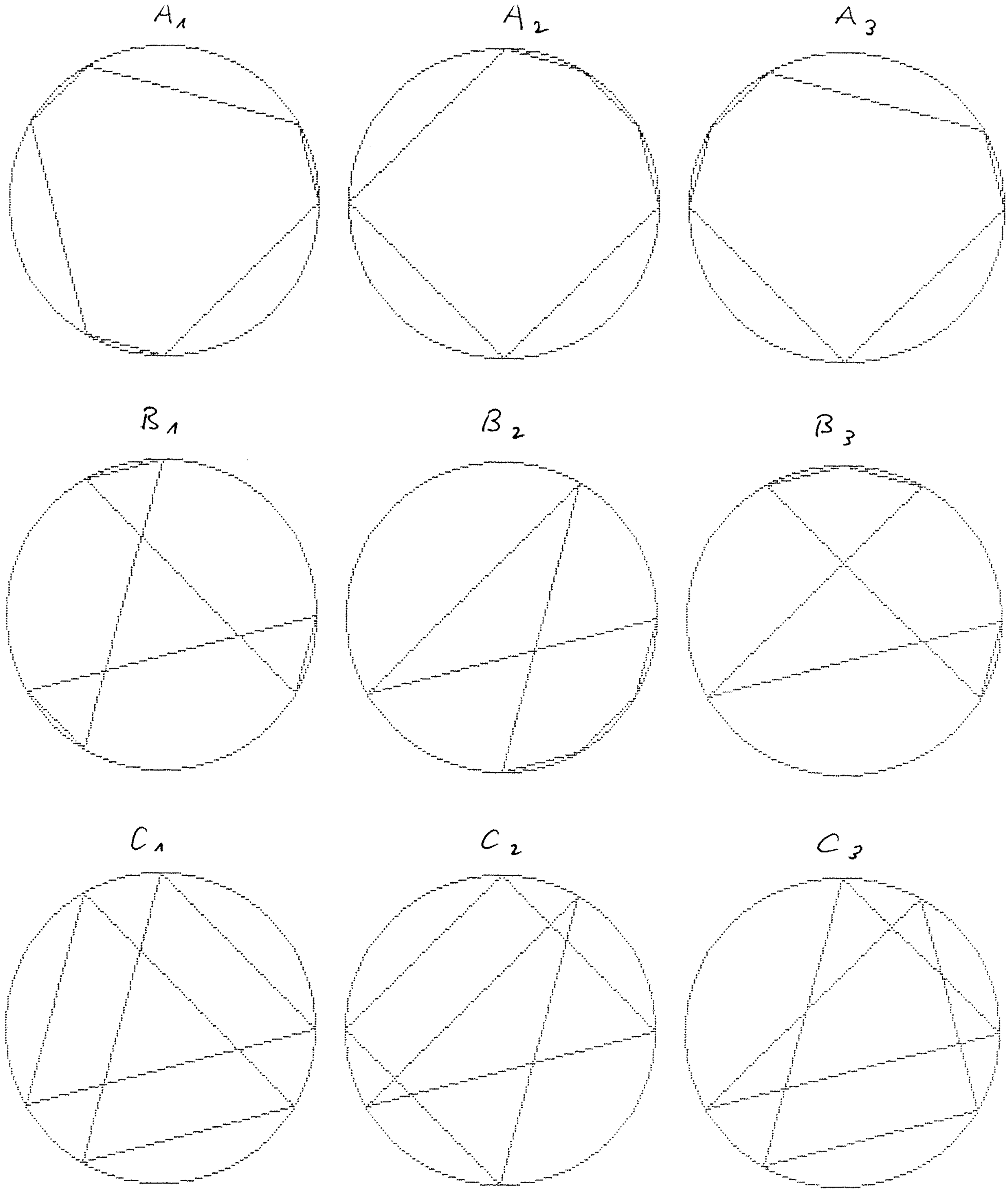
$\alpha + 3\beta = 2\pi \quad , -\frac{2\pi}{5} < \alpha < 0 \quad , \beta > 0$

ordre **F3** : $-\alpha, \beta, \alpha, \beta, \alpha, \beta$

ordre **F4** : $-\alpha, \beta, \beta, \alpha, \alpha, \beta \qquad R^2 = \frac{b^3}{3b + a}$

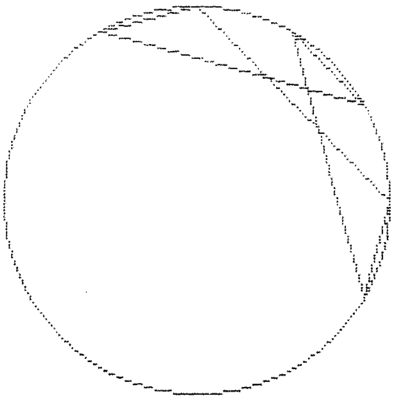
Sur le dessin, le sens positif est celui des aiguilles d'une montre.
Valeurs numériques choisies :

