

LE LOGICIEL "DERIVE" AU COLLÈGE, OUI! MAIS ATTENTION À LA DÉRIVE ...

Jacques OURLIAC
Collège de Geispolsheim

Le logiciel de calcul formel DERIVE n'est plus à présenter (cf. Cari_Info Licences Mixtes 1992) ; il reste maintenant à faire la synthèse des exemples d'utilisations dans les classes ; d'ailleurs, plusieurs sont parues récemment sur ce sujet (voir la bibliographie). Si l'utilisation de l'informatique, que ce soit avec un dispositif de rétroprojection ou dans une salle d'ordinateurs, augmente toujours l'intérêt de l'auditoire, il ne faut pas perdre de vue pour autant l'efficacité de la démarche (c'est à dire le rapport entre le temps de traitement informatique et le temps d'analyse mathématique). Ainsi, lorsqu'il s'agit de rentrer des expressions fractionnaires "osées", on risque de perdre son temps à gérer les erreurs d'écriture (DERIVE n'est pas ce qu'il y a de plus convivial du point de vue de la saisie). Observons par exemple une expression proposée à des élèves de 3^e, sans perdre de vue que les instructions officielles de la classe rappellent : "...aucune virtuosité ne sera demandée..." :

Ici par exemple l'élève va devoir affronter un éditeur "en ligne" avec une gestion plus que délicate des parenthèses ; toute fausse manipulation ramènera l'utilisateur à la case départ sans que l'on puisse conclure pour autant une maîtrise insuffisante de la notion. La seule satisfaction étant de constater qu'après avoir saisi toutes nos parenthèses, le logiciel en donne une écriture mathématique correcte...

$$1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{x + 5}}$$

$$6 + 10$$

$$7 + \frac{8}{9 + x}$$

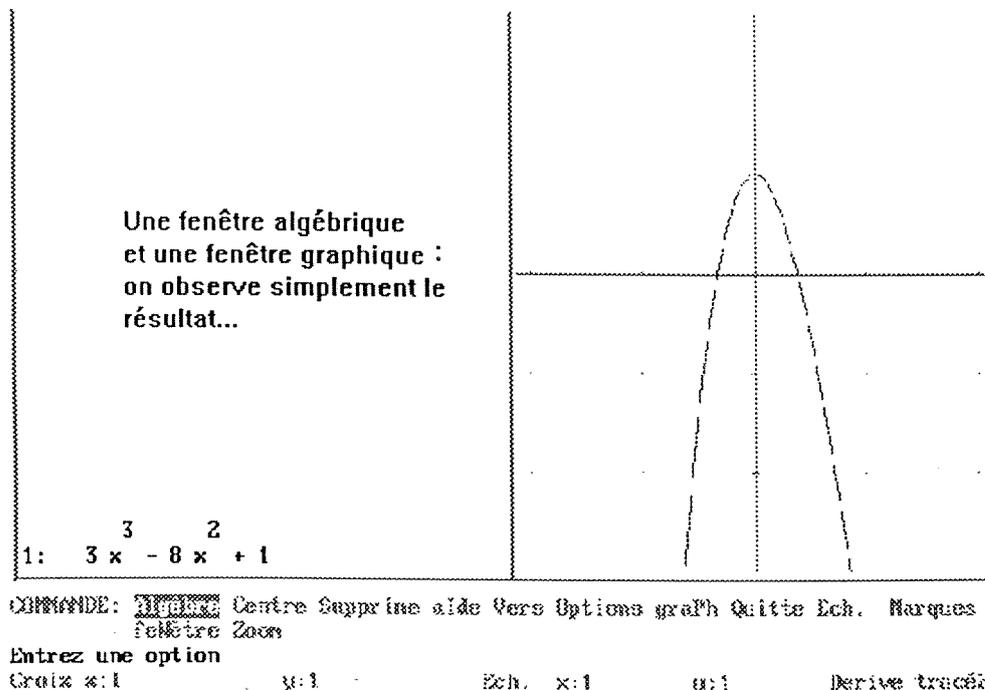
Cette expression m'a pris du temps ; la gestion des parenthèses interpelle l'élève, mais n'est-ce pas ce que l'on fait avec une calculatrice ? D'ailleurs, ne vaut-il pas mieux les aider à optimiser l'usage de leur calculatrice (qui gère aussi les fractions) ?

