LES 350 ANS DU "GRAND THÉORÈME DE FERMAT" (*)

Norbert SCHAPPACHER

Strasbourg, U.F.R. de Mathématique et d'Informatique

Dans une série de trois conférences données à l'Institut Isaac Newton de Cambridge (Angleterre), Andrew Wiles de l'Université Princeton annonça une preuve de l'énoncé suivant :

"Grand théorème de Fermat". *Soient a, b, c et n des entiers tels que n soit au moins égal à 3. Si $a^n + b^n = c^n$ alors $abc = 0$.*

En d'autres termes, l'équation de Fermat $x^n + y^n = z^n$, pour $n > 2$, n'admet pas de solution en nombres entiers tous non nuls (1).

Cette conjecture générale (qui concerne **tous** les n égaux à 3,4,5,6...) fut proposée, apparemment pour la première fois, par Fermat (1601-1665), et resta non démontrée durant 350 ans environ. Son attrait particulier provient du contraste saisissant entre sa formulation élémentaire et les méthodes étonnamment sophistiquées qui semblent nécessaires à sa preuve : la démonstration de Wiles utilise presque tous les concepts complexes, théories et méthodes qui ont été créés dans le domaine très actif de la Géométrie Algébrique Arithmétique au cours des vingt dernières années.

Bien plus : la proposition de Fermat a suscité de l'intérêt **uniquement** parce qu'elle a procuré aux mathématiciens un formidable et durable défi. Malgré l'indifférence affichée par bon nombre des plus grands arithméticiens des derniers siècles – tel Carl Friedrich Gauss – et malgré leurs intérêts de recherche souvent très différents – voir l'intérêt de Kummer pour les lois de réciprocité –, le problème de Fermat s'est établi au fil des âges comme un critère suprême de la puissance des méthodes théoriques développées par l'arithmétique professionnelle. Et comme il se présentait d'autre part de façon élémentaire, il a exercé une énorme fascination sur les mathématiciens non professionnels dont beaucoup déjà se sont essayés là-dessus afin de démontrer l'incompétence des experts dans le domaine.....
Maintenant que la proposition de Fermat a été transformée en un théorème démontré, elle perd tout intérêt. En fait, je ne connais aucune application du "grand théorème de Fermat", ni interne ni externe aux mathématiques (2).

(*) Conférence IREM de Strasbourg - Régionale APMEP d'Alsace donnée le 3 novembre 1993.

(1) Pour le cas exclu $n = 2$, les Babyloniens connaissaient déjà des nombres entiers x, y, z tels que $x^2 + y^2 = z^2$. En d'autres termes, il existe des triangles rectangles à côtés entiers, par exemple le triangle $(3, 4, 5)$: $3^2 + 4^2 = 5^2$. Il existe en fait une infinité de tels "triplets Pythagoriciens" entiers, et ils peuvent tous être paramétrés explicitement – voir l'appendice

(2) Il y a une exception qui prouve la règle : D. Kubert [Proc. LMS (3) 33 (1976), 193–237] (voir aussi les travaux de Hellegouarch et Demyanenko cités par Kubert) discute d'un lien entre la conjecture de Fermat et le problème de borner la torsion rationnelle des courbes elliptiques sur $\mathbf{Q}$. Toutefois ce problème a été résolu, sans recours au "grand théorème de Fermat", par B. Mazur déjà en 1976.

Ceci étant dit, je m'empresse de préciser qu'il n'en est pas du tout de même pour la démonstration d'Andrew Wiles. En fait, le "grand théorème de Fermat" en découle comme un résultat annexe. Ce que Wiles établit, c'est une part essentielle d'une conjecture très générale portant les noms des mathématiciens Y. Taniyama et G. Shimura, qui est assez forte pour que le "grand théorème de Fermat" en soit une conséquence très particulière. Cette conjecture générale date du milieu des années 50 (de notre siècle) et n'est pas aussi simple à formuler que le "grand théorème de Fermat" (voir le paragraphe 4 de cet article (3)). Mais, contrairement à l'énoncé difficile à motiver du "grand théorème de Fermat", les mathématiciens ont d'excellentes raisons de considérer la conjecture de Taniyama-Shimura comme extrêmement intéressante. Et elle a beaucoup de belles applications et conséquences autres que le "grand théorème de Fermat".

