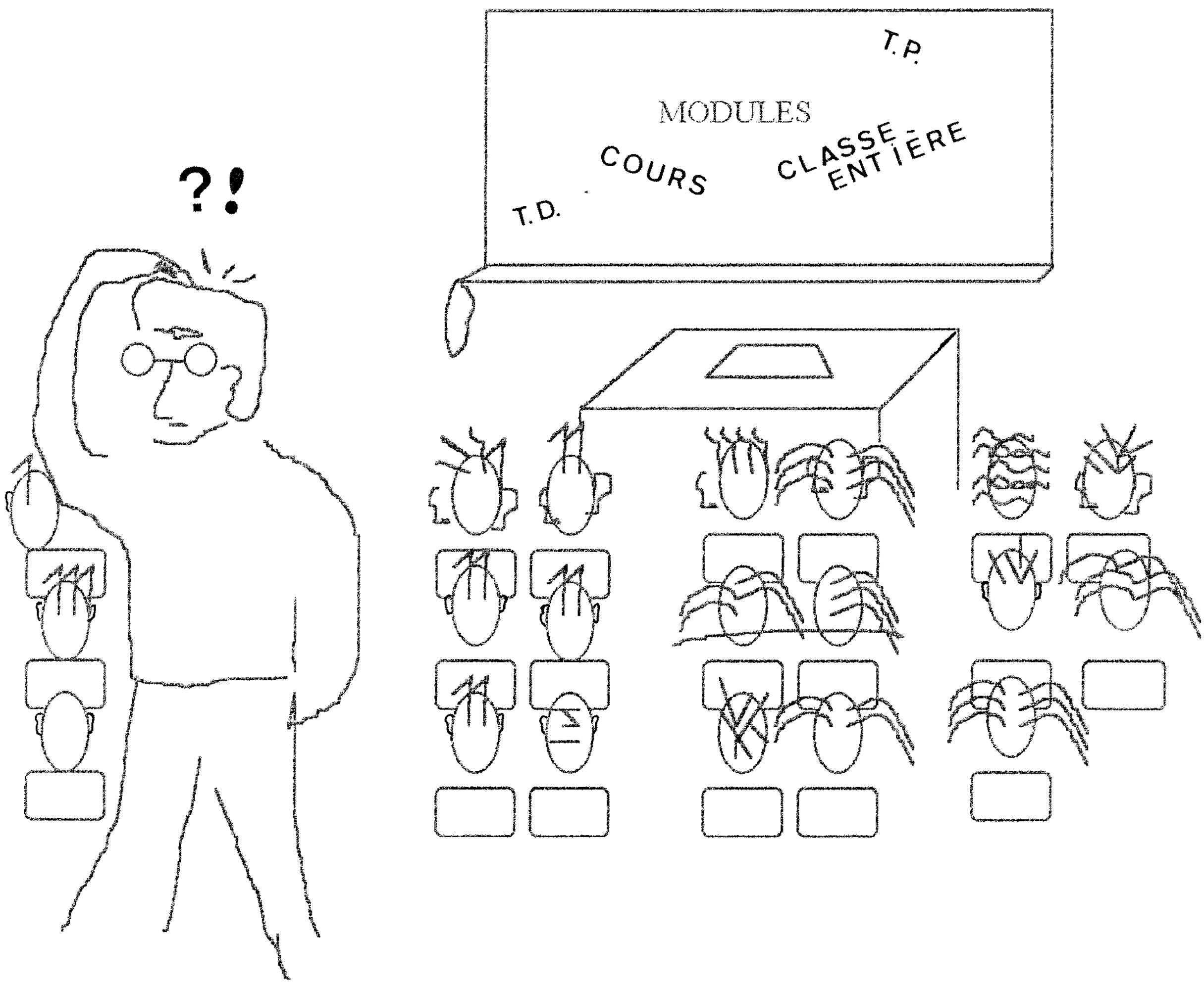
UNIVERSITE
LOUIS PASTEUR
STRASBOURG

I.R.E.M.
10, rue du Général Zimmer
67084 Strasbourg Cedex
Tél. 88 41 63 07 Secrétariat
88 41 64 40 Bibliothèque

DES SOLUTIONS POUR GERER LA CLASSE DE SECONDE

1993-1994



Une nouvelle brochure pour la classe de seconde.

Pourquoi faire ?

Tout simplement pour rendre service au professeur de seconde, expérimenté ou débutant, qui souhaite disposer d'exercices testés, dans différentes classes de seconde, avec les indications sur ce qui a bien réussi mais aussi les échecs.

Ce n'est donc pas un recueil d'exercices de plus. La plupart de ceux qui nous ont servi de support ne sont, en effet, pas tous nouveaux en soi. Notre but n'est pas d'ajouter encore à la grande richesse d'exercices dont nous disposons du fait des IREM, de l'APMEP ou des groupes de recherche MAFPEN. Mais il s'agissait surtout, pour nous, d'apporter notre contribution afin de faire partager à nos collègues les résultats d'expériences menées depuis quelques années déjà dans nos classes.
Ainsi la rubrique *"entre-nous"* signale un commentaire important ou un conseil qui peut se révéler essentiel pour le bon déroulement d'une activité. Il va de soi que le choix des thèmes traités ainsi que les méthodes sont de simples propositions et ne constituent ni une référence ni un dogme.

Puissent ces quelques pages aider les plus isolés à faire face à l'enseignement des mathématiques en classe de seconde.

Les auteurs : Jean DREYER
Suzy HAEGEL
Jean-Pierre RICHETON

SOMMAIRE

I. **LE TRAVAIL EN GROUPES:**

DÉBAT SCIENTIFIQUE ET ANALYSE D'ERREURS. 1

II. **COMMENT JE ME "DÉBROUILLE" POUR GÉRER COURS / MODULES / T.D.** en classe de 2^{nde}:

exemple à partir du chapitre **"FONCTIONS".** 25

III. **ACTIVITÉS NUMÉRIQUES.** 41

IV. **CONSTRUIRE ET DÉMONTRER EN GÉOMÉTRIE.**
(à partir des acquis du collège) 61

V. **VECTEURS:**

Activités et idée de module (une méthode pour **démontrer avec la relation de Chasles**). 73

Annexe : quadrillages 86

VI. **PROGRAMMER UNE FONCTION:**

Introduction à la notion de fonction et utilisation d'une calculatrice programmable. 89

I

LE TRAVAIL EN GROUPES :

DÉBAT SCIENTIFIQUE

ET

ANALYSE D'ERREURS.

CONSTAT

Lors de l'enquête du mois de juin 93 portant sur la rénovation des lycées en classe de seconde (voir document page suivante), il ressort que les Mathématiques apparaissent comme la matière qui se départit le plus des autres disciplines modulaires.

En effet, une très forte majorité d'élèves (plus des deux-tiers) n'a pas vu de différence entre le ***contenu*** des modules et celui des autres heures (T.D. ou classe entière) et 60% pour ce qui est de la ***forme*** c'est-à-dire des méthodes d'enseignement utilisées.

Après analyse, pour ce qui est du ***contenu***, cela reflète nous semble-t-il une situation plutôt enviable de notre discipline par rapport aux autres disciplines modulaires.

Depuis plusieurs années déjà, le ***contenu*** de notre enseignement n'a en effet cessé d'évoluer grâce aux travaux et au dynamisme des IREM, de l'APMEP et de leur apport important concernant la didactique de notre discipline. En fait si les élèves n'ont pas vu de différence dans notre discipline c'est bien, à notre sens, parce que les modifications de ***contenu***, suggérées pour la pratique de l'enseignement modulaire, ne sont pas entièrement nouvelles pour nous, les commentaires officiels de nos programmes allant largement dans ce sens depuis déjà bon nombre d'années. De ce fait, lors des diverses réunions, commissions ou universités de ces deux dernières années, nous étions souvent considérés, en Mathématiques, comme particulièrement privilégiés aux yeux des collègues des autres disciplines modulaires.

Par contre en ce qui concerne la ***forme***, bien que les mêmes arguments puissent encore être évoqués, cela nous semble cette fois révélateur du domaine où il nous reste le plus à évoluer et de l'effort qu'il nous reste encore à fournir pour repenser globalement nos stratégies d'enseignement.

Il semble donc qu'il faille poursuivre l'effort, au niveau de la formation des collègues, notamment, ou de leur information du moins.

DESCRIPTION DE NOTRE ACTION

GROUPE RECHERCHE FORMATION

Durant deux ans, un groupe IREM-MAFPEN a travaillé sur le ***contenu*** des modules en Mathématiques, travail qui a débouché sur la publication d'une brochure IREM, puis a axé son travail sur les ***méthodes***.

Cette année (93/94), nous sommes trois, issus de ce groupe, à travailler plus spécialement à l'élaboration de séquences afin de répondre aux besoins qui ont été exprimés par nos collègues l'an passé lors des différents stages que nous avons animés.

Dans cette brochure, nous nous proposons donc de voir comment éviter le cloisonnement "classe entière/T.D./modules" et comment gérer au mieux le programme de nos classes de seconde dans cette perspective.

LES MODULES

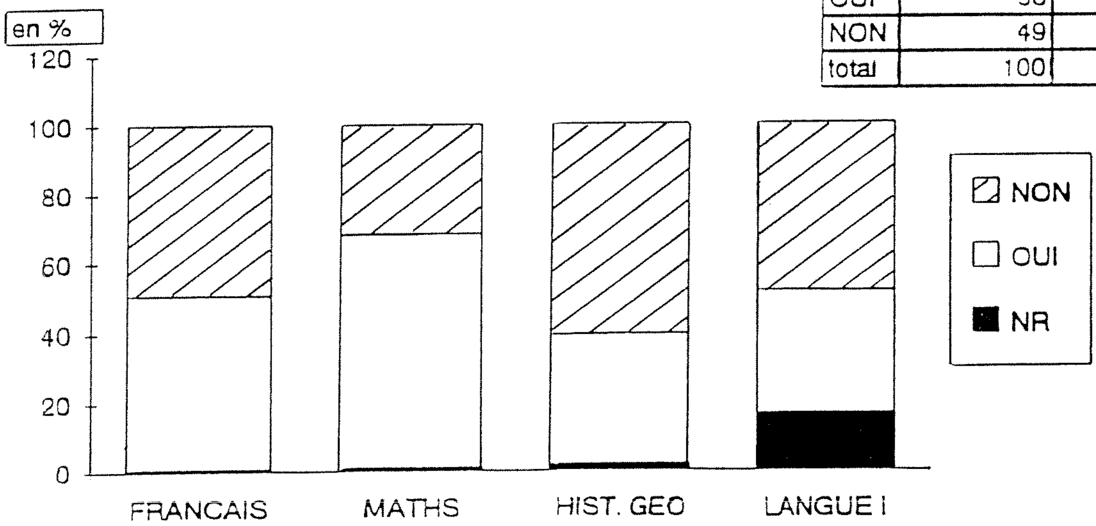
RENOVATION DES LYCEES : ENQUETE FIN DE SECONDE JUIN 93

*Le **contenu** des modules (les questions traitées) vous paraît-il semblable à celui des cours traditionnels ?*

tableau I : Contenu Modules / Cours (en %)

	FRANCAIS	MATHS	HIST. GEO	LANGUE I
NR	1	1	2	17
OUI	50	67	37	35
NON	49	31	61	48
total	100	100	100	100

CONTENU DES MODULES / COURS



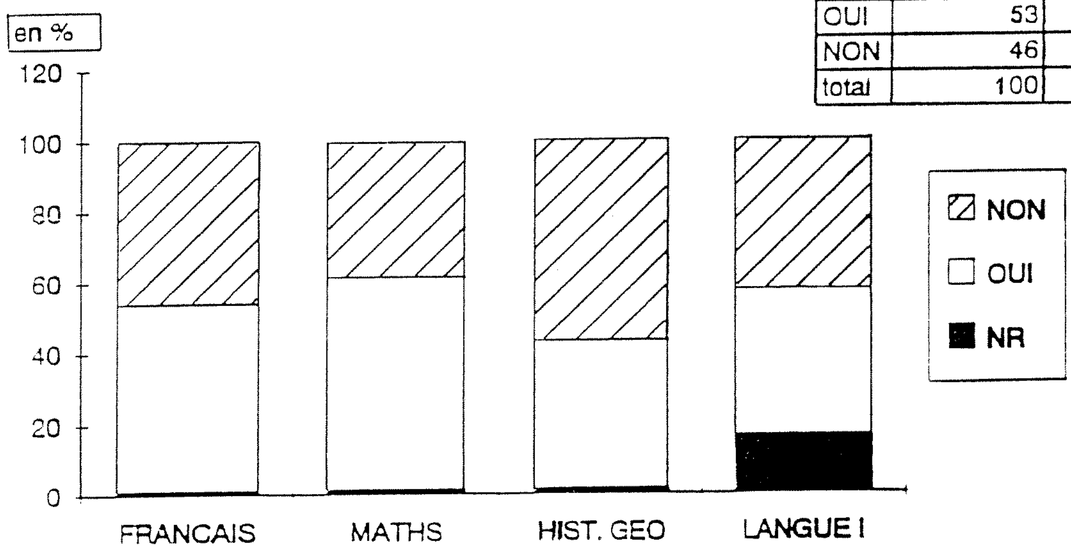
Les élèves expriment le sentiment que les cours diffèrent nettement des modules par le contenu en langue et surtout en histoire-géographie. La différence leur paraît moins sensible en français : les mathématiques sont la seule discipline où le nombre d'élèves qui ne voient pas de différence entre le *contenu* des modules et des "cours" dépasse largement la moitié.

*La **forme** des modules (les méthodes d'enseignement) vous paraît-elle semblable à celle des cours traditionnels ?*

tableau II : Forme Modules / Cours (en %)

	FRANCAIS	MATHS	HIST. GEO	LANGUE I
NR	1	1	2	17
OUI	53	60	41	41
NON	46	38	57	43
total	100	99	100	100

FORME MODULES / COURS



L'écart des réponses d'une discipline à l'autre est proche de celui du tableau précédent mais avec un resserrement de la fourchette : le pourcentage des réponses positives est plus important dans toutes les disciplines sauf en mathématiques. Les élèves s'accordent à trouver que la *forme* des modules diffère moins du "cours" que le contenu (un peu moins en mathématiques).

"Pour une meilleure gestion de nos classes de seconde."

L'ensemble "classe entière/T.D./modules"est un tout.Il n'y a pas à proprement parler de démarches spécifiques en modules que l'on ne pourrait faire en T.D. ou en classe entière mais cela est facilité en modules. Aussi l'ébauche de classification suivante ne doit-elle pas constituer une obligation en soi mais peut servir de piste de réflexion.

en modules	**en T.D.**
- compétences personnelles et fonctionnement de l'élève : (savoir faire, **savoir être**) • s'organiser, prise de parole... • prise en compte du rythme d'acquisition des élèves...	- compétences mathématiques (savoir, savoir faire)
- **lieu d'ouverture** faire autre chose autrement (créer un "*choc psychologique*")	- exercices progressifs et d'entraînement...
- lieu privilégié du **débat scientifique** (pas forcément en termes de tâches de production mais lieu d'apprentissage)	- activités pour introduire une notion nouvelle que l'on termine avec toute la classe.
- aide individualisée sur des notions mal assimilées - élargissement du savoir et des connaissances	- lieu d'observation permettant de constituer **des groupes de besoin** pour les modules

Classe entière : synthèse de travaux fait en T.D. voire en modules
cours et exercices d'application
contrôles écrits ...

Les modules doivent faciliter le traitement des différences en permettant au professeur de travailler avec des **petits groupes** et de les composer en fonction des apprentissages à réaliser (groupes de besoin) ou des **re-médiations** à mettre en place (dans le sens de nouvelle médiation entre le savoir et l'élève et non dans le sens de remède...).

Cela peut se faire à partir d'**analyses d'erreurs**, les modules devenant le lieu privilégié du **débat scientifique**.

Type d'organisation possible des groupes

Dans les groupes de T.D. traditionnels, les prises de parole des élèves sont dirigées vers le professeur et se traduisent le plus souvent par des faces à faces élève-professeur. Les modules peuvent être l'occasion de rompre avec ce type d'échanges en lui préfèrant l'organisation suivante :

- **constitution de petits groupes** de 3 ou 4 élèves avec désignation par ceux-ci d'un "secrétaire"
  rôle du secrétaire : relever les pistes abandonnées, les choix successifs, noter éventuellement les questions à poser, surveiller le chronomètre...

- **phase de présentation** (5 minutes): en début de séance donner à chaque élève toute l'information nécessaire concernant le travail à accomplir

- **alternance** des moments de travail personnel et des moments d'échanges au sein de chaque groupe, par exemple :

  - **phase de recherche individuelle** (5 à 10 minutes)

  - **phase de recherche en groupe** (10 à 15 minutes) : les élèves d'un même groupe se disent où ils en sont; s'en suit alors un ***débat*** à l'intérieur du groupe

  - nouvelle phase de recherche individuelle (10 à 15 minutes)

  - confrontation et sélection des réponses en vue de l'élaboration d'une solution commune (10 à 15 minutes)

- **rédaction** de **La** solution adoptée par le groupe

- **échanges** des solutions proposées **entre les groupes** avec débat sur le choix de la solution la plus originale, la plus adaptée, la plus simple....

Ce travail collectif en ***groupes*** dits ***d'apprentissages*** permet à chaque élève de trouver sa place dans son groupe de part la nécessité de sa participation à la production collective. Une relative hétérogénéité semble cependant souhaitable à l'intérieur de chaque groupe afin de susciter des échanges, dans l'intérêt commun, entre divers modes de raisonnement ou de langages ("conflit sociocognitif").

Le professeur voit donc son rôle se déplacer : l'essentiel de son travail consistant à préparer et à organiser la séance modulaire alors que pendant son déroulement il se "contentera" d'observer tout en facilitant la production des élèves, en restant disponible éventuellement pour aider, pour intervenir au moment de la solution (sous forme de questions, de contre-exemple, etc.)... Dans tous les cas son intervention devrait rester discrète.

Débat scientifique.

Exemple : Un texte savant !

Un jour deux hommes avaient l'un trois pains, l'autre deux. Ils allèrent se promener près d'une source.
Lorsqu'ils furent arrivés en ce lieu, ils s'assirent pour manger; un soldat passa, ils l'invitèrent. Celui-ci prit place à côté d'eux et mangea avec eux, chaque convive ayant part égale.Lorsque tous les pains furent mangés, le soldat partit en leur laissant cinq pièces pour le prix de son repas. De cet argent le premier prit trois pièces puisqu'il avait apporté trois pains, l'autre de son côté prit les deux pièces qui restaient pour prix de ses deux pains.
(D'après Léonard de Pise : De duobus hominibus panes habentibus)

Ce partage a-t-il été bien fait? Si non proposer le partage qui vous semble le plus équitable, en expliquant votre réponse.

Compte rendu d'une séance de module :

Cet exercice ayant été donné en devoir à faire à la maison et devant la grande diversité des argumentations proposées, je décide de l'utiliser comme point de départ pour le prochain module.

Après constitution des groupes, je distribue à chacun de ces groupes deux ou trois photocopies anonymes de la production d'élèves de la classe, mais non présents ce jour là, en leur proposant de *débattre* des solutions proposées.

Cette séance s'est avérée l'une des plus riches : d'une part, les élèves ont ainsi découvert à quel point leur rédaction n'était pas toujours très compréhensible et dans certains groupes cela a même amené un rejet pur et simple du document proposé («c'est incompréhensible», «quelle salade», «ça n'a pas de sens» etc...). D'autre part, dans un deuxième temps, cela les a obligés à "rentrer" dans la production de leurs camarades pour pouvoir porter un "jugement" sur celle-ci. D'où des échanges nombreux entre élèves d'un même groupe : entre ceux qui pensent avoir saisi ce qu'"il" veut dire et les autres qui n'y comprennent goutte.

Ainsi, par exemple, le groupe en possession de la production ci-dessous qui n'arrive pas à comprendre la démarche utilisée et pourtant le partage est correct puiqu'on peut l'expliquer, mais d'une autre façon...

Le partage qui me semble le plus équitable est que le premier homme prenne 4 pièce et que le deuxième en prenne qu'1 car le 1er homme a du donner au soldat $\frac{4}{15}$ des pains et le 2e homme que $\frac{1}{15}$ pour que chacun ait la même part.

Le soldat ayant donné 5 pièces qui correspondent chacune à $\frac{1}{15}$, c'est donc équitable que le 1er homme prenne 4 pièce pour le $\frac{4}{15}$ qu'il a donné et que le 2e prenne qu'1 seule pièce pour le $\frac{1}{15}$ qu'il donné.

"D'où viennent ces *quinzièmes* ?"

Je soumets leur interrogation aux autres groupes et ainsi on trouve une explication acceptable par tous : « *comme il y a trois personnes, on partage chaque pain en trois parts égales et comme il y a cinq pains, cela fait donc* ***quinze*** *parts !* »

Le reste de la séance consiste à comprendre les démarches erronées ou les réponses *inadéquates* * (quelques productions ont d'ailleurs fait l'objet d'un débat "passionné") pour situer où le raisonnement achoppe puis à rédiger la solution qui leur semble la plus "élégante" ou du moins qui a l' adhésion de la majorité (d'où un nouveau débat..!).

Après cette séance, un bon nombre d'élèves a pris conscience de l'intérêt d'une rédaction claire et explicite, non pas seulement pour leur professeur mais également pour eux-même. Les progrès ainsi réalisés ont pu être réinvestis efficacement dès le premier chapitre de géométrie notamment pour la rédaction de programmes de construction.

De plus cette séance de module, comme beaucoup des séances suivantes, a servi souvent de référence pour remettre un élève sur la "bonne voie" : par exemple il me suffit de lui dire "pense au problème des petits pains" pour qu'il s'impose spontanément une rédaction plus claire et plus explicite. Ce qui tendrait à prouver que lorsque les élèves sont *acteurs de leur propre formation*, ils s'approprient bien davantage les connaissances et les méthodes.

* voir le paragraphe sur l'*analyse d'erreurs*.

<u>Exemples de productions ayant soulevé "débat"</u> :

<u>Un texte savant.</u>

Ils partagent cinq pains à trois, ce qui signifie que chacun a une part de pain et encore $\frac{7}{10}$ de part.

Le 1er homme donnera : $3 - 1,7 = 1,3$ (part de son pain : 1 et $\frac{3}{10}$)

Le 2ème homme donnera : $2 - 1,7 = 0,3$ (part de son pain : $\frac{3}{10}$)

Le soldat leur donne 5 pièces pour 1 part et $\frac{7}{10}$ de part de pain.

Pour une part et $\frac{3}{10}$ de part donnée, le 1er homme recevra 4 pièces, car : $\frac{1,3}{1,7} \times 5 = 3,8$, d'où 4 par excès.

Pour $\frac{3}{10}$ de part donnée, le 2ème homme recevra une pièce, car : $\frac{0,3}{1,7} \times 5 = 0,9$, d'où 1 par excès.

Le premier homme prendra 4 pièces et le deuxième, en prendra une seule.

Un texte savant.

Deux hommes : - l'un trois pains, je le nomme A.

- l'autre deux pains, je le nomme B.

Ils invitent un soldat à manger. Chaque convive a part égale.

Le soldat part en laissant cinq pièces. L'homme qui avait trois pains prend trois pièces l'autre qui avait deux pains en prend deux.

Partage équitable ?

Sont présents trois convives. Je partage chaque pain en trois parts égales,

d'où A est en possession de 9 parts.
et B est en possession de 6 parts.
$\Big\}$ A + B = 15 parts.

15 parts pour 3 convives donc x parts pour 1 convive :

d'où $x = \frac{15}{3}$

$x = 5$ parts qui sont équivalentes d'un pain (3 parts) et les $\frac{2}{3}$ d'un autre.

Or le soldat laisse 5 pièces, donc $\frac{1}{3}$ d'un pain coûte le tiers d'une pièce.

En considérant que A déduise les 5 parts auquel il a droit des 9 parts qu'il a en sa possession, il s'attribuera 5 pièces car le soldat aura mangé 5 de la totalité de ses parts alors que B n'aura aucune pièce, donc ce partage n'est pas équitable

En considérant que A déduise 2 parts plus la moitié d'une des 9 qu'il a en sa possession, il s'attribuera 2 pièces et B s'attribuera 2 pièces. Ils échangeront alors la cinquième pièce contre deux autres dont la valeur est égale à la moitié de la 5e pièce et s'attribueront alors l'une des deux pièces chacun !

Mais si ils ne parviennent pas à établir cet échange, le partage proposé dans l'énoncé semble le plus équitable. En effet, A s'attribuera 3 pièces pour les trois parts attribués au soldat et B 2 pièces pour les deux parts attribués au soldat.

On sait par hypothèses que :

- le 1^{er} homme a 3 pains
- le 2^e homme a 2 pains
- les 3 hommes ont mangé chacun la même part.

Donc 1 personne a mangé : $\frac{5}{3}$ pains

On sait aussi que :

- le 1^{er} homme a reçu 3 pièces
- le 2^e homme a reçu 2 pièces

Puisque en tout il y a 5 pains

Donc la part du 1^{er} homme $= \frac{3}{5}$

puisqu'il a apporté 3 pains

et la part du 2^e homme $= \frac{2}{5}$

puisqu'il a apporté 2 pains

Donc le partage de l'argent doit se faire d'après le nombre de pains que chaque homme possède.

Donc le partage a été bien fait.

le premier a 3 pains

le second a 2 pains

si on dit que 3 pains $= 1$

2 pains $= \frac{2}{3}$

le premier donne 2 pains $\rightarrow \frac{2}{3}$

le second donne $\frac{2}{3}$ pains $\rightarrow \frac{4}{9}$

diff. de $\frac{2}{9} = \frac{10}{45}$

le premier prend $\frac{3}{5}$ des pièces

le second en prend $\frac{2}{5}$

diff de $\frac{1}{5} = \frac{9}{45}$

diff de $\frac{1}{45}$ donc partage inégal

le partage n'est pas équitable : si le premier donne $\frac{10}{45}$ de plus, il doit recevoir $\frac{10}{45}$ de plus

dans l'énoncé, le premier prend $\frac{270}{450}$ et le second $\frac{180}{450}$

donc si le premier prend $\frac{275}{450}$ et le second $\frac{175}{450}$, il y aura une différence de $\frac{100}{450}$ donc $\frac{10}{45}$

Donc le premier doit prendre $\frac{275}{450} = \frac{11}{18}$ des sous

et le second doit prendre $\frac{175}{450} = \frac{7}{18}$ des sous

– Part des 2 hommes avant le partage.

* 1er homme $= \frac{3}{5}$ * 2e homme $= \frac{2}{5}$

– Part des 3 hommes après le partage :

* 1er homme : $\frac{1}{3}$ * soldat : $\frac{1}{3}$ * 2e homme : $\frac{1}{3}$

Le soldat paye 5 pièces pour $\frac{1}{3}$ des 5 pains.
Donc le 1er homme a mangé pour un montant de 5p. et le 2e homme aussi.

Donc :

1er homme :	Soldat :	2e soldat :
5 pièces	3 + 2 pièces	5 pièces

Le soldat donne 3 pièces au 1er hommes et 2 pièces au 2e homme.

Le 1e homme "possède" donc 8 pièces $\Rightarrow \frac{8}{15}$

Le 2e homme "possède" donc 7 pièces $\Rightarrow \frac{7}{15}$

Alors qu'avant le partage ; les 2 hommes possédaient

* $\frac{3}{5}$ et * $\frac{2}{5}$

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$ et $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

$\frac{9}{15} \neq \frac{8}{15}$ et $\frac{6}{15} \neq \frac{7}{15}$

$\Rightarrow$ le partage est inégal car le 1er homme reçoit moins que le 2e homme..

Soit x le nombre de pains.

part consommée par chaque homme : $\frac{5}{3}x$

Soit y le nombre de pièces.

