PROBLÈMES POUR NOS ÉLÈVES (...et leurs professeurs)

Il s'agit, dans cette rubrique, de présenter des problèmes historiques ou classiques, dont la solution ne requiert pas d'autres connaissances que celles enseignées au lycée (voire au collège) et qui par conséquent, peuvent faire l'objet de travaux dans nos classes.

PROBLÈME 1

par Hieronymus Cardanus : Practica arithmetice et mensurandi singularis - Milan 1539.

Un pauvre homme allait tous les jours dans la maison d'un riche, afin d'y jouer pour une mise d'une pièce d'or, selon la règle suivante :

Si le pauvre gagne, il accepte de rejouer. Alors chacun remet en jeu toujours autant que le pauvre possède, et le jeu peut continuer ainsi jusque quatre parties, au bout desquelles ils arrêtent. Par exemple, le riche mise une pièce d'or à la première partie; s'il gagne le jeu s'arrête ce jour là; s'il perd, le pauvre possède deux pièces d'or; c'est pourquoi le riche misera deux pièces d'or à la deuxième partie; s'il gagne, le jeu s'arrête à ce moment là; s'il perd, le pauvre possède quatre pièces, de sorte que le riche remet quatre pièces en jeu; finalement il misera huit pièces dans la quatrième partie.

Dans ce cas, si le riche gagne, le pauvre perd les sept pièces déjà gagnées auparavant plus une pièce de son propre avoir; s'il avait gagné, il aurait emporté seize pièces, dont quinze gagnées. C'est pourquoi l'on demande : si le jeu se poursuit ainsi durant plusieurs mois, dans l'hypothèse d'une chance égale pour chacun de gagner ou de perdre (à chaque partie), lequel des deux joue dans les conditions les plus favorables, et dans quelle proportion?

PROBLÈME 2

extrait du "Shimpeki-Sampō" (1789). Ce titre signifie "mathématiques suspendues aux temples de Shintō" et correspondait à une coutume de cette époque au Japon, de suspendre aux murs des temples, des tablettes sur lesquelles se trouvait un problème de mathématiques et sa solution.

Etant donné un quadrilatère inscrit dans un cercle, démontrer que la somme des rayons des cercles inscrits dans les différents triangles qu'on obtient en menant les diagonales partant d'un même sommet, est la même quel que soit ce sommet. Généraliser à un polygone convexe quelconque inscrit dans un cercle.

PROBLÈMES POUR NOS ÉLÈVES

PROBLÈME 3

Démontrer que les lignes trigonométriques d'un angle de 3° dont données par les relations suivantes :

$$\sin 3^\circ = \frac{1}{16}[\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - 1) - 2(\sqrt{3} - 1)\sqrt{5 + \sqrt{5}}]$$

$$\cos 3^\circ = \frac{1}{16}[2(\sqrt{3} + 1)\sqrt{5 + \sqrt{5}} + (\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{5} - 1)]$$

$$\tan 3^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{5} - 1)$$

Envoyer solutions (de préférence d'élèves) et autres problèmes à '*L'Ouvert*' .

Les œuvres mathématiques de Simon Stevin
augmentées par Albert Girard, Leyde, 1634

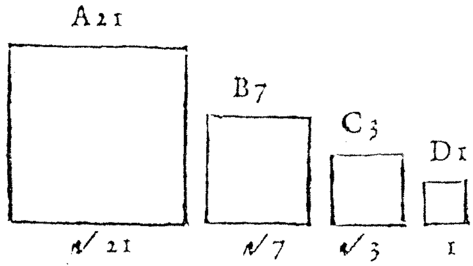
De la multiplication de racines ſimples.

PROBLEME XXII.

Estant donné racine ſimple à multiplier, & racine ſimple multiplicateur: Trouver leur produict.

Exemple 1.

Explication du donné. Soit donnée racine à multiplier $\sqrt{7}$, & racine multiplicateur $\sqrt{3}$. *Explication du requis.* Il fault trouver leur produict. *Conſtruction.* On multipliera 7 (qui eſt le potence de $\sqrt{7}$) par 3 (qui eſt la potence de $\sqrt{3}$) faict 21, ſa racine quarrée (racine quarrée parce que les racines données ſont quarrees) eſt $\sqrt{21}$. Ie di, que $\sqrt{21}$, eſt le produict requis. *Preparation de la demonſtration.* Soyent deſcripts quatre quarrez, à ſçavoir A 21, & B 7, & C 3, & D 1, & leurs coſtez ſeront, $\sqrt{21}$, & $\sqrt{7}$, & $\sqrt{3}$, & 1.



Demonſtration. Comme le quarré A, au quarré B, ainſi le quarré C, au quarré D; Doncques par la 22 propoſition du 6 livre d'Euclide, comme le coſté de A, au coſté de B, ainſi le coſté de C, au coſté de D, c'eſt à dire, comme $\sqrt{21}$, à $\sqrt{7}$, ainſi $\sqrt{3}$, à 1: Nous avons donc trouvé le nombre $\sqrt{21}$, contenant autant de fois le premier donné $\sqrt{7}$, qu'il y a des unitez au nombre ſecond donné $\sqrt{3}$; c'eſt doncques par la 93 definition, legitime multiplication, & par conſequant le produict $\sqrt{21}$, eſt le vray produict requis; ce qu'il falloit demonſtrer.