Enfin, comme c'est le cas de tout élément remarquable du progrès scientifique, le travail de Wiles ouvre de nouvelles perspectives et montre très clairement nombre de problèmes à affronter maintenant. Ceux-ci cependant ne sont pas faciles à exprimer dans des termes aussi élémentaires que le "grand théorème de Fermat".

Le but de cet article est de placer la conjecture de Fermat et la démonstration annoncée de Wiles dans une perspective historique en mettant en évidence quatre étapes dans leur évolution :
1621–1665 : L'arithmétique de Fermat.
1844–1855 : Kummer et la création de la Théorie algébrique des nombres.
1901–1983 : La Géométrie arithmétique des courbes de Fermat.
1984–1993 : Relation avec l'arithmétique des courbes elliptiques.

1.– L'arithmétique de Fermat (1621–1665)

Rechercher les origines du "grand théorème de Fermat" nous conduit dans l'ancienne cité grecque d'Alexandrie située sur la côte méditerranéenne de l'Egypte. C'est là que, pendant une période de luttes ethniques, religieuses et politiques prolongée, les mathématiciens Diophante et Pappus (probablement au milieu, respectivement à la fin du III^e^ siècle après J.C.) ont travaillé et écrit leurs livres. Certains de ces travaux furent parmi les premiers traités mathématiques à être redécouverts dans les copies grecques byzantines, en Europe occidentale au XVI^e^ siècle, alors que le principal moyen de diffusion des classiques grecs se faisait non par la culture byzantine mais par les traductions arabes transmises par la culture islamique en Espagne et en Italie.

La redécouverte des mathématiques grecques tardives d'Alexandrie, dans une Europe qui était avide de définir ses propres origines classiques, poussa les mathématiciens européens de cette époque (en particulier les français, tels Pelletier et Viète) à proposer une interprétation anti-arabe du développement de l'Algèbre (4).

---

(3) dans le prochain numéro de "*L'Ouvert*".
(4) Voir les travaux récents de l'historienne de mathématiques Giovanna Cifoletti. Cf. le compte rendu de la table ronde sur "'L'Europe Mathématique" dans les Actes du premier Congrès

Selon cette idéologie, les travaux de Diophante montraient que les grecs étaient en possession d'une première forme d'algèbre, qu'ils traitaient comme une science pure (contrairement aux manuels de comptabilité, etc...), que cette réussite des mathématiques grecques avait été oubliée ou, en fait, "'salie et souillée" (comme le dit Viète dans la préface de sa *Zetetica*) par les Arabes, mais était maintenant retrouvée et développée dans l'Europe chrétienne (5).

Il est vrai que Diophante a établi une notation algébrique rudimentaire, même si elle ressemble plutôt à une sténographie pour les expressions courantes utilisées dans les argumentations mathématiques. Il a des abréviations pour un nombre (rationnel) inconnu (un seul à la fois!), son carré, son cube, ses puissances quatrième et sixième, pour la soustraction et pour les fractions (6). Et en ce qui concerne Pappus, on pourrait éventuellement lire la "méthode d'Analyse" – qu'il décrit comme inversion heuristique des démonstrations déductives d'Euclide – comme une sorte de transformation algébrique du problème donné en vue de trouver la solution.

Mais, au tournant de siècle de 1600, les fiers algébristes chrétiens français ont donné trop d'importance à l'algèbre venue d'Alexandrie, et peut-être aussi exagéré leur propre originalité dans le but d'exclure les contributions arabes de cette branche des mathématiques. En fait, non seulement la culture islamique a favorisé des travaux et des échanges d'idées très fructueux sur l'algèbre et l'arithmétique suivant les livres de Diophante, entre divers érudits du monde sous domination arabe, mais nombre de ces résultats avaient déjà été intégrés aux manuels européens du XV^{e} siècle sur les techniques de calcul appliqué – traités bien connus, sinon mentionnés, par nos algébristes chrétiens.

