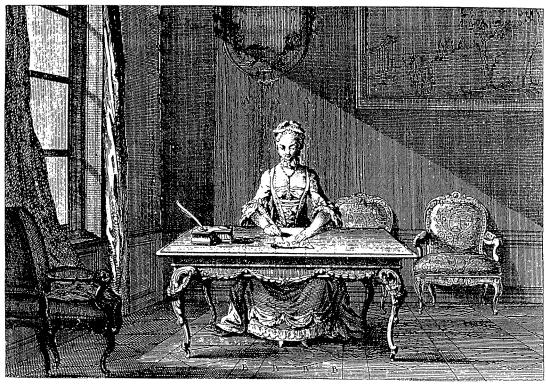
JOURNAL DE L'A.P.M.E.P. D'ALSACE ET DE L'I.R.E.M. DE STRASBOURG n° 70 – MARS 1993 I.S.S.N. 0290 - 0068





NOTRE COUVERTURE : L'ART D'ÉCRIRE

Planches gravées par Aubin pour "L'art d'écrire" de Paillasson dans la Grande Encyclopédie (1763). Il s'agit ici d'illustrer la tenue du corps. Voici quelques extraits du texte explicatif :

Il est une position convenable à chaque sexe, quoique la plupart des maîtres n'en reconnaissent encore qu'une. Je ne m'étendrai ici que sur la position qui est propre aux hommes.

. . .

La lumière que l'on reçoit du côté gauche est toujours favorable, lorsque de l'endroit où l'on écrit on peut voir le ciel.

. . .

Quoiqu'on recommande aux jeunes gens de tenir le corps droit vis-à-vis la table, le bras dont ils écrivent n'agirait pas avec assez de liberté, s'ils suivaient ce précepte avec trop de rigueur. Pour que rien n'en gêne le mouvement, il faut qu'ils approchent la partie gauche du corps de la table sans s'y appuyer, ni même y toucher, et qu'ils en éloignent la partie droite à une distance de quatre à cinq doigts. Le bras gauche doit avancer sur le devant de la table, et y poser depuis le coude jusqu'à la main, dont les doigts seuls doivent tenir le papier dans une direction toujours verticale, le faisant monter ou descendre, et le conduisant à droite ou à gauche, selon les circonstances.

. . .

En divisant l'avant-bras en trois parties, les deux tiers seulement poseront sur la table, et l'autre tiers terminé par le coude la surpassera.

. . .

Le corps doit être baissé un peu en devant, et la tête obéir à cette inclination sans pencher absolument sur aucune épaule. Les yeux doivent se fixer sur le bec de la plume, et les jambes se poser à terre; il faut que la gauche se mette vis-à-vis le corps en obliquité, et que l'autre s'en éloigne en se portant sur la droite.

. .

Après avoir parlé de la position qui convient aux hommes pour écrire avec grâce, il est à propos de rendre compte de celle qui est propre aux demoiselles.

. .

Il faut qu'elles tiennent le corps droit, et que les épaules soient élevées à la même hauteur. Que leurs bras à une égale distance du corps n'avancent sur la table que des deux tiers de l'avant-bras, et que l'autre tiers la déborde. Que le corps ne la touche point, et en soit éloigné d'un travers de doigt. Que leur tête, qui ne doit incliner d'aucun côté, soit un peu baissée sur le devant, de manière que les yeux se fixent sur le bec de la plume pour conduire tous les mouvements qu'elle fera sur le papier, lequel doit être positivement en face de la tête, et que les doigts de la main gauche dirigent en le tenant par en bas. Que les jambes posent toutes deux à terre vis-àvis le corps; qu'elles soient peu éloignées l'une de l'autre, et que leurs pieds soient tournés en dehors.

. . .

Mon intention n'est pas en donnant cette nouvelle méthode, de discréditer celle dont on s'est presque toujours servi, mais on conviendra qu'elle est beaucoup meilleure pour les hommes dont rien ne gêne les mouvements, que pour les demoiselles que l'on assujettit dès le bas âge à des corps de baleine ou d'autre matière aussi peu flexible, et pour lesquelles il faut chercher une position qui n'ajoute point à la contrainte où elles sont déjà. J'ai éprouvé plusieurs fois celle que j'annonce ici, et le succès a toujours répondu à mon attente. Ainsi les mères, qui pour conserver la taille de leurs filles, les privent la plupart d'une connaissance utile dans quelque état qu'elles se trouvent, n'auront à craindre aucun accident, si le maître, chargé de la leur donner, la met en usage.

ÉDITORIAL

C'est un numéro un peu spécial qui paraît ce trimestre. Peu de mathématiques mais une longue réflexion sur la place des filles à l'École et sur l'intégration des femmes dans la société. Cette réflexion a été menée par l'union française du Soroptimist International et a abouti à un colloque organisé le 16 mai 1992 au Sénat. C'est une partie des interventions à ce colloque que l'on trouvera ci-après. Nous y avons ajouté un article publié initialement dans les actes du congrès ICME de Leeds (1989) sur l'enseignement des mathématiques à la minorité Maorie de Nouvelle Zélande, non pas qu'il faille s'intéresser particulièrement à cette minorité en France, mais parce que cela pose le problème des rapports entre culture et mathématiques quand il s'agit de promouvoir l'éducation d'une minorité culturelle. En un certain sens les réflexions de cet article s'appliquent à la promotion des filles et des femmes dans le système scolaire français tant il est vrai que la culture féminine et la culture masculine diffèrent sur de nombreux points. On en trouvera une illustration dans la conférence de Roger Establet.

En tant qu'enseignant de mathématiques, nous ne devons pas minimiser nôtre rôle éducatif. Tenir compte des implications sociales et psychologiques de notre attitude envers les élèves et de nos relations avec eux fait partie d'une pédagogie bien comprise. La mixité de nos classes ne doit pas être confondue avec l'unicité d'un modèle de développement de la personnalité des garçons et des filles qui sont biologiquement et par suite psychologiquement différents. Le colloque organisé par le Soroptimist comportait à ce sujet une conférence du D^r Colette Chiland, conférence dont le texte corrigé ne nous est malheureusement pas parvenu dans les délais pour publication dans le présent numéro. 'L'Ouvert' en fera profiter ses lecteurs dès réception.

A la lumière de ces faits, on accepte mieux les très nombreuses directives du Ministère de l'Éducation Nationale souvent cosignées par le Ministère des droits de la femme et qui ont pour objet de faciliter l'accès des filles à toutes les sections. Françoise Marchal nous explique les difficultés et les enjeux d'une telle politique.

'L'Ouvert' commence à publier les actes des journées APMEP de Strasbourg. Le numéro du mois de juin sera entièrement consacré à ces comptes-rendus d'atelier ce qui en fera un numéro à ne pas manquer.