$\frac{5}{3}x = 5y$ $5x = 5y \times 3$

$5x = 15y$

$x = \frac{15}{5}y = 3y$

Part donnée par le premier homme :
$3x - \frac{5}{3}x = \frac{9}{3}x - \frac{5}{3}x = \frac{4}{3}x$

Part donnée par le deuxième homme :
$2x - \frac{5}{3}x = \frac{6}{3}x - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3}x$

Le partage n'a pas été équitable car le premier homme a donné une part quatre fois supérieure à celle du deuxième. Or il n'a pas reçu une somme quatre fois supérieure à celle du second.

Nombre de pièces qu'aurait dû recevoir le premier homme :

$\frac{4}{3} \times 3y = 4y$

Nombre de pièces qu'aurait dû recevoir le deuxième homme :

$\frac{1}{3} \times 3y = 1y$

Pour que le partage soit équitable, le premier homme aurait dû recevoir quatre pièces et le second 1 pièce.

Quelques productions "originales" :

Je pense que ce partage a été mal fait.
En effet, chaque personne a mangé $\frac{5}{3}p$ avec $p = 1$ pain.
Le premier des deux hommes a donc donné $3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}p$ au soldat, et le deuxième $2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}p$
On calcule maintenant le prix qu'a payé le soldat à chacun des deux hommes pour un pain.
Soit p_1 ce prix pour le 1er homme et p_2 ce prix pour le 2ème homme.

$$\frac{4}{3}p_1 = 3 \qquad \frac{1}{3}p_2 = 2$$
$$4p_1 = 9 \qquad p_2 = 6$$
$$p_1 = \frac{9}{4} = 2,25$$

Donc ce partage a bien été inéquitable.
Pour qu'il soit équitable, il faudrait que le soldat ait payé les deux hommes le même prix pour un pain.
Soit x ce prix.

$$\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{3}\right)x = 5$$
$$x = 5 \times \frac{3}{5}$$
$$x = 3$$

Donc le soldat aurait dû payer $\frac{4}{3} \times 3 = 4$ pièces au premier homme et $\frac{1}{3} \times 3 = 1$ pièce au second homme.

Le nombre total de pains est 5, donc chacun reçoit $5/3$.

. Le personnage 1 prend $\frac{5}{3}$ de ses 3 pains, de ce fait il peut en donner $\frac{4}{3}$ au soldat ($3 - 5/3 = 4/3$).

. Le personnage 2 prend $5/3$ de ses 2 pains, il reste ainsi : $1/3$ qu'il peut donner au soldat ($2 - 5/3 = \frac{1}{3}$)

On calcul pour le personnage 1 le pourcentage qu'il donne au soldat :

$$\left(\frac{4}{3} \div \frac{5}{3}\right) \times 100 = 80\ \%$$

(Le personnage 2 donne donc 20 %)

Pour rembourser le personnage 1, le soldat aurait dû donner 80 % de ses 5 pièces, soit 4 pièces. Le personnage 2 ne recevant donc que 1 pièce.

Quelques mots sur l'analyse d'erreurs :

Le risque serait de limiter cette analyse en termes de réussites et d'échecs avec pour dérive la remédiation : risque qui consiste à penser en termes de lacunes et d'erreurs en laissant sous-entendre qu'à chaque erreur on peut trouver un remède alors qu'elles sont souvent le résultat d'une logique ou de conceptions que l'élève s'est échafaudées.

Il faudrait en effet distinguer les erreurs proprement dites (de raisonnement, de mémorisation, d'orthographe, de calcul...) des ***réponses inadéquates***, qui ne sont pas des erreurs, comme par exemple une argumentation mal conduite, une idée mal exprimée (ce qui est encore différent d'une erreur de syntaxe), d'une signification mal appréhendée, d'une information incomplète...

Comment agir? :

- travailler à partir de documents élèves

- ne "traiter" que les "erreurs" caractéristiques ou qui se répètent de façon systématique (les "erreurs" doivent être confirmées)

- il n'est pas nécessaire de remédier à toutes les "erreurs": on peut faire travailler les élèves en petits groupes sur des situations de problème qui *obligent* à passer par l'*obstacle* recensé

- l'approfondissement peut aider largement les élèves qui jugent parfois les remédiations ennuyeuses (le savoir n'est pas cumulatif)

- faire attention à ne pas renforcer l'image négative qu'a l'élève de lui même (les élèves qui réussissent sont ceux qui savent tirer profit de leurs "erreurs"). Donc renvoyer du positif : ce peut-être à l'aide de problèmes ouverts, de conseils méthodologiques...

Notre analyse est donc directement fonction de notre conception de l'apprentissage par les réponses que nous apporterons aux deux questions suivantes :

- comment nos élèves apprennent-ils ? ou encore comment "fonctionnent"-ils ?

- qu'est-ce qui peut être à l'origine de telle "erreur" ?

Il faut savoir en effet qu'un apprentissage n'est véritablement assimilé que lorsqu'il est passé par une phase réflexive (Métacognition) : Comment ai-je travaillé ? Par quelle phase suis-je passé ?...Combien de fois, il est vrai, n'a-t-on pas vu un élève nous rendre une copie en nous disant «*je ne sais pas si j'ai fait juste*»!

C'est un fait qu'un élève n'est pas toujours capable d'expliquer comment il a fait (passage de l'implicite à l'explicite). Il parait donc important de savoir distinguer ce qui fait qu'une action est réussie ou non et de déterminer ce qu'il y a de réussi dans la production des élèves et ceci même pour les "bonnes copies". C'est la condition du transfert (ou *décontextualisation*) pour réinvestir dans d'autres situations et arriver à la généralisation de ses apprentissages.

Exemple :

Lors d'une réunion d'anciens élèves d'un même établissement, tous les anciens élèves mariés présents à cette réunion sont venus accompagnés de leur conjoint.

On constate alors que 2/3 des hommes présents sont mariés et que 2/5 des femmes présentes sont mariées.

Quelle est la proportion de personnes mariées présentes à cette réunion ?

Compte rendu d'une séance de module :

Comme pour l'exercice "des petits pains", cet exercice avait été donné en devoir à la maison dans le but d'être utilisé dans le cadre d'une séance de module pour déboucher tout à la fois sur le débat scientifique et l'analyse d'erreurs.

La plupart des réponses erronées sont venues du fait que les élèves ont additionné des pourcentages, ou des fractions, qui ne portaient pas sur le "*même tout*", à savoir qu'ils ont raisonné en fait comme si il y avait autant d'hommes que de femmes à cette réunion... ainsi qu'en témoignent les deux productions suivantes :

Proportion (en %) des personnes mariées présentes à la réunion :

- Hommes : $\frac{2}{3}$

  Soit $\frac{2}{3} \times 100 \simeq 66,66...7$
  $\simeq 67\%$ (67 hommes sur 100)

- Femmes : $\frac{2}{5}$

  Soit $\frac{2}{5} \times 100 = 40\%$ (40 femmes sur 100)

Soit hommes et femmes

$$\frac{40+67}{200} = \frac{107}{200} = \frac{53,5}{100} \simeq 54\%$$

Càd : 54% des personnes présentes à cette réunion sont mariées.

Rappel des donnés, et hypothèses :

		Mariées	Non mariées
Femmes	5/5	2/5	3/5
Hommes	3/3	2/3	1/3
Total	?	?	?

. Calculs :

		Mariées	Non mariées
Femmes	15/15	6/15	9/15
Hommes	15/15	10/15	5/15
Total	30/15	16/15	14/15

Donc, d'après ces calculs la proportion de personnes mariées est de $\frac{16}{30} \simeq 53\,\%$.

Exemple de solution ayant soulevé un problème de compréhension :

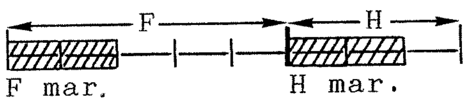
. Soit x le nombre total de personnes (hommes + femmes) et y le nombre total de personnes mariés (hommes mariès + femmes mariès)

. On a $\frac{2}{3}$ des hommes qui sont mariès, c'est à dire : $\frac{\text{hommes mariès}}{\text{hommes}}$

. On a $\frac{2}{5}$ des femmes qui sont mariès, c'est à dire : $\frac{\text{femmes mariès}}{\text{femmes}}$

. On cherche $\frac{y}{x}\left(=\frac{\text{hommes mariès + femmes mariès}}{\text{hommes + femmes}}\right)$ $\boxed{\text{d'où}}$ $\frac{2+2}{3+5} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Encore fallait-il effectivement justifier ce raisonnement, le "*d'où*" apparaissant pour beaucoup un peu "cavalier"... Par contre, après avoir démontré que le nombre d'hommes mariés présents représentait les 3/5 des femmes mariées présentes (voir solution élève page suivante), le schéma ci-dessous a considérablement aidé à la bonne compréhension des solutions trouvées tout en permettant au plus grand nombre de mieux saisir la notion de *proportion*.



d'où la proportion cherchée : $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Exemple de "démonstration" à l'aide d'un exemple :

Soient h le nombre d'hommes et f le nombre de femmes présents à cette réunion.

On peut dire que :

$\frac{2}{3}h = \frac{2}{5}f$ càd le nombre d'hommes mariés est égal au nombre de femmes mariées selon l'énoncé.

La proportion de personnes mariées est de :

$$\frac{\frac{2}{3}h + \frac{2}{5}f}{h+f} \text{ ou alors } \frac{2\left(\frac{2}{3}h\right)}{h+f} = \frac{\frac{4}{3}h}{h+f}$$

Exemple :

S'il y a 30 femmes et 18 hommes, la proportion de personnes mariées est de :

$$\frac{\frac{2}{3}\times 18 + \frac{2}{5}\times 30}{h+f} = \frac{12+12}{30+18} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}.$$

Lors de la séance de module, la première réaction du groupe qui "planchait" sur cette production, a été de de rejeter cette façon de faire, l'étude d'un exemple ou d'un cas particulier ne pouvant servir de démonstration (après tout, n'avais-je pas suffisamment insisté sur ce point, en début d'année, alors que certains élèves avaient procédé de la sorte lors d'un devoir...).

Cependant cela les perturbait tout de même car cela "marchait" bel et bien avec n'importe quel autre exemple **du moment que** l'on respectait la condition 2h/3 = 2f/5...

Cette production est donc à rapprocher de la précédente car elle peut permettre de renforcer la notion de *proportion* tout en introduisant naturellement les démonstrations qui suivent et qui permettent de justifier cette démarche.

Quelques productions "originales" :

Proportion de personnes mariées présentes à cette réunion :

	Mariés		
célibataires	$\frac{1 \text{ Hommes}}{3}$ x	$\frac{2 \text{ Hommes}}{3}$ $2x$	hommes $3x$
célibataires	$\frac{3 \text{ Femmes}}{3}$ $3x$	$\frac{2 \text{ Femmes}}{5}$ $2x$	femmes $5x$
	Mariées		

D'où $\frac{1H}{3} = x$ et $\frac{2H}{3} = 2x$ Et $\frac{3F}{5} = 3x$ et $\frac{2F}{5} = 2x$

Nombre total d'hommes $= 3x$ | Nombre total de femmes $= 5x$

Donc : Proportion de personnes mariées présentes à cette réunion (par rapport au nombre de célibataires) : $\frac{2x + 2x}{3x + 5x} = \frac{4x}{8x} = \frac{1}{2}$

On pose :
x = hommes présents
y = femmes présentes

Le nombre d'hommes mariés présents est donc de : $\frac{2x}{3}$
" " de femmes mariées présentes est donc de : $\frac{2y}{5}$

Il y a autant d'hommes mariés que de femmes mariées donc :

$\frac{2x}{3} = \frac{2y}{5}$ d'où $\boxed{x = \frac{3y}{5}}$

La proportion est donc : $\dfrac{\frac{2x}{3} + \frac{2y}{5}}{x + y}$ or $x = \frac{3y}{5}$

d'où

$$= \frac{\frac{6y}{15} + \frac{2y}{5}}{\frac{3y}{5} + \frac{5y}{5}} = \frac{12y}{15} \times \frac{5}{8y}$$

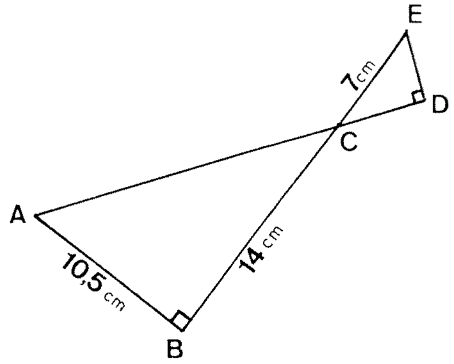
$$= \frac{12y}{24y}$$

$$= \boxed{\frac{1}{2}}$$

La moitié des personnes présentes est donc mariée.

Annexe : **exemple d'exercice de géométrie** ayant également fait l'objet d'une séance de module consacrée au *débat scientifique* et à l'*analyse d'erreurs*.

Sur la figure ci-contre, les points B, C, E d'une part et A, C, D, d'autre part, sont alignés.



1° Rédiger un programme permettant de faire une construction exacte de cette figure puis la construire.

2° Calculer AD.

Cet exercice a suscité une grande diversité d' argumentations dont certaines erronées... comme l'utilisation de "Thalès" avec les triangles CAB et CDE comme le montre le document ci-dessous :

Selon Thalès : $\frac{BC}{CE} = \frac{AB}{ED} = \frac{AC}{CD}$ d'où $\frac{14}{7} = \frac{10,5}{ED} = \frac{AC}{CD}$

càd : $ED = \frac{10,5 \times 7}{14} = 5,25$

S'en suit alors la fin du programme de construction suivante :

Connaissant ED, et constatant par la figure, que le triangle CDE est rectangle en D, je peux calculer CD à l'aide du théorème de Pythagore :

Selon pythagore : $CD^2 = CE^2 - ED^2$

$CD^2 = 7^2 - 5,25^2$

$CD^2 = 49 - 27,5625$

$CD^2 = \sqrt{21,4375}$

$CD \simeq 4,63$ cm.

Je prolonge la droite AC de 4,63 cm jusqu'au point D. A présent je trace une perpendiculaire à AD en D mesurant 5,25 cm j'obtiens ainsi le point E. Ma figure est donc complète.

Si l'on fait abstraction de l'erreur de raisonnement de départ pour calculer ED, on peut-en outre rendre les élèves attentifs au fait que cette construction *n'est pas exacte* puisqu'utilisant une valeur approchée de CD, et que de plus il faudrait justifier que le point E ainsi obtenu est bien aligné avec B et C...
D'où la nécessité des deux séances de modules sur le thème "constructions et démonstrations" qui ne seront d'ailleurs pas de trop comme on pourra le voir dans le compte rendu qui en est fait dans la partie *configurations de base*.

Commentaires concernant la deuxième question :

Parmi les solutions originales permettant de calculer AD et après avoir démontré que AC = 17,5 cm, on peut retenir celles-ci :

* Celles qui utilisent "Thalès" :

- en remarquant que les triangles sont inversés

$\widehat{ACB}$ et $\widehat{ECD}$ sont opposés par le sommet donc $\hat{C}$ a la même valeur.

D'après le th de Thalès,

$$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{ED}{AB} \qquad \frac{CD}{14} = \frac{7}{17,5} = \frac{ED}{10,5}$$

$$\frac{ED}{10,5} = \frac{7}{17,5} \quad \ldots$$

- en se ramenant à des triangles en "situation de Thalès" :

Les triangles ACB et ECD ont un sommet commun C. $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ECD}$ sont égaux car opposés par le sommet.

Si $\widehat{ACB} = \widehat{ECD}$ car ils sont opposés par le sommet

et $\widehat{EDC} = \widehat{ABC} = 90°$

alors $\widehat{BAC} = \widehat{CED}$

Comme CE (7 cm) < AC (17,5 cm) et que les angles du triangle ABC sont égaux aux angles du triangle ECD, ECD est une réduction de ABC.

Comparons les 2 hypothénuses pour connaître l'échelle.

$17,5 : 7 = 2,5$

$\rightarrow AB = CD \times 2,5$

$\frac{14}{2,5} = CD$

$= 5,6$ cm

$AC + CD = AD$

$17,5 + 5,6 = \underline{23,1 \text{ cm.}}$

Calcul de l'aire du Triangle ABC :

$$\frac{10,5 \times 14}{2} = 73,5$$

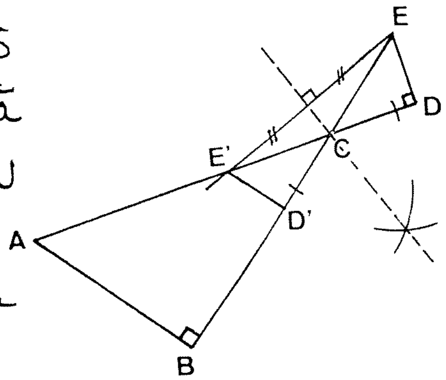
Calcul de la hauteur du Triangle ABC issue de B :

$$\frac{AC \times h}{2} = 73,5 \quad , \quad \frac{17,5 \times h}{2} = 73,5 \quad \ldots \quad h = 8,4$$

(Soit H le point d'intersection de la hauteur issue de B et de AC.)

D'après le Théorème de Thalès dans les triangles BHC et CDE, on a les rapports suivants :

$$\frac{CE}{BC} = \frac{DE}{BH} = \frac{7}{14} = \frac{DE}{8,4} \qquad 4,2 = DE \quad \ldots$$



On trace la bissectrice de l'angle $\widehat{BCD}$

On construit le symetique E' de E par rapport à la bissectrice précédemment construite, puis on trace la parallèle à (AB) passant par E'.

On appelle D' le point d'intersection de la parallèle a AB passant par E' et de (BC).

Le triangle D'CE' est alors le symetique de CED.

AB // D'E'
A, E', C alignés
B, D', C alignés

donc les triangles ABC et D'CE' sont en situation de Thallès.

On applique le théorème de Thalles aux triangles ABC et D'CE', donc on a :

$$\frac{E'C}{AC} = \frac{D'C}{BC} \quad , \quad \frac{7}{17,5} = \frac{D'C}{14} \quad , \quad D'C = \frac{14 \times 7}{17,5} = 5,6 \text{ cm}$$

$$D'C = CD = 5,6 \text{ cm}$$

$$AD = AC + CD = 17,5 + 5,6 = 23,1 \text{ cm}$$

En ce qui concerne la solution précédente, il ne suffit pas d'affirmer, bien sûr, que les points A, E', C sont alignés... d'où un nouveau débat pour en déduire une solution plus satisfaisante (par exemple en commençant par placer D' sur [BC] tel que CD' = CD...)

* solution utilisant la trigonométrie : $\cos(\widehat{ACD}) = \cos(\widehat{ECD})$ d'où CD...

* et pour les inconditionnels de "Pythagore" :

Calcul de AE

$AE^2 = AB^2 + BE^2$

$AE^2 = 10{,}5^2 + 21^2$

$AE^2 = 110{,}25 + 441$

$AE^2 = 551{,}25$

$AE^2 = \sqrt{551{,}25}$ cm

MAIS : $AE^2 = AD^2 + ED^2$

$551{,}25 = (17{,}5 + CD)^2 + ED^2$

* Or : $EC^2 = ED^2 + CD^2$

$49 = ED^2 + CD^2$

$ED^2 = 49 - CD^2$

DONC : $551{,}25 = (17{,}5 + CD^2) + (49 - CD^2)$

$551{,}25 = 306{,}25 + \cancel{CD^2} + 35\,CD + 49 - \cancel{CD^2}$

$551{,}25 = 306{,}25 + 35\,CD + 49$

$551{,}25 = 35\,CD + 355{,}25$

$35\,CD = 551{,}25 - 355{,}25$

$35\,CD = 196$

$CD = 5{,}6$ cm

D'où : $AD = AC + CD$

$AD = 17{,}5 + 5{,}6$

$AD = 23{,}1$ cm.

<u>Extraits du programme de seconde</u> :

*** *Organisation du travail de la classe***

L'un des objectifs essentiels à poursuivre est :

*- entraîner les élèves à l'**activité scientifique** et promouvoir l'**acquisition de méthodes** : la classe de mathématiques est d'abord un lieu de **découverte, d'exploitation de situations**, de **réflexion** et de **débat** sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de **synthèse** dégageant clairement **quelques** idées et méthodes (...)*

*** *Organisation du travail personnel des élèves***

***La résolution d'exercices et de problèmes** doit aussi jouer un rôle central dans les travaux effectués en dehors du temps d'enseignement, à la maison ou au lycée. Ces travaux ont des fonctions diversifiiées :*

- (...)

*- L'étude de **situations** plus complexes (...) alimente le **travail de recherche**, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à **mobiliser leurs connaissances** dans des secteurs variés.*

- (...)

Alors comment faire si l'on se place, comme il se doit, dans la perspective d'une seconde pour **tous les élèves** et d'**une classe d'orientation**, et non d'une classe préparant de manière privilégiée aux filières scientifiques ?

Comment gérer l'hétérogénéité de nos classes de seconde, aussi bien du point de vue du niveau des élèves que celui de leurs motivations ?

Comment **aider chaque élève à préciser son projet de formation**, à se situer et à effectuer un choix d'orientation ? Dans les "*intentions majeures*" accompagnant le programme de seconde, on précise bien que l'on peut **moduler** le choix et le niveau d'approfondissement des activités proposées; **mais cette diversification ne saurait conduire à supprimer des rubriques du programme ou à détruire son équilibre général...**

Alors pour ma part, pour essayer de ne léser ni de décourager personne, pour permettre aux élèves qui souhaitent évaluer leurs capacités avec des exercices présentant des difficultés conceptuelles ou techniques plus grandes mais sans pour autant *"faire subir"* ce type d'exercices aux autres, j'ai opté pour l'instauration d'exercices "facultatifs" de recherche ou d'approfondissement.

Afin de solliciter l'imagination et la réflexion des élèves , je choisis ces exercices à la fois pour leur aspect *motivant* (il faut qu'ils puissent piquer la curiosité des élèves), et pour leur aspect hors du "*contexte classique*", pour apprendre aux élèves à "sécher" face à un problème qu'ils n'ont encore jamais abordé. Enfin je les rédige avec le minimum d'indications pour qu'ils restent suffisamment "ouverts".

Bien sûr, pour éviter toute dérive ou ambiguïté, il faut bien spécifier les règles en précisant au départ notamment, que ce ne sont pas des exercices réservés aux élèves qui veulent aller en 1ère S, mais des exercices pour "*s'essayer*", que l'on ait un "projet scientifique" ou non.
Remarque : Il va de soi que ce sont principalement les élèves qui ont un tel projet qui font ces exercices mais, suivant les énoncés, il n'est pas rare de voir d'autres élèves se piquer au jeu. C'est pourquoi, surtout en début d'année, pour les encourager à "plancher" sur de tels exercices, il est bon de prévoir parmi ceux-ci quelques uns qui soient abordables par tous.

D'autre part, pour ne pas surcharger les élèves par ces devoirs "supplémentaires", je donne simplement une date "butoir", avec un délai d'au moins 15 jours. Cela me permet de les recevoir au compte-gouttes, si bien que le surcroît de travail pour les corriger s'en trouve également étalé. Cela permet également parfois des allers retours très productifs. Dans tous les cas chaque élève reçoit un corrigé individuel annoté.

L'autre intérêt que je peux y trouver est double. Cela me permet en effet, de temps en temps, de consacrer une séance de module à l'échange de productions d'élèves sur certains de ces exercices, notamment lorsqu'elles ont été suffisammant "riches", d'où débat scientifique etc... Et en parallèle, cela me permet d'organiser une séance de module de "consolidation" sur des connaissances de base ou sur des points de méthode avec les élèves qui en ont montré le besoin. Les séances de modules décrites dans la partie **III** de cette brochure ("ACTIVITÉS NUMÉRIQUES") en sont un exemple.

II

COMMENT JE ME "DÉBROUILLE"

POUR GÉRER COURS / MODULES / T.D.

en classe de seconde :

exemple à partir du chapitre

"FONCTIONS".

COMMENT JE ME DEBROUILLE POUR GERER COURS MODULES T.D.
en classe de seconde

Avertissement: Ce qui suit ne veut pas être un cours modèle, mais une idée de gestion d'un cours en seconde.
Il manque de toute façon l'adaptation à la classe, les batteries d'exercices nécessaires à une bonne compréhension de certaines notions, les devoirs et les contrôles.
Par contre toutes les activités proposées ont été testées. Certains enseignants préféreront les donner sous une forme plus dirigée: " Enoncé suivi de questions " , ce n'est pas mon cas. J'aime bien le dialogue entre les élèves puis la synthèse faite avec l'enseignant. Il faut cependant une classe acceptant une certaine discipline. La gestion des idées , du bruit peut se révéler fatigante voire impossible dans certaines classes, certains élèves ne respectent pas les idées de leurs camarades surtout si la solution proposée est manifestement fausse, mais quand cela se passe bien on peut découvrir certains dysfonctionnements étonnants.

Fonctionnement A la première heure de cours, je distribue à mes élèves *l'annexe 1*. Pour le cours de math suivant ils ont à préparer leur classeur en mettant, chacun sur une feuille blanche, le titre indiqué dans le sommaire. La première feuille aura donc pour titre "formulaire d'analyse", la deuxième " Equations " etc.
L'exemple qui suit montre la gestion du chapitre fonctions et la manière dont est complété le cours dans le classeur de mes élèves. En fin d'année ceux ci se retrouvent avec un cours que j'espère clair, cours qu'il pourront archiver.
Je pense qu'un élève a besoin de savoir ce qu'il doit apprendre et retenir, le cours encadré au milieu des activités ne me satisfaisait pas car je pense que les élèves n'ont pas l'esprit de synthèse nécessaire à une bonne utilisation de cette méthode.

Les inconvénients de cette méthode(hé oui, il y en a!): Il y a trois ans le lycée a connu un fort taux d'absentéisme dû à une épidémie de grippe, ma classe de seconde n'a bien sûr pas été épargnée. J'ai notablement ralenti le rythme de mon cours, mais il avançait quand même et, quand les élèves revenaient, il leur fallait rattraper le cours. Ils étaient alors obligés de feuilleter le classeur de leur copain et, il faut l'avouer, avaient très souvent besoin de mon aide pour s'y retrouver!
S'il n'y avait pas eu cette épidémie je ne me serais sans doute jamais rendue compte de cette difficulté, un absent occasionnel ne m'aurait pas mis à contribution dans sa recherche de ce qu'il fallait rattraper.
La solution que j'ai trouvée pour palier à cette difficulté a été de faire noter la date dans la marge du cours ainsi que dans le sommaire, mais seuls quelques élèves sont suffisamment disciplinés pour suivre cette consigne.

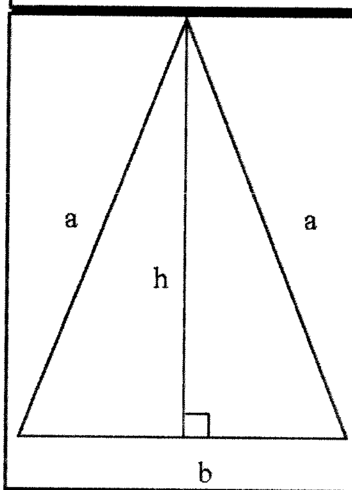
EXEMPLE DE GESTION DU CHAPITRE " FONCTIONS "

Pour nos **collègues physiciens**, il faudrait réserver une heure sur les calculs avec les puissances de dix et la notation scientifique, règles que l'on pourra mettre dans le **formulaire d'analyse** .

<u>Activité</u> De tous les triangles de périmètre 12cm, quel est celui qui a la plus grande aire?

On peut faire remarquer assez vite que l'on peut se limiter à n'étudier que les triangles isocèles.

<u>Entre nous</u>: Les élèves seuls ne peuvent arriver à ce stade, mais le prof peut les encourager à faire des essais ne serait-ce que pour arriver à voir les limites de longueur d'un côté et également, ce qui les surprend toujours, que des triangles différents puissent avoir même aire!