Pierre de Fermat (1601–1665), un juge qui vivait à Toulouse mais exerçait à Castres, aimait bien écrire des poèmes en latin ou en italien et faire des mathématiques pendant son temps libre. Son appréciation des travaux de Diophante était assez différente de celle de Viète. Fermat lut l'auteur d'Alexandrie dans l'édition gréco-latine commentée de Bachet – traduction parue en 1621, qui réalisait un progrès considérable dans la correction des erreurs de copies des manuscrits byzantins, et ajoutait en même temps un grand nombre de problèmes arithmétiques, sous forme de commentaire au texte diophantien. Guidé par la passion et la connaissance de Bachet des casse-tête de la théorie des nombres, Fermat creusa donc de

---

Européen des Mathématiques, Paris 1992, à paraître chez Birkhäuser.

(5) Il est amusant de noter à ce sujet que l'érudit allemand Oswald Spengler dans son "Untergang des Abendlandes" (Fin de l'Occident, 1918 ff) très important – et politiquement influent – classe Diophante comme appartenant à ce qu'il appelle la culture "Arabe" (avant l'avènement de l'Islam). Et H. Hankel, dans son Histoire des Mathématiques (Leipzig 1874), insiste beaucoup sur le style "non-grec" de Diophante. Cependant il n'y a rien de connu sur la biographie de Diophante, son origine ethnique, son itinéraire, etc ..., ni sur les influences scientifiques que son travail peut avoir reçu dans le centre traditionnellement ouvert aux courants intellectuels les plus divers d'Alexandrie.

(6) Les traductions arabes de Diophante tendent à moins utiliser la notation fractionnaire que les manuscrits de la Grèce byzantine. Ces versions arabes (qui étaient aparemment inconnues en Europe au temps de Fermat) sont généralement plus fiables que les sources grecques.

vrais problèmes arithmétiques : la recherche de solutions rationnelles (ou même entières) des équations proposées.

Le progrès mathématique décisif réalisé par Fermat en arithmétique fut l'invention de la méthode de "descente infinie" (7) : pour certaines équations il est possible de construire à partir d'une solution en entiers positifs une autre solution en entiers positifs, qui est plus petite que la première en un sens qui peut dépendre du problème. Dans certains cas cette construction prouve par l'absurde que l'équation n'a pas de solutions en entiers positifs : s'il y en avait une, elle donnerait lieu à une suite infinie strictement décroissante d'entiers strictement positifs. Mais une telle suite ne peut, bien sûr, pas exister. On se reportera à l'appendice pour voir la mise en application d'une descente infinie de Fermat, qui prouve également le cas particulier $n = 4$ du "grand théorème de Fermat".

Cette sorte d'argument n'est valable que pour une collection d'entiers positifs – ou plus généralement pour un sous-ensemble discret et minoré, de nombres réels – mais pas pour des solutions en nombres réels ou rationnels. Partant de cette observation, Fermat sauta apparemment à la conclusion quelque peu hâtive que l'algèbre, avec sa notation qui s'applique aussi bien aux quantités continues qu'aux entiers, ne doit pas être utilisée en arithmétique. En conséquence, il n'eut pas de formalisme pour exprimer ses idées en théorie des nombres; il dut décrire ses démonstrations verbalement. Ceci peut ne pas apparaître tellement différent de la notation rudimentaire de Diophante (ou, d'ailleurs, de la prose mathématique arabe). Mais en réalité c'était quelque chose de pire pour Fermat, car en prouvant l'impossibilité de résoudre une équation on ne peut se replier sur la méthode avantageuse de Diophante, qui consiste à poser des valeurs numériques "génériques" pour les variables que le formalisme ne permet pas de traiter comme telles. Aucune surprise alors que Fermat ait souvent trouvé la marge de son Bachet-Diophante trop exigüe pour contenir ce qu'il avait en tête ...