J. LEFORT.

SOMMAIRE

N° 70 - MARS 1993

	Notre couverture : L'art d'écrire
\ \	Editorial
\ \	Soroptimist International
<	Présentation de l'association "Femmes et mathématiques"
\ \	Les filles, les sciences et les techniques : fatalité ou éducation, par F. Marchal 4
<	Quelques aspects sociologiques de l'enseignement des filles, par R. Establet . 10
<	Aliénation culturelle et mathématiques, par G. Knight
<	L'horloge astronomique de la cathédrale de Strasbourg, par J. Lefort27
\ \	A vos stylos, par 'L'Ouvert'

L'OUVERT

ISSN 0290 - 0068

- \diamond Responsable de la publication : Jean Lefort
- ♦ Correspondance à adresser à :

Université Louis Pasteur

Bibliothèque de l'I.R.E.M.

10, rue du Général Zimmer

67084 STRASBOURG CEDEX

Tél.: 88-41-64-40

- ♦ Abonnement (pour 4 numéros annuels)
 - 50 F (95 F/2 ans) pour les membres A.P.M. d'Alsace 90 F (170 F/2 ans) pour l'Alsace

- 120 F (220 F/2 ans) pour la France ou l'Étranger.
- Chèque à l'ordre de Monsieur l'Agent Comptable de l'U.L.P. (IREM)
- \diamond Prix du numéro : 25.– F



SOROPTIMIST INTERNATIONAL

C'est en 1921 qu'a été fondé à Oakland en Californie le premier club "Soroptimist". Il y a actuellement 108 clubs dans l'Union française, totalisant plus de 3 200 membres, et environ 3 000 clubs répartis en 90 pays et près de 100 000 membres dans le monde entier.

Le Soroptimist International est une association féminine internationale, interprofessionnelle, qui regroupe des femmes au dessus de 25 ans, investies de responsabilités aux postes qu'elles occupent dans les affaires ou dans leur profession. Le Soroptimist International s'est employé depuis 1921 à favoriser la promotion de la femme.

Ce fut une de ses tâches fondamentales qui conditionne les autres principes du Soroptimist :

- maintenir un haut niveau de moralité,
- promouvoir les droits de l'homme et la promotion de la femme,
- développer le sens de l'amitié,
- maintenir vivant l'esprit de service,
- contribuer à l'entente internationale.

Le Soroptimist est apolitique et aconfessionnel.

Officiellement, le Soroptimist International est reconnu comme membre consultatif permanent auprès du Conseil Économique et Social des Nations-Unies, de l'UNESCO, du Comité Exécutif de l'UNICEF.

Il participe aux travaux du Bureau International du Travail, du Comité de la Femme et des Droits de l'Homme, du Haut Commissariat pour les Réfugiés, est Membre du Conseil de l'Europe.

Les activités du Soroptimist sont :

- Les travaux des clubs dans le cadre d'un programme quadriennal, dans des domaines couvrant en particulier l'éducation, la santé, l'environnement et les droits de l'homme.
- Le financement de bourses d'études de formation et de recyclage attribuées à des femmes, la participation permanente à des œuvres (maisons de retraite, handicapés, etc ...) et l'aide sociale et humanitaire lors de sinistres (cyclones, inondations, ...) ou pour l'équipement de populations défavorisées, en particulier avec l'UNICEF.

RENSEIGNEMENTS ET ADHÉSION

L'adhésion se fait par cooptation. S'adresser au siège social - 13 passage Ramey - 75018 Paris ou par Minitel 3616 SOROP.

[©] L'OUVERT 70 (1993)

PRÉSENTATION DE L'ASSOCIATION "FEMMES ET MATHÉMATIQUES

"Femmes et Mathématiques" est une association sous la loi 1901 créée à Paris en 1987, qui regroupe des enseignantes de mathématique (en collège et lycée) ainsi que des mathématiciennes travaillant à l'université ou au C.N.R.S.

Elle a pour objectifs d'agir pour la promotion des femmes dans le milieu scientifique et plus spécifiquement mathématique, d'obtenir de la communauté scientifique et du corps enseignant une vigilance quant au problème de la sous-représentation des femmes dans les carrières scientifiques et des filles dans les filières scientifiques et techniques et finalement de coopérer avec les groupes et associations poursuivant des buts analogues, notamment dans les pays européens.

L'association compte actuellement une centaine de membres. La vie de l'association est ponctuée de réunions en assemblée générale qui se tiennent à Paris au rythme de trois fois par an en moyenne. Ces réunions comportent en général un exposé mathématique présenté par une mathématicienne française ou étrangère suivi d'une discussion autour de thèmes à l'ordre du jour.

"Femmes et Mathématique" a participé depuis sa formation à plusieurs colloques européens de mathématique, le premier à Copenhague en 1987, puis à Warwick (Angleterre) en 1988, le dernier en date ayant eu lieu à Luminy (Marseille) fin 1991. Le prochain se tiendra à Varsovie en Juin 1993. L'association a aussi organisé des tables rondes dans le cadre du colloque "Mathématiques à Venir" en 1987 sous l'égide de la S.M.F. (Société Mathématique de France) ainsi que dans le cadre du congrès européen de mathématique qui s'est tenu à Paris en Juillet 1992.

Les projets de l'association ne manquent pas. Nous essayons actuellement d'approfondir la réflexion sur le secondaire et de mieux faire connaître l'association par les enseignants du secondaire. Nous cherchons d'autre part à développer des contacts déjà pris avec des sociologues et psychologues, avec lesquels nous espérons pouvoir organiser des débats lors d'une prochaine réunion en assemblée générale.

Nous sommes aussi en train de rassembler une bibliographie commentée sur les femmes et les sciences; signalons à ce propos la parution récente d'un numéro de la revue "Autrement" intitulé "Le sexe des sciences" rassemblant des articles relatifs à la femme dans les sciences et dont certains sont écrits par des membres de l'association.

[©] L'OUVERT 70 (1993)

PRÉSENTATION DE L'ASSOCIATION "FEMMES ET MATHÉMATIQUES

Pour adhérer à l'association "Femmes et mathématiques", il suffit d'envoyer un chèque de 120 F si vous êtes déjà adhérent-e de l'A.P.M.E.P., de la S.M.A.I., de la S.M.F. ou de l'U.P.S., sinon de 150 F libellé à l'ordre de Femmes et Mathématiques, accompagné d'une lettre indiquant votre nom, prénom, adresses personnelle et professionnelle, votre profession et vos intérêts en mathématique à l'adresse suivante :

Association Femmes et Mathématiques Laboratoire de Mathématiques Fondamentales (U.E.R. 48) Université Pierre et Marie Curie 75252 PARIS CEDEX 05.