De même dans l'observation de carrés, de cubes de sommes, d'identités remarquables : le logiciel brille par sa virtuosité, mais pour l'élève que restera-t-il ? Le nombre de termes du développement ?

J'ai essayé de convaincre mes élèves (classes de 3^e) que factoriser une expression n'était pas seulement une exigence scolaire, mais une technique essentielle, parfois délicate, parfois impossible, mais indispensable dans la recherche des solutions d'une équation. Après avoir fait passer la notion de représentation graphique d'une fonction, même si leurs connaissances techniques se limitent à la maîtrise de l'application affine, nous observons la représentation d'autres fonctions afin de tenter de déterminer graphiquement les solutions d'une équation :

$$3x^3 - 8x^2 + 1 = 0$$

Avec le logiciel DERIVE, une tablette de rétroprojection, nous entrons l'expression (Auteur), nous passons à la représentation graphique (graPhe deux fois), on partage en deux fenêtres et voici le résultat :



Jusque-là rien de bien étonnant. Donnons une approximation de l'abscisse du point d'intersection de la représentation graphique avec l'axe des abscisses, et calculons la valeur correspondante de l'expression. Voici d'ailleurs quelques résultats obtenus :

1: $3x^3 - 8x^2 + 1$

2: $x := 0.375$

3: $F(x) := 3x^3 - 8x^2 + 1$

4: $\frac{17}{512}$

La valeur 0,375 a été lue grâce au réticule que l'on déplace à l'écran ; par contre, la substitution dans la fonction est faite par les élèves à l'aide de leur calculatrice ; dans ce cas, le logiciel nous donne la valeur exacte sous forme d'une fraction. Il en est de même avec la deuxième valeur lisible à l'écran (-0,333). Les élèves savent en 3^e, ou en ont la preuve à cet instant, que les solutions proposées sont approchées et issues de l'observation visuelle. Bien sûr, on peut à coup de zooms successifs (merci Thalès !) obtenir une meilleure visualisation des points qui nous intéressent, sont-ce des valeurs exactes pour autant ?

Nombreux sont ceux qui proposent une factorisation et ont déjà remarqué que cette option était disponible ! Alors c'est parti, Factorisons !

LE LOGICIEL "DERIVE" AU COLLÈGE

1: $3x^3 - 8x^2 + 1$

2: $(3x + 1)(x^2 - 3x + 1)$

3: $\left[x - \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{3}{2}\right] \left[x + \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{3}{2}\right] (3x + 1)$

L'étape 2 nous montre la valeur que nous avons approchée : -0,333.

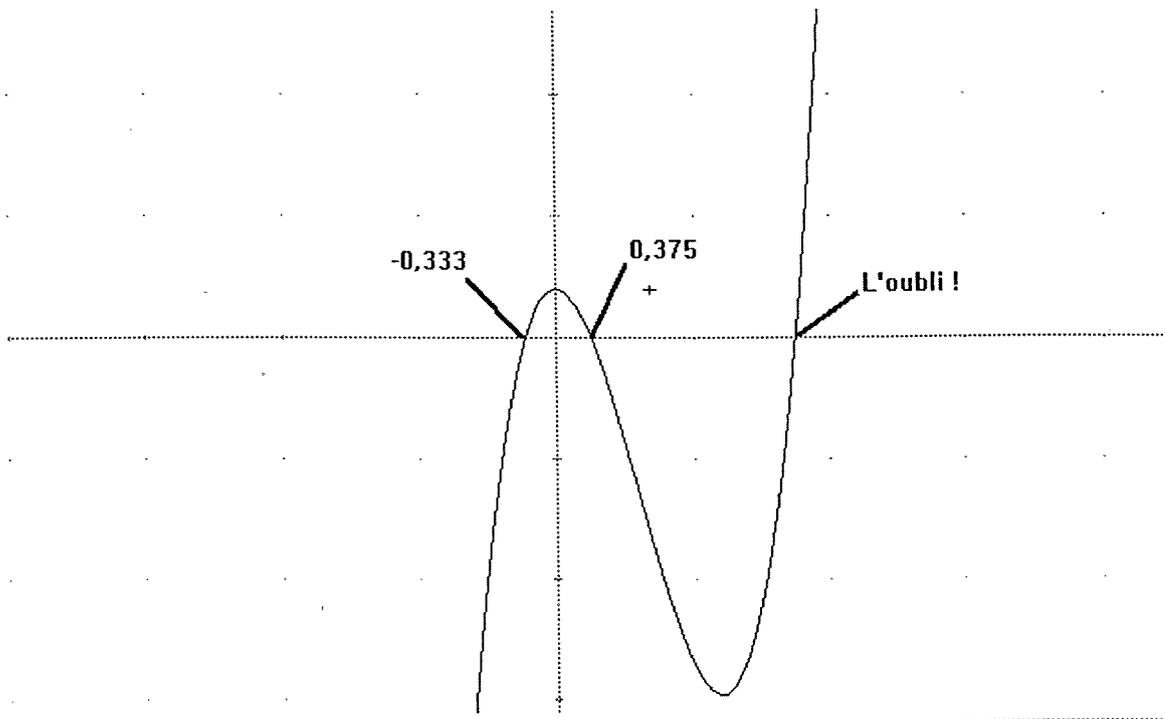
Par contre, où se trouve le 0,375 ?