***a* et b positifs**

$\boldsymbol{2a + b = 12}$

$\boldsymbol{b < 2a}$ d'où $\mathbf{0 < b < 6}$

ce qu'on écrit : $\boldsymbol{b \in]0;6[}$

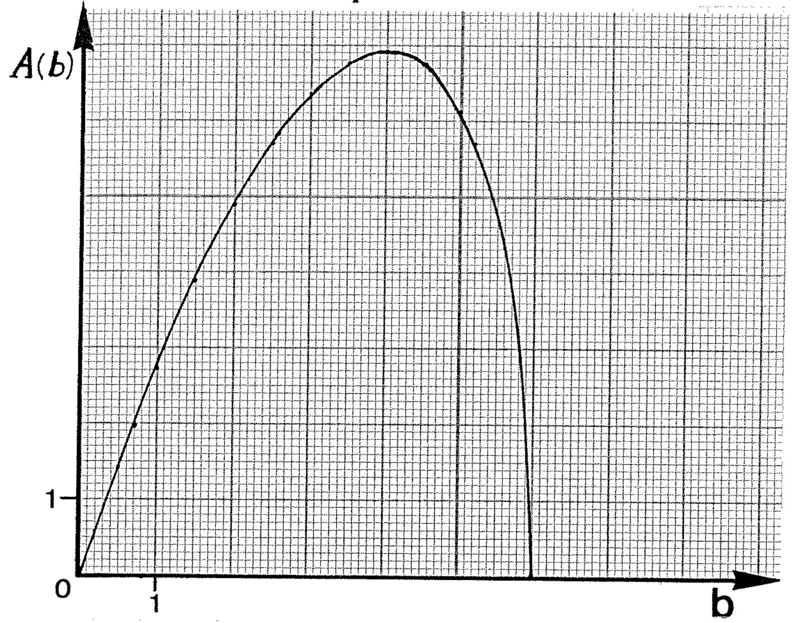
Aire du triangle: $A = \frac{1}{2} b \times h$ D'après le théorème de Pythagore, on a: $h^2 = a^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{4a^2 - b^2}{4}$	*à noter dans le formulaire de géométrie*
Or, par hypothèse, $2a + b = 12$ et $4a^2 = 144 - 24b + b^2$	*identités à noter dans le formulaire d' analyse*
En remplaçant , on obtient: $h^2 = \frac{1}{4}(144 - 24b) = 36 - 6b$ Finalement $A = \frac{1}{2} b \sqrt{36 - 6b}$	

Les valeurs de A dépendent des valeurs données à b, on dit que A est **une fonction de la variable *b*** et on écrit:

$$A(b) = \tfrac{1}{2} b \sqrt{36 - 6b}$$

Par exemple: $A(1) = \frac{1}{2}\sqrt{30}$ On dit que 1 a pour image $\frac{1}{2}\sqrt{30}$

Calculer $A(2)$; $A(3)$; A(4) ; A(5)

On va résumer ces résultats dans un **tableau de valeurs numériques** Et on construit **la courbe représentative** de cette fonction: 	**idées de modules** **- programmation des calculatrices** **- utilisation des calculatrices** **- séances de calculs numériques et constitution d'une fiche méthode**

Entre nous : très peu d'élèves ont, au début de l'année, une calculatrice programmable, on peut donc envisager qu'en montrant comment on la programme à ceux qui en ont une, on arrivera à motiver les réticents à s'en acheter une.

Observons la courbe

$4\sqrt{3}$ est le **maximum** de A, ce maximum est atteint pour b = 4
(On peut faire des vérifications au voisinage de 4
Existe-il des valeurs de b pour lesquelles A(b) = 3 ?
On dit que 3 a deux **antécédents** ou encore que l'équation A(b) = 3 a deux solutions.
(on fait chercher des valeurs approchées de ces solutions)

L'aire augmente jusqu'à $4\sqrt{3}$ puis elle diminue,
on dit que la fonction A est **croissante sur] 0 ; 4] et décroissante sur [4 ; 6 [**

On regroupe ces informations dans un **tableau de variations**

Prolongement possible Parmi tous les rectangles de périmètre 12cm , quel est celui qui a la plus grande aire? (*on peut donner cet exercice à la maison*)

Au retour: Existe-il un rectangle et un triangle qui ont même périmètre (12cm) et la même aire?

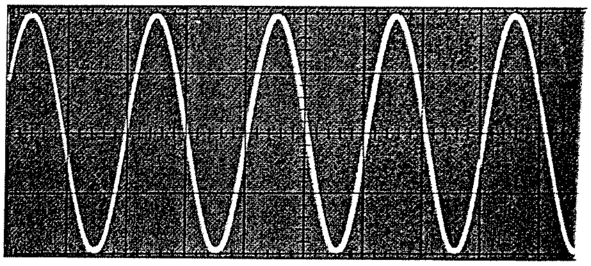
On superpose les deux courbes et on trouve que oui , pour b = 9/2 !
On peut leur faire construire les deux figures.

Entre nous
Je pense qu'il est important pour les élèves de commencer par un exemple de ce type car ils peuvent faire référence à la figure, à l'équation de la courbe et à la courbe elle même lors de la recherche d'images et d'antécédents.

AVERTISSEMENT : Il ne s'agit pas de faire des exercices de physique en cours de mathématiques mais d'un simple aperçu des exercices qu'auront à résoudre nos élèves.

Activités suivantes: "lectures graphiques " Les exercices qui suivent sont extraits d'un livre de physique de seconde : HACHETTE collection DURANDEAU - DURUPTHY.

(17) **A2** Nous observons à l'oscilloscope la tension délivrée par un générateur de tension alternative.



1) À combien de divisions correspond une période ?

2) Sachant que la durée de balayage est de 5 ms/D calculer cette période et en déduire la fréquence.

3) À combien de divisions correspond l'amplitude la tension ?

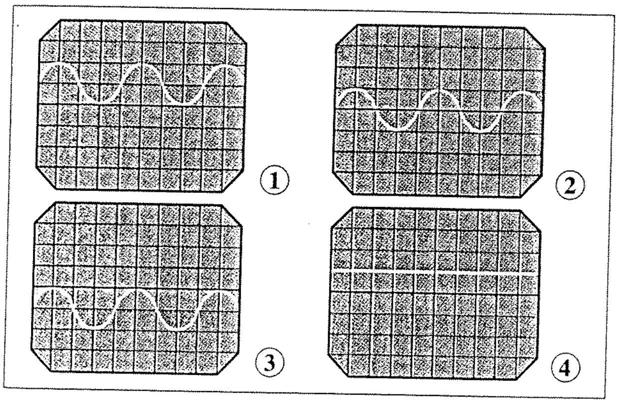
4) Sachant que la sensibilité verticale est de 0,5 V/D calculer la valeur de l'amplitude de la tension.

Ici la variable est "t" la fonction s'appelle "u"
une division sur l'axe des abscisses correspond à 5ms et une division sur l'axe des ordonnées à 0,5V
Quel est le maximum de la fonction u?

On peut leur faire remarquer la particularité de cette courbe et, pour nos collègues physiciens qui en ont besoin très tôt dire que c'est la représentation graphique d'une fonction périodique, faire rechercher une période.

Tensions continues, tensions variables
(ex. 12 à 15)

(12) Lorsqu'aucune tension n'est appliquée, nous réglons l'oscilloscope pour que le spot décrive la ligne centrale de l'écran.
En branchant divers générateurs, nous avons obtenu sur l'écran les quatre traces suivantes :



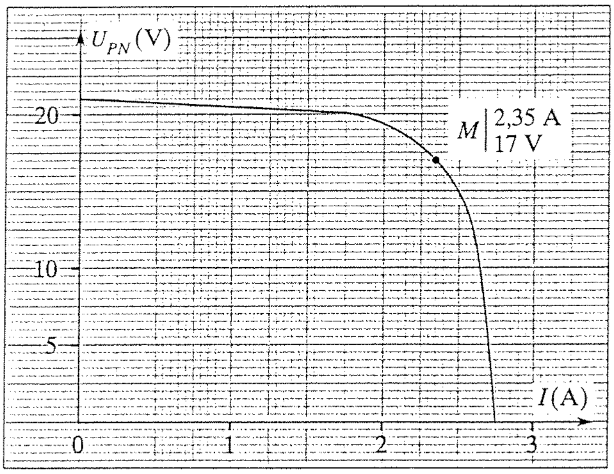
1) **A1** Dans quel(s) cas la tension est-elle variable ?

2) **A2** Dans quel(s) cas la tension est-elle sinusoïdale ?

3) **A2** Dans quel(s) cas la tension aux bornes du générateur ne change-t-elle pas de signe ?

⑲ Module photovoltaïque

Un module photovoltaïque (panneau solaire) est constitué par un assemblage de cellules photoélectriques. Ce sont des générateurs électriques qui transforment l'énergie rayonnante en énergie électrique. La tension à leurs bornes et l'intensité du courant débité dépendent de l'éclairement reçu. Pour un éclairement donné, par exemple 1 000 W/m^2, on a tracé la caractéristique intensité-tension d'un tel module.



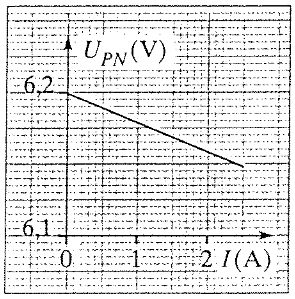
1) **A2** Quelle est la tension aux bornes de ce module éclairé en circuit ouvert ?

2) **A2** Quelle est l'intensité de court-circuit ? La tension aux bornes est alors nulle.

3) **C2** La puissance électrique fournie par le module est maximale au point M.
Quelle est la valeur de la résistance R du conducteur ohmique à brancher aux bornes du module pour qu'il délivre cette puissance électrique maximale ?

⑳ Caractéristique d'un accumulateur

Nous avons obtenu, ci-contre, la caractéristique d'un accumulateur. Remarquer que l'origine des ordonnées a été décalée.



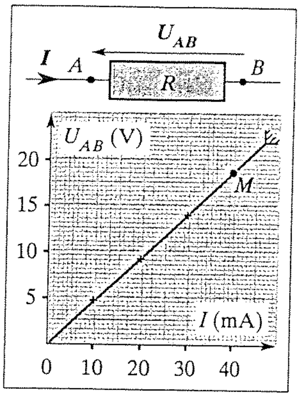
1) **A2** Déterminer graphiquement la tension $U_{PN} = U_1$ pour un courant d'intensité $I_1 = 2$ A.

2) **A2 B3** Déterminer la f.e.m. et la résistance interne de ce générateur.

3) **C1 B3** Calculer le rapport $\dfrac{E - U_1}{E}$. Exprimer cette valeur par un pourcentage. Peut-on dire que ce générateur est pratiquement un générateur idéal de tension ? Justifier la réponse.

⑪ Caractéristique intensité-tension

On a tracé la caractéristique intensité-tension d'un conducteur ohmique (A, B) (*doc.* ci-contre).



1) **A2** À l'aide du graphique, déterminer la tension U_{AB} entre les bornes du conducteur ohmique lorsqu'un courant d'intensité $I = 25$ mA le traverse de A vers B.

2) **B3** Calculer la résistance R de ce dipôle.

⑫ Tracé de caractéristique

On a mesuré, en volt, la tension U_{AB} aux bornes d'une résistance et, en milliampère, l'intensité I du courant qui la traverse. On a trouvé les valeurs suivantes :

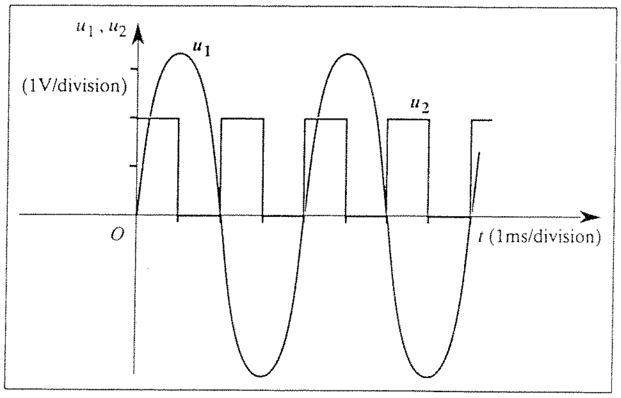
I (mA)	0	2,0	3,0	3,9	7,0	10,1	15,2
U (V)	0	2	3	4	7	10	15

1) **B3** Tracer la caractéristique intensité-tension.

2) **A2** En déduire la valeur de la résistance R du conducteur étudié.

⑫ Synthèse d'un son

Afin de réaliser la synthèse d'un son, on ajoute deux signaux périodiques u_1 et u_2.



1) **A2** Quelle est la période T_1 de la tension u_1 ?

2) **A2** f_1 désignant la fréquence de u_1, quelle est la fréquence f_2 de u_2 en fonction de f_1 ? Donner la valeur numérique de f_2.

3) **C1** Tracer point par point le signal $u = u_1 + u_2$.

4) **A2** Quelle est la fréquence de u ?

Après ces activités , on peut faire une première synthèse.

Dans le chapitre "**Fonctions** "

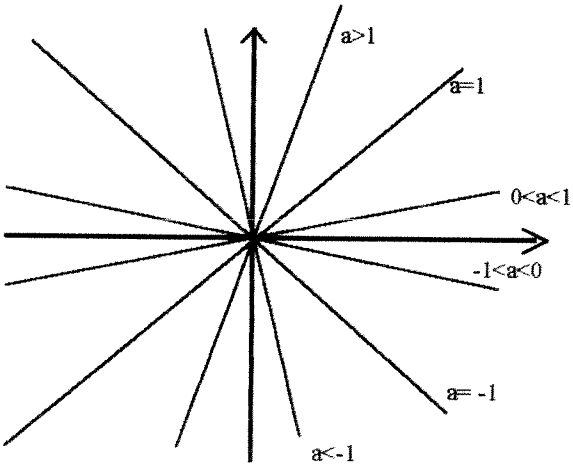
I) <u>Généralités</u>

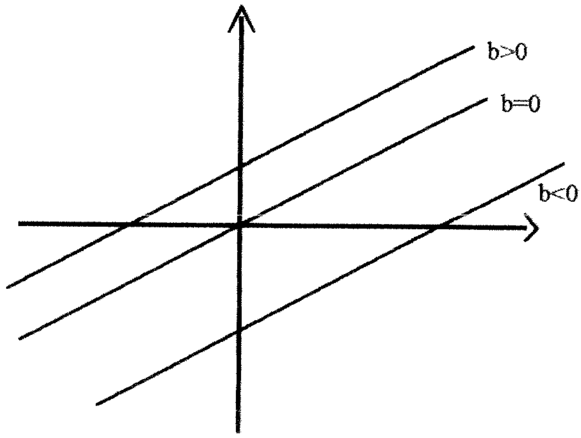
On colle une courbe et on note tout le vocabulaire rencontré

II) <u>Fonctions affines</u>

(...)

<u>Remarque</u>. Les élèves doivent être capables de lire le coefficient directeur directement sur la représentation graphique, c 'est le moment peut-être de leur démontrer que :
$f(x+1) - f(x) = a$ en plus de $f(0) = b$, de faire le lien avec la représentation graphique et de réaliser avec eux les dessins suivants .





idée de module: Compléter le tableau suivant par une droite qui convient

	a > 0	a = 0	a < 0
b > 0	O	O	O
b = 0	O	O	O
b < 0	O	O	O

Cas particulier "Les fonctions linéaires" (important pour les physiciens)

Travaux dirigés
Résolutions graphiques et algébriques d'équations et d'inéquations du premier degré
Par exemple
I) On donne $f(x) = -5x + 3$ et $g(x) = 2x - 5$
1) Résoudre graphiquement et algébriquement:
$a)\ f(x) = g(x)$

$b)\ f(x) > 0$

$c)\ g(x) < 0$

$d)\ f(x) \leq g(x)$

2) Calculer $f(\frac{5}{2})$; $f(10^{-1})$; $f(\sqrt{2} - 1)$

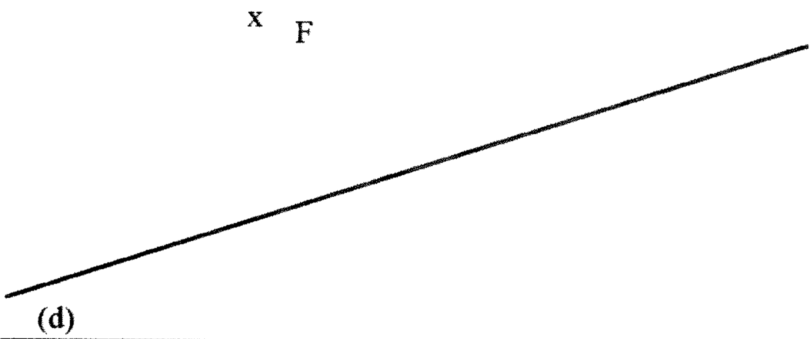
Cours Dans le chapitre "Equation"
I) Du premier degré
Une équation du premier degré peut toujours se ramener sous la forme: $Ax = B$

Exemple . . .	Règles 1)On peut ajouter une même expression aux deux membres d'une équation sans changer ses solutions 2) On peut multiplier les deux membres d'une équation par un même nombre non nul sans changer ses solutions.

Dans le chapitre "Inéquations"
idem

Entre nous Je donne, ici, une batterie d'exercices.

Activité (plutôt en T.P.) Soit (d) une droite et F un point non situé sur (d). Placer les points M équidistants de (d) et de F



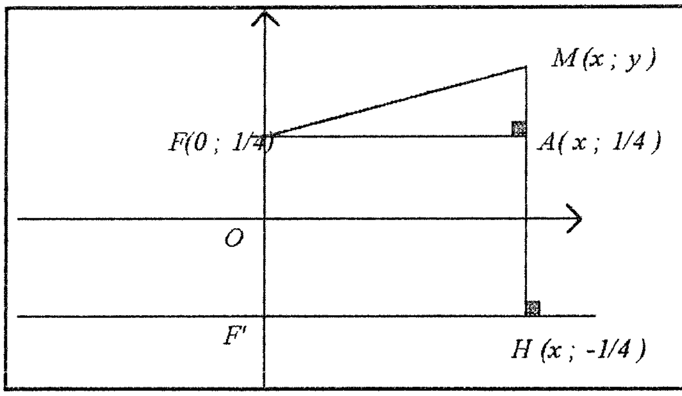
Entre nous Les élèves trouvent assez vite trois points. C'est l'occasion de leur rappeler quel est l' ensemble des points situés à une distance donnée d'une droite et où se trouve les points situés à une distance donnée d'un point donné. Cela leur permet, après discussion de trouver d'autres points.

Equation de la courbe sur laquelle se situent les points M

Deux méthodes:

1) On laisse les élèves choisir les axes, ils choisissent toujours (d) comme axe des abscisses, la perpendiculaire à (d) passant par F comme axe des ordonnées, le sens sur les axes celui qui leur est familier, et pour unité le cm.

2) On impose la médiatrice de [FF'] (F' étant le projeté orthogonal de F sur la droite (d)) pour axe des abscisses, la droite (FF') pour axe des ordonnées, l'unité choisie étant telle que les coordonnées de F soient (0; 1/4)



$M \in P \Leftrightarrow MF = MH$

$MH = |y + 1/4|$

(*déf* à mettre dans le formulaire)

$\mathbf{MA} = |\mathbf{y - 1/4}|$ **et** $FA = |x|$

d'où $y = x^2$

P est donc la courbe représentative de la fonction f définie pour tout x par: $f(x) = x^2$

Cours chapitre Fonctions

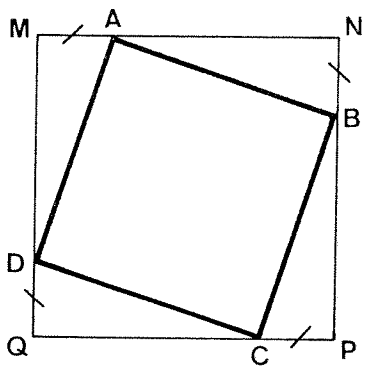
III) La fonction définie sur R par: $f(x) = x^2$

1) Parité (en lien avec le T.P.)

Entre nous: Pour ma part je ne traite la parité que vers la fin de l'année, je pose à mes élèves la question suivante: parmi toutes les fonctions que nous avons étudiées quelles sont celles dont la courbe représentative admet l'axe des ordonnées comme axe de symétrie? quelles sont celles dont la courbe représentative admet l'origine du repère pour centre de symétrie?

2) Variations (Peut-on joindre les points que l'on a placés en T.P.? Comment être sûr qu'entre deux points il n'y a pas de bosses?)

Activité (plutôt en T.D.) MNPQ est un carré de côté 10cm, A,B,C et D sont 4 points situés dans cet ordre sur chacun des côtés du carré et tel que : MA = NB = PC = QD = x Pour quelle valeur de x l'aire du quadrilatère ABCD est-elle minimale?



Pour mettre en équation ce problème, il y a deux méthodes

1) $A_{ABCD} = A_{MNPQ} - 4A_{AMD}$ (cette manière n'est jamais proposée par les élèves)

2) ABCD est un carré (les élèves ne pensent pas à le démontrer et c'est au moment où l'un d'entre eux propose sa solution que je leur demande de le démontrer, voir ci dessous.*)

$A_{ABCD} = (10 - x)^2 + x^2$

$A(x) = 2x^2 - 20x + 100$

(*) Ils utilisent le théorème de Pythagore et démontrent rapidement que ABCD est un losange et (avec mon aide) qu'il a un angle droit. C'est à ce moment là que j'interviens pour leur proposer la démonstration suivante:

O étant le centre du carré MNPQ, on considère la rotation de centre O qui transforme le point M en N. La rotation conserve les longueurs et l'alignement (vu en troisième).

$r_O: M \mapsto N$
$\quad N \mapsto P$
Le point A est sur [MN] et MA = x, l'image A' de A est sur [NP]et NA' = x

A' et B sont donc confondus

$r_O: A \mapsto B$

On a donc $B \mapsto C$, $C \mapsto D$, $D \mapsto A$ d'où AB=BC=CD=DA et AC = BC c'est donc bien un carré

On place un certain nombre de points de la représentation graphique,

<u>Conjecture</u> **La fonction décroît sur [0;5] puis croît sur [5;10]**

:a et b étant deux réels tels que $a < b$ comparons $A(a)$ et $A(b)$

<u>Deux méthodes</u>

1) Calculons $A(b) - A(a)$ et déterminons le signe de cette expression

2) Basée sur la connaissance de variations de la fonction carré:

On vient de remarquer que $A(5)$ pourrait être le minimum calculons $A(x) - A(5)$

$$\begin{aligned} A(x) - A(5) &= 2x^2 - 20x + 50 \\ &= 2(x^2 - 10x + 25) \\ &= 2(x - 5)^2 \end{aligned}$$

d'où:

$$A(x) = 2\ (x - 5)^2 + A(5) = 2(x - 5)^2 + 50$$

<u>si $a < b < 5$</u> alors $(a - 5) < (b - 5) < 0$ d'où $(a - 5)^2 > (b - 5)^2$

et donc $2(a - 5)^2 > 2(b - 5)^2$ et $2(a - 5)^2 + 50 > 2(b - 5)^2 + 50$

on obtient $A(a) > A(b)$, A décroît sur [0; 5]

On étudie quelques autres fonctions de ce type par exemple $f(x) = 10x - x^2$ en plus de celles indiquées dans le programme

On peut rajouter :1) Calculer $f(\sqrt{3} - 1); f(3/5); f(10^{-1})$

2) Résoudre algébriquement et graphiquement $f(x) = 0$; $f(x) > 0$; $f(x) = -25$

<u>En exercices à la maison résolutions d'équations du second degré</u>

<u>Entre nous</u> *Les calculs numériques , les équations et les inéquations gagnent à être rencontrées tout au long de l'année. Certains élèves assimilent lentement, d'autres assimilent vite mais oublient tout aussi rapidement.*

Cours Chapitre" Equations "

II) Equations de degré supérieur ou égal à deux.

Elles se résolvent en factorisant car:

" un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul "

Exemples

idée de modules Factorisation et création d'une fiche méthode (par les élèves) voir annexe 2 Equations du second degré fiche méthode

Chapitre "Inéquations"

II) Inéquations de degré supérieur ou égal à deux : un nouvel outil: ***"le tableau de signe"***

T.D. Résoudre : $x^2 < x$ - résolution algébrique

- On fait un Zoom sur la courbe représentative de la fonction f définie sur R_+ par : $f(x) = x^2$ (unité 10cm) et on construit la première bissectrice

Entre nous: Arrivés à ce point, je traite une autre partie du programme: ***les vecteurs*** *et après le premier contrôle j'introduis les notions de* ***statistiques*** *qui sont au programme de seconde.*

TABLE DES MATIERES

ANALYSE

FORMULAIRE

I° EQUATIONS

2° INEQUATIONS

3° FONCTIONS

GEOMETRIE

FORMULAIRE

1° VECTEURS

2° REPERES

3° TRANSFORMATIONS

4° TRIGONOMETRIE

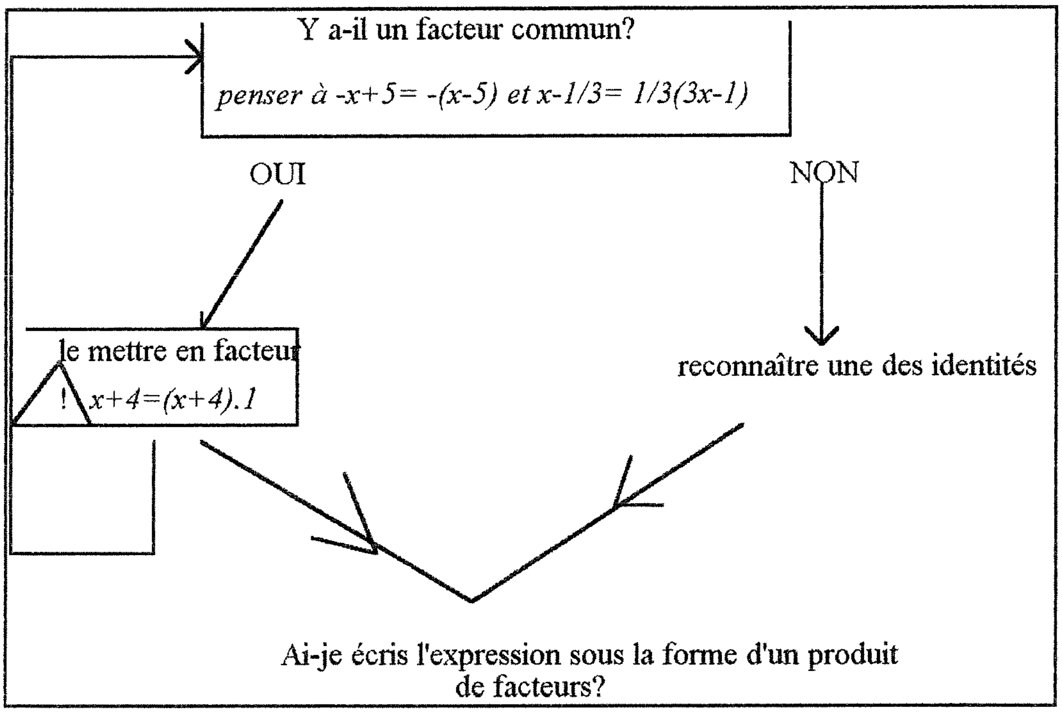
5° DANS L ' ESPACE

STATISTIQUES

FICHE METHODE " FACTORISATION "

Voici par exemple la fiche méthode confectionnée par des élèves d'une classe de seconde. Cette activité ne se conçoit que si ce sont les élèves qui créent une telle fiche.

Factoriser c'est tranformer une somme d'expression en un produit d'autres expressions



Fiche d'utilisation (exercices de type différent)

FICHE METHODE "EQUATIONS"

Quel est le degré de l'équation?

Premier

On la met sous la forme
Ax = B

deuxième ou plus

On regroupe tout dans un membre
F(x)=0

On factorise F(x)

Un produit est nul ssi l'un des facteurs est nul

Exemples divers

III

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES.

Préambule

Parmi les élèves qui nous arrivent en classe de seconde, un bon nombre d'entre-eux connaisse les règles de calcul usuelles, les identités remarquables etc... en ce sens qu'ils savent les "*réciter*"... Pourtant leur niveau de calcul n'est pas toujours très brillant si l'on se réfère aux tests de rentrée. En effet, on peut noter alors un certain nombre "d'erreurs", principalement dues à des confusions entre ce qui relève du "*registre additif*" et ce qui relève du "*registre multiplicatif*". Des notions, même bien apprises, ne sont pas acquises pour autant surtout après deux mois d'inactivité mathématique...