INFORMATION:

Le projet d'annuaire commun avec la S.M.F. et la S.M.A.I. est tombé à l'eau, la S.M.A.I. le voyant comme un annuaire des deux associations (et non de la communauté mathématique) et estimant que la taille de "Femmes et Mathématiques" et ses chances de survie à long terme ne rendraient pas le projet raisonnable. Leur contre-proposition – à savoir inclure nos statuts sans indiquer l'appartenance à "Femmes et Mathématiques" d'un membre par un signe spécial, ni ajouter les adhérent-es de notre association qui ne seraient pas déjà membres de la S.M.F. ou de la S.M.A.I. – ne nous a pas paru satisfaisante et nous en restons là pour le moment.



LES FILLES, LES SCIENCES ET LES TECHNIQUES : FATALITÉ OU ÉDUCATION

Françoise Marchal

1973-1976 : Conseillère d'orientation au C.I.O. et à la Cellule d'information de l'Université de Nanterre. Travaille aussi au Tribunal pour enfants de Nanterre.

1989 : Elle est au Rectorat de l'Académie de Versailles où elle est chargée de Mission pour l'orientation des filles. Elle est en particulier chargée de coordonner les actions en faveur de la diversification de l'orientation des filles.

Dans ce cadre, l'Académie de Versailles a édité des documents d'information et outils pédagogiques pour aider les formateurs dans leur action.

Elle a mis en place trois universités d'été à recrutement national sur le thème de l'égalité des chances entre filles et garçons à l'école avec la participation de nombreux universitaires.

Elle a proposé des stages de formation à des personnels de l'Education Nationale sur ce thème.

Enfin, elle mène une réflexion sur la mise en place de filières industrielles réservées aux filles soit en formation initiale soit pour une reconversion de diplômées du tertiaire.

1992: Directrice du Centre d'Information et d'Orientation de Rueil-Malmaison.

75 % des SMIC sont des femmes.

54 % des chômeurs également.

En commençant ainsi, je donne un tour assez polémique à mon propos. C'est qu'en fait l'égalité des chances est un sujet extrêmement polémique. Si l'on en croit déjà les attitudes diverses qu'elle suscite : enthousiasme, moquerie, aggressivité, plus rarement indifférence, et par les différentes approches que l'on peut en faire : légitimité pour le secrétariat d'état au droit des femmes, formation-insertion-emploi pour le Ministère de l'Education Nationale, justice sociale pour le plus grand nombre des intéressées.

Je crois qu'avant d'aborder les chiffres des filles en formation et des femmes dans le secteur de l'emploi il est important de replacer le problème de l'égalité des chances dans son contexte historique et politique. En fait, toute la politique actuelle du secrétariat d'état au droit des femmes et du M.E.N. sur ce sujet découle des mouvements de lutte des femmes pour leurs droits, mouvements qui ont pris, sinon naissance, du moins toute leur ampleur dans les années 70-80. Et ce qui est surtout important à signaler c'est que ces luttes ont été entendues et qu'elles ont été reprises par les grands organismes internationaux : l'O.N.U., l'U.N.E.S.C.O., au niveau de l'Europe, la C.E.E. et par les responsables politiques d'un certain nombre de pays et notamment la France. Voici quelques repères chronologiques :

[©] L'OUVERT 70 (1993)

LES FILLES, LES SCIENCES ET LES TECHNIQUES

Les années 70-80 : c'est en quelque sorte la prise en compte des problèmes.

1975 : l'O.N.U. proclame l'année internationale de la femme et la C.E.E. crée un bureau d'information sur les questions féminines.

Dans les années 80 : on passe davantage à l'action.

1980 : C'est le congrès international sur la femme dans le monde. Les états membres de l'O.N.U. sont invités à signer une recommandation sur l'élimination de toute ségrégation entre les hommes et les femmes.

1982-86 : La C.E.E. pour sa part lance tout un plan d'actions qui couvre les années 82-86 sur l'égalité des chances pour les jeunes filles et pour les femmes.

En France, le M.E.N. et le nouveau ministère des droits des femmes mène une campagne conjointe en vue de diversifier l'orientation des jeunes filles. A ce moment là, il y a incitation des employeurs à embaucher des femmes dans les secteurs non traditionnellement féminins ou à prédominance masculine.

1983 : La loi Roudy vise à l'égalité sociale et professionnelle. Elle est suivie en

1984 par une convention entre les ministères de l'E.N. et des droits des femmes sur la participation des filles dans les voies scientifiques et techniques.

A partir de 1985, on rentre dans la phase actuelle. Au niveau de la C.E.E. une résolution est signée par les différents ministres des états membres et il y a lancement d'actions spécifiques. En France il est demandé aux Recteurs d'Académies d'élaborer une politique en faveur de l'égalité des chances entre les filles et les garçons et de diversifier l'orientation des filles. Ils doivent également nommer un responsable chargé de coordonner cette action.

1989 : Une nouvelle loi d'orientation sur l'éducation est promulguée. Dans cette loi, il est inscrit que l'éducation permet une réelle égalité des chances entre filles et garçons. Plus récemment, en

Février 92 : Une lettre signée des deux secrétariats d'État aux droits des femmes et à l'enseignement technique soumet les recteurs d'académie à une obligation de résultats. Il est explicitement demandé – et je pense que cela intéressera les sociologues – de mettre les pratiques sociales au diapason des lois. Cela ne va pas s'avérer être très facile. Donc on nous demande de changer les pratiques sociales. Il y a tout de même des réalisations. Il y a aussi des insuffisances.

L'accès des femmes à la formation et à l'emploi s'est développée de façon spectaculaire depuis 25 ans. C'est aux femmes qu'est dû l'accroissement des actifs qui ira en s'accentuant jusqu'à l'an 2000. Depuis 20 ans, on compte en effet 4 millions d'actives de plus et la place des femmes parmi les actifs est passée de 33,5 % dans les années 60 à plus de 42,5 % actuellement. Cette évolution s'est faite largement au profit des emplois salariés et du secteur tertiaire. Ce mouvement, révélateur de la volonté d'autonomie des femmes, de leur aspiration à un niveau d'éducation et de culture plus élevé, de leur aspiration à bâtir elles-mêmes leur avenir, ce mouvement donc semble irréversible. Or, on se heurte actuellement à un triple

F. MARCHAL

problème:

- 1) On est face à un important gisement d'emplois non pourvus en personnel qualifié. En effet, les employeurs cherchent à tous les niveaux dans le domaine technique, jusqu'au métier d'ingénieur, des emplois qu'ils ne trouvent pas dans le seul vivier des compétences masculines.
- 2) La formation des jeunes filles est en décalage par rapport à l'offre d'emplois. A l'exception d'un pourcentage assez restreint de femmes ayant effectué une percée dans les bastions masculins, la plupart des jeunes filles sont en possession d'un bagage scolaire souvent inefficient au moment de l'insertion vers le marché de l'emploi parce que souvent inadapté aux réalités et aux évolutions de ce marché de l'emploi.
- 3) Le public féminin est en situation de vulnérabilité face au chômage, face à la recherche de l'emploi et face à la déqualification à l'entrée sur le marché de l'emploi. Cette vulnérabilité, une part importante de la population féminine l'éprouve, soit à cause d'une sortie du système éducatif sans qualification, soit en raison d'un faible niveau de qualification initial, soit en raison de l'obtention de diplômes obsolètes ou inefficients.