L'énoncé du "grand théorème de Fermat", dans la marge d'un problème de Diophante qui demande de partager un carré en deux carrés, est formulé ainsi :
Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos & generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.
Partager un cube en deux cubes, ou un bicarré en deux bicarrés, ou en général, à l'infini, n'importe quelle puissance plus grande que le carré en deux puissances du même ordre, est impossible. J'ai découvert une preuve vraiment magnifique de cette propriété. L'exiguïté de la marge ne pourrait la contenir.

Il n'y a aucun moyen de dater cette note. En fait, nous n'avons même pas la copie

(7) Il n'y a pas de raison de douter que cette méthode fut une découverte de Fermat lui-même. En même temps elle se fonde sur l'inversion de procédures souvent employées par Diophante, et utilisées aussi dans les mathématiques indiennes des XI^e et XII^e siècles (pour trouver les solutions de ce que nous appelons l'équation de Pell) sous le nom de cakravala – voir A. Weil : Number Theory. An Approach through History. From Hammurapi to Legendre; Boston, Birkhäuser 1983.

originale du Bachet-Diophante de Fermat. La citation vient de l'édition imprimée de ce livre et des notes en marge que Samuel, le fils de Fermat, publia en 1670. L'affirmation, souvent reprise, que cette note fut écrite "autour de 1637" (si l'on croit le New York Times du 24 juin 1993, ce fut précisément "en 1637") est juste une hypothèse, basée seulement sur le fait que nous savons, par sa correspondance, que Fermat a commencé à s'occuper de questions arithmétiques au milieu de années 1630.

La chose la plus remarquable à propos de cette note dans la marge est que l'énoncé général (concernant tout $n \geq 3$) ne revient jamais plus dans la correspondance de Fermat (au moins autant que nous le sachions), bien qu'il ait écrit quelques lettres où il énumére ses réussites en arithmétique. Ceci pourrait signifier soit qu'il écrivit la note postérieurement à toutes ces lettres, auquel cas ce pourrait bien être son "dernier théorème", soit qu'il réalisa bientôt lui-même que sa "preuve vraiment magnifique" était défectueuse.

Je trouve la seconde hypothèse bien plus plausible, et j'adhère donc à la conjecture de Jean Itard(8) disant que la note fut écrite lorsque Fermat était encore assez jeune dans cette matière, manquant de l'expérience nécessaire pour voir ce qu'il introduisait quand le degré n de l'équation tend vers l'infini (voir le paragraphe 3 de cet article (9)). L'hypothèse de Itard a également le grand avantage de nous mettre plus à l'aise par rapport au fait de ne pas savoir quel argument particulier de descente Fermat avait en tête quand il écrivait sa note célèbre.

Avant d'aller d'un bond dans le XIX^{e} siècle passons en revue les tout premiers résultats particuliers concernant le "grand théorème de Fermat" : comme il a été mentionné plus haut et explicé dans l'appendice, Fermat a prouvé le cas $n = 4$ de la conjecture. Et $n = 3$ fut résolu par Euler (1707–1783), également au moyen d'une descente infinie.

Si l'énoncé du "grand théorème de Fermat" est vrai pour l'exposant $p > 2$, alors il l'est aussi pour chaque multiple $n = pm$ car $x^n + y^n = (x^m)^p + (y^m)^p$ et $(z^m)^p = z^n$. En joignant cette remarque aux résultats particuliers de Fermat et d'Euler, on voit qu'il suffit de prouver le "grand théorème de Fermat" pour des exposants $n = p$ qui sont des nombres premiers au moins égaux à 5. Dans la suite nous nous restreindrons à de tels exposants premiers $p \geq 5$.