D'où le constat fréquent de début d'année : « "ils" ne savent pas calculer » accentué souvent par « "ils" manquent de méthode »...

Il semble donc nécessaire de devoir remettre les idées bien en place assez tôt pour ne pas traîner ces "handicaps". Le "danger" serait alors de se lancer, en début d'année, dans des révisions systématiques sur le calcul numérique de manière plus ou moins exhaustive.

Pour éviter cette dérive, on peut revoir et consolider les acquis du collège par le biais du chapitre "fonctions", comme il a été proposé à la partie **II** par exemple, voire par le biais du chapitre "espace" etc...

L'on peut aussi, pourquoi pas, y consacrer un chapitre spécifique à condition de ne pas tomber dans le piège du "déjà vu" qui ne mobilise guère l'attention des élèves car ayant l'impression de savoir et de ne rien apprendre de nouveau.
Mais dans ce cas, il nous semble alors important d'insister sur l'activité de l'élève en proposant des exercices suffisamment motivants (résolution de problèmes...) lui permettant tout à la fois de renforcer ses acquis et de bâtir ses propres "stratégies" pouvant également déboucher sur l'élaboration de méthodes, par exemple, comme cela est décrit dans les pages suivantes.

Exemple de gestion possible:

CLASSE ENTIERE	MODULE	T.D.
Exercices avec calculs en écriture fractionnaire: • proportionnalité • pourcentage • calcul littéral, équations		* préparer N°I de la fiche "carrés magiques" pour la prochaine heure de T.D.
	Ma calculatrice scientifique • lecture en notation scientifique • puissances • fractions décimales • nombre décimal	
		Carrés magiques I. "additifs" (calculs en écriture fractionnaire, équations)
Devoir N°1 (délai : 1 semaine) Devoir d'approfondissement A1.		
Exercices avec radicaux: • rappels de trigonométrie • figures "clés" • identités remarquables		
	Calculatrice (suite) • touches $\boxed{EXP}$ ($\boxed{EE}$ ou $\boxed{\times 10^x}$) et $\boxed{x^y}$ ($\boxed{y^x}$ ou $\boxed{\wedge}$) • travail sur puissances de 10: (notation scient., chiffres de garde)	
		Carrés magiques • corrigé du I. • Puissances et calculs en écriture fractionnaire.
Devoir d'approfondissement A2 (Carrés magiques "multiplicatifs")		
Suite des exercices: • tableau "+ ; ×" • règles de priorité... • ensembles de nombres		
	Calculatrice (suite) (deuxième groupe)	
		Tests d'évaluation

CLASSE ENTIERE	MODULE	T.D.
Devoir N°2 pour la prochaine heure de T.D.		
<u>Résoudre</u>, <u>factoriser</u> élaboration de méthodes.		
	"<u>Groupe de besoin</u>" Analyse d'erreurs à partir des questions 11A et 11B du test → reconnaître des sommes et des produits.	
		Corrigé du devoir 2.
Interrogation écrite N°1		
Corrigés, "remise au point"...		
	Analyse d'erreurs - débat scientifique et narration de recherche à propos du devoir d'approfondissement A1 (ex II et III)	

etc...

------ CLASSE ENTIERE ------

En classe entière, les élèves "planchent" sur des résolutions de problèmes, certains de type "rallye", choisis de façon à couvrir et consolider progressivement les acquis du collège.

Ainsi chacun de ces exercices est-il l'occasion de ***rappels*** auxquels s'ajoutent parfois quelques ***compléments***. Ceux-ci sont alors transcrits dans la partie adéquate du classeur de cours. C'est ainsi, par exemple, que l'on complète au fur et à mesure le tableau "**+** ; **x**".

> ***"entre-nous"***
>
> *Quand il s'agit de rappels, les élèves ont toute liberté de les noter ou pas. Il me semble en effet qu'il faut qu'ils apprennent assez tôt à se responsabiliser face à leurs connaissances. Pour* ***prendre confiance*** *en leur savoir, ils doivent pouvoir se dispenser de recopier inutilement des règles qu'ils maîtrisent déjà. C'est un pas de plus vers l'autonomie recherchée. Le côté facultatif permet de toute façon aux "plus inquiets" de se rassurer, au début, en notant "tout ce qui passe"...*

Types d'exercices à prévoir faisant intervenir des calculs en écritures fractionnaire:

• proportionnalité* : exercices de "mise en route".

Exemple tiré de la vie courante:

750 g de rumsteck coûte 51 F. Quel est le prix au kilo ? Répondre:
a) par un calcul direct utilisant un raisonnement de proportionnalité,
b) en résolvant une équation d'inconnue le montant cherché.

⟶ multiplication par $\frac{a}{b}$ $\left(\frac{1000}{750} \times 51 = \frac{4}{3} \times 51\right)$

⟶ notion d'inverse ; «diviser par un nombre non nul» "revient à" «multiplier par son inverse».

> * ***"entre-nous"***
>
> *Bien que ce type d'exercices soit abordé dès la classe de 6ème, les élèves maîtrisent encore assez mal les problèmes de proportionnalité. Pour résoudre la question a) ci-dessus,par exemple, pratiquement aucun d'entre-eux n'utilise la multiplication par un coefficient de proportionnalité préfèrant (mais est-ce vraiment un choix...?) une "règle de trois" plus ou moins bien menée ou un tableau de proportionnalité... Sans rejeter ces méthodes (ce ne serait guère pédagogique...), il faut tout de même rendre attentif ces élèves au fait qu'elles sont très coûteuses en temps et restent souvent à l'état de "recettes de cuisine" si l'on en juge les difficultés à les mettre en oeuvre notamment dans les questions 1A ou 1B de l'évaluation de septembre 1993. C'est d'ailleurs bien cet aspect gain de temps qui a permis de les motiver à évoluer dans leur façon d'aborder les problèmes de proportionnalité et ensuite pouvoir consolider cette notion.*

Pour ce faire, je leur pose à chaque début de cours une petite question à mettre en forme, le plus souvent oralement, du genre:

Ayant roulé en vélo pendant 1 h 25 min, j'ai parcouru 34 km. A la même allure, combien de km parcourrai-je en 2h ?
ou bien :
Combien de temps me faudra-t-il pour parcourir 50 km ?

Autre exemple:

Trois commerçants se sont groupés pour faire transporter leurs marchandises. Ils décident de répartir les frais de transport proportionnellement à la masse des marchandises transportées pour chacun d'eux, à savoir respectivement 4,3t, 6t et 3,2t.
Ils se font faire un devis chez divers transporteurs:

1° Chez "RAPID'EST", les frais de transport s'élèveraient à 6750 F en tout. Calculer la somme que devrait payer alors chacun d'eux.

2° Chez "EXPREST", les frais de transport s'élèveraient à 1978 F pour le 1er commerçant. Calculer à combien s'élèverait le montant total des frais de transport.

3° Même question sachant que chez "TRANSPEST" les frais de transport s'élèveraient à 3120 F pour le 2ème commerçant.

⟶ calcul d'un pourcentage.

Exemple de "remise en route":

Calculer le pourcentage de garçons dans notre classe où il y a 12 garçons **pour 35** élèves.

Si $\mathbf{x}$ *est le pourcentage cherché, on peut faire écrire que:*

*«12 pour 35» = «***x** *pour 100»*

c'est-à-dire que $\frac{12}{35} = \frac{\mathbf{x}}{100}$

puis utiliser la "fameuse égalité des produits en croix" si chère à bon nombre d'élèves...

*Mais on peut aussi "dans la foulée des raisonnements précédents", amener les élèves à prendre directement les 12/35 de 100...(en partant du fait qu'oralement le mot poucentage peut s'exprimer «**pour-100**-age» par exemple...)*

Exercice "ouvert":

Au volant de sa voiture sur une autoroute, en roulant à vitesse constante, Thiebaud a parcouru 155 km en 1h15min.

Après vérification chez un spécialiste, il constate qu'en fait son compteur de vitesse n'indique que **95%** de la vitesse réelle. Etait-il en excès de vitesse? (la vitesse maximum autorisée sur autoroute est 130 km/h)

• Exercices de mise en équation.

Exemples:
- On retranche les neuf septièmes d'un nombre ***b*** de 35,79. En multipliant le résultat par 5/3, on trouve 49,65. Retrouver le nombre ***b***.

- On prend les trois quarts des huit neuvièmes d'un nombre ***a***. En ajoutant 2345 au résultat, on obtient le triple de ***a***. Retrouver le nombre ***a***.

"entre-nous"

- Ce type d'exercice permet de travailler sur certaines erreurs qui ont hélas "la vie dure" et qui viennent en grande partie du fait que pour encore trop d'élèves, résoudre des équations se résume souvent à ***«faire passer dans l'autre membre en changeant de signe»***... *et cela avec les confusions classiques citées en préambule.*

Alors pour bien "marquer le coup", on se met d'accord pour adopter la règle d'or suivante : ***«"faire passer" devient un acte "frauduleux"...»***

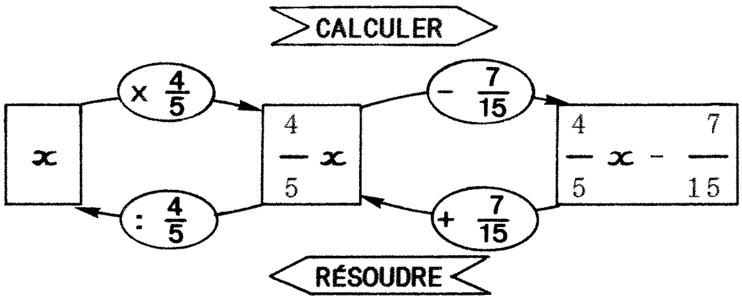
Il va de soi que pour résoudre une équation, comme celle des exemples ci-dessus, je différencie la rédaction écrite, qui doit rester sobre, de l'oral (au tableau par exemple) où j'invite les élèves à systématiquement justifier chaque étape par des phrases du genre: «j'ajoute à chaque membre...» ou «je multiplie chaque membre par...»...etc.

- Ce type d'exercice présente en outre comme intérêt supplémentaire de permettre de travailler sur le vocabulaire en contribuant à renforcer le passage d'un langage à un autre (ici du langage usuel au langage symbolique).

Autre exemple: Voici un programme de calcul:
- choisir un nombre,
- le multiplier par 6,
- retrancher 1 du produit obtenu,
- multiplier le résultat par 707/1515,
- retrancher le double du nombre de départ.

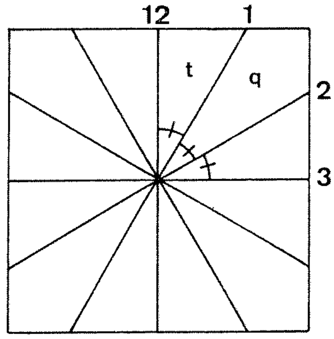
1° Exécuter ce programme avec -34/56.
2° Exécuter ce programme en appelant x le nombre choisi.
3° Retrouver le nombre de départ lorsque le résultat final donne: -1 , 1/5 , -104/345 , -7/6 et -13/33.

Lors de ces exercices, on pourra être amené à utiliser des schémas comme ci-dessous afin de dégager la règle suivante: ***«pour résoudre une équation, utiliser les opérations "contraires" dans l'ordre contraire des priorités»***



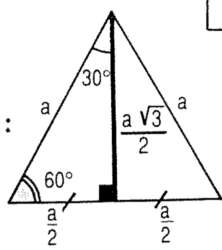
(Peuvent suivre d'autres exercices comme par exemple les n° 5A et 5B de l'évaluation de septembre 1992)

I. La figure ci-contre représente une montre carrée où l'on a relié le centre aux positions des heures. On note ***t*** l'aire de l'une des huit régions triangulaires (comme celle entre 12h et 1h) et ***q*** l'aire de l'une des quatre régions situées aux coins (comme celle entre 1h et 2h).



Calculer le rapport ***q/t***.

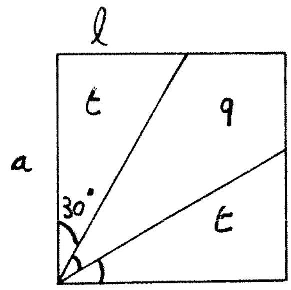
→ rappels de trigonométrie, "figure clé":



$\tan 30° = \frac{\ell}{a}$

d'où $\ell = a \times \frac{\sqrt{3}}{3}$

d'où $t = \frac{\ell \times a}{2} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} \times a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$



$q = a^2 - 2t$

$q = a^2 - a^2\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2(3-\sqrt{3})}{3}$

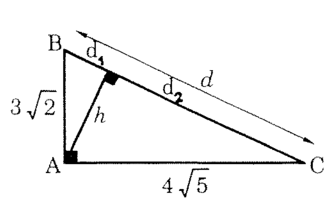
$\frac{q}{t} = \frac{\frac{a^2(3-\sqrt{3})}{3}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{6}} = \frac{2\cancel{a^2}(3-\sqrt{3})}{\cancel{a^2}\sqrt{3}} = \frac{2(3-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = \frac{2\cancel{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-1)}{\cancel{\sqrt{3}}}$

$= 2(\sqrt{3}-1) = 2\sqrt{3} - 2$

"*entre-nous*"

*Pour cet exercice, les élèves cherchent tous à calculer **t** et **q** (par exemple en fonction du côté **a** du carré) pour ensuite calculer le rapport **q/t**.*
*Or $q = a^2 - 2t$. Donc apès avoir trouvé que $t = a^2\sqrt{3}/6$, il n'est plus nécessaire de calculer **q**, on peut calculer directement $q/t = a^2/t - 2$.*

II. Pour le triangle ci-contre, calculer h, d, d_1 et d_2, en donnant les résultats sous la forme "la plus simple" utilisant le symbole $\sqrt{\ }$.
(d'après exercice IREM 3e, 1989)

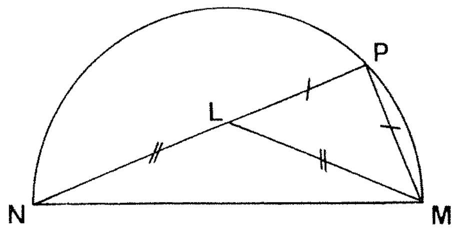


1° Vérifier que $h^2 = d_1 \times d_2$
$AB^2 = d_1 \times d$
et que $AC^2 = d_2 \times d$.

2° Démontrer que les trois relations précédentes sont valables dans tout triangle ABC rectangle en A.

III. Sur la figure ci-dessous, le point P appartient au demi-cercle de diamètre [MN].

1° Déterminer la mesure en degrés de $\widehat{MNP}$.



2° On suppose que **NP = 10 cm.**

a) Déterminer la valeur exacte de de MP et trouver une construction exacte de cette figure n'utilisant pas le rapporteur.

b) Quelle est la valeur exacte de MN ?
En déduire la valeur exacte du sinus de $\widehat{MNP}$.

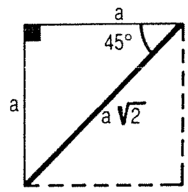
3° On suppose maintenant que **MN = 10 cm.**

a) Montrer que MN = $5\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ et en déduire une nouvelle expression du sinus de $\widehat{MNP}$.

b) Vérifier la cohérence des résultats précédents c'est-à-dire vérifier que les deux expressions trouvées pour le sinus de $\widehat{MNP}$ sont bien égales:

- à l'aide d'une calculatrice,
- en justifiant par le calcul.

⟶ révisions: - théorème "de l'angle droit"
- figures de base (triangle:isocèle, rectangle isocèle...)
- trigonométrie, "figure clé" :

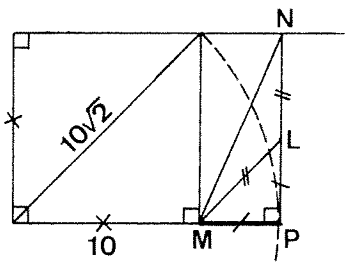


- théorème de Pythagore

⟶ mise en équation: choix de l'inconnue (MP = x d'où LN = ML = $x\sqrt{2}$)

⟶ résolution d'équations (avec développement d'identités remarquables)

"entre-nous"



Question 2°, on trouve $x = \dfrac{10}{1 + \sqrt{2}}$.

Cette expression est peu commode pour une construction exacte, d'où l'utilité ici de savoir "rendre un dénominateur rationnel" (on trouve $x = 10\sqrt{2} - 10$*)... puis la construction ci-contre...*

La question 3°a) est un autre exemple où rendre un dénominateur rationnel peut se justifier.

Sortis de ce contexte, les calculs à la question 3°b) seraient de "pure virtuosité technique". Mais ils permettent ici, de façon non "gratuite", de travailler sur les calculs avec radicaux de façons assez riche:
- en élevant les deux expressions au carré puis en les réduisant à un même dénominateur... ou en calculant les "produits en croix"...
- directement en transformant la première expression, par exemple en utilisant le fait que $4 - 2\sqrt{2} = 2(2 - \sqrt{2})$
et donc que $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}$ *etc...*

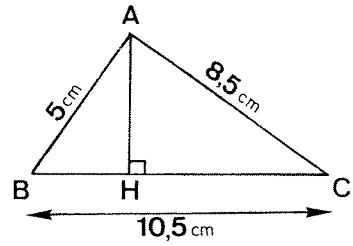
RÉSOUDRE - FACTORISER.

*** Exemples de problèmes du premier degré.**

- problème n'ayant pas de solutions: Un viticulteur dispose de 2 modèles de tonneaux. Le plus grand contient 75 *l* de plus que le plus petit. Avec 1 500 *l* il remplit exactement 50 grands tonneaux et 25 petits. Trouver la contenance de chaque modèle.
  (on trouve que le grand tonneau devrait contenir 45 l...)

- exemple modifié pour que le problème admette une solution:
  Remplacer 1 500 *l* par 15 000 *l*.
  (on trouve que le grand tonneau contient 225 l et le petit 150 l)

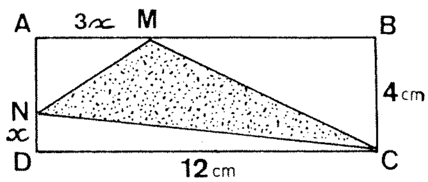
- problème se ramenant "au premier degré":



1° Construire en vraie grandeur le triangle représenté ci-contre.
2° On se propose de calculer, en cm, la hauteur AH de ce triangle. On pose BH = x (en cm).
  a) Calculer AH^2 en fonction de x de deux manières différentes.
  b) En déduire x puis AH.
3° Tracer sur la figure la hauteur CK issue de C.
  Calculer cette hauteur en cm:
  a) en utilisant une méthode analogue à celle de la question **2°**.
  b) en calculant l'aire du triangle ABC de deux manières différentes.

*** Exemples de problèmes du second degré ou plus:**

- Trouver un nombre tel que son triple soit égal à son cube.



- On considère un rectangle ABCD dont les côtés mesurent 4 cm et 12 cm. Les points M et N sont sur les côtés [AB] et [AD] tels que en cm : AM = 3ND = $3x$.
1° Montrer que l'aire du triangle MCN est égale à :

$$(3x^2 - 12x + 48)/2$$

2° Déterminer x pour que l'aire de ce triangle soit égale à:
  ***a)* 3/8** de l'aire du rectangle,
  b) l'aire d'un rectangle de **6** cm sur x (cm).
  Faire une figure pour chaque cas et vérifier.
3° Existe-t-il une autre valeur de x pour laquelle l'aire du triangle est la même que celle trouvée à la question précédente? Justifier en résolvant l'équation correspondante.

- etc...

⟶ nécessité de savoir factoriser: mise au point d'une **méthode pour factoriser** à partir d'exercices progressifs (fiche méthode page suivante).

⟶ début de "stratégie" face à une équation en vue de l'élaboration d'une méthode...

F A C T O R I S E R
(méthode)

$\boxed{0}$ EN PRINCIPE NE PAS DÉVELOPPER NI RÉDUIRE.

$\boxed{R}$ **RECONNAÎTRE RECHERCHER**

$\boxed{F}$ un facteur commun "immédiat" (un nombre, une variable...)

$\boxed{C}$ un facteur commun "caché"

- quasi immédiat, penser à :

  *** C1** : $b - a = -(a - b)$
  *** C2** : $(b - a)^2 = (a - b)^2$
  *** C3** : $[k(a - b)]^2 = k^2(a - b)^2$

- **CG** : en regroupant "judicieusement certains termes $\longrightarrow \boxed{R}$

$\boxed{I}$ une identité *remarquable*

- **I2** : à deux termes $(A^2 - B^2)$
- **I3** : à trois termes $(A^2 + 2AB + B^2)$
  $(A^2 - 2AB + B^2)$ $\longrightarrow \boxed{R}$

$\boxed{D}$ SI NON, DÉVELOPPER ET/OU RÉDUIRE $\longrightarrow \boxed{R}$

Exemples :

1° : $45x^5 - 30x^4 + 5x^3 = 5x^3(9x^2 - 6x + 1)$
$= 5x^3[(3x)^2 - 6x + 1]$
$= 5x^3(3x - 1)^2$

R (F puis I3)

2° : $(x^2 + 2)^2 - (4x - 2)^2 = (x^2 + 2 + 4x - 2)(x^2 + 2 - 4x + 2)$
$= (x^2 + 4x)(x^2 - 4x + 4)$
$= x(x + 4)(x - 2)^2$

R (I2) $\longrightarrow$ R (F et I3)

3° : $(3x - 6)^2 + 10 - 5x = [3(x - 2)]^2 + 5(2 - x)$
$= 9(x - 2)^2 - 5(x - 2)$
$= (x - 2)(9x - 23)$

R (C3 et F) $\longrightarrow$ R (C1 ou C2)

4° : $2x^2 - 12x + 9 - x^2 + 18 = 2(x^2 - 6x + 9) + (9 - x^2)$
$= 2(x - 3)^2 + (3 + x)(3 - x)$
$= 2(3 - x)^2 + (3 + x)(3 - x)$
$= (3 - x)[2(3 - x) + 3 + x]$
$= (3 - x)(- x + 9)$

R (CG et F) $\longrightarrow$ R (I3 et I2) $\longrightarrow$ R (C2 ou C1)

------ T.D.: CARRÉS MAGIQUES ------

I. Compléter les carrés suivants pour qu'ils soient des carrés de "somme magique" (écrire les résultats sous forme de fractions irréductibles).

a)

a	-1/12	7/60	*b*
c	*d*	*e*	-3/5
f	-3/10	1/20	-7/30
-1/6	*g*	-5/6	1/5

b)

a	*b*	-4/3
0	1/3	*c*
d	*e*	*f*

c)

-1/6	*a*	-7/30
b	-2/15	*c*
d	*e*	*f*

d)

a	13/105	*b*	*c*
d	-1/63	38/105	-34/63
-1/315	34/315	-23/63	*e*
f	*g*	2/35	43/105

II. Compléter les carrés suivants pour qu'ils soient des carrés de "produit magique".

a)

10^{-26}	10^{9}	*a*	*b*
10^{35}	10^{-11}	10 000	*c*
d	*e*	*f*	1
10 000	10^{12}	10^{-36}	*g*

b)

0,000 1	*a*	*b*
10^{-5}	1 000	*c*
d	*e*	*f*

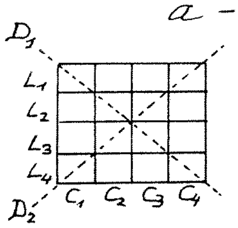
c)

a	*b*	4^{-14}
c	0,25	2^{10}
d	*e*	*f*

*Exemple de résolution pour le carré **Ia)** :*

• ($L_1 = C_4$) : on écrit l'égalité entre la somme des termes de la ligne 1 et celle des termes de la colonne 4.

$$a - \frac{1}{12} + \frac{7}{60} + b = b - \frac{2}{5} - \frac{7}{30}$$



$$a - \frac{5}{60} + \frac{7}{60} = -\frac{19}{30}$$

$$a = -\frac{20}{30}$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

• ($D_2 = C_4$) : on trouve $e = -\frac{1}{6}$ puis $S = -\frac{5}{6}$ (C_3).

ou

• ($C_2 = L_4$) : on trouve $d = -\frac{5}{12}$ puis S avec D_1.

ou

• ($C_2 = D_1$) : on trouve $g = -\frac{1}{30}$ puis S avec L_4.

> ***"entre-nous"***
>
> *- C'est l'occasion ici de bien "enfoncer le clou" en veillant à ce que les élèves ne «fassent plus passer d'un membre à l'autre»...*
> *- On peut également les habituer à **prévoir** en écrivant leurs équations de telle façon que l'inconnue figure dans le 1er membre...*
>
> *- Le fait de faire chercher des variantes (et bien sûr d'en trouver...) permet de s'assurer que la méthode de résolution est comprise et assimilée.*

*Exemple de résolution pour le carré **IIc**:*

Calculs préalables : $0{,}25 = \frac{1}{4} = 4^{-1}$

$2^{10} = (2^2)^5 = 4^5$

- $(D_1 = C_3)$ permet de trouver $a = 4^{-8}$
- $(C_1 = D_2)$ permet de trouver $c = 4^{-7}$ puis de trouver $P = 4^{-3}$ avec L_2.
- Ensuite, par exemple :

$$b \times 4^{-22} = 4^{-3}$$
$$b = 4^{-3} \times \frac{1}{4^{-22}}$$
$$b = 4^{-3} \times 4^{22}$$
$$b = 4^{19}$$

"entre-nous"

- Ce devoir donné en approfondissement a eu beaucoup de succés auprès d'un éventail assez large d'élèves. Cela est sans doute dû à son côté un peu ludique et au fait qu'il est apparu pour la plupart comme "faisable"...

*- Ces exercices ont permis de mieux insister sur la rédaction des calculs. Ainsi pour le carré **IIb)**, $(D_2=C_1)$ amène à résoudre:*

$$b \times 10^3 = 10^{-9}.$$

Plusieurs élèves trouvent $b = 10^{-6}$. *Cette erreur vient du fait qu'ils ont "sauté" une étape encore nécessaire pour eux à ce stade de l'apprentissage, à savoir écrire :*

$$b = 10^{-9} \times \frac{1}{10^3}$$

c-à-d: $b = 10^{-9} \times 10^{-3}$

*- Remarque : certains élèves ont traité l'exercice **IIc)** en utilisant des puissances de 2.*

PUISSANCES ET CALCULS FRACTIONNAIRES

I. Calculer:

1° $\dfrac{5^2}{2^8} - \dfrac{5 \times 39}{8 \times 5^3} + \dfrac{39^2}{5^6}$ 2° $\left(\dfrac{101101}{2929} - \dfrac{13 \times 7^3}{29 \times 14^2}\right) \times \dfrac{58}{273} - \dfrac{12^2}{2 \times 3^3} - \dfrac{65 \times 39^2}{13^3 \times 10}$.

II. Calculer de deux façons différentes (en réduisant au même dénominateur puis en passant à l'écriture décimale):

$$\left(\frac{15}{10}\right)^3 - \frac{63}{10^2} - \frac{35^6}{7^3 \times 5^9} .$$

"entre-nous"

*- L'exercice **2°** a été corrigé sans qu'il y ait prise de notes (réponse: 0). Cela a permis de débattre de la façon la plus "astucieuse" de calculer, des simplifications permises ou non... sans que l'élève ne soit obnubilé par le recopiage dans son cahier.*

*- L'exercice **3°** a permis, dans les mêmes conditions, de reparler de fractions décimales et de nombres décimaux.*

1°) $\dfrac{5^2}{2^8} - \dfrac{5 \times 39}{2^3 \times 5^3} + \dfrac{39^2}{5^6}$

$= \dfrac{5^8 - 2^5 \times 5^4 \times 39 + 39^2 \times 2^8}{2^8 \times 5^6}$ ①

$= \dfrac{390\,625 - 78 \times 10^4 + 389\,376}{2^2 \times 10^6}$ ②

$= \dfrac{1}{2^2 \times 10^6}$

$= \dfrac{1}{4} \times 10^{-6}$

$= 0{,}25 \times 10^{-6}$

$= 25 \times 10^{-2} \times 10^{-6}$

$\boxed{= 25 \times 10^{-8}}$

① $2^8 \times 5^6 = 2^5 \times 2^3 \times 5^3 \times 5^3$

② $2^8 \times 5^6 = 2^2 \times 2^6 \times 5^6$
$= 2^2 \times 10^6$

I. AVEC CALCULATRICE:

1°a) Calculer **A** et **B** à la calculatrice et noter le résultat affiché :

$$A = \frac{15^{30}}{45^{15}} \qquad B = \sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}}$$

b) Sans utiliser la calculatrice, simplifier **A** et **B** et comparer aux résultats obtenus en **1°**.