Il reste une expression du deuxième degré ; pourquoi n'est-elle point factorisée ?

Dans les options de factorisations, nous avons choisi "Rationnel" ; si maintenant on prend radical alors c'est la factorisation n° 3 qui apparaît ; mais où se cache 0,375 ? Il y a une réponse de trop ! Pour les élèves, encore une façon de leur montrer que les racines carrées n'ont pas été créées pour les embêter, et que notre observation nous a peut-être caché quelque chose....

Reprenons donc notre représentation graphique et cherchons...

Nous allons maintenant affiner cette représentation, dans un premier temps à l'aide du Zoom ; mais bien plus intéressante est la notion d'échelle, qui est tout à fait dans les cordes des élèves de la classe de 3^e, qui en entendent parler depuis la 6^e (sciences naturelles, humaines, physiques, proportionnalité...) et là, tout d'un coup, ils en sont maîtres.



La représentation graphique confirme maintenant que l'équation possède trois solutions qui, sans être accessibles à nos techniques de calcul, n'en existent pas moins. C'est mettre une nouvelle fois l'accent sur les limites de l'outil (calculatrice graphique, ordinateur, etc.) s'il n'y a pas l'analyse pertinente du problème par l'utilisateur, qu'il soit élève ou autre...

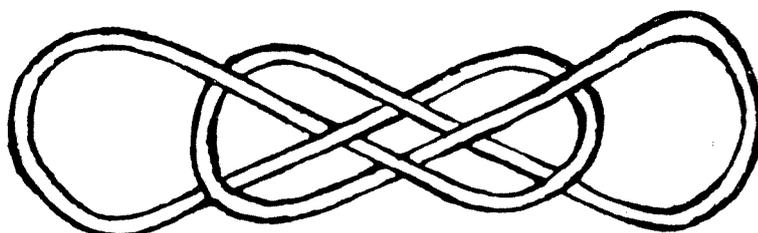
D'autres exemples sont ainsi proposés aux élèves pendant la séance ; leurs suggestions sont écoutées et notées sur la feuille de travaux dirigés ; le travail se poursuit sous forme d'exercice chez eux (recherche d'encadrements avec calculatrice), mais surtout sur le Nanoréseau de l'établissement avec 15 postes en état de marche (ça existe !) et un logiciel fort ancien mais capable de représentation graphique, zoom (Trace-On).

Incroyable ! Mais vrai en 1994 !

Bibliographie disponible :

- "Les nouvelles technologies au service de l'enseignement des mathématiques", Académie de Strasbourg, février 1993 ;
- "Prise en main de logiciels et utilisations pédagogiques de l'ordinateur, MAFPEN Poitiers, 1^{er} trimestre 1994 ;
- "Enseignement des Mathématiques et logiciels de calcul formel", DLC innovations pédagogiques, janvier 1994 ;
- "Faire des mathématiques au lycée avec l'ordinateur", DLC innovations pédagogiques, 1993 ;
- "Faire des mathématiques au collège avec l'ordinateur", DLC innovations pédagogiques, 1993 ;
- "Pratique de DERIVE en lycée", Centre de Ressources Orléans, septembre 1991 ;
- "Outils informatiques pour l'enseignement modulaire en mathématiques", MAFPEN, Aix-Marseille, septembre 1993.

Et bien d'autres, notamment 3614 OPTA ; mais ça, vous le saviez déjà....



*Motif décoratif alsacien se trouvant sur presque toutes les peintures murales
(Huit couché - Liegende Acht)
Symbole de longévité.*