Sans faire de misérabilisme excessif, on sait par ailleurs qu'un nombre de plus en plus important de femmes élèvent seules leurs enfants. Cette vulnérabilité devant l'emploi est grave pour elle et pour l'avenir de leurs enfants.

Pour illustrer cela je vais dresser maintenant un bref aperçu de la concentration actuelle des filles dans les filières de formation et des femmes sur le marché de l'emploi.

Des études statistiques et des recherches comme celle de Marie Duru dans un ouvrage intitulé : "L'école des filles" ou comme celle de Baudelot et Establet dans leur ouvrage "Aller les filles" révèlent combien dans un système éducatif officiellement mixte, la mixité, une mixité équilibrée est davantage l'exception que la règle et que la principale différence entre filles et garçons à l'école est le profit inégal que les filles retirent de leur scolarité. Les filles accumulent un capital scolaire souvent plus important que celui des garçons, mais les garçons négocient mieux leurs atouts dans les orientations ultérieures. Les chiffres sont frappants. Ils témoignent de la concentration des filles dans un nombre très limité de filières. Sur 100 filles préparant un C.A.P.; ou un B.E.P., 85 sont dans une filière tertiaire, c'est-à-dire secrétariat-comptabilité-commerce, 15 dans une filière agricole ou industrielle et encore, parmi celles qui sont dans une filière industrielle, les 3/4 sont dans l'habillement ou le textile. Les évolutions des filles dans les autres sections industrielles, électricité, électronique, les métiers du bois, certains métiers du bâtiment – les plus aisés – sont de l'ordre de 0,1 % à 0,5 % en 8 ans. A un niveau un peu plus élevé, sur 100 filles présentées au niveau du bac, 73 sont issues des filières G tertiaire (secrétariat-comptabilité-commerce), A (littéraire) et B (économique). Plus exactement, la filière G regroupe 27 % des filles de terminales, la filière A regroupe 26 % des filles de Terminales, la

LES FILLES, LES SCIENCES ET LES TECHNIQUES

filière B regroupe 19,5 % et la D 15%; alors que le choix des garçons s'effectue au profit des quatre filières suivantes : F (technologie industrielle) - il y a à peu près une dizaine de baccalauréats technologiques parmi lesquels des baccalauréats d'électrotechnique, d'electronique, de mécanique, de micromécanique, etc, – donc cette filière F regroupe 17,5 % des garçons de Terminale, la filière C (maths et physique) regroupe 17 % des garçons et la filière B (économique) 16 %. Ainsi donc, en dépit de la nette amélioration de leur taux de scolarisation, de l'allongement de la scolarité jusqu'au baccalauréat (+ 19 % en 20 ans pour les filles, + 10 % pour les garçons dans le même temps) de leur nette progression dans le 1er cycle de l'enseignement supérieur, (+ 3 % en 8 ans) de leur spectaculaire avancée dans les filières d'excellence (26 % de filles sont actuellement en classes préparatoires scientifiques, elles sont également passées de 8 à 20 % dans les écoles d'ingénieurs en 15 ans) en dépit de tout cela donc, on est confronté à des pratiques sexuées d'orientation chez les filles qui seront dommageables pour elles à un double titre : elles seront en fait exclues de secteurs entiers de la production, porteurs d'emploi et par ailleurs insuffisamment pourvus en personnel qualifié; elles seront confrontées à des difficultés pour intégrer des stages de formation ou de reconversion, car elles manqueront des prérequis scientifiques nécessaires à cette formation et malgré les efforts déployés depuis une dizaine d'années (je rappelle que les actions ont démarrées dans les années 80), force est de constater qu'on n'a pas encore réussi à réellement mettre en œuvre un renversement de tendance.

Si l'on regarde maintenant l'emploi des femmes on constate que la taux d'activité féminin est de près de 56 % et que l'activité des femmes se révèle de moins en moins discontinue. Ainsi le taux d'activité des femmes entre 25 et 54 ans est passé de 50 à 72 % en 20 ans. La majorité des actives sont salariées (73,5 %), mais on note une forte concentration des femmes dans la catégorie socio-professionnelle "employée" (49 %) profession intermédiaire (éducation, soin, service) 20 %, 7 % chez les cadres, 13 % chez les ouvriers. Ce sont des chiffres nationaux, les régions peuvent avoir des chiffres légèrement différents, c'est le cas, en particulier, de la région Ilede-France où le chiffre des femmes cadres atteint 10 %. La répartition sexuée initialement observée dans le système éducatif rejaillit sur le marché de l'emploi. A part un nombre relativement restreint de femmes ayant affirmé leur présence dans des secteurs très masculins comme la conduite routière, la mécanique auto, l'électronique, la plomberie, les métiers d'ingénieurs, les métiers de la police, et la spectaculaire percée des femmes cadres, 45 % des femmes actives se répartissent simplement entre 20 professions qui regroupent l'éducation, les soins, les services, les métiers du commerce. En outre le quart des femmes travaillent à temps partiel et quand je dis temps partiel c'est bien souvent un temps partiel qui n'est pas choisi. Il y a une évolution dans certains contrats d'emploi qui font que l'on peut davantage parler d'emploi partiel que de temps partiel choisi. Ces emplois touchent essentiellement les métiers du commerce dans lesquels les femmes sont particulièrement nombreuses. Le chômage des femmes reste problématique : 23 % (13 % chez les hommes). On voit donc que la qualité de la formation, le niveau de la formation et la diversification de la formation sont bien un enjeu capital pour

F. MARCHAL

l'insertion des femmes dans l'emploi.

Alors, comment en est-on arrivé là? Il y a maintenant un peu plus de 30 ans que la mixité existe dans les établissements scolaires. Pourquoi ne s'est-on pas occupé plutôt de la mixité des filières de formation? D'abord parce que les revendications des femmes pour la mixité des emplois n'était pas vraiment à l'ordre du jour; elles sont relativement récentes. Ensuite, et ça c'est important, pendant 30 ans c'est le secteur tertiaire qui a permis aux femmes de s'insérer dans le marché de l'emploi, or ce secteur est actuellement en pleine mutation. Et puis, il est important de voir comment s'est construite la mixité à l'école en France. Elle n'a pas été vue sous l'angle de l'égalité contrairement à la loi Camille Sée au 19^e siècle portant création des écoles secondaires pour les filles. En effet, dans les années 60, la politique de développement de l'enseignement secondaire pose le problème de l'accueil en particulier dans les zones rurales, ce qui fait que les collèges deviennent mixtes. Ensuite s'est généralisée la mixité dans les autres zones et en particulier dans les villes. Ce n'est donc pas au nom de principes politiques que la mixité s'est instaurée en France mais simplement pour des raisons pratiques. Et on a longtemps fait comme si les garçons et les filles occupaient l'espace scolaire de la même façon. On a considéré que la mixité c'était l'égalité puisque garçons et filles pouvaient bénéficier des mêmes types de formation, des mêmes filières, des mêmes possibilités.