A1, A2, A3	:	$\alpha = \pi / 2$	$\beta = \pi / 6$
B1, B2, B3	:	$\alpha = 5\pi / 6$	$\beta = -\pi / 6$
C1, C2, C3	:	$\alpha = 5\pi / 6$	$\beta = \pi / 2$
D1, D2	:	$\alpha = \pi / 2$	$\beta = -\pi / 6$
E1, E2	:	$\alpha = 2\pi / 3$	$\beta = 4\pi / 9$
E3, E4	:	$\alpha = \pi / 3$	$\beta = 5\pi / 9$
F1, F2	:	$\alpha = -\pi / 2$	$\beta = 5\pi / 6$
F3, F4	:	$\alpha = -\pi / 3$	$\beta = 7\pi / 9$

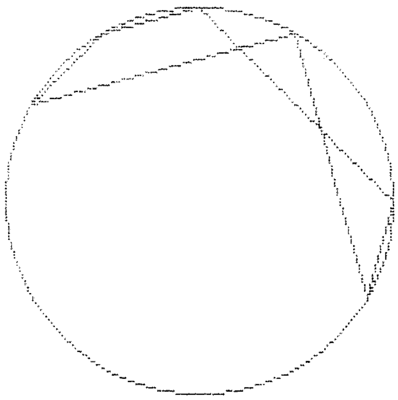

A1
A2
A3
B1
B2
B3
C1
C2
C3

HEXAGONES DU RALLYE DE PREMIÈRE

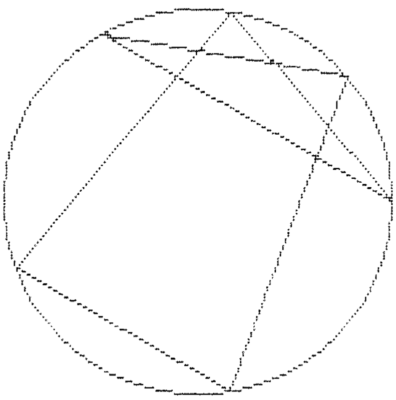
D_1



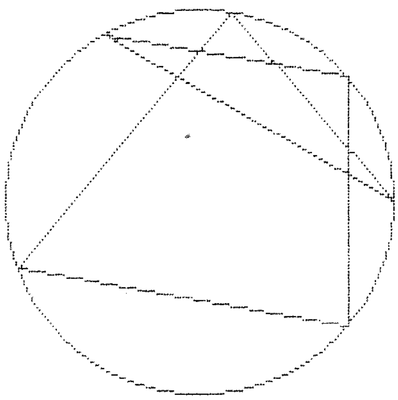
D_2



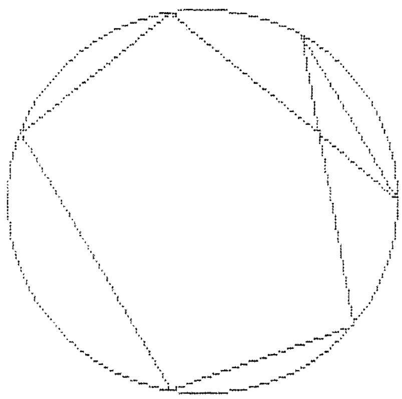
E_1



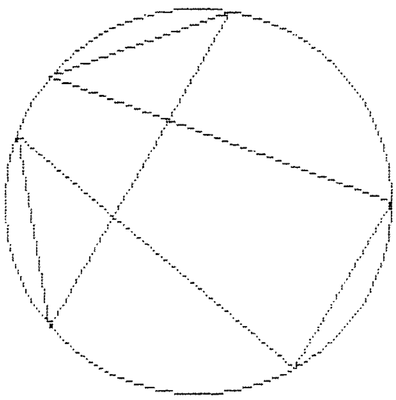
E_2



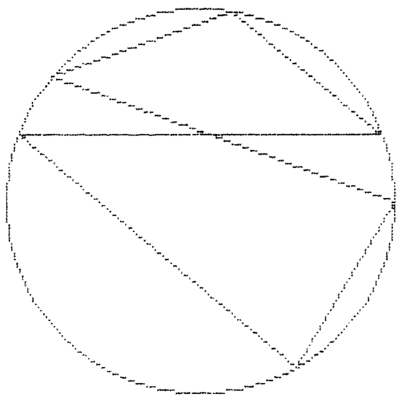
E_3



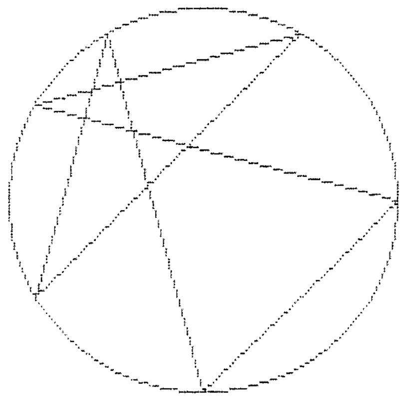
F_1



F_2



F_3



(**) Suite des dessins page 45.