(Fin de la première partie)

APPENDICE

Un exemple de descente infinie chez Fermat

L'exemple suivant d'une preuve par descente infinie – la seule que Fermat ait esquissée de façon suffisamment détaillée pour nous permettre de la reconstruire avec certitude – inclut la méthode de Fermat pour vérifier que l'équation $x^4 + y^4 = z^4$

(8) J. Itard, Les méthodes de Fermat en théorie des nombres, Revue d'Hist. Sciences **2**; reproduit dans : Itard, Essais d'histoire des mathématiques, Paris (Blanchard) 1981.
(9) dans le prochain numéro de "*L'Ouvert*".

n'a pas de solutions en nombres entiers strictement positifs. Nous citons la note de Fermat dans la marge de son édition de Diophante par Bachet, à côté du tout dernier théorème de ce livre, insérant nos explications et commentaires au fur et à mesure de sa lecture.

Area trianguli rectanguli in numeris non potest esse quadratus. Huius theorematis a nobis inventi demonstrationem, quam & ipsi tandem non sine operosa & laboriosa meditatione deteximus, subjungemus. Hoc nempe demonstrandi genus miros in arithmeticis suppeditabit progressus.
L'aire d'un triangle rectangle en nombres ne peut être un carré. Je vais donner la démonstration de ce théorème que j'ai découvert (je ne l'ai pas trouvée au reste sans une pénible et laborieuse méditation), car ce genre de démonstration conduira à des progrès merveilleux en arithmétique.

En notation algébrique moderne, nous pouvons énoncer le résultat de la façon suivante :

Théorème : Si $a, b, c \in \mathbf{Q}$ sont des nombres rationnels tels que $a^2 + b^2 = c^2$ alors $\frac{ab}{2} \notin \mathbf{Q}^{*2}$.

L'esquisse verbale de la preuve de Fermat qui suit, peut être reconstruite, une fois que nous avons rappelé un prérequis concernant les triangles rectangles, que Fermat ne connaissait que trop bien par Diophante, qui a même un terme technique spécifique pour lui ($\pi\lambda\alpha\sigma\sigma\epsilon\iota\nu$) :

Paramétrisation des triplets pythagoriciens

Par un changement d'échelle sur le triangle – ce qui ne modifie son aire que par un facteur carré – nous pouvons admettre, sans perte de généralité, que $a, b, c \in \mathbf{Z}$ sont des entiers positifs premiers entre eux : pgcd $(a, b, c) = 1$. Une considération *modulo 4* (comme l'on dit aujourd'hui) montre que a et b doivent être de parité distincte. Nous pouvons ainsi normaliser le triplet (a, b, c) de telle façon que par exemple a soit pair et b impair. Alors il existe deux entiers entre eux positifs premiers p et q, tels que $p > q$ et $p - q$ impair et

$$(a, b, c,) = (2pq, p^2 - q^2, p^2 + q^2).$$

A l'aide de cela, voici une reconstruction de l'admirable preuve de Fermat
Si area trianguli esset quadratus, darentur duo quadratoquadrati quorum differentia esset quadratus.
Si l'aire d'un triangle était un carré, il y aurait deux bicarrés dont la différence serait un carré.(10)

En effet : si l'aire du triangle est un carré

$$\frac{ab}{2} = pq(p^2 - q^2) = \text{ un carré,}$$

(10) P. de Fermat, Observatio XVL, [I], p.340f; traduction française par Paul Tannery.

les trois facteurs de ce produit sont deux à deux premiers entre eux. Donc chacun d'eux doit être un carré

$$p = x^2 \ ; \ q = y^2 \ ; \ p^2 - q^2 \ ; \ x^4 - y^4 = \text{ un carré.}$$

Notons que le reste de la démonstration va montrer que ce problème : $x^4 - y^4 =$ un carré, n'a aucune solution en entiers positifs premiers entre eux. Le cas $n = 4$ du "grand théorème de Fermat" s'en déduit immédiatement.