Il est à noter aussi qu'il y a relativement peu de recherches faites sur la mixité et sur les conditions des femmes en général même si actuellement les médias se font l'écho de l'emploi des femmes, les recherches dans ce domaine sont relativement récentes. Il est également à noter qu'il y a en France, dans le domaine universitaire, 4 chaires d'études féministes dont 3 seulement sont pourvues : une en sociologie à Paris VII, une en histoire à Toulouse et une en droit à Rennes, et cela depuis à peu près le début des années 80. Deux autres sont demandées au ministère qui actuellement n'a pas encore fournit de réponse.

Pour en revenir à la mixité, si celle-ci a été favorable à la croissance de la formation féminine, historiquement cette formation n'a pas au lieu de la même façon. Elle s'est faite en 3 étapes :

- 1) Au XIX^e siècle on assiste à l'exclusion des femmes de la formation. Parallèlement, on se bat contre le travail des femmes.
- 2) On assiste ensuite à une socialisation différenciée des garçons et des filles. Il est à noter à ce propos que les pères fondateurs de la laïcité n'étaient pas très progressistes dans ce domaine.
- 3) On est maintenant arrivé à une démarche d'intégration ce qui explique qu'on opte pour la diversification des choix afin de coller à l'emploi.

Cette démarche intéresse certains partenaires, les parents d'élèves, le patronat, mais elle n'est pas encore devenue un réel enjeu.

LES FILLES, LES SCIENCES ET LES TECHNIQUES

Alors on se donne du mal, tout de même depuis une dizaine d'années pour essayer de diversifier les choix des filles à l'école. L'intérêt de la politique actuelle et des actions menées localement si elles n'ont pas permis de renverser la tendance ont tout de même un effet, celui de la visibilité des discriminations. Les effets produits sont idéologiques : recul des stéréotypes, légitimation de la notion d'égalité, ce qui devrait nous permettre dans un avenir que je ne peux malheureusement pas dater mais que j'espère le plus proche possible, d'arriver à un changement social et culturel. Ce point est essentiel et porteur d'espoir.

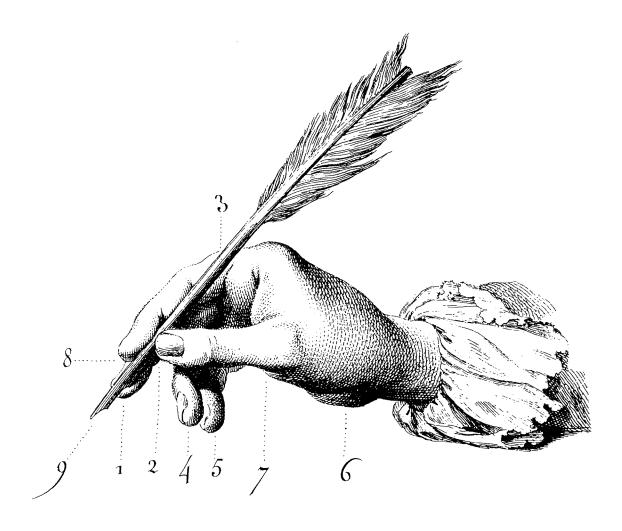
BIBLIOGRAPHIE

"L'Ecole des filles" de Marie Duru-Bellat, éd. L'Harmattan.

"Allez les filles", de BAUDELOT et ESTABLET, éd. du Seuil.

"L'orientation scolaire et professionnelle", n° spécial de septembre 1991 (Vol. 20/3).

INETOP: 41, rue Gay Lussac 75005 Paris - Tél. 44-10-78-10.



QUELQUES ASPECTS SOCIOLOGIQUES DE L'ENSEIGNEMENT DES FILLES

Roger Establet

Le curriculum de Monsieur Roger Establet est si riche qu'il nous faut le résumer : Il débute comme professeur agrégé au lycée de Bastia.

Il est ensuite Maître-Assistant à la Sorbonne et à l'Université F. Rabelais de Tours.

Puis Maître de Conférences à l'Université de Provence.

Il est actuellement professeur de sociologie à l'Université de Provence, responsable de l'équipe "Education, Formation et Emploi" dans une unité associée au CNRS dirrigée par Jean-Claude Passeron.

Roger Establet a entrepris une étude sur les modes d'insertion sociale, scolaire et professionnelle de jeunes dans un quartier populaire de Marseille et une autre étude sur le niveau scolaire du contingent français en collaboration avec l'INSEE et le LERSCO (*).

A travers de multiples enquêtes, Roger Establet s'est efforcé de mettre au jour les relations entre l'appareil de production et le système de formation. Une étude fine des différences de scolarisation et d'insertion entre les garçons et les filles lui a paru un terrain solide à la réflexion et il vient de terminer avec Georges Felouzis un travail sur les relations entre télévision et lecture (travail qui paraîtra dans un prochain livre).

Tous ces travaux ont, bien entendu, amené Roger Establet à travailler sous la direction de personnalités telles que Raymond Aaron pour ne citer que lui, et à collaborer avec de nombreuses autres personnes telles que Christian Baudelot, avec lequel il a écrit et publié aux éditions "Le Seuil" l'ouvrage "Allez les filles" qui est à l'origine de sa collaboration à ce colloque.

La liste exhaustive des publications et des articles de Roger Establet est trop longue pour être énumérée ici. Ses nombreuses communications l'ont emmené non seulement à travers la France mais aussi en Belgique, en Espagne, en Italie, au Portugal, en Allemagne et jusqu'en Egypte.

Parmi ses nombreuses responsabilités, il a été président du chœur des universités d'Aix en Provence et responsable de l'organisation du Printemps Musical d'Aix.

^(*) Laboratoire d'Etudes et de Recherches de Sociologie de la Classe Ouvrière (à Nantes).

[©] L'OUVERT 70 (1993)

La promotion des filles dans le système scolaire.

Ce travail qui s'appelle "Allez les filles" et que nous avons mené avec Christian Baudelot est le résultat heureux d'un échec scientifique.