2°**a)** Calculer à la calculatrice: $2\,599\,999\,999^2 - 2\,400\,000\,001^2$.
b) Vérifier si le résultat affiché est bien exact.

3° On donne $x = 10\,864$ et $y = 18\,817$.

a) Calculer à la calculatrice $3x^2 - y^2$.
b) Calculer à la calculatrice $C = 9x^4 + 2y^2 - y^4$ et noter le résultat affiché.
c) En utilisant le résultat trouvé à la question **a)**, déduire la valeur exacte de **C**.

"entre-nous"

*- Certains élèves ont éprouvé des difficultés pour rentrer l'expression **B** dans leur calculatrice.*
- Après avoir corrigé l'exercice 1°, on peut proposer l'exercice ci-contre pour s'assurer que les règles de calcul sur les radicaux sont bien assimilées (source: l'Ouvert n°62 - Strasbourg).
- Cela peut être l'occasion de justifier le résultat de l'expression 5 en remarquant que:
$(A + B)^2 - (A - B)^2 = 4AB$,
ce résultat pouvant être réinvesti à l'exercice 2°.
- L'expression 6 peut être l'occasion de rappeller quelques critères de divisibilité.

Dans chaque ligne, cocher d'une croix la bonne réponse.

l'expression \ est égale à	0	7	$2\sqrt{7}$	± 7	$\sqrt{7}$
$\sqrt{7} + \sqrt{7}$					
$\sqrt{49}$					
$\sqrt{28}$					
$\sqrt{63} - 3\sqrt{7}$					
$0{,}5[(\sqrt{7}+1)^2 - (\sqrt{7}-1)^2]$					
$\sqrt{1008} - \sqrt{847}$					
$7/\sqrt{7}$					

- L'exercice 3° a posé pas mal de problème aux élèves. En fait, $3x^2 - y^2 = -1$ *d'où* $C = (3x^2 - y^2)(3x^2 + y^2) + 2y^2$ *et donc* $C = -3x^2 + y^2$ *c-à-d* $C = 1$.

II. IDENTITÉS REMARQUABLES:

1°**a)** Compléter les pointillés ci-dessous pour obtenir une identité remarquable :

$$x^2 - 200x + \ldots = (\ \ldots - \ldots\ )^2$$

b) Il faut 400m de grillage pour délimiter un enclos de forme rectangulaire. Trouver ses dimensions sachant que son aire est égale à 7 599 m².
Indication : On appellera x l'une des dimensions et on utilisera l'identité trouvée à la question **a)**.

2° Trouver un nombre tel que son carré surpasse son double de 15.

3° Trouver un nombre dont le triple surpasse son carré de 2.

I. La formule de Héron (d'après une publication de l'A.P.M.E.P.)

Étant donné un triangle ABC, une unité de longueur étant choisie, on note BC = a, AC = b, AB = c et H le pied de la hauteur issue de A.
Le mathématicien grec Héron l'Ancien ou d'Alexandrie (1er siècle après J.-C.) a donné son nom à une formule permettant de calculer l'aire de n'importe quel triangle à partir des longueurs a, b, c de ses côtés:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, p étant le demi-périmètre du triangle.

1° Démonstration pour des triangles particuliers: Vérifier la formule de héron dans le cas d'un triangle:
a) *équilatéral*, b) *rectangle isocèle*,
c) *isocèle non rectangle* d) *rectangle non isocèle*.

2° Démonstration pour un triangle quelconque:

a) Exprimer c^2 en fonction de a, b et **HC** (on distinguera deux cas suivant que l'angle $\widehat{B}$ est aigu ou obtus).
b) En déduire **HC** en fonction de a, b et c, puis HA^2 en fonction de a, b et c.
c) Reconnaître des identités remarquables pour obtenir la formule de Héron.

II. Ranger dans l'ordre croissant les trois nombres suivants:

A = 999 999 999 999 x 999 999 999 999
B = 999 999 x 999 999 x 999 999 x 999 999
C = 999 999 999 999 999 999 x 999 999

III. Calculer la somme des chiffres des nombres suivants:

1° $10^{2000} + 2000^{10}$ puis $10^{2000} - 2000^{10}$
2° $10^{1994} + 1994$ puis $10^{1994} - 1994$

> **"entre-nous"**
>
> *- L'exercice I permet de travailler sur transformations d'écritures et utilisation des identités remarquables. On trouvera un exercice portant sur le même thème dans le manuel de 3e de la collection IREM de Strasbourg (édition 1989 -* ***activité 1*** *page 5): la partie* $\boxed{2}$ *pouvant être traitée classe entière et la partie* $\boxed{3}$ *donnée en approfondissement.*
>
> *- Les exercices II et III ont servi pour une séance de module consacrée à l'analyse d'"erreurs" et à la narration de recherche* pour le II, et au débat scientifique pour le III.*
> ** chaque groupe a rédigé une solution du II ou du moins les pistes envisagées, abandonnées ou non.*
> ⟶ ***Point de méthode:*** *comment comparer deux nombres.*

Pour d'autres exemples, on pourra consulter la brochure de l'IREM de Strasbourg "*Des activités pour un enseignement modulaire en classe de seconde*" (juillet 1992) d'où est issu l'exercice **II** (PLUS FORT QUE MA CALCULATRICE...!).

----- MODULE: MA CALCULATRICE SCIENTIFIQUE -----

(document élève)

Notation scientifique :

1) Calculer à la calculatrice

$A = 390\,625 \times 262\,144$

On tape : 390 625 $\boxed{\times}$ 262 144 $\boxed{=}$ 1.024^{11}

signification : $1,024 \times 10^{11}$

càd : 1024×10^{8}

ordre de grandeur : 100 M.

Ce résultat ne comporte que 4 chiffres significatifs.
On peut raisonnablement se poser la question de savoir si un tel résultat est exact.

390, 625 $\boxed{\times}$ 262, 144 $\boxed{=}$ 102 400

càd $390\,625 \times 10^{-3} \times 262\,144 \times 10^{-3} = A \times 10^{-6}$

=> résultat exact.

on regroupe : $390\,625 \times 262\,144 = A$

$10^{-3} \times 10^{-3} = 10^{-6}$

Remarque : $2 \times a \times 5 \times b = 10 \times ab$

exemple : $12 \times 45 = 2 \times 6 \times 9 \times 5$

$= 54 \times 10$

$= 540.$

$75 \times 12 = 25 \times 3 \times 4 \times 3$

$= 9 \times 100$

$= 900$

$a \times 2^4 \times b \times 5^4 = ab \times 10^4$

$\underbrace{390\,625}_{5^8}$ $\boxed{\times}$ $\underbrace{262\,144}_{1024 \times 2^8}$ $\boxed{=}$ 1024×10^{8}

d'où le résultat est exact.

Application : fractions décimales.

ex. : $\dfrac{17}{8} = \dfrac{17}{2^3} = \dfrac{17 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \dfrac{17 \times 5^3}{10^3} = 2125 \times 10^{-3}$

$= 2,125. \in \mathbb{D}$

$\boxed{\mathbb{D} = \text{ensemble des décimaux.}}$

ex. : $\dfrac{21}{24} = \dfrac{\cancel{3} \times 7}{\cancel{3} \times 8} = \dfrac{7 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \dfrac{875}{10^3} = 875 \times 10^{-3}$

$= 0,875$

$\boxed{\text{en général : } \dfrac{N}{2^2 \times 5^3} = \dfrac{N \times 2^3}{2^5 \times 5^5} = \dfrac{8N}{10^5} \in \mathbb{D}.}$

Une fraction est décimale si, une fois rendue irréductible, son dénominateur se décompose uniquement en puissance de 2 ou de 5.

Nbre décimal : c'est un nbre qui peut s'écrire comme le produit d'un entier par une puissance de 10.

ex. : $4 = 4 \times 10^{0}$

$4,57 = 457 \times 10^{-2}$

$12\,000 = 12 \times 10^{3}$

"entre-nous"

Je n'avais pas prévu de "partir" sur fractions décimales et nombres décimaux, mais les difficultés de compréhension rencontrées par un bon nombre d'élèves lors de l'explication ci-contre, ont rendu nécessaire cette mise au point.
Cela n'a d'ailleurs pas été immédiat pour un bon nombre d'élèves et ce n'est qu'après y être revenu à plusieurs occasions lors d'exercices qui s'y prêtaient, en classe entière ou en T.D., que la compréhension s'est faite peu à peu.
⟶ fiche "ensembles de nombres".

----- MODULE: MA CALCULATRICE SCIENTIFIQUE -----

(document élève)

Touches :

EXP et x^y

ou EE | y^x

ou $\times 10^x$ | ^

* 2 EXP 5 EXE 200 000

c.à.d 2×10^5

autrement dit, la séquence EXP 5

correspond à $\times 10^5$

* 2 x^y 5 EXE 32

c.à.d 2^5

⚠ Attention à ne pas confondre

10 EXP 5 avec 10 x^y 5

affichage 1 000 000 c.à.d 10×10^5

affichage 100 000 c.à.d 10^5

Pour obtenir 10^5 à partir de la touche EXP on peut donc taper (1) EXP 5

- 111 111 111 111 ÷ 31 EXE 3 584 229 390 : CASIO

3 584 229 391 : TI

On peut déjà affirmer que le résultat de la CASIO est faux du fait du dernier chiffre 0 ($1 \times 0 \neq 1$)

111 111 111 111 est divisible par 3. Or le nombre affiché par la TI pas : donc RÉSULTAT FAUX.

111 111 111 111 ÷ 31 − 358 EXP 7 EXE 4 229 390.$\underbrace{322}$ chiffres de garde.

3 584 229 390

− 3 580 000 000

|.|.|.|4 229 390|•|•|•|

Affichage scientifique.

Il est du type : $N \times 10^p$ avec $1 \leq N < 10$

$N \in \mathbb{D}$, $p \in \mathbb{Z}$.

Exercice: *Prévoir* l'affichage scientifique pour $(0{,}002)^5$ et $(0{,}002)^{-4}$, puis vérifier à la calculatrice.

1°) $(0{,}002)^5$

$= (2 \times 10^{-3})^5$

$= 2^5 \times 10^{-15}$

$= 32 \times 10^{-15}$

$= 3{,}2 \times 10 \times 10^{-15}$

$= \boxed{3{,}2 \times 10^{-14}}$

2°) $(0{,}002)^{-4}$

$= (2 \times 10^{-3})^{-4}$

$= 2^{-4} \times 10^{12}$

$= \frac{1}{2^4} \times 10^{12}$

$= \frac{5^4}{10^4} \times 10^{12}$

$= 5^4 \times 10^{12} \times 10^{-4}$

$= 5^4 \times 10^8$

$= 625 \times 10^8$

$= 6{,}25 \times 10^2 \times 10^8$

$= \boxed{6{,}25 \times 10^{10}.}$

MÉFIANCE: Calculer à la calculatrice:

A = $123\,456^2 - 123\,455 \times 123\,457$

B = $456\,789^2 - 456\,785 \times 456\,793$

C = $123\,456\,789^2 - 123\,456\,787 \times 123\,456\,791$

i) en utilisant la touche x^2

ii) en utilisant la séquence x^y 2.

types de calculatrices :	A i)	A ii)	B i)	B ii)	C i)	C ii)
CASIO fx 180P ou 180PV	1	0	20	20	0	−1 000 000
CASIO fx 4500P et 6800G	1	1	16	15	0	0
TI 62 Galaxy	1	5	16	−5	0	−501 300 000
CASIO fx 8000G et 8500G	1	1	16	16	0	−20 000
CASIO fx 7800GC / TI 81	1	1	16	16	0	0
TI 82 / CASIO 7000G	1.371730727E10		1.53634513 E11		0	−20 000

(En fait A = 1, B = 16 et C = 4)

Pour d'autres exemples, on pourra consulter la brochure de l'IREM de Strasbourg "*Des activités pour un enseignement modulaire en classe de seconde*" (PLUS FORT QUE MA CALCULATRICE...!).

----- MODULE: RECONNAITRE DES SOMMES ET DES PRODUITS -----

(D'après une fiche méthode établie par Nicole Vogel de l'IREM de Strasbourg)

Après quelques exercices traités en classe et une fois connus les résultats du test d'évaluation de septembre 1993, notamment à la question 11A, un certain nombre d'élèves se sont signalé par leurs difficultés de lecture pour passer de l'écriture symbolique au langage usuel (ou réciproquement). D'où l'idée de les regrouper pour une séance de module.

* Le début de la séance a été de débattre des "erreurs" ou confusions rencontrées.

* Ensuite pour compléter ce "corrigé", les élèves traitent la question 11B dont la démarche est réciproque de la 11A.

* Le reste de la séance est alors consacré à la reconnaissance de sommes et produits.

Exercice: Pour chacune des expressions ci-dessous, dire s'il s'agit d'une somme (S) ou d'un produit (P).

$A(x) = (3x + 4)(2x - 3) + 5x$ $\quad$ $B(x) = (3x + 4) + (2x - 3)(5x)$

$C(x) = (3x + 4)(2x - 3)(- 5x)$ $\quad$ $D(x) = (3x + 4)(2x - 3) - 5x$

$E(x) = 3x + 4(2x - 3) - 5x$ $\quad$ $F(x) = [(3x + 4) - (2x - 3)](x + 4)$

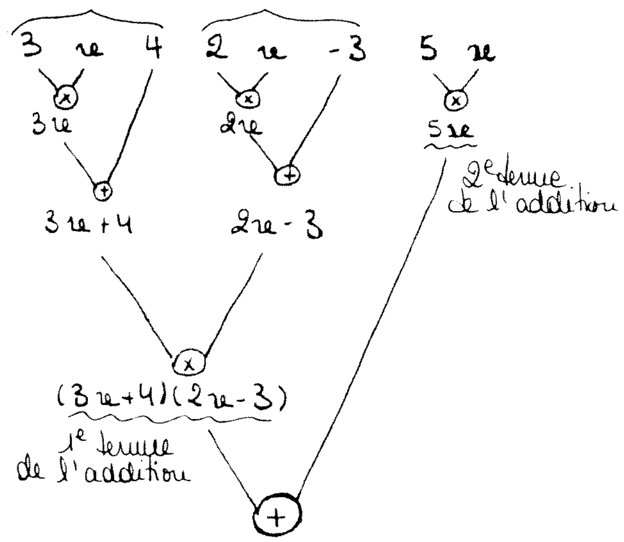
$G(x) = (3x + 4)^2$ $\quad$ $H(x) = (3x + 4) - (2x - 3)(x + 4)$

$I(x) = (3x + 4)[-(2x - 3)(x + 4)]$

> ***"entre-nous"***
>
> *Les réponses spontanées sont assez "déroutantes" et prouvent, si besoin est, l'utilité de tels exercices.*
> *D'où, avant d'aller plus loin dans la méthode, la nécessité de faire effectuer quelques calculs du genre A(-1), B(-1),... H(-1), I(-1), puis de poser des questions du genre :*
> *«Quels sont les **facteurs** de ...?» ou «Quels sont les **termes** de ...?».*

Méthode: Arbre pour reconnaître une somme d'un produit.

Exemple:



$(3x+4)(2x-3)+5x$ A(x) est une somme.

Conséquence:

$$\frac{A(x)}{5(3x+4)} = \frac{(3x+4)(2x-3)+5x}{5(3x+4)}$$

NE PEUT SE SIMPLIFIER PAR $(3x+4)$

par contre:

$$\frac{A(x)}{5(3x+4)} = \frac{\cancel{(3x+4)}(2x-3)}{5\cancel{(3x+4)}} + \frac{5x}{5(3x+4)}$$

$$= \frac{2x-3}{5} + \frac{x}{3x+4}$$

Annexe: **TABLEAU "+ ; x"**
(à deux colonnes *"séparées par une ligne jaune continue"*...)

ADDITION +	MULTIPLICATION ×
SOMME	PRODUIT
TERMES	FACTEURS
élément "neutre"	
0	1
Opposé deux nombres sont opposés si et seulement si leur somme est égale à 0	**Inverse** (1-verse) deux nombres sont inverses si et seulement si leur produit est égal à 1
tout nombre possède un opposé	0 n'a pas d'inverse
Notation l'opposé d'un nombre a se note $-a$ $(0-a)$	l'inverse d'un nombre a différent de 0 se note : $\frac{1}{a}$ ou a^{-1} $(1 \div a)$
opération "contraire"	
SOUSTRACTION	DIVISION
"soustraire c'est ajouter l'opposé" $a-b = a+(-b)$	"diviser c'est multiplier par l'inverse" $a \div b = a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$ $b \neq 0$

Règles de priorité

1 ( )

ⓑ 2 puissance

3 ×, ÷ ⓐ

4 +, −

Distributivité ⓐ × sur + ou −

ⓑ puissance sur × ou ÷

racine carrée d'un nombre positif

si $a \geq 0$ $(\sqrt{a})^2 = a$

avec a et b positifs ($b \neq 0$)

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

puissance

ex: $(ab)^5 = a^5 \times b^5$ $a^5 a^7 = a^{12}$

$a \neq 0$ $\frac{1}{a^7} = a^{-7}$

IV

CONSTRUIRE ET DÉMONTRER EN GÉOMÉTRIE.

(à partir des acquis du collège)

Chapitre de début d'année

------ CLASSE ENTIERE ------

(deux fois 1 heure)

* Choisir des exercices du livre permettant de passer en revue les connaissances et configurations de base de la "géométrie de collège".

* Demander aux élèves de préparer, sur feuille blanche, les figures de chacun de ces exercices.

"entre-nous"

Le fait de préparer les figures à la maison favorise une lecture plus attentive des énoncés et souvent oblige les élèves à entrevoir un début de démonstration de ces exercices.

De plus cela représente un gain de temps appréciable qui se traduit par une qualité d'attention en classe : les élèves n'étant pas obnubilés par le tracé des figures, ils peuvent ainsi se concentrer sur les démonstrations.

Enfin , en passant rapidement dans les rangs, cela me permet de repérer les élèves ayant eu des difficultés pour construire leurs figures et de pouvoir ainsi leur apporter rapidement un soutien avec la possibilité d'y revenir soit en T.D. soit en modules (--> groupe de besoin).

* En classe, après quelques indications de construction (données oralement par un élève qui indique au professeur comment faire au tableau), les élèves proposent des démonstrations que l'on note dans le cahier en collant la figure correspondante.

"entre-nous"

C'est l'occasion également d'initier les élèves à la démonstration utilisant les propriétés de conservation des transformations usuelles (voir document élève ci-après)

Exemple d'énoncé :

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points B et D se projettent orthogonalement en B' et D' sur (AC). Les points A et C se projettent orthogonalement en A' et C' sur (BD).

Que dire du quadrilatère A'B'C'D' ? justifier.

Exemple extrait d'un cahier d'élève :

p projection orthogonale sur (AC)

$p : B \mapsto B'$

$D \mapsto D'$

$O \mapsto O$

or une projection conserve les milieux d'où puisque O est le milieu de [BD], son image O est le milieu de [B'D']

q projection orthogonale sur (BD)

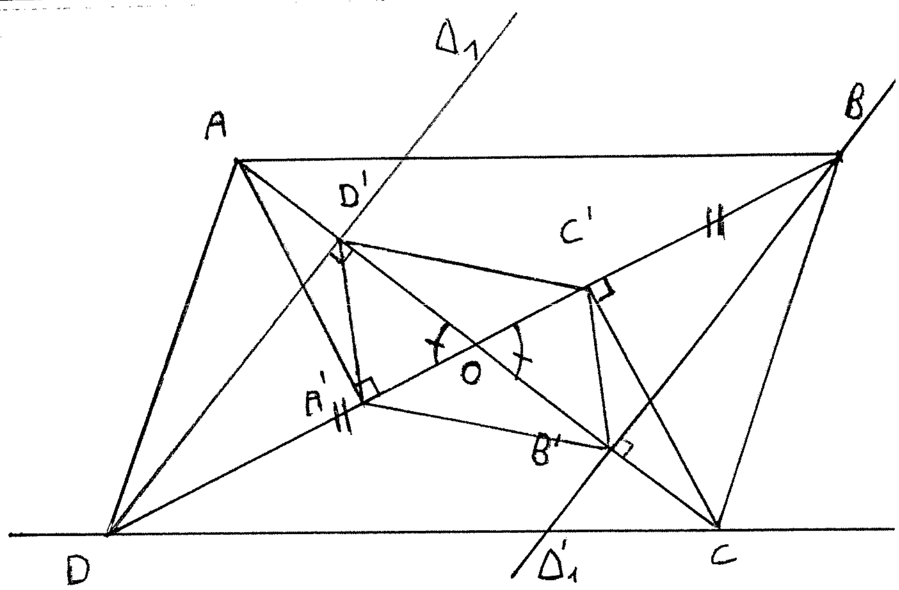
$q : A \mapsto A'$

$B \mapsto B'$

$O \mapsto O$

même raisonement

d'où O milieu de [A'C']



autres démonstrations

① S_O : $A \mapsto C$ $\quad O \mapsto O$

$B \mapsto D$

$C \mapsto A$

$D \mapsto B$

La perpendiculaire à (AC) et qui passe par D $\mapsto$ la perpendiculaire à (CA) et qui passe par B

$\Delta_1 \mapsto \Delta'_1$

or $(AC) \mapsto (AC)$

d'où l'intersection de Δ_1 et (AC) $\mapsto$ l'intersection de Δ'_1 et (AC)

càd $D' \mapsto B'$

donc O milieu de [D'B']

② $\widehat{AOD} = \widehat{BOC}$

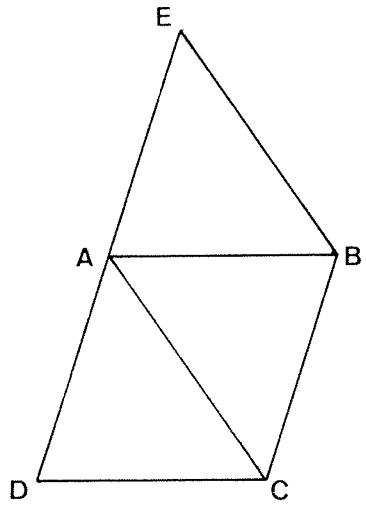
$$\left.\begin{array}{l}\cos \widehat{AOD} = \dfrac{OD'}{OD} \\[2ex] \cos \widehat{BOC} = \dfrac{OB'}{OB}\end{array}\right\} \dfrac{OD'}{OD} = \dfrac{OB'}{OB}$$

or $OD = OB$ d'où $OD' = OB'$

------ T.D. : ENTRAINEMENT A LA DEDUCTION ------

Exemples d'exercices proposés (une séance d'**une heure**) :

(à partir d'exercices du manuel de 4ème de la collection IREM de Strasbourg)



La figure ci-contre représente deux parallélogrammes ABCD et ACBE.

1° Justifier l'alignement des points A, E, D.

2° Préciser la position du point A.

3° Le centre de gravité G du triangle ABC peut s'obtenir très simplement en traçant deux droites reliant des points de la figure. Déterminer ces deux droites et expliquer.

4° Déterminer de même le centre de gravité des triangles EDC et BDE.

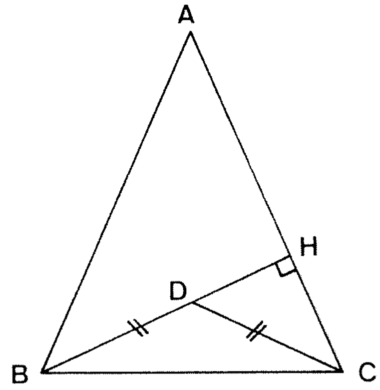
La figure ci-contre est codée et l'on sait de plus que le triangle ABC est isocèle en A. Déterminer :

1° l'orthocentre du triangle ABC.

2° l'orthocentre du triangle DBC.

3° l'orthocentre du triangle ADC.

4° l'orthocentre du triangle ADB.



1° Tracer un triangle ABC et placer les milieux I et J des côtés [AB] et [AC].
Placer le point E sur la droite (IJ) tel que J soit le milieu du segment [IE].

2° Quelle est la nature du quadrilatère AECI ? Justifier.

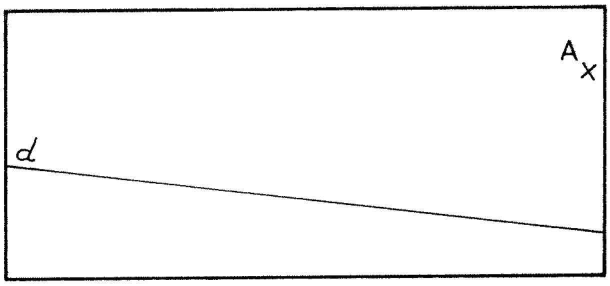
3° Que peut-on en déduire pour les segments [IB] et [EC] ? puis pour le quadrilatère BIEC ?

4° Quel théorème connu a-t-on ainsi démontré ?

5° Quelle condition suplémentaire faut-il imposer au triangle ABC pour que AECI soit un rectangle ? un losange ? un carré ? Justifier et vérifier en faisant une figure.

Exemples d'exercices proposés en **recherche** :

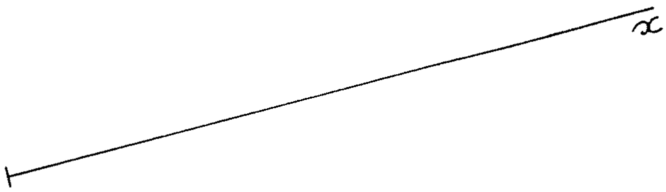
I.



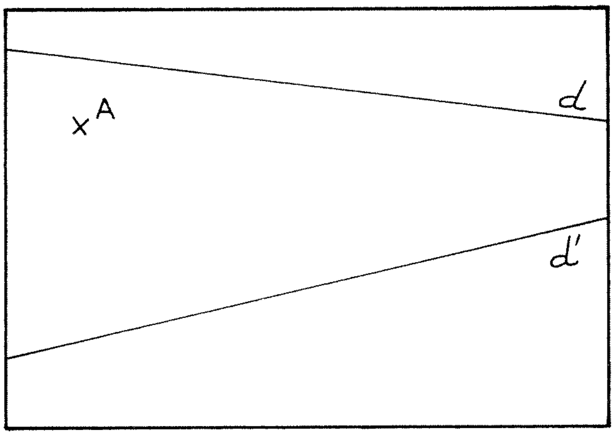
Construire la perpendiculaire à la droite ***d*** passant par le point A sans utiliser d'équerre et sans sortir du cadre donc sans prolonger ***d***.

II.

Trouver une construction à la règle et au compas d'un angle de 30° dont on donne l'un des côtés [Ox) tout en cherchant à tracer un minimum d'arcs de cercle.



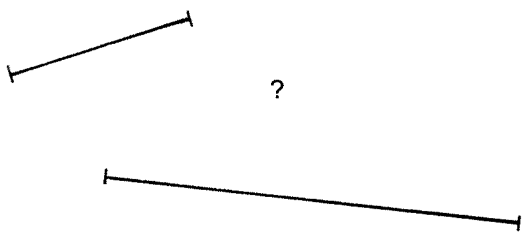
III.



Deux droites sécantes ***d*** et ***d'*** sont représentées sur une feuille mais leur point d'intersection O se trouve en dehors de cette feuille. On donne le point A comme indiqué ci-contre.
Trouver comment construire la droite (OA) sans sortir du cadre de la feuille donc sans prolonger les droites ***d*** et ***d'***.

IV.