Inde sequitur dari duo quadratos quorum & summa & differentia esset quadratus.
Il s'ensuit qu'on aurait également deux carrés dont la somme et la différence seraient des carrés.
Nous avons $p^2 - q^2 = (p + q)(p - q)$ où à nouveau les facteurs sont premiers entre eux du fait que p et q le sont et que $p - q$ est impair. Nous trouvons donc :

$$p + q = x^2 + y^2 = u^2 \ ; \ p - q = x^2 - y^2 = v^2.$$

Datur itaque numerus, compositus ex quadrato & duplo quadrati, aequalis quadrato, ea conditione ut quadrati eum componentes faciant quadratum.
Par conséquent, on aurait un nombre carré, somme d'un carré et du double d'un carré, avec la condition que la somme des deux carrés qui servent à le composer, soit également un carré.

Soustrayant membre à membre les deux dernières équations il vient:

$$2y^2 = u^2 - v^2 = (u + v)(u - v) \ (\S)$$

ce que Fermat décrit comme la donnée d'un carré qui est la somme d'un carré et du double d'un carré : $v^2 + 2y^2 = u^2$, de telle façon que les carrés de gauche additionnés, donnent également un carré : $v^2 + y^2 = x^2$.

Sed, si numerus quadratus componitur ex Quadrato & duplo alterius quadrati, ejus latus similiter componitur ex quadrato & duplo quadrati, ut facillime possumus demonstrare.
Mais si un nombre carré est somme d'un carré et du double d'un carré, sa racine est également somme d'un carré et du double d'un carré, ce que je puis prouver sans difficulté.

Des hypothèses sur p et q on déduit que pgcd $(u + v, u - v) = 2$ (autrement dit, ni 4, ni aucun nombre premier impair ne divise à la fois $u + v$ et $u - v$). Ainsi, à l'exception de ce diviseur commun 2, les deux facteurs de droite de l'égalité (§) doivent de nouveau être chacun un carré. Nous pouvons donc écrire : $u + v = 2r^2$ et $u - v = 4s^2$, pour un certain entier impair r, ou bien $u - v = 2r^2$ et $u + v = 4s^2$. Dans chaque cas il s'ensuit

$$u = r^2 + 2s^2.$$

Unde concludetur latus illud [u] esse summam laterum circa rectum trianguli rectanguli, & unum ex quadratis illud componentibus [r^2] efficere basem, & duplum quadratum [$2s^2$] aequari perpendicolo.

On conclura de là que cette racine est la somme des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, dont l'un des carrés composants formera la base, et le double carré la hauteur.

Additionnant les équations qui définissent u et v, nous obtenons :

$$x^2 = \frac{u^2+v^2}{2} = \frac{1}{4}[(u+v)^2 + (u-v)^2] = (r^2)^2 + (2s^2)^2.$$

Ainsi nous avons un nouveau triangle rectangle $(2s^2, r^2, x)$ à côtés entiers.

Nous pourrions remarquer tout de suite que son aire, r^2s^2, est de nouveau un carré, et que ce triangle est strictement plus petit que celui dont nous étions partis (a, b, c). En fait, sa base x est un diviseur propre de l'un des plus petits côtés du triangle original : $2pq$. Mais Fermat, à cette occasion(11), choisit de raisonner sur les équations obtenues à partir des triangles en les paramétrisant à la manière pythagoricienne : partant de $(a', b', c') = (2s^2, r^2, x)$, nous écrivons $(a', b', c') = (2p'q', p'^2 - q'^2, p'^2 + q'^2)$.

Illud itaque triangulum rectangulum conficietur a duobus quadratis quorum summa & differentia erunt quadrati.
Ce triangle rectangle sera donc formé par deux nombres carrés, dont la somme et la différence seront des carrés.

Comme précédemment, parce que l'aire du nouveau triangle est encore un carré, p' et q' seront des carrés, et nous obtenons de nouveaux nombres x' et y' tels que $x'^2 \pm y'^2$ soient chacun un carré.

At isti duo quadrati minores probabuntur primis quadratis suppositis, quorum tam summa quam differentia faciunt quadratum.
Mais on prouvera que la somme de ces deux carrés est plus petite que celle des deux premiers dont on a également supposé que la somme et la différence soient des carrés.

En fait, nous savons déjà que $x' < x$ et $y' < y$.