Christian Baudelot et moi étions dans une optique assez pessimiste vis à vis de l'école qui ne semblait servir qu'à la reproduction de la société existante. Nous avions fait pas mal de travaux sur ce sujet : l'inégalité des chances liées aux classes sociales, le redoublement à l'école primaire, les accès à l'enseignement supérieur, ... et nous avions un peu l'idée que l'école n'était qu'un moyen de reproduire les positions sociales, que d'une génération à l'autre elle ne servait qu'à passer le relais des parents favorisés aux enfants favorisés et qu'il n'y avait finalement rien d'autre qu'une reproduction sociale au sens strict. Nous n'étions pas les premiers à développer ce thème. De nombreux sociologues, Bourdieux et Passeron notamment, avaient fait cette démonstration, preuves à l'appui, et, lors de la rédaction de ma thèse, j'avais actualisé les travaux en prenant le suivi d'élèves que le M.E.N. a mené sur des générations entières d'enfants. J'ai ainsi pu récupérer le premier panel historique qui est celui de 1962 de l'Institut National Démographique. J'ai recalculé certains chiffres afin de pouvoir faire une comparaison avec d'autres panels. Mon idée initiale était qu'il y avait certes eu une évolution quantitative dans l'école, que cette dernière était devenue plus ouverte, que l'accès à l'enseignement supérieur était véritablement plus facile, mais qu'en fin de compte l'inégalité sociale s'était maintenue. Comme il se doit, j'avais bien entendu distingué les garçons et les filles et chemin faisant, cherchant à démontrer cette reproduction sociale, j'ai vu dans les chiffres un changement social de première importance. Il y avait quand même un réel changement : la progression des filles; et c'est sur ce fait là que nous avons voulu réfléchir. S'agit-il d'un élément qui va maintenir une société ancienne ou bien annonce-t-il un changement social?

La première chose à faire c'est de comparer à tous les niveaux possibles la statistique internationale et la statistique française. On s'aperçoit alors de plusieurs choses :

— C'est d'abord un phénomène neuf. On remarque que la croissance des filles depuis un siècle, de 1900 à 1970 s'est faite au rythme de 9 % l'an. Il n'y a rien en France, rien qui se soit accru à ce rythme sinon la télévision dans les années 60. Et Dieu sait si on nous a rabattu les oreilles avec la télévision dans les années 60! Voyez toute la littérature prophétique concernant les effets néfastes ou positifs de la télévision, le discours sur le village international, l'accès à "l'iconosphère" . . . Mais l'accession des filles au baccalauréat et à l'université au rythme de 9 % l'an pendant un siècle entier, personne n'en a tellement parlé. C'est un phénomène qui est passé inaperçu et qui a pourtant produit des effets : vous en avez rappelé quelques uns tout à l'heure comme en 1924 la création du premier club soroptimist en France, la même année où l'on reconnaissait aux filles le droit de suivre dans les lycées les mêmes programmes que ceux des garçons. Et il est probable que l'égalisation des chances d'accès à l'université en 1971 n'est pas pour rien dans

R. ESTABLET

la grande flambée du mouvement féministe que nous avons connu à cette époque là. Mais on ne parlait pas du phénomène lui-même, de cette cause qu'était la transformation progressive de l'école, génération après génération, conduisant les femmes à accéder à des niveaux d'éducation de plus en plus élevé. Bien sûr il y eut aussi une croissance du nombre des garçons qui accèdent à l'université, mais premièrement le rythme en a été beaucoup plus faible et deuxièmement il est plus vulnérable aux crises économiques, aux guerres, aux événements politiques ... et il est beaucoup plus irrégulier. Nous sommes en face de deux phénomènes sociaux relativement autonomes, l'accès des femmes à l'Ecole étant un phénomène social à part.

— Ensuite c'est un phénomène solide car général. Quand on prend la statistique internationale de la scolarisation, statistique qui commence à être excellente ce qui n'a pas toujours été le cas car c'est une statistique difficile et on ne compare pas facilement le système scolaire japonais au système scolaire français, par exemple.

Je voudrais faire ici une parenthèse. Ne croyez pas qu'il y ait 80 % de bacheliers au Japon. Ce sont les japonais qui nous ont fait croire ça. Par contre il y a 80 % d'enfants japonais qui sont scolarisés jusqu'à 18 ans et obtiennent un certificat de fin de scolarité qui ne leur permet pas d'accéder à l'université dans laquelle n'entrent que ceux qui réussissent un concours d'entrée.

Si on entend par baccalauréat un diplôme qui ouvre la porte à l'enseignement supérieur, les bacheliers japonais ne sont pas 80 % mais 34, ce qui est quand même un peu plus que nous mais loin des 80 %. Il faut se méfier des japonais, pas trop car c'est grâce à eux que nous avons ces calculettes bien utiles au travail du sociologue, mais ils sont malins : je crois que c'est la marque Honda qui, quand nos ministres ont répercuté cette affaire des 80 % de bacheliers, a basé sa publicité sur la phrase : "Achetez des voitures japonaises, elles sont construites par des bacheliers". Vous vous rappelez sans doute cette publicité gratuite financée par des ministres intoxiqués par une propagande non contrôlée.

Cela dit la comparaison est délicate : un certificat de fin de scolarité c'est peut-être un baccalauréat . . .

Toujours est-il que l'UNESCO a mis au point des évaluations pour les conditions d'accès au 3^e niveau de scolarisation et on s'aperçoit alors qu'il y a une corrélation tout à fait massive entre la richesse d'un pays (le PNB par tête) et le pourcentage de ses étudiants. Cette corrélation peut s'interpréter dans les deux sens : il faut être riche pour se payer des étudiants, car les étudiants ça coûte cher; pour être riche il faut avoir des étudiants qui travaillent dans vos entreprises. Finalement, l'évolution du pourcentage d'étudiants décrit assez bien la courbe du développement économique. Mais il y a plus. Si l'on dissocie les étudiants et les étudiantes, on pourraît prendre l'égalisation des chances entre garçons et filles pour l'accès à l'enseignement supérieur comme un meilleur indicateur encore du développement économique de ce pays. C'est donc sur ce développement économique et général d'un pays qu'est fondée la progression de l'éducation des filles et il n'y a pas beaucoup d'exception, même dans les pays arabes où l'on s'attend à beaucoup de sexisme. En fait les pays arabes sont souvent sexistes parce qu'ils sont pauvres et comme dans tous les pays pauvres, il y a une grande inégalité entre les garçons et les filles et un taux d'accès à l'enseignement supérieur faible pour les deux sexes. Mais dès qu'un pays arabe s'enrichit, les filles commencent à faire des études. Cette transformation de la société correspond donc à une tendance lourde, solide et générale.

— Enfin c'est un phénomène spontané. Et ceci est très important, car quand les phénomènes sociaux ne sont liés qu'à des volontés, qu'à des décisions, qu'à des décrets, les transformations qu'elles induisent ne sont pas toujours très importantes. Ce n'est pas le cas quand elles sont portées par une évolution solide.