Avec pour seuls instruments un crayon et une règle plate non graduée à deux bords parallèles, construire le milieu d'un segment donné.
Envisager différents cas.



Remarque :

Ces exercices se prêtent également au travail en groupes. Ils peuvent très bien être utilisés dans le cadre d'une séance de module pour déboucher tout à la fois sur le débat scientifique et l'analyse d'erreurs.

------ MODULE : CONSTRUIRE ET DÉMONTRER ------

*(On pourra également se reporter à la brochure " **Des modules mathématiques en Alsace**" (décembre 1993) pages 60, 61 et 62)*

Ce travail a nécessité **deux séances** de modules **de 1h30 chacune.**

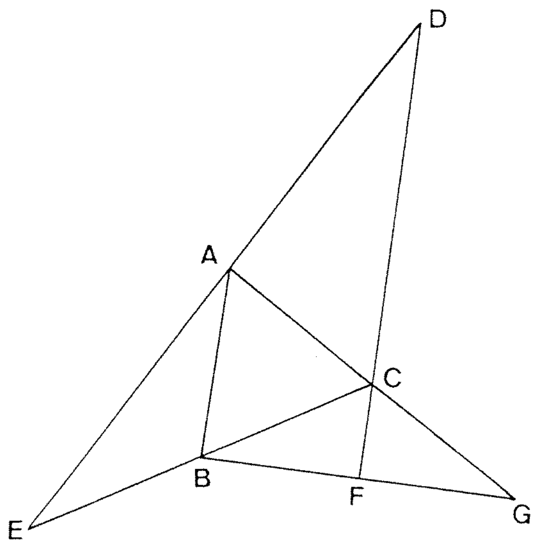
<u>Déroulement de la première séance.</u>

* Chaque élève se trouve en possession de l'énoncé ci-dessous :

<u>A chacun son problème !</u>

Vous trouverez ci-dessous une liste de 20 propriétés de la figure représentée sur la droite. Il s'agit de fabriquer un problème où un certain nombre de ces propriétés fourniront l'énoncé, les propriétés restantes constituant les questions à démontrer.

1. Le triangle ABC est équilatéral.
2. Le triangle ABE est isocèle en B.
3. Le triangle ABG est rectangle en B.
4. Le triangle AEC est rectangle en A.
5. Le triangle BCG est isocèle en C.
6. La droite DF est médiatrice de [BG].
7. (AB)//(DF).
8. Le triangle DCE est isocèle en C.
9. La droite AG est médiatrice de [DE].
10. Le point A est le milieu de [DE].
11. Le point F est le milieu de [BG].
12. Le point B est le milieu de [EC].
13. Le point C est le milieu de [AG].
14. Les points A, E, D sont alignés.
15. Les points D, C, F sont alignés.
16. Les points A, C, G sont alignés.
17. Les points E, B, C sont alignés.
18. Les points B, F, G sont alignés.
19. $(AG) \perp (DE)$.
20. $(DF) \perp (BG)$.



Le but de cette activité est donc de :

1° **reproduire** une figure ayant les mêmes propriétés que celle ci-dessus en notant, dans l'ordre où vous les utilisez, les numéros des propriétés qui vous servent à la construire,

2° **démontrer** les propriétés qui n'ont pas été utilisées pour la construction.

* Pendant 5 à 10 mn, chaque élève travaille **seul** sur la question 1°.

<u>Méthode préconisée</u> : tracer la figure *à main levée* en la codant au fur et à mesure des propriétés utilisées (codage classique, des droites parallèles étant tracées de la même couleur etc...).

* Puis dans chaque groupe (de 3 ou 4 élèves), à tour de rôle, chaque élève expose son programme aux autres membres de son groupe. Ceux-ci tracent alors la figure correspondante *à main levée* selon le même principe. S'en suit un échange voir un débat sur le programme exposé pour statuer si celui-ci est correct ou non.

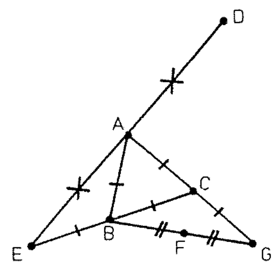
"entre-nous"

C'est l'un des modules où j'ai dû le plus intervenir d'un groupe à l'autre. Ainsi, j'ai dû m'installer successivement dans chaque groupe pour y "jouer" le rôle d'un élève et leur montrer comment discuter du programme de l'un des leurs.

Cela m'a permis, dans chaque groupe, de mesurer les difficultés qu'ils avaient à bien terminer leur programme.

*Ainsi, par exemple, les élèves qui avaient rédigé le programme ci-dessous avaient beaucoup de mal à se rendre compte que la **"fin"** de leur programme n'était pas satisfaisante malgré mes efforts de persuation...*

1 Construire un triangle équilatéral ABC
12 Placer le point E tel que B soit le milieu du segment [EC]
10 Placer le point D tel que A soit le milieu du segment [DE]
13 Placer le point G tel que C soit le milieu du segment [AG]
11 Placer le point F milieu du segment [BG]



---

6 Tracer la droite (DF) médiatrice du segment [BG]
15 et telle que les points D, C, F soient alignés.

*Il me fallait persuader ces élèves que les propriétés **6** et **15** ne faisaient pas partie de la construction mais devaient être démontrées! D'où l'idée, pour y parvenir, d'indiquer, à chaque étape, le nom des points que cela permet de rajouter à la figure et de considérer que le programme est terminé, c'est-à-dire que la construction est achevée, dès que **tous** les points ont été placés (*).*

On retrouve ici la difficulté qu'ont certains élèves, de collège notamment, à parler d'une droite, d'une demi-droite ou d'un segment lorsque celui-ci ou celle-ci n'est pas dessiné, un objet géométrique n'ayant d'existence pour eux que s'il est effectivement tracé sur la figure. Il n'est pas rare, en effet, que des élèves de collège me demandent la "permission" de tracer un segment... joignant pourtant deux points donnés dans l'énoncé.

* Les élèves d'un même groupe doivent ensuite se mettre d'accord pour rédiger un programme commun *(*)*.

** voir productions élèves pages suivantes*

Quelques productions "réussies" :

Programme de construction.

(1) Tracer le triangle équilatéral ABC.

(2) + (17) Tracer le triangle ABE, isocèle en B tel que E, B, C alignés.

(8) + (14) Tracer le triangle DCE isocèle en C, tel que D, A, E alignés.

(3) + (16) Tracer le triangle ABG rectangle en B, tel que A, C, G alignés.

(15) Prolonger le segment DC qui coupe [BG] en F.

---

programme de construction :

(1) Je trace le triangle équilatéral ABC

(12) Je trace [EC] tel que B soit le milieu de [EC]

(13) Je trace [AG] tel que C soit le milieu de [AG]

(11) Je trace [BG] tel que F soit le milieu de [BG]

(14) Les points A, E, D sont alignés

(15) Les points D, C, F sont alignés

(1) -> ABC

(12) -> point E

(13) -> point G

(11) -> point F

(14) + (15) -> point D

Exemples de programmes mal rédigés :

(1) Tracer le triangle équilatéral ABC.

(3) + (16) Tracer le triangle rectangle ABG rectangle en B tel que A,C,G soient alignés.

(12) Tracer le segment EC tel que B milieu de [EC]

(11) + (6) Tracer la médiatrice de [BG] passant par le milieu F de [BG] et par C car BCG isocèle en C soit [FC)

Tracer la droite EA qui coupe (FC) en D.

On peut constater, dans le programme ci-dessus, que les élèves qui l'ont rédigé anticipent sur le fait que la médiatrice de [BG] passe par C alors que la propriété 5 est en fait à démontrer (par les angles, par exemple, on montre sans difficulté que $\widehat{CBG} = \widehat{BGC} = 30°$).

Quant au programme ci-dessous, il comporte un certain nombre d'insuffisances dans la rédaction qu'il a fallu, par exemple, améliorer ainsi :

8 - 14	*Je trace un arc de cercle d'origine C, de rayon [EC]* ***qui recoupe (AE) en D donc tel que ECD soit un triangle isocèle en C et tel que*** *les points A, E, D soient alignés.*
3 - 5	***Je construis le point G tel que*** *le triangle ABG soit rectangle en G* ***et*** *tel que le triangle BCG soit isocèle en C.*
15 - 18	*Les points D, C, F sont alignés a****insi que les points B, F G.***

(1) Je trace le triangle équilatéral ABC

(12) Je trace [EC] tel que B soit le milieu de [EC]

(8) Je trace un arc de cercle d'origine C de rayon [EC]

(14) Les points A, E, D sont alignés.

(3) Le triangle ABG est rectangle en B

(5) Le triangle BCG est isocèle en C

(15) Les points D, C, F sont alignés

* (1) → ABC

(12) → point E

(8) + (14) → point D

(3) + (5) → point G

(15) → point F

Entre les deux séances :

Chaque groupe me rend un programme rédigé. Si un programme n'est pas satisfaisant (voir exemples page précédente), je leur rends en leur donnant des indications pour qu'ils puissent le corriger. Cela peut nécessiter, pour certains, plusieurs allers retours.
Les élèves ont d'ailleurs assez bien réagi à cette façon de "remettre sur le métier leur ouvrage" (moins de vingt fois cependant...), un bon nombre d'entre-eux ayant particulièrement bien accueilli cette "aide personalisée au travail" en quelque sorte. D'autres, il faut bien l'avouer, n'y ont vu qu'un surcroît de travail s'estimant quittes dès la première rédaction, leur tâche étant accomplie...
Il est évident que pour atteindre l'objectif visé, cette façon de travailler ne pourra se faire qu'accompagnée d'un changement des mentalités face au travail scolaire... Vaste programme ...

Déroulement de la deuxième séance

Consacrée à la démonstration des propriétés non utilisées pour construire la figure.

Séance moins "hardue" que la première si ce n'est quelques problèmes de rédaction et de mise en forme.

BILAN

Cette activité s'est révélée très riche en raison de la grande variété des constructions et démonstrations obtenues et du fait que tous les élèves sans exception se sont investis dans leur groupe respectif, un groupe ayant même rédigé plusieurs programmes.

Exemple :

· Programme de construction

(1). Tracer un triangle ABC équilatéral. (A ; B ; C)

(17) (4). Prolonger [CB] et placer E sur [CB) tel que $\widehat{EAC} = 90°$. (E)

(16) (3). Prolonger [AC] et placer G sur [AC] tel que $\widehat{ABG} = 90°$. (G)

(11). Soit F le milieu de [BG]. (F)

(15) (14). Prolonger [FC] et [EA] et appeler D l'intersection. (D)

. Démonstration des propriétés qui n'ont pas été utilisées

18 F est le milieu de [BG] donc B, F, G sont alignés.

19 A, C, G sont alignés et E, A, D aussi or $\widehat{EAG} = 90°$ d'où $(AG) \perp (DE)$

12 BA = BC donc la hauteur issue de B dans le triangle ABC coupe [AC] en son milieu (dans un triangle équilatéral la hauteur et la médiatrice sont confondues).
Or cette hauteur est parallèle à (AE) car 2 droites perpendiculaires à une même 3e sont parallèles entre elles.
Et selon la réciproque du théorème des milieux, on a B milieu de [EC] dans le triangle AEC.

2. On a donc BE = BC = BA d'où le triangle ABE est isocèle en B.

13 5. On démontrera de même que dans le triangle ABG, C est le milieu de [AG] puis que BCG est isocèle en C.

6. F est équidistant de [BG] et C est équidistant de [BG] d'où (FC) est la médiatrice de [BG].
Or F, C, D sont alignés d'où (FD) est la médiatrice de [BG].

20. On a donc $(FD) \perp (BG)$

7 et $(AB) \perp (BG)$ or 2 droites qui sont perpendiculaires à une même 3e sont parallèles entre elles d'où $(BA) // (FD)$

10. On a $(BA) // (FD)$ et B milieu de [EC] donc selon la réciproque du théorème des milieux, on a A milieu de [ED], dans le triangle ECD.

9. On a aussi $(AG) \perp (DE)$ et A milieu de [ED] donc (AG) est la médiatrice de [ED].

8. Comme (AG) est la médiatrice de [ED] et que A, C, G sont alignés C est équidistant de E et de D càd ECD isocèle en C.

V

VECTEURS :

Activités

et

idée de module

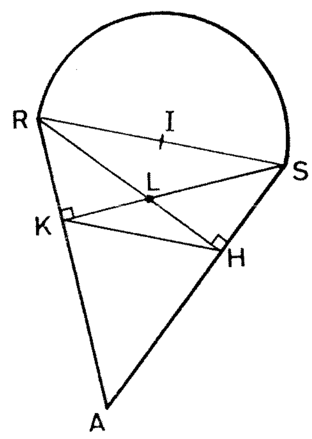
(une méthode pour **démontrer avec la relation de Chasles**).

------ CLASSE ENTIERE ------

* Activité de rappel et d' introduction (lien avec translation ...)

Exemple :

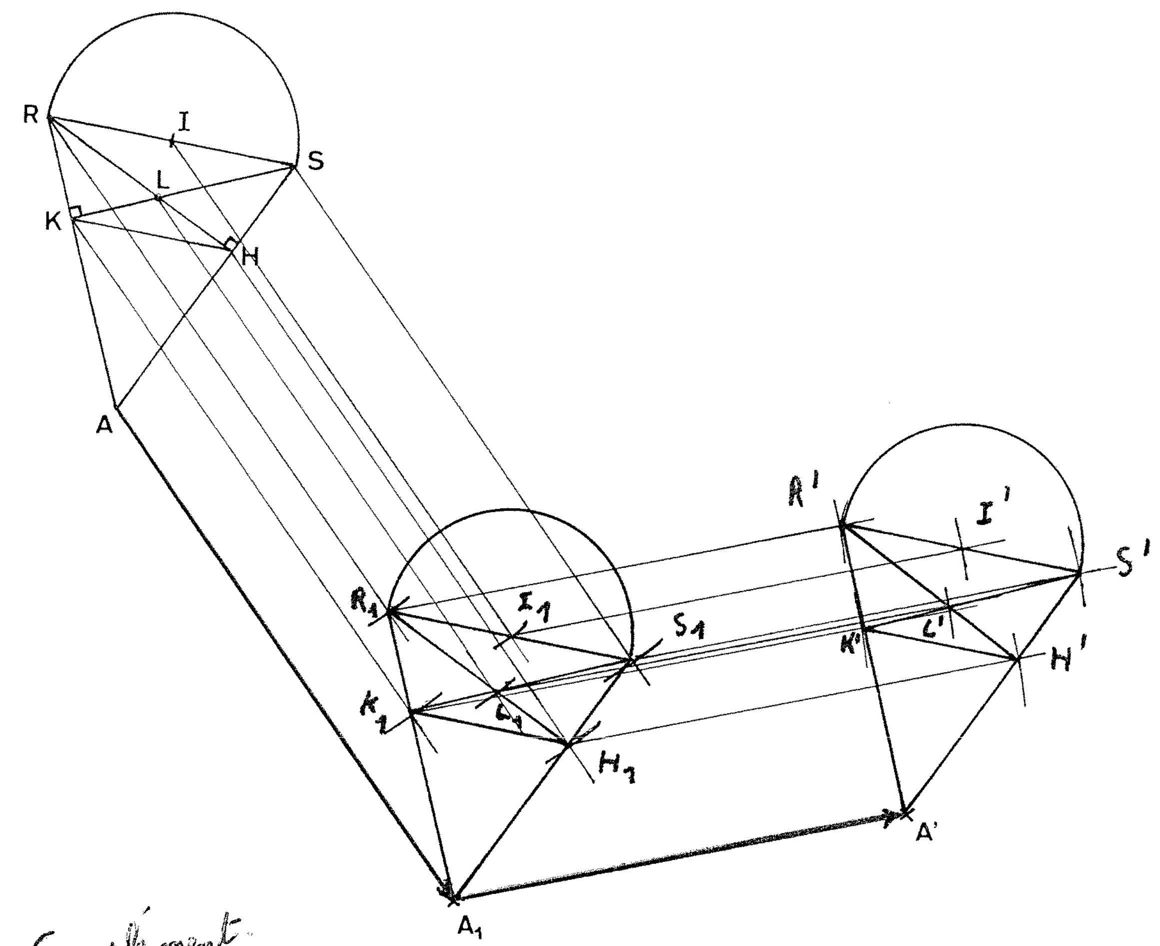
La figure ci-dessous est constituée d'un demi-cercle de centre I et d'un triangle isocèle de base le diamètre [RS].
Représenter l'image de cette figure par la translation qui transforme le point A en A_1 puis trasformer la figure obtenue par la translation qui au point A_1 associe le point A'.



> ***"entre-nous"***
>
> *Cette activté me permet de rappeler aux élèves les propriétés de conservation d'une translation et de poursuivre leur initiation à la démonstration utilisant les transformations comme indiqué sur le document élève qui suit.*

*** ⟶ cours : définition d'un vecteur.***

Exemple extrait d'un cahier d'élève :



Complément :

$S_{(AI)} : R \longmapsto S$ $\left(\begin{array}{l}\text{donc la perpendiculaire}\\ \text{à (AR) passant par S}\end{array}\right) \longmapsto \left(\begin{array}{l}\text{la perpendiculaire}\\ \text{à (AS) passant par R}\end{array}\right)$

$S \longmapsto R$

$A \longmapsto A$ d'où son intersection avec (AR) $\longmapsto$ son intersection avec (AS)

càd $K \longmapsto H$

donc (AI) médiatrice de [KH] d'où $(KH) // (RS)$

donc $S_{(AI)}$: $\begin{array}{c} R \longmapsto S \\ \left[\begin{array}{c} S \longmapsto R \\ K \longmapsto H \end{array}\right] \\ H \longmapsto K \\ \left[\begin{array}{c} A \longmapsto A \\ I \longmapsto I \end{array}\right] \end{array}$

donc $(SK) \cap (AI) \longmapsto (RH) \cap (AI)$

d'où $(SK) \cap (AI) = (RH) \cap (AI) = L$

car (AI) ensemble des points invariants

d'où $L \longmapsto L$ donc $L \in (AI)$

Exercices de rappels :

* $\longrightarrow$ ***cours : somme de deux vecteurs ("critère du triangle" ou relation de Chasles et "critère du parallélogramme") vecteur nul, soustraction ...***

I. Ecrire plus simplement :

$\vec{u} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$ $\quad \vec{v} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MA}$ $\quad \vec{w} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BB}$

$\vec{x} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{MB}$ $\quad \vec{y} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}$

II. Étant donnés quatre points A, B, C et D, compléter :

$\overrightarrow{AB} + \ldots = \overrightarrow{AD}$ $\quad \overrightarrow{AC} + \ldots + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$ $\quad \overrightarrow{DA} + \ldots = \overrightarrow{DC}$

$\ldots + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ $\quad \ldots + \overrightarrow{DA} = \vec{O}$.

III. Soient quatre points O, A, B et C du plan. On définit les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ par : $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{OC}$.

1° Construire les points D et E définis par :

$\overrightarrow{OD} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\overrightarrow{OE} = \vec{v} + \vec{w}$.

2° Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.

3° Faire de même pour le vecteur $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$. Que peut-on en déduire?

4° Soit F le symétrique de B par rapport au milieu de [ED].

Exprimer le vecteur $\overrightarrow{OF}$ en fonction de $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.

IV. Soit ABC un triangle, A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB].

1° Trouver des vecteurs égaux à $\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{AC'}$ puis $\overrightarrow{C'B'}$.

2° Compléter de différentes manières :

$\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AB'} = \ldots = \overrightarrow{AC'} + \ldots = \overrightarrow{AB'} + \ldots$

$\overrightarrow{B'C'} + \ldots = \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{B'C'} + \ldots = \ldots + \ldots$

$\ldots + \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{C'A'} + \ldots = \ldots + \ldots$

* $\longrightarrow$ ***cours : caractérisation vectorielle du milieu d'un segment et introduction de l'écriture $2\vec{u}$ ou $\frac{1}{2}\vec{u}$.***

V. Faire une figure telle que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Puis étant donné un point M quelconque, construire le vecteur :

a) $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ $\quad$ **b)** $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA}$. Que constate-t-on ? Le démontrer.

VI. Soit ABC un triangle et D l'image de A par la translation de vecteur BC.

Construire le point E tel que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \vec{O}$.

VII. On considère un parallélogramme ABCD. Trouver une construction simple du point E tel que :

$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

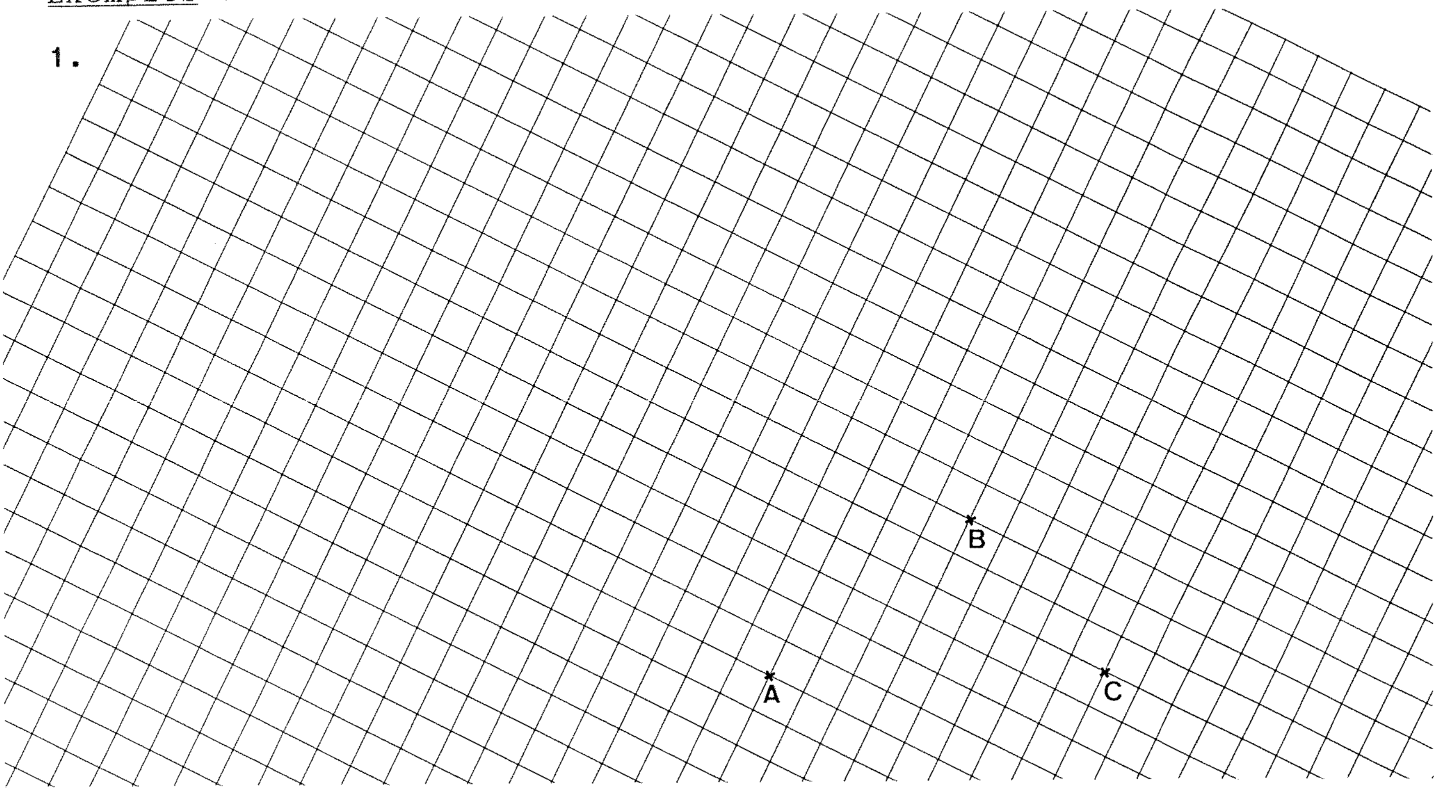
cours : multiplication d'un vecteur par un réel.

------ T.D. : Exercices sur quadrillage ------

> ***"entre-nous"***
>
> *L'utilisation d'un rétroprojecteur facilite énormément ce type de travail : gain de temps (il est rare d'avoir un tableau muni d'un quadrillage...), meilleure participation des élèves car la figure projetée est la copie conforme de leur document...*

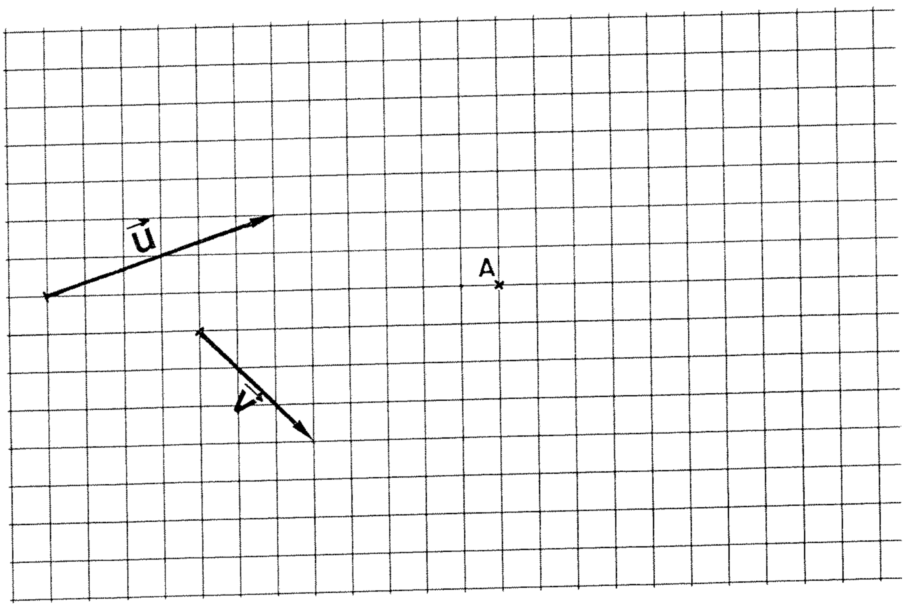
Exemples :

1.



Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

2.



a) Construire les points M, N, P, Q tels que :

$\overrightarrow{AM} = -\dfrac{1}{3}\vec{u}$, $\overrightarrow{AN} = 2\vec{v}$

$\overrightarrow{AP} = \vec{u} + \vec{v}$, $\overrightarrow{AQ} = \vec{u} - \vec{v}$.

b) Que peut-on dire du quadrilatère ANPQ ? Justifier.

c) Construire le point R tel que :

$$\overrightarrow{AR} = \frac{2}{3}\vec{u} + \vec{v} .$$

Exprimer $\overrightarrow{MR}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$.

d) Construire le point S tel que $\overrightarrow{AS} = 3\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{QP}$. Remarque ? Justifier.

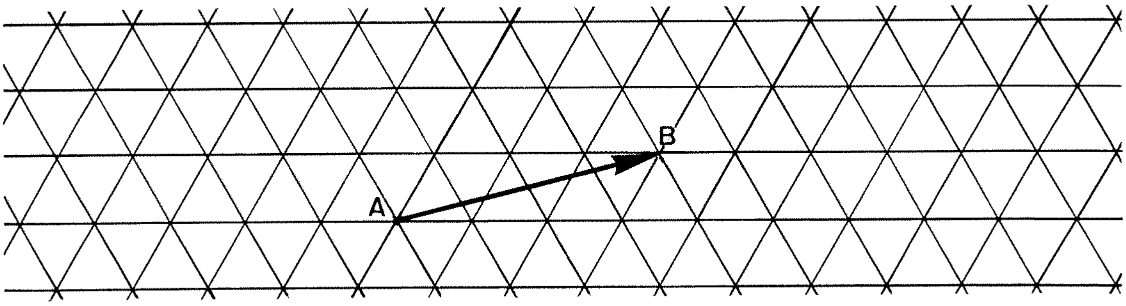
MODULE : DÉMONTRER AVEC LA RELATION DE CHASLES

Cette activité est également décrite dans la brochure " ***Des modules mathématiques en Alsace*** " (décembre 1993) pages 57 à 59.