Ergo, si dentur duo quadrati quorum summa & differentia faciant quadratum, dabitur in integris summa duorum quadratorum ejusdem naturae, priore minor.
Donc, si on donne deux carrés dont la somme et la différence soient des carrés, on donne par là même, en nombres entiers, deux carrés jouissant de la même propriété et dont la somme est inférieure.

Afin de compléter la "descente infinie" avec soin, Fermat associe donc un entier positif unique à une solution (triangle) comme mesure de ses côtés : il prend la somme $x + y$; $x' + y' < x + y$.

---

(11) Dans une lettre à Huygens où il décrit sa méthode de démonstration en une seule phrase, il souligne qu'elle conduit d'un triangle ayant une aire carrée à un autre triangle plus petit, avec la même propriété. Voir Weil, loc. cit., p. 76f.

Eodem ratiocinio dabitur & minor ista inventa per viam prioris, & semper in infinitum minores invenientur numeri in integris idem praestantes. Quod impossibile est, quia, dato numero quovis integro, non possunt dari infiniti in integris illo minores.
Par le même raisonnement, on aura ensuite une autre somme plus petite que celle déduite de la première, et en continuant indéfiniment on trouvera toujours des nombres entiers de plus en plus petits satisfaisant aux mêmes conditions. Mais cela est impossible, puisqu'un nombre entier étant donné, il ne peut y avoir une infinité de nombres entiers qui soient plus petits.

La contradiction finale prouve le théorème : s'il y avait une solution, nous pourrions, en itérant la procédure ci-dessus, obtenir une suite infinie décroissante d'entiers positifs : $x + y > x' + y' > x'' + y''$, ... ce qui est absurde.

Demonstrationem integram et fusius explicatam inserere margini vetat ipsius exiguitas.
La marge est trop étroite pour recevoir la démonstration complète et avec tous ses développements.

Pour plus de détails concernant la preuve précédente, et sa comparaison à une preuve du même énoncé due à Frenicle de Bessy, voir l'article de Catherine Goldstein dans les actes du congrès Inter-IREM d'histoire des mathématiques (Lille 1990), à paraître.

Xème COLLOQUE INTER-IREM

ÉPISTÉMOLOGIE & HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

LA MÉMOIRE DES NOMBRES

CHERBOURG, 27 & 28 Mai 1994

Célèbre, remarquable, ou simplement naturel, le nombre est fondateur de l'activité mathématique. Mémoire des grandeurs, le nombre est aussi objet de mémoire. De la mesure des terres de la Haute Vallée du Nil, à la récente et très probable démonstration de la conjecture de Fermat par Andrew Wiles, le nombre est un témoin de la course humaine à l'abstraction.

Le Xème Colloque inter-IREM d'Épistémologie et d'Histoire des Mathématiques, avec des conférences plénières, des ateliers et des exposés en parallèle, des rencontres avec des animateurs des IREMs, des chercheurs et des historiens de tous horizons, ravivera la mémoire des nombres chez des enseignants soucieux de la transmettre.

Créée en 1975, la Commission inter-IREM, qui organisa en 1977 son premier colloque, de bonne mémoire, à Tailleville, près de Caen, fête un anniversaire. Pour faire bonne mesure, ce colloque, qui n'est donc pas l'un des premiers, et qui ne saurait être négatif mais, à l'opposé, d'une absolue valeur, rassemblera à l'amiable et sans réel complexe, enseignants de nombreuses disciplines et de tous degrés, ayant un commun dénominateur. Venez nombreux, nous comptons sur vous et votre imaginaire... Mais prenez garde: nul ne sait s'il reviendra entier de Cherbourg, et chacun repartira en se demandant s'il était bien rationnel de remettre ça, près de vingt ans après, sur les lieux du crime, même parfait !

Si vous voulez participer ou intervenir à ce Colloque, adressez-vous à:
IREM de B.-N., I.U.T., Boulevard Maréchal Juin, 14000 CAEN.
Tél.: 31-44-27-91, Fax.: 31-94-32-59.