Par exemple, on dit souvent que Jules Ferry a fondé l'école primaire laïque, gratuite et obligatoire. Ce n'est pas tout à fait vrai. D'abord l'école n'est devenue réellement obligatoire – surtout pour les filles – qu'en 1945 avec la création des allocations familiales et le contrôle qui allait avec (ceci est démontré de façon tout à fait claire dans une belle étude de Jean Peneff sur la France de l'Ouest). Ce n'est donc pas parce qu'on a décrété l'école obligatoire qu'elle l'est devenue. En 1914, 5 % des conscrits français ont encore signé d'une croix leur appel.

Dans l'autre sens, le mouvement de scolarisation primaire au XIX e siècle s'est développé avant les législations elles-mêmes. On constate ainsi une décroissance du nombre des analphabètes, comme en témoignent les gens qui signent d'une croix lors de leur mariage.

Ainsi Jules Ferry n'a fait qu'organiser un mouvement qui existait avant sa venue. Si cela n'avait pas été le cas, les décisions qu'il a prises n'auraient probablement pas été aussi efficaces.

Il est donc important que cette montée en puissance de la scolarisation des filles soit un mouvement spontané qui repose sur des bases universelles. Il y a certes eu quelques décisions incitatives comme celle qui a été citée par Mme Marchal, mais elle a dit aussi qu'en ce qui concerne la mixité cela a résulté d'une décision pratique.

Je me souviens parfaitement de cet épisode qui m'a d'ailleurs étonné à l'époque. Vous savez que lorsqu'on cherche à introduire une réforme dans l'Education Nationale, quelle que soit cette réforme, quelle que soit la tendance de celui qui la promeut, il y a toujours des oppositions catégoriques, des protestations massives . . . Supprimez le latin et l'on voit la mobilisation des masses laborieuses se faire autour de la défense du latin ou du grec . . . Introduisez les maths modernes, . . . la méthode globale . . . bref tout fait problème, pose débat. En ce qui concerne l'introduction de la mixité, c'était en 1969 et l'école Léon Brulon de St Avertin où ma fille ainée était scolarisée, s'est transformée d'une école de filles et d'une école de garçons en une seule école mixte; les maîtres qui étaient habitués à travailler dans une seule école sont venus travailler ensemble, les enfants des deux sexes sont allés ensemble à l'école et personne n'a rien dit! Cela prouve que l'idée était déjà dans les mentalités. Il y a eu là aussi un mouvement spontané d'acceptation de la mixité et c'est tant mieux car s'il s'était agit d'une décision volontaire, il est à craindre qu'il n'ait pas duré longtemps.

Filles et garçons devant l'évaluation.

La suprématie des filles est tout à fait claire à plusieurs niveaux.

D'abord à l'école primaire où elles ont moins de retard que les garçons puis dans les collèges où cette situation se maintient et enfin dans les lycées d'enseignements généraux où elles sont majoritaires.

Si on prend l'université comme un bloc, il y a à peu près 90 000 filles de plus que de garçons dans une génération d'étudiants, c'est-à-dire l'équivalent de l'effectif

R. ESTABLET

masculin des facs de médecine. Cela traduit une domination assez solide et c'est assez général dans le système scolaire français.

Plus importante encore est l'étude comparée des performances des garçons et des filles. Depuis quelques années plusieurs ministres d'opinions différentes voir opposées (ce qui m'incite à croire qu'ici encore il s'agit d'une tendance lourde, je l'espère mais n'en suis pas sûr), plusieurs ministres donc, se sont ingéniés à mettre au point, non sans difficultés, ce qu'on appelle une évaluation des élèves. Non pas une évaluation destinée à sélectionner les élèves comme le fait le baccalauréat ou tout autre examen, mais tout simplement une évaluation destinée à savoir ce que sait un enfant en français et en maths. Il y eut des blocages, des boycottages systématiques et n'oublions pas que l'école c'est 13 000 000 d'enfants (800 000 par génération), c'est donc une évaluation lourde même s'il ne s'agit, pour le moment, que de deux disciplines. Cela permet de se rendre indépendant du jugement professoral dont on connaît la subjectivité et les limites et dont les professeurs même connaissent les limites quand ils réfléchissent à leur métier. Cette évaluation permet de comparer les garçons et les filles face à certains types de tâches. Cette comparaison fait disparaître certains stéréotypes. En français les filles sont bien meilleures que les garçons et cela se maintient jusqu'en 3^e. En mathématiques, elles font jeu égal. On dit souvent qu'il y a une spécialisation des sexes et c'est vrai qu'il y a des points où les garçons sont un peu meilleurs et d'autres où ce sont les filles, mais dans l'ensemble les filles sont meilleures quand on évalue le potentiel de compétence scolaire qu'elles ont acquis jusqu'en 3^e. Après, il est plus difficile de se faire une opinion car l'évaluation n'est pas encore en cours.

La mixité n'est-elle qu'apparente?

Face à ce phénomène on peut se demander si l'école est réellement devenue mixte, les filles ayant gagné une part (et non pas toutes) de la compétition scolaire, cela voudrait-il dire qu'il n'y a plus qu'un seul modèle de réussite qui se généraliserait pour les garçons et les filles?

Or, quand on regarde bien l'école, dans tous ses éléments, à tous les étages du système scolaire, à travers de nombreuses enquêtes, on voit combien persiste, malgré la mixité, des différences très profondes dans la relation des garçons et des filles à l'école (et hors de l'école).

— Par exemple, une de mes étudiantes a observé très longuement les jeux de récréation à l'école primaire dans un quartier moderne (et non pas un quartier ancien ou traditionnaliste). Une caméra enregistrait les scènes dans la cours de récréation. L'usage de la cour est systématiquement différente selon le sexe : les garçons utilisent un espace maximum, avec un maximum de copains et un minimum de règles; ils se déplacent en tout sens avec une mobilité formidable : on ne sait pas très bien quelle est la finalité de leur mobilité sinon le déplacement luimême et l'occupation de l'espace. Les filles au contraire jouent à des jeux beaucoup plus économes d'espace, beaucoup plus normés, avec un nombre régulier de copines, le paradigme en étant le jeu de l'élastique qui est un jeu à la fois sur la règle et

dans les règles, car on peut changer la règle du jeu.

— Si on place maintenant la caméra sur une chaise à l'entrée de la classe, alors il est formidable de voir la différence d'attitude que les garçons et les filles se croient obligés d'avoir (ou qu'ils ont assez spontanément) en apercevant la caméra. Les filles en entrant, dès qu'elles voient la caméra, rectifient la tenue, font un joli sourire et manifestent qu'au fond elles ne sont pas si mécontentes d'être là, en tout cas devant la caméra : elles ont une attitude d'accueil sympathique. La plupart des garçons, au contraire, font des grimaces : ils manifestent qu'ils sont là, d'accord, mais que s'ils étaient ailleurs ce serait aussi bien!