Activités préparatoires

* Les élèves, répartis en petits groupes, commencent par répondre aux exercices suivants :

1°



a) Sur la figure ci-dessus, placer :

le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ **et** le point D tel que $\overrightarrow{AD} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

c) Exprimer $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{CD}$ et en fonction de $\overrightarrow{AB}$.

d) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$

et le vecteur $\overrightarrow{BD}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$.

2° Étant donnés deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non colinéaires, examiner si les vecteurs ci-dessous sont colinéaires ou non (justifier).

a) $\overrightarrow{V_1} = 2\,\vec{u} + \frac{2}{3}\vec{v}$ et $\overrightarrow{V_2} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{6}\vec{v}$.

b) $\overrightarrow{V_1} = 4\,\vec{u} + \frac{3}{4}\vec{v}$ et $\overrightarrow{V_2} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{3}{8}\vec{v}$.

"entre-nous"

Ces exercices, qui ont posé plus de difficultés qu'il n'y paraît peut-être à première vue, se sont révélés fort utiles pour la suite. Plusieurs groupes ont eu besoin d'aide pour y répondre correctement, si bien qu'avant de passer à la deuxième étape, une mise au point collective au tableau, s'est avérée nécessaire.

Deuxième étape

* Il s'agit de résoudre différents exercices à l'aide d'une **méthode** expliquée sur un exemple (vous pouvez retrouver ces énoncés dans la brochure citée précédemment).

Exemple :

Soient A, B, C trois points non alignés. Construire les points D, E et F tels que :

$$\overrightarrow{AD} = 3\ \overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{CF} = 2\ \overrightarrow{CB} \text{ et } \overrightarrow{AE} = -\ 3\ \overrightarrow{AC}.$$

Prouver que les points D, E , F sont alignés.

MÉTHODE

1° Faire une **figure soignée et explicite** mettant bien en évidence les constructions des points demandés.

2° **Écrire le but**, c'est-à-dire **traduire** le résultat demandé à l'aide de deux vecteurs.

3° **Décomposer** ces deux vecteurs à l'aide de vecteurs déjà représentés c'est-à-dire en suivant des "chemins" déjà tracés sur la figure.

4° **Choisir** deux vecteurs non colinéaires et les appeler $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Bien mettre en évidence ces deux vecteurs sur la figure (de couleurs différentes ou non, ou bien en gras...).

5° **Exprimer, en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$**, les vecteurs utilisés dans chacune des décompositions du **3°**.

On peut alors conclure...

"entre-nous"

Dans un premier temps, l'un d'entre-nous avait pris comme option de laisser ses élèves en complète autonomie, en leur distribuant les énoncés accompagnés de la méthode à appliquer telle qu'elle est rédigée ci-dessus. Tout au plus avait-il pris soin, pour expliquer la consigne n°2, de rajouter une indication ainsi rédigée :

2° **Écrire le but**, c'est-à-dire **traduire** le résultat demandé à l'aide de deux vecteurs.
Ainsi pour l' exemple donné, cela revient à démontrer, par exemple, que les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires.

*Mais cete consigne ainsi rédigée n'a pas toujours été bien comprise, certains élèves ayant cru qu'il fallait démontrer la colinéarité de $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ dès cete étape. Cela résulte sans doute du fait que dans l'explication donnée figure le verbe "**démontrer**" et que ces élèves ont alors complètement occulté le contexte ("cela revient à").*
D'où la nécessité de rappeller à ces élèves, une fois de plus, de ne pas lire un énoncé au coup par coup mais d'en faire une lecture globale avant de s'y "attaquer".

"entre-nous"

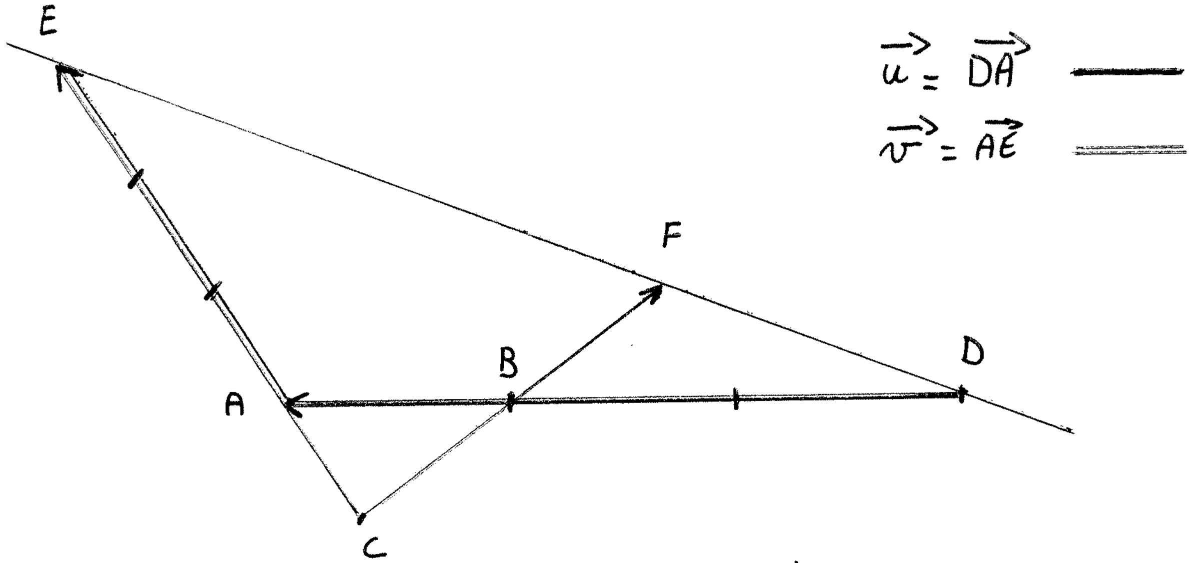
Finalement, il nous est apparu qu'il fallait :

i) Commencer par faire "sécher" les élèves sur un premier exemple, sans leur fournir de méthode, pendant 5 à 10 minutes.

ii) Corriger ce premier exemple au tableau en montrant comment nous "les profs", qui avons de l'entraînement,...résolvons ce type de problème et comment, en suivant pas à pas les consignes de la méthode ci-dessus, on va pouvoir s'entraîner à acquérir cette expérience.

iii) Distribuer alors seulement la fiche méthode avec une liste de nouveaux exercices à résoudre à l'aide de celle-ci.

Exemple extrait d'un cahier d'élève :



2) Montrer que $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires

3) $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE}$ $\qquad$ $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BF}$

4) $\vec{u} = \overrightarrow{DA}$ $\qquad$ $\vec{v} = \overrightarrow{AE}$

5) $*\ \overrightarrow{DE} = \vec{u} + \vec{v}$ $\qquad$ $*\ \overrightarrow{DB} = \frac{2}{3}\vec{u}$ $\qquad$ or $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

$= \frac{1}{3}\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{v}$

d'où $\overrightarrow{BF} = -\frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$

donc $\overrightarrow{DF} = \frac{2}{3}\vec{u} - \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$

$\overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$

$\overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}(\vec{u} + \vec{v})$

$\boxed{\overrightarrow{DF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DE}}$

Autre exemple :

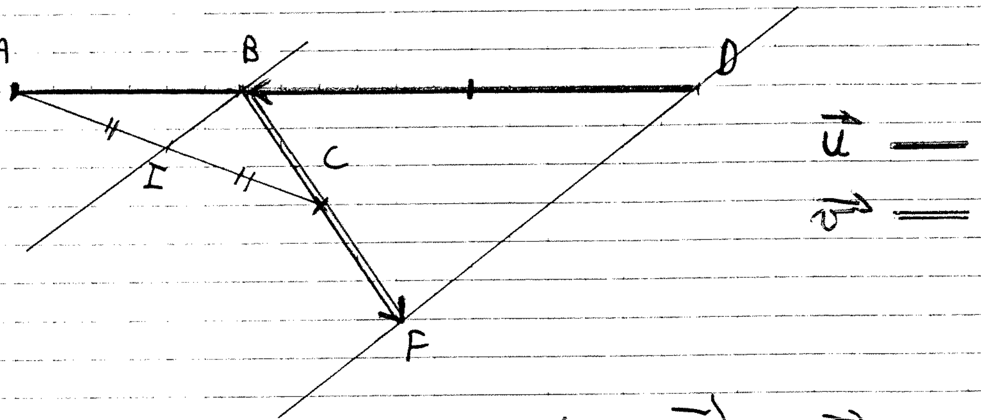
Soient A, B, C trois points non alignés. Construire les points D et F tels que :

$\overrightarrow{AD} = 3\ \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BF} = 2\ \overrightarrow{BC}$.

On appelle I le milieu du segment [AC]. Prouver que les droites (DF) et (BI) sont parallèles.

document élève :

1)



2) Il faut montrer que les vecteurs $\overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{DF}$ sont colinéaires

3) $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BF}$

$\overrightarrow{BI} = \dfrac{\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}}{2}$

4) $\vec{u} = \overrightarrow{DB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{BF}$

5) $\overrightarrow{DF} = \vec{u} + \vec{v}$

$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} \right)$

$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\ (\vec{u} + \vec{v})$ $\qquad 4\ \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{DF}$

Les vecteurs $\overrightarrow{DF}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires donc $(DF) // (BI)$

"entre-nous"

*Le **choix** des deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, après en avoir gêné plus d'un, s'est affiné au fil des exercices jusqu'à devenir fort judicieux le plus souvent, des "stratégies" se mettant en effet très vite en place comme :*
*- choisir $\vec{u}$ et $\vec{v}$ parmi les vecteurs utilisés dans la décomposition du **3°***
- entre plusieurs vecteurs colinéaires, choisir le plus "petit" (pour éviter d'avoir des fractions...).
- utiliser deux couleurs...

* J'ai alors donné l' exercice qui suit à préparer pour la prochaine heure de T.D. persuadé que le choix des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ s'imposait de lui-même...:

Soient A, B, C trois points non alignés. Construire les points D, E et F tels que :

$$\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}\ ,\quad \overrightarrow{BE} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AF} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}.$$

Prouver que les points B, C, F sont alignés et que F est le milieu du segment [ED].

"entre-nous"

Effectivement, la plupart des élèves posèrent $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ et un bon nombre d'entre-eux n'avaient déjà plus besoin d'avoir recours aux couleurs. Cependant, il y a toujours quelques irréductibles ...

Par exemple cet élève dont voici la démarche rédigée ci-dessous :

2° Montrons que les vecteurs $\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{FC}$ sont colinéaires.

3° $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AC}$

4° $\vec{u} = \overrightarrow{AF}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{BA}$.

5° $\overrightarrow{BF} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\overrightarrow{FC} = -\vec{u} + \overrightarrow{AC}$

et qui se trouva "bloqué" pour exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, après avoir choisi $\boldsymbol{\vec{u} = \overrightarrow{AF}}$ et $\boldsymbol{\vec{v} = \overrightarrow{BA}}$...!

Un petit vent de panique s'est alors emparé de la classe où, dans un premier temps, quelques élèves ont pensé que cette méthode ne "marchait" plus aussi bien... que je voulais les persuader... mais après une petite hésitation, force leur a été de constater que cela "marchait" tout de même...

Bien plus, je crois que les quelques refractaires à cette méthode, ont eu comme un "<u>déclic</u>" face à cette difficulté inattendue, comme quoi la complexité du travail demandé fait également partie des atouts qui peuvent aider à une meilleure compréhension.
*Cela a en effet été l'occasion de compléter "leur stratégie" en introduisant la notion de "**vecteur côté**" et de "**vecteur diagonale**" (d'un parallélogramme) par rapport aux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ choisis. Les élèves qui "savaient faire" le faisait le plus souvent de façon purement intuitive mais étaient en fait passés complétement à côté du pourquoi de leur réussite.*

"entre-nous"

La difficulté, ici, réside bien dans le fait que le vecteur $\overrightarrow{AC}$ n'est ni un "vecteur côté" ni un "vecteur diagonale" ....

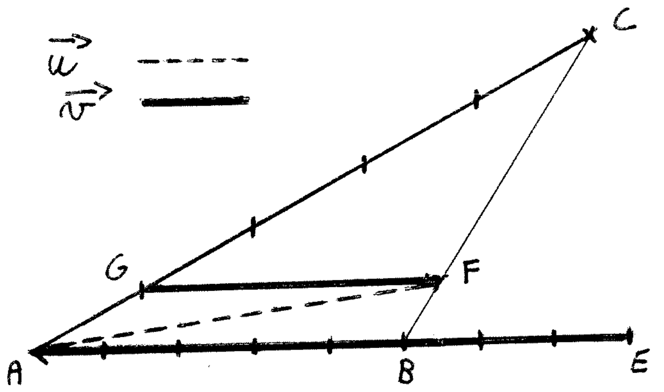
D'où la mise à jour de la stratégie suivante : chercher un vecteur colinéaire à $\overrightarrow{AC}$ qui soit un "vecteur côté" !

*Encore fallait-il pour cela avoir bien respecté la consigne **1°** qui demande une construction explicite des points. Ainsi pour construire le point F, on pouvait mettre en évidence (*) le point que l'on peut noter G tel que :*

$$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC} \text{ et donc tel que } \overrightarrow{GF} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} \text{ d'où : } \overrightarrow{GF} = -\frac{4}{5}\vec{v}\ .$$

*(*) une convention bien pratique est de mettre les parallèles de même couleur.
(donc ici (AB) et (GF) par exemple)*

D'où la solution trouvée :
(document élève)



$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FG} = \vec{u} + \frac{4}{5}\vec{v}$$

$$\overrightarrow{AC} = 5\,\overrightarrow{AG} = 5\vec{u} + 4\vec{v}$$

$$\overrightarrow{FC} = -\vec{u} + 5\vec{u} + 4\vec{v}$$

$$\overrightarrow{FC} = 4\vec{u} + 4\vec{v}$$

$$\overrightarrow{FC} = 4(\vec{u} + \vec{v})$$

$$\boxed{\overrightarrow{FC} = 4\,\overrightarrow{BF}}$$

Remarque :

*Lors de la construction du point F en **1°**, on pouvait également mettre en évidence le point K tel que :*

$$\overrightarrow{AK} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$$

ce qui permet d'obtenir immédiatement un "vecteur côté" colinéaire à $\overrightarrow{AC}$ à savoir le vecteur :

$$\overrightarrow{KF} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$$

or $\overrightarrow{KF} = \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AF}$ *d'où* $\overrightarrow{KF} = \frac{4}{5}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = \frac{4}{5}\vec{v} + \vec{u}$ ...

Il est à remarquer également que cette solution, qui peut nous paraître plus naturelle à nous "les profs", car plus immédiate, n'est pas apparue comme telle aux élèves...

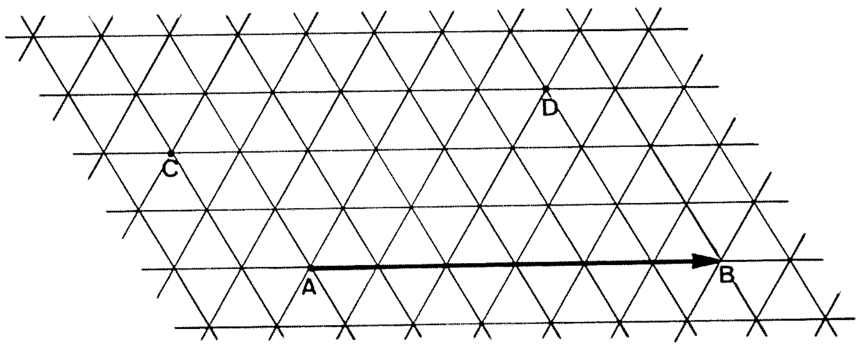
Page suivante nous vous proposons un exemple de sujet donné en interrogation écrite à la fin de ce chapitre.
(Dans une classe de bon niveau, il est vrai, les notes obtenues se sont échelonnées de 2,5 à 20 pour une moyenne de 13,5 sur 20)

La qualité de la rédaction et de la présentation (justifications, rigueur, soin...) entrera pour une part importante dans l'appréciation de la copie.

I. Sur la figure ci-dessous :

a) Placer le point E tel que $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$

b) Placer le point F tel que $\overrightarrow{DF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$



II. Sur la figure ci-contre, le quadrilarère ABCD est un parallélogramme.

1° Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

2° Construire le point F tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{AD}$.

3° Montrer que les droites (AC) et (EF) sont parallèles.

4° Montrer que $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} = \vec{0}$. Que peut-on en déduire ?

III. 1° Sur la figure ci-contre, placer les points D, E, F tels que :

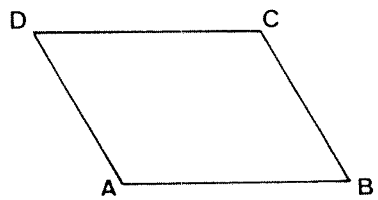
$$\overrightarrow{AD} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{AC}\ ,\ \overrightarrow{BE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{BA} \text{ et } \overrightarrow{AF} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{3}\overrightarrow{AC}.$$

2° Justifier que $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

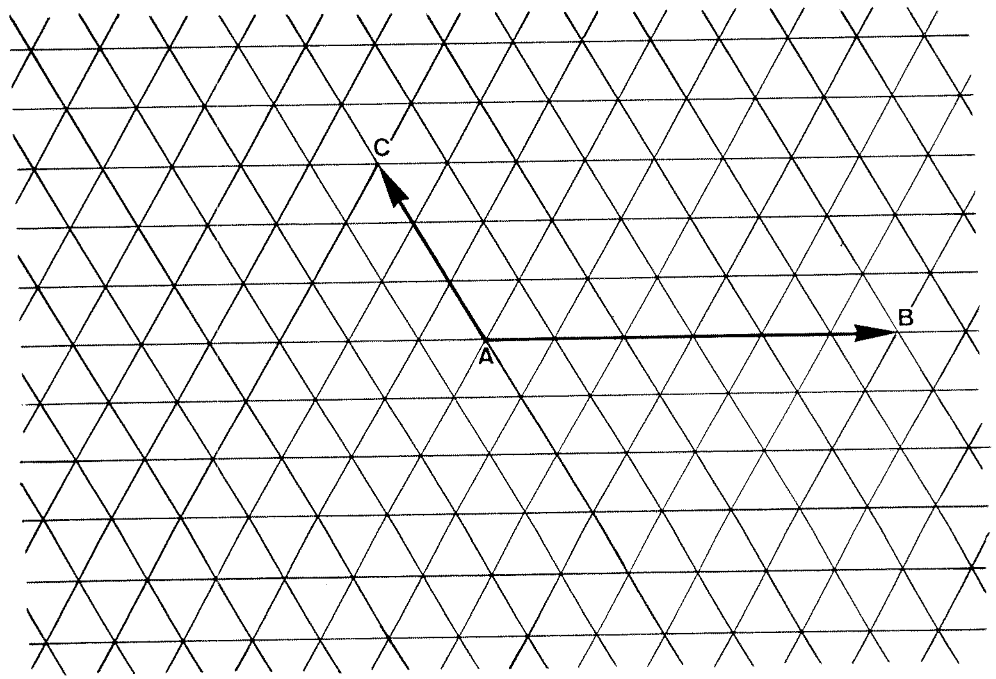
3° Montrer que les points B, C, F sont alignés.

4° Montrer que E est le milieu du segment [FD].

II.



III.



NOM :

Prénom :

2nde

SECONDE 2 "QUE RESTE-T-IL DES VECTEURS ?"

NOM______________________________ Prénom____________________

Soit ABC un triangle quelconque

1) Construire le point E tel que

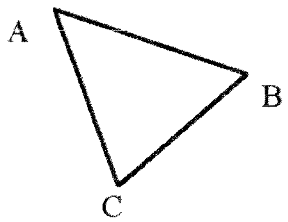
$$\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{CA}$$

Construire le point D tel que

$$\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{BA}$$

2) Soit I le milieu de [A;C]
J le milieu de [A;B]
K le milieu de [E;D]

Montrer que les point I,J,et K sont alignés



Cet énoncé a été donné 6 mois après le cours sur les vecteurs, alors que les contrôles du début de l'année avaient été étonnement bons celui ci a été décevant. Pour pouvoir vraiment conclure, il aurait dû être donné dans une classe témoin, ce qui n'a pas été fait. Lors de la correction, les élèves ont retrouvé les mécanismes liés à la méthode qui leur avait été donnée. Voici les résultats: (30 élèves ont fait le contrôle)

Ont fait le dessin juste	Le cours est su	Se souviennent de la méthode	Ont su faire la démonstration
30	23	17	6

VI

PROGRAMMER UNE FONCTION:

Introduction

à la notion de fonction

et utilisation

d'une calculatrice programmable.

MODULE : ÉTUDE DE FONCTIONS

Les activités proposées ont été rédigées dans le but :

- d'**introduire la notion de fonction** définie sur un intervalle en combinant l'étude qualitative (croissance, allure des représentations graphiques, ...) avec l'étude quantitative (majoration, recherche de minimum, ...)

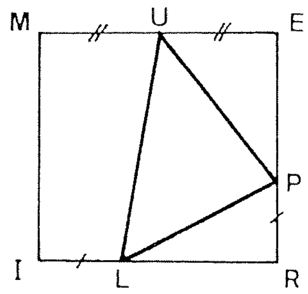
- d'apprendre à **programmer une fonction** simple.

Extraits du programme de Seconde concernant l'emploi des calculatrices :
L'emploi des calculatrices a pour objectif (...) en analyse, d'accéder rapidement à des fonctions variées et à leur représentation graphique.
A la fin de la classe de Seconde, ***les élèves doivent savoir utiliser une calculatrice programmable comportant les fonctions statistiques*** *pour effectuer des calculs numériques, pour (...) et pour programmer, sur des exemples simples, le calcul de valeurs numériques d'une fonction d'une variable.*

L'énoncé a été distribué aux élèves dans son intégralité dès la première séance de module et tel qu'il figure pages suivantes.

1° Reproduire en vraie grandeur la figure ci-contre où :

- IREM est un carré de 10 cm de côté
- le point U est le milieu du segment [ME]
- le point L est le point du segment [IR] tel que IL = 2cm
- le point P est le point du segment [RE] tel que RP = 2cm.



Calculer, en cm², l'aire du triangle ULP.

2° Recommencer avec IL = RP = 6 cm.

3° On pose IL = RP = x (en cm) et on note $S(x)$ l'aire du triangle ULP en fonction de x.

- Déduire $S(2)$ et $S(6)$ des questions précédentes.
- Quelles sont les valeurs possibles de x ?
- Calculer *$S(x)$ en fonction de x* et **programmer** $S(x)$ sur votre calculatrice. Recopier alors le tableau suivant en le complétant :

x	0	0,5	1	1,5	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
$S(x)$																			

4° Représenter graphiquement S point par point sur du papier millimétré (unités: le cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnée).

5° On veut trouver la valeur de x pour laquelle le triangle ULP a la plus petite aire. Parmi les valeurs précédentes, quelle est celle pour laquelle $S(x)$ semble minimum ? On note α cette valeur.

Montrer que $S(x) - S(\alpha)$ peut se mettre sous la forme $\dfrac{(x-\alpha)^2}{2}$ puis conclure.

6° On se propose de déterminer **toutes** les valeurs de x pour lesquelles le triangle ULP est isocèle.

a) On note $f(x)$ la longueur du côté LP en fonction de x. Calculer $f(x)$ puis représenter graphiquement f point par point sur du papier millimétré (unités le cm).

b) On note $g(x)$ la longueur du côté PU en fonction de x. Calculer $g(x)$ puis représenter g sur le même graphique que f.

c) On note $h(x)$ la longueur du côté LU en fonction de x. Calculer $h(x)$ puis représenter h sur le même graphique que f et g.

A l'aide des représentations graphiques précédentes, conclure en expliquant votre réponse.

II.

A périmètre égal, quelle figure géométrique offre la plus grande aire?

On se propose de répondre à cette question dans le cas particulier d'un **rectangle** et d'un **triangle isocèle** de **même périmètre égal à 12 cm**

1° Dessiner un rectangle et un triangle isocèle répondant à la question puis comparer leur aire.

2° On note x, en cm, la longueur de l'un des côtés d'un rectangle de périmètre égal à 12 cm.

a) Quelle est, *en fonction de* x, la longueur de l'autre côté ?
b) En déduire, *en fonction de* x, l'aire $R(x)$ d'un tel rectangle.

3° On note x, en cm, la longueur de la base d'un triangle isocèle de périmètre égal à 12 cm.

a) Quelle est, *en fonction de* x, la longueur des deux autres côtés?
b) Calculer, *en fonction de* x, la hauteur relative à la base.
c) En déduire, *en fonction de* x, l'aire $T(x)$ d'un tel triangle isocèle.

4° Sur un même graphique, représenter R et T point par point sur du papier millimétré (unités 2 cm).

5° Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle le rectangle et le triangle isocèle ont même aire. Vérifier par le calcul et dessiner le rectangle et le triangle isocèle correspondants.

Conclusion : à l'aide du graphique, répondre alors à la question posée c'est-à-dire indiquer, *en fonction de* x, qui du rectangle ou du triangle isocèle a la plus grande aire lorsqu'il ont le même périmètre 12 cm.

RECHERCHE

Un carré, un triangle équilatéral et un disque ont même périmètre.

Comparer leurs aires respectives.

* Première séance (1 h 30) *

Cette séance a été prévue pour **précéder** le cours classe entière qui sera alors l'occasion de faire les synthèses qui s'imposent en s'appuyant sur les exemples rencontrés en module.
En attendant que les deux groupes de module soient passés, on peut, par exemple, durant ces 15 jours, étudier en classe entière les résolutions d'inéquations du premier degré à deux inconnues et en T.D. revoir différentes méthodes de résolution de systèmes.

Au bout d'une demi-heure, les élèves, en complète autonomie, sont parvenus à répondre aux premières questions mais restent bloqués, pour la plupart, à la question 3° où l'on demande de *programmer*...

L'an passé, cela a été de loin la partie la plus délicate, pour les élèves, mais aussi et surtout pour le professeur tout d'un coup très sollicité et confronté à des "machines" pour la plupart de modèles différents ...! Impatience et énervement ont fait que la séance s'est achevée sur un sentiment de frustration et même de rejet face à cet "outil" non maîtrisé alors que de mon côté je suis sorti relativement tendu, déçu et ayant conscience d'avoir manqué d'"efficacité" pour le moins...!

Cela peut peut-être expliquer pourquoi certains professeurs ayant fait ce type d'expérience renvoient leurs élèves à leur mode d'emploi... et deviennent très prudents voire réticents quant à l'utilisation de la calculatrice en classe.

Pour ne pas rééditer ce mini échec, j'ai demandé à mes élèves de l'an passé, de rédiger en fin d'année, un exemple de programmation d'une fonction pour leur propre calculatrice.
Ainsi j'ai pu mettre à la disposition de mes élèves de cette année des ***"fiches techniques personnalisées"*** (*voir documents élaborés par les élèves pages suivantes*) et cela à la plus grande satisfaction de tous. Satisfaction autant pour mes élèves qui ont pu continuer à travailler de façon autonome que pour moi-même qui ai pu mener à bien cette séance dans une ambiance sereine, les signes (et parfois les gestes...) d'impatience et d'énervement ayant pratiquement disparus.

*Reste que l'on peut se demander si l'on rend vraiment service à nos élèves en leur "mâchant" ainsi le travail... Mais toute réflexion faite, outre les avantages cités précédemment, j'ai pu constater que ce "coup de pouce" pour les aider à utiliser leur calculatrice programmable les a finalement encouragés à aller plus loin dans leurs investigations pour mieux découvrir et exploiter les possibilités de leur calculatrice et cela avec une assez grande motivation voire un certain plaisir parfois. Il me semble donc qu'il ne faut pas trop regretter cette aide, "pour amorcer" en quelque sorte, même si elle peut paraître excessive à certains de nos collègues. Nos élèves y sont le plus souvent sensibles et cela peut leur permettre de prendre un élan souvent déterminant vers l'**autonomie recherchée.** Lorsque l'on apprend à faire du vélo, il en va bien de même...au début nous avons tous eu besoin d'être assistés... cela ne nous empêche pas aujourd'hui d'être très à l'aise jusqu'à lâcher le guidon parfois !*

* Deuxième séance (1 h 30) <u>(suite des activités)</u> *

<u>Remarque</u> : cette année, plutôt que poursuivre ces activités lors d'une deuxième séance de module, j'ai choisi de terminer l'exercice **I** classe entière et j'ai demandé de préparer l'exercice **II** pour la prochaine heure de T.D.

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION AVEC UNE TI 60

Exemple : $f(x) = \dfrac{x^2 - 15x + 100}{2}$

$\boxed{2^{nd}}$ $\boxed{\text{RST}}$ (CP)

$\boxed{2^{nd}}$ $\boxed{\text{LRN}}$ (Part) $\boxed{1}$ nombre de mémoires à utiliser

$\boxed{\text{LRN}}$ pour entrer en mode programmation

$\boxed{\text{STO}}$ suivi d'un nombre m pour définir le numéro de la mémoire où l'on "stocke" la variable x

$f(x)$:

$\boxed{2^{nd}}$ $\boxed{\pi}$ (x^2)

$\boxed{-}$

$\boxed{1}$ $\boxed{5}$

$\boxed{\times}$

$\boxed{\text{RCL}}$ suivi du nombre m pour "rechercher" x

$\boxed{+}$

$\boxed{1}$ $\boxed{0}$ $\boxed{0}$

$\boxed{=}$ évite l'emploi de parenthèses pour calculer le numérateur

$\boxed{\div}$

$\boxed{2}$

$\boxed{=}$

$\boxed{\text{R/S}}$

$\boxed{\text{RST}}$ mise à 0 du compteur (met le programme au début)

$\boxed{\text{LRN}}$ pour quitter le mode programmation

Exécution : $\boxed{\text{RST}}$

- Introduire la valeur de x choisie

- $\boxed{\text{R/S}}$ pour lancer l'exécution du programme.

...

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION

AVEC UNE TI 62

Exemple : $f(x) = \dfrac{x^2 - 15x + 100}{2}$

[LRN] pour entrer en mode programmation

[2nd] [GTO] (LBL) suivi d'un nombre n : par exemple **0**

[STO] suivi d'un nombre m pour définir le numéro de la mémoire où l'on "stocke" la variable x : par exemple **0**

$f(x)$:

[2nd] [√x] (x^2)

[-]

[1] [5]

[×]

[RCL] suivi du nombre m pour "rechercher" x

[+]

[1] [0] [0]

[=] évite l'emploi de parenthèses pour calculer le numérateur

[÷]

[2]

[=]

[R/S] pour remettre le programme au début (arrêt)

[LRN] pour quitter le mode programmation

Exécution : Introduire la valeur de x choisie

- [GTO] n (**0** pour notre exemple)
- [R/S] pour lancer l'exécution du programme.

Introduire une nouvelle valeur de x

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION AVEC UNE TI GALAXY 67

Exemple : $f(x) = -x^2 + 6x$

* **Activer le mode formule FMLA** en tapant [2nd] [STO]

  Le message **Name?** s'affiche avec l'indicateur **A** au dessus indiquant que la touche **ALPHA** est activée (et qu'il est donc inutile d'appuyer sur cette touche pour entrer la première lettre).

  Remarque : si le nom donné à la formule à entrer comporte plusieurs lettres, appuyer sur [ALPHA] après l'affichage de **Name?** ([A] s'affiche indiquant que cette touche est vérouillée).

* **Entrer un nom de formule** : **F** par exemple, suivi de [ENTER] .

  - la calculatrice insère le signe = à la suite du nom
  - l'indicateur A s'éteint.

  Remarque : si le nom choisi a déjà été utilisé pour définir une formule, alors celle-ci s'affiche après le "=".
  Si l'on souhaite rentrer une nouvelle formule à sa place, on peut:

  - soit rentrer la nouvelle formule en supprimant si besoin les termes qui resteraient encore de l'ancienne formule par [DEL]

  - soit : appuyer sur **CLF** (**CL**ear **F**ormula obtenu par [2nd] [+])

    Name? s'affiche : entrer le nom de la formule à supprimer

    appuyer sur [ENTER] : la formule à supprimer s'affiche

    appuyer sur [ENTER] : le message **Clr Fmla YN?** s'affiche

    confirmer la demande en tapant ***YES*** (touche ENTER)

    le message **Cleared** s'affiche : la formule est supprimée.

* **Rentrer la formule** :

  Remarques préliminaires :

  - il est nécessaire de taper le signe de multiplication (***** à l'affichage)

  - pour taper $-x^2$, on doit soit rentrer $-(x^2)$ soit $-1 \times x^2$ si non la calculatrice interprète $(-x)^2$.

    donc par exemple taper [(-)] [(] X [x^2] [)] .

  On peut aussi, pour éviter cet inconvénient, rentrer $6x - x^2$.

* **Après avoir entré la formule**, appuyer sur [ENTER]

(pour utiliser cette formule par la suite, il faudra appuyer une première fois sur [ENTER] pour qu'elle s'affiche puis une deuxième fois sur [ENTER])

- Le message **Eval YN?** s'affiche.
- Répondre ***YES*** en appuyant sur la touche [ENTER], le message **X=?** s'affiche (ou éventuellement **X=** suivi de la dernière valeur rentrée pour x).
- Taper la valeur de x suivi de [ENTER].
- Le message **Review YN?** s'affiche.
- Taper ***No*** (touche [(-)]) pour lancer le calcul de $f(x)$ (répondre ***YES*** remettrait **X=** à l'affichage pour permettre de modifier la valeur précédemment rentrée pour x).
- La réponse (ici sous la forme **F=**) s'affiche [c'est-à-dire $f(x)$]

* Pour d'autres valeurs de x, utiliser la touche [EVAL] plus directe car elle permet d'éviter les messages "**Eval YN?**" et "**Review YN?**" :

Marche à suivre :
- appuyer sur [EVAL] : **X=...** s'affiche
- rentrer la valeur de x désirée
- appuyer sur [EVAL] pour afficher le résultat (**F=...**)

Additif : cette calculatrice permet de créer une table de valeurs à partir d'une valeur de départ et un incrément (ou **pas**).

Pour cela, taper [2nd] [EVAL] : **auto** s'affiche, ce qui donne X=**auto**.

- Appuyer sur [ENTER] : **low=?** s'affiche, indiquant que la calculatrice est en attente de l'entrée de la valeur de départ.
- Donner la valeur initiale suivi de [ENTER] : **step=?** s'affiche, indiquant que la calculatrice est en attente de l'entrée de la valeur du pas.
- Donner la valeur du pas suivi de [ENTER] : le message **Review YN?** s'affiche.
- Taper ***No*** pour lancer le calcul : le résultat pour la valeur initiale s'affiche.
- Appuyer sur [ENTER] pour lancer le calcul de la valeur suivante (c'est-à-dire de la valeur initiale **+** le pas) ...

***Conseil important** : il est recommandé de préparer le tableau de valeurs correspondant avant de lancer les calculs et de le compléter au fur et à mesure. Le risque est grand en effet de ne plus savoir "où on en est" au bout d'un moment...*

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION AVEC UNE TI 81

Exemple : $f(x) = \dfrac{x\sqrt{36 - 6x}}{2}$

Remarques préliminaires :

- La touche [X|T] permet une saisie rapide de la variable X sans utiliser la touche [ALPHA].

- Après certaines instructions, il arrive que le clavier soit configuré automatiquement pour pouvoir taper des caractères alphabétiques : le curseur clignote alors sur [A] en vidéo inverse, indiquant que la touche [ALPHA] est déjà activée, par exemple :

- après l'utilisation de la touche [STO].

- après la sélection d'un programme dans la rubrique **EDIT** de [PRGM].

Première étape

Il est toujours plus pratique d'enregistrer la formule de la fonction, c'est-à-dire $f(x)$, hors programme. Ainsi le programme rentré *(deuxième étape)* restera valable quelque soit la fonction utilisée.

- Appuyer sur [Y =] pour accéder à l'écran d'édition des fonctions (le curseur est alors positionné à la première fonction Y1).

- Sélectionner le numéro désiré: par exemple Y3. Pour cela amener le curseur en face de Y3 avec la touche de direction [▼]. Le signe = de Y3 passe alors en vidéo inverse.

- Entrer $f(X)$, c'est-à-dire pour notre exemple :

X [√] [(] 36 [-] 6 X [)] [÷] 2

- Sortir du menu [Y =] par l' instruction [QUIT] pour revenir à l'écran de commande.

Deuxième étape

Éditer le programme suivant qui pourra être réutilisé pour toute fonction rentrée en Y3 :

```
Prgm1:VALEURY3   (nom du programme)
:Input X         (mettre dans la machine)
:Disp Y3         (Display : afficher)
:Prgm1           (pour relancer le programme)
```

Pour cela :

- Appuyer sur PRGM ▶ pour afficher la rubrique **EDIT** du menu PRGM.

- Choisir un chiffre ou une lettre (**1** par exemple). Le programme sélectionné est alors recopié à l'écran (ici **Prgm1** vu notre choix).

- Pour identifier facilement ce programme par la suite, il est conseillé de lui attribuer un nom (8 caractères au maximum). par exemple : **VALEURY3.**

- Une fois le nom du programme tapé, appuyer sur ENTER (le curseur se place sur la première ligne précédée de **:**)

- Appuyer sur PRGM ▶ pour accéder au menu **I/O** et sélectionner **Input**

  suivi de **X** puis de ENTER (pour aller à la ligne suivante).

- Revenir au menu **I/O** et sélectionner **Disp**. Dans le menu Y-VARS, sélectionner alors Y3 suivi de ENTER .

- Dans la rubrique **EXEC** (PRGM ▶ ▶), sélectionner Prgm**1** suivi de ENTER (permet de relancer le programme pour une nouvelle valeur de x).

- Quitter le mode programmation (QUIT).

Mode d'emploi

- Dans le menu PRGM sous la rubrique **EXEC** (exécuter), sélectionner Prgm1:VALEURY3 en tapant **1**.

- Le nom du programme est recopié à l'écran (ici Prgm1).

  Appuyer alors sur ENTER pour lancer son exécution.

- **?** s'affiche à l'écran: entrer la valeur de x puis appuyer sur ENTER pour lire $f(x)$ etc...

Pour arréter : taper ON . Le programme est alors mis en erreur : choisir 2 (QUIT).

AVEC UNE TI 82

La fiche établie pour une TI 81 reste valable pour la TI 82.

- La saisie rapide de la variable X se fait avec la touche X,T,θ .
- QUIT s'obtient par 2nd MODE au lieu de 2nd CLEAR .

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION

AVEC UNE **TI 85**

Première étape

Il est toujours plus pratique d'enregistrer la formule de la fonction, c'est-à-dire *f(x)*, hors programme. Ainsi le programme rentré *(deuxième étape)* restera valable quelque soit la fonction utilisée.

- Appuyer sur $\boxed{\text{GRAPH}}$, ce qui permet d'afficher, en bas de l'écran, un menu donnant accès à 5 fonctions :

y(x)= | RANGE | ZOOM | TRACE | GRAPH ▸

- Sélectionner **y(x)=** en appuyant sur $\boxed{\text{F1}}$: "**y1=**" s'affiche en haut à gauche de l'écran

- Entrer la formule de la fonction *(on obtient directement* **x** *en appuyant sur la touche* $\boxed{\text{x-VAR}}$ *)*.

- Appuyer une première fois sur $\boxed{\text{EXIT}}$ pour sortir du menu **y(x)=** puis une deuxième fois pour sortir du menu **GRAPH**.

Remarque : si ***y1*** contient déjà une fonction mais que l'on souhaite effacer celle-ci, il suffit d'appuyer sur la touche $\boxed{\text{CLEAR}}$ après que ***y1*** se soit affiché. On peut alors rentrer une nouvelle fonction.

Deuxième étape

Attribuer un nom au programme permettant de l'identifier facilement par la suite : par exemple **FCT**.

programme :

PROGRAM:FCT	*(nom du programme)*
:Input x	*(mettre dans la machine)*
:Disp *y*1	*(Display : afficher)*
:FCT	*(pour relancer le programme)*

Marche à suivre :

• - Appuyer sur $\boxed{\text{PRGM}}$, un menu de 2 fonctions apparaît en bas de l'écran : **NAMES** et **EDIT**.

- Appuyer sur $\boxed{\text{F2}}$ pour sélectionner **EDIT** ce qui affiche **Name=**.

- Entrer le nom choisi : $\boxed{\text{F}}$ $\boxed{\text{C}}$ $\boxed{\text{T}}$ (inutile d'activer la touche $\boxed{\text{ALPHA}}$)

- Appuyer sur $\boxed{\text{ENTER}}$

* Un menu de 5 fonctions apparaît en bas de l'écran :

PAGE↓ | PAGE↑ | I/O | CTL | INSc ▸

- Appuyer sur [F3] pour sélectionner **I/O** : un nouveau menu de 5 fonctions apparaît sous le premier menu en bas de l'écran.
- Appuyer sur [F1] pour sélectionner **INPUT** puis sur [x-VAR] suivi de [ENTER]
- Appuyer sur [F3] pour sélectionner **DISP** (du menu **I/O**) puis sur [2nd] [ALPHA] (*pour passer en minuscules*) suivi de [0] pour obtenir ***y***. La calculatrice ne restant pas bloquée en mode minuscules, on est à nouveau en mode chiffres donc taper [1] ce qui donne ***y*1**.
- Appuyer sur [ENTER]
- Appuyer deux fois sur [ALPHA] (pour bloquer la touche alphabétique) suivi de [F] [C] [T].

* Appuyer une première fois sur [EXIT] pour sortir du menu **I/O** puis une deuxième fois pour sortir du menu d'édition **EDIT**.

Mode d'emploi

- Entrer le nom du programme en appuyant deux fois sur [ALPHA] suivi de [F] [C] [T] puis de [ENTER] pour lancer son exécution.
- **?** s'affiche à l'écran : entrer la valeur de *x* puis appuyer sur [ENTER] pour lire *f(x)* etc...

Pour arréter : - taper [ON] : le programme est alors mis en erreur

- appuyer sur [F5] (**QUIT**).

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION AVEC UNE **fx-180PV**

Exemple : $f(x) = \dfrac{x\sqrt{36 - 6x}}{2}$

Au fur et à mesure que cette calculatrice enregistre un programme, elle l'*exécute* en même temps. Il faut donc s'assurer, **avant** de programmer, que *f(x)* est bien définie pour la valeur affichée de *x* à l'écran, sinon entrer une valeur convenable.

Pour notre exemple, il faut donc s'assurer que le nombre affiché est inférieur ou égal à 6 et donc, si 0 est à l'écran, il n'y a pas lieu d'en changer.

[MODE] [EXP]	*passage en mode programmation*
[P1]	*choix de la zone programme (entre P1 et P2)*
[Min]	*mise en mémoire M du nombre affiché (c'est-à-dire de x)*

....

[×] [(] 36 [−] 6 [×] [MR] [)] [√] [÷] 2

calcul de f(x)

....

[=]	*affichage du résultat*
[MODE] [.]	*retour au mode calcul*

Mode d'emploi : entrer la valeur de *x* puis appuyer sur P1.

Remarque : avec une **fx-180P**, le passage en mode programmation se fait par l'instruction [MODE] [0].

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION AVEC UNE fx-4500P

Exemple : $f(x) = \dfrac{x^2 - 15x + 100}{2}$

Remarque préliminaire : [SHIFT] [ALPHA] permet de bolquer la touche alphabétique.

- **Passer en mode programmation en tapant** [MODE] [EXP] ce qui affiche le message suivant:

  Filename?
  F1

- Attribuer un nom au programme permettant de l'identifier facilement par la suite, par exemple **FORMULE**, suivi de [EXE].

- Passer à la ligne n°1 en pressant la touche [⇩].

- Entrer la formule [c'est-à-dire *f(x)*] :

  $[(]\ \underbrace{[ALPHA]\ [0]}_{X}\ \underbrace{[SHIFT]\ [\sqrt{\ }]}_{x^2}\ [-]\ [1]\ [5]\ \underbrace{[SHIFT]\ [\sqrt{\ }]}_{x^2}\ [+]\ [1]\ [0]\ [0]\ [)]\ [/]\ [2]$

  suivi de [EXE].

- Revenir en mode calcul par [MODE] [EXP].

- **Exécution du programme** : Il suffit de taper une ou deux lettres initiales du nom et de presser la touche [FILE] suivie de [EXE].

  X? s'affiche

  Entrer la valeur de *x* suivie de [EXE] etc...

Utilisation de la mémoire de fonctions

Cette calculatrice permet d'enregistrer une ou plusieurs fonctions sans qu'il soit nécessaire de programmer. Il suffit d'utiliser les touches [IN], [CALC] et [OUT].

- Écrire la fonction à l'écran : Y=(X²-15X+100)/2

- Appuyer sur la touche [IN] pour l'enregistrer.

- Appuyer sur la touche [CALC] pour lancer le calcul : **X?** s'affiche à l'écran

- Entrer la valeur de *x* suivie de [EXE] etc...

- **Pour arréter** : presser la touche [OUT], on obtient à l'écran la fonction enregistrée que l'on peut alors supprimer, modifier...

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION AVEC UNE fx-6800G

Exemple : $f(x) = \dfrac{x^2 - 15x + 100}{2}$

• Passer en mode programmation :

[MODE] [2] le "témoin" **WRT** (pour WRITE : écrire) apparaît à l'affichage.

- Choix d'une zone de programme :

Dans la partie inférieure la lettre "**P**" est suivie des chiffres **0** à **9** remplacés éventuellement par des "-" indiquant qu'un programme est déjà stocké dans la zone en question.

Choisir un numéro libre (éventuellement à l'aide de la touche de direction [▶]). Le numéro choisi clignote (par exemple **0**).

- Écriture du programme : Appuyer sur [EXE] et rentrer le programme suivant : ?→A:(A²-15A+100)÷2

? → A	permet de stocker la valeur numérique de x dans la mémoire A (on pourrait, bien sûr, choisir une autre mémoire)
:	pour séparer deux instructions
(A² - 15A + 100) ÷ 2	écriture de $f(x)$

Remarques :

? s'obtient par [ALPHA] [TRACE] , **A** s'obtient par [ALPHA] [x^{-1}]

Inutile d'insérer une commande d'affichage [◢] (obtenue par [ALPHA] [GRAPHE]) à la fin du programme : le résultat final étant d'office affiché lorsque le programme se termine.

Lorsque le programme est rentré, appuyer sur [MODE] [1] pour l'exécuter.

• Exécution du programme :

- Appuyer sur [Prog] suivi du numéro du programme que l'on veut "lancer" (0 pour notre exemple) suivi de [EXE].

? apparaît à l'affichage indiquant que la calculatrice est en attente de l'entrée d'une donnée [la valeur de x].

- Introduire une valeur suivie de [EXE].

- Après l'affichage du résultat [c'est-à-dire de $f(x)$], réappuyer sur [EXE] pour réexécuter etc...

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION

AVEC UNE **fx-8500G**

(valable également pour une *fx-4000P*, *fx-7000G(A)*, *fx-7500G*, *fx-8000G*)

Exemple : $f(x) = \dfrac{x\sqrt{36 - 6x}}{2}$

Passer en mode "stockage" de programme :

[MODE] [2] "**WRT**" (pour WRITE : écrire) apparaît sur la partie supérieure gauche de l'affichage.

- **Choix d'une zone de programme :**

Dans la partie inférieure les lettres "**Prog**" sont suivies des chiffres **0** à **9** remplacés éventuellement par des "-" indiquant qu'un programme est déjà stocké dans la zone en question.

Choisir un numéro libre (éventuellement à l'aide de la touche de direction [▶]). Le numéro choisi clignote (par exemple 2).

- **Écriture du programme** : Appuyer sur [EXE] pour commencer le stockage.

Il s'agit de rentrer le programme suivant : ?→X:X√(36-6X)÷2

? →X	permet de stocker la valeur numérique de x dans la mémoire X (on pourrait, bien sûr, choisir une autre mémoire)
:	pour séparer deux instructions
X √(36 - 6 X) ÷ 2	écriture de $f(x)$

Remarques :

? s'obtient par [SHIFT] [→] , **X** s'obtient par [ALPHA] [+]

Inutile d'insérer une commande d'affichage [◢] (obtenue par [SHIFT] [:]) à la fin du programme, le résultat étant d'office affiché.

Lorsque le programme est stocké, appuyer sur [MODE] [1] pour retourner en mode **RUN**.

- **Exécution du programme :**

Appuyer sur [Prog] suivi du numéro du programme que l'on veut "lancer" (2 pour notre exemple) suivi de [EXE].

? apparaît à l'affichage indiquant que la calculatrice est en attente de l'entrée d'une donnée [la valeur de x].

Introduire une valeur suivie de [EXE].

Après l'affichage du résultat [c'est-à-dire de $f(x)$], réappuyer sur [EXE] pour réexécuter etc...

PROGRAMMER LES VALEURS D'UNE FONCTION

AVEC UNE **fx-7800G(C)**

(valable également pour une *fx-7700G*, *fx-8800GC*)

Exemple : $f(x) = \dfrac{x^2 - 15x + 100}{2}$

Remarques préliminaires :

Les fonctions qui ne figurent pas sur le clavier s'obtiennent grâce à l'affichage de menus au bas de l'écran.

Exemple : lorsqu'on active **PRGM** par SHIFT RANGE , un menu de 6 fonctions apparaît en bas de l'écran :

JMP REL Prg ? ◢ :

La sélection de la fonction choisie s'obtient en appuyant sur l'une des touches correspondantes :

F1 F2 F3 F4 F5 F6

Exemples : F4 *sélectionne* ?, F6 *sélectionne* :.

---

* **Passer en mode "stockage" de programme** :

MODE 2 "**WRT**" (pour WRITE : écrire)

* **Choix d'une zone de programme** :

A l'aide de la touche de direction ▼ , sélectionner un numéro de programme déclaré vide (**empty**) suivi de EXE (par exemple le n°1).

* **Écriture du programme** :

Il s'agit de rentrer le programme suivant : ?→X:(X²-15X+100)÷2

? → X	permet de stocker la valeur numérique de x dans la mémoire X (on pourrait, bien sûr, choisir une autre mémoire)
:	pour séparer deux instructions
(X² - 15X + 100) ÷ 2	écriture de $f(x)$

Activer **PRGM** par SHIFT RANGE .

Il est conseillé de donner un nom au programme, par exemple **'FCT**, pour cela:

- appuyer sur ALPHA qui fait apparaître un menu au bas de l'écran
- appuyer alors F1 pour faire afficher une apostrophe
- taper ensuite le titre FCT suivi de EXE .

Rentrer le programme :

[F4] [→] [X,θ,T] *(plus direct que* [ALPHA] [+] *)*

[F6]

[(] [X,θ,T] $\underbrace{\text{[SHIFT] [}\sqrt{}\text{]}}_{(x^2)}$ [−] [1] [5] [X,θ,T] [+] [1] [0] [0] [)] [÷] [2]

Remarque : Inutile d'insérer la commande d'affichage [◢] (obtenue par [F5]) à la fin du programme, le résultat étant d'office affiché.

Lorsque le programme est stocké, appuyer sur [MODE] [1] pour retourner en mode **RUN**.

* **Exécution du programme** :

Activer [PRGM] puis "lancer" le programme 1 :

Pour cela presser sur la touche [F3] suivie de 1 (numéro du programme de notre exemple). **Prog 1** étant affiché, appuyer sur [EXE].

? apparaît à l'affichage indiquant que la calculatrice est en attente de l'entrée d'une donnée [la valeur de *x*].

Introduire une valeur suivie de [EXE].

Après l'affichage du résultat [c'est-à-dire de *f(x)*], réappuyer sur [EXE] pour réexécuter etc...

------------- **Complément : Enregistrement d'une fonction** -------------

Il est toujours plus pratique d'enregistrer la formule de la fonction, c'est-à-dire *f(x)*, hors programme. Ainsi le programme rentré restera valable quelque soit la fonction utilisée.

Pour cela on dispose de 6 mémoires de fonction.

Par exemple, pour enregistrer la fonction sous l'intitulé f1 :

Accéder au **menu de mémoire de fonctions** [F MEM] en pressant les touches [SHIFT] [0].

Écrire *f(x)* en fonction de X.

Appuyer sur [F1] (**STO**) suivi de 1 pour enregistrer sous f1.

Conseil : effacer l'affichage par [AC].

Nouveau programme :

- Passer en mode **WRT** ([MODE] [2])

- Sélectionner un numéro de programme suivi de [EXE]

- ...

- Remplacer la ligne corespondant à l'expression $(X^2-15X+100)\div 2$ par **f1**. Pour cela, appeller le menu de mémoire de fonctions et appuyer sur la touche [F3] (*sélectionne **fn***) suivie de 1.

- ...

<u>Additif</u> : exemple d'exercice susceptible de motiver les élèves à savoir utiliser leur calculatrice programmable efficacement.

Résoudre le système : $\begin{cases} \dfrac{3}{11}x - \dfrac{1}{2}y = -\dfrac{26}{11} \\[2ex] \dfrac{7}{3}x + \dfrac{3}{2}y = -\dfrac{26}{3} \end{cases}$

puis **vérifier graphiquement** le résultat trouvé.

Le système admet le couple d'entiers (-5; 2) pour solution. Cependant la vérification graphique pose un petit problème si l'on s'impose, comme il se doit (pour que celle-ci ait bien un sens...), de ne pas utiliser le point de coordonnées (-5; 2) pour construire les deux droites associées à ce système.

Lorsque j'ai donné cet exercice en interrogation écrite, quelques élèves (trop peu à mon goût...) ont utilisé leur calculatrice programmable, sachant ainsi mettre en oeuvre le travail effectué en module.
Cependant tous les autres (donc beaucoup trop...) ont buté sur la vérification, n'ayant pas réussi à trouver des points "sympathiques" pour construire leurs droites...

Du coup, lors du corrigé, il n'y eu guère de difficulté à leur faire admettre l'intérêt de savoir programmer rapidement une fonction tout en revalorisant les activités modulaires...

Certains élèves ont même trouvé cela "*super*" de pouvoir trouver, aussi rapidement et sans effort, des points faciles à construire pour les deux droites .

A titre d'exemples :

- pour la première droite d'équation $y = \dfrac{6}{11}x + \dfrac{52}{11}$

  voici quelques points trouvés : (0,5; 5), (6; 8), (-10,5; -1)
  (11,5; 11), (17; 14)...

- pour la deuxième droite d'équation $y = -\dfrac{14}{9}x - \dfrac{52}{9}$

  voici quelques points trouvés : (-0,5; -5), (4; -12), (-9,5; 9)
  (-14; 16), (8,5; -19)...

Titre: Des solutions pour gérer la classe de seconde.

Auteurs: Jean DREYER, Suzy HAEGEL, Jean-Pierre RICHETON.

Mots-clés: Classe entière - Modules - Travaux Dirigés.
Gestion - Expérimentation.

Résumé: Nous avons voulu rendre service au professeur de seconde, expérimenté ou débutant, qui souhaite disposer d'exercices testés depuis quelques années déjà dans nos classes. Nous traitons une partie du programme de seconde sous forme de séquences d'apprentissage prévoyant la place de l'enseignement modulaire pour une meilleure articulation **classe entière** ("cours")**/modules/travaux dirigés.**

Sommaire:

I. - Le travail en groupes :
Débat scientifique et analyse d'erreurs

II. - Comment je me "débrouille" pour gérer
COURS / MODULES / T.D. en classe de 2nde:
exemple à partir du chapitre "FONCTIONS".

III. - Activités numériques.

IV. - Construire et démontrer en Géométrie
(à partir des acquis du collège).

V. - Vecteurs: Activités et idée de module (une méthode pour démontrer avec la relation de Chasles).

Annexe : quadrillages.

VI. - Programmer une fonction:
Introduction à la notion de fonction et utilisation d'une calculatrice programmable.

Public concerné: Professeurs des Lycées.

Editeur: IREM de Strasbourg (Brochure S. 161)