— Ceci est corroboré par le travail qu'a réalisé mon ancien étudiant Georges Felouzis qui est maintenant Maître de Conférences à Bordeaux. Il a lui aussi utilisé une caméra vidéo à poste fixe qui permettait d'observer sept élèves pendant une heure. Il en a observé comme ca 1200. Et puis il leur a demandé un petit texte libre sur l'école après leur avoir précisé que c'était un travail d'étudiant, et que lui, étudiant en jeans et sans cravate, il en avait besoin et qu'ils ne seraient pas jugés là-dessus. Il leur a donc demandé: "Vous écrivez ce que vous voulez sur ce que serait une école idéale pour vous". Alors là la différence est incroyable. La plupart des rédactions des filles sont plus lisibles (ce n'est qu'une impression et il faudrait faire un contrôle, vérifier que ce n'est pas un stéréotype) et quand on analyse le contenu il est rare de rencontrer des manifestations d'hostilité à l'égard de l'école; certaines filles vous décrivent des choses fabuleuses, des écoles en verre comme le nouvel aéroport de Marignane, avec des plantes ... mais finalement si le fantasme améliore l'institution, son activité resterait foncièrement la même. Mais les garçons, eux, racontent de drôles d'histoires. Il y a ceux pour qui dans l'école idéale on organiserait la chasse aux profs, il y a beaucoup plus de tension, d'agressivité; peut-être n'est-ce qu'un jeu, il n'est pas sûr qu'ils soient sérieux et peut-être ne viendraient-ils pas avec un fusil à grain de sel, peut-être n'ont-ils pas vraiment cette idée, mais ils se sentent obligés de se manifester ainsi. Pour d'autres le fantasme s'oriente vers le technique; l'école serait transformée en un atelier, non pas un simple atelier de mécanique, mais un atelier de choses prestigieuses, par exemple un atelier d'apprentissage de pilote d'avions et à partir de là, la cantine serait à l'image des repas servis dans les avions avec du homard, du caviar ...et le reste à l'avenant.

Il est quand même extraordinaire qu'après tant d'années de mixité (tous ces braves gens sont à l'école ensemble depuis l'âge de 3 ans), on ait une telle différence d'attitude entre garçons et filles.

Poursuivons avec la classe de 2nde. Baudelot a fait une telle étude à Nantes sur les mathématiques, mais elle confirme d'autres études réalisées sur d'autres points du système scolaire par divers chercheurs comme Marie Duru-Bellat à Dijon. Baudelot connaissait la note et l'appréciation des élèves en mathématiques et il leur a demandé ce qu'ils pensaient de leur valeur dans cette discipline. On a vu que les filles ne vont pas dans les filières scientifiques, et justement les filles se

R. ESTABLET

sous-estiment plutôt. Une fille qui a 12 va dire : "je suis moyenne", mais on trouve des garçons qui avec 8 disent : "je suis excellent". Et ce n'est pas à Marseille que cela se passe! C'est à Nantes!

Au moins à titre d'hypothèse, on peut essayer de coordonner tant de récurrence dans le système scolaire. Comme l'ont montré les psychanalystes italiens (et d'autres), je crois que les filles ont appris très tôt à s'occuper d'autrui, à être ouvertes aux autres, à rester dans un espace restreint, comme elle a vu sa mère se mouvoir dans un espace plus restreint que son père ... C'est un stéréotype assez récurrent d'une société à l'autre. Maintenant que nous sommes assez riches pour que les filles aillent à l'école (l'école ne leur étant plus interdite), qu'elles ne restent plus à aider leur maman à faire des travaux ménagers comme cela a été le cas très longtemps, maintenant dans le système scolaire, la fille anticipe mieux ce genre de relations qu'elle a apprises. Car s'il y a une pédagogie des maths, du français ...il y a une pédagogie implicite dans l'école : au delà du programme il y a le fait qu'à l'école il faut rester tranquille sur sa chaise; c'est une chose importante que de ne pas bouger, d'écouter la maîtresse, de ne pas la mettre en colère ... Si on sait faire tout ca et bien ca marche mieux et je pense que les filles sont plus à même d'apprendre ce côté implicite de l'école et on voit ainsi comment dans les premières années elles accumulent ce capital que les garçons dilapident un peu parce qu'on leur a appris à commander, à être des chefs, à se déplacer dans un espace opulent, à être sales.

Oui, à êtres sales. On est bien content quand ils rentrent à la maison et qu'ils sont tout sales. On les gronde un peu, mais on est content ... surtout chez nous, pas à Nantes! On dit que c'est surtout dans le sud qu'on fait ça, mais j'ai vu le faire ailleurs aussi. Une psychanalyste italienne a très bien expliqué cela : le garçon a le droit d'être sale pas la fille et cela est vrai en Allemagne, à Marseille ou en Italie.

Finalement le garçon perd pas mal de temps à s'affirmer dans une institution scolaire où on lui restreint son espace, ou en plus maintenant ce sont des femmes qui font la loi pendant un moment puisqu'il y a plus d'institutrices que d'instituteurs. Tout cela n'est pas commode pour lui, c'est pourquoi il fait ses grimaces.

On pourrait penser qu'il n'apprend rien, mais je ne le pense pas parce qu'ils apprennent finalement un truc que les filles n'apprennent pas et sur lequel il faudrait réfléchir, c'est qu'il apprend à ne pas trop croire à l'école. Si vous voulez, quand une fille qui a 12 ans vous dit "je suis moyenne" elle ne dit là que l'opinion du prof, car les professeurs sont toujours un peu élitistes (*). Pour eux, 12 ce n'est pas 16, c'est moyen et il n'y a rien de pire que la moyenne. La fille non seulement répercute ce jugement de l'école mais encore elle l'amplifie, tandis que le garçon s'en fiche. Et il faut savoir que cette attitude est payante. Les gens qui bluffent, les gens qui ont de l'assurance dans le système scolaire, les parents cadres supérieurs qui disent, contre la loi, je veux une 4^e pour mon enfant et je ne demande pas de deuxième choix, une 4^e sinon rien (comme le choix Ricard), alors qu'il faut demander une 4^e ou le redoublement, une 4^e ou une 4^e techno . . . ,

^(*) Bourdieu et Passeron citent dans "Les héritiers" la façon dont R. Aaron disait avec un mépris profond : "Ah, mettons-lui tout de même la moyenne".

ces parents qui ne remplissent que la première ligne sont gagnants, on les écoute. C'est comme quand Maradona a marqué le but avec la main et que son équipe a quand même gagné la coupe du monde! La tricherie, le bluff, la confiance en soi, l'audace ... payent parce que l'école est une société compétitive et si l'on croit trop au verdict des autres on perd quelque chose.

Dans ce système le garçon est mieux place. Pas tous les garçons car il y en a un certain nombre qui ont tellement confiance en eux, qui écoutent tellement peu l'école qu'ils se retrouvent dans les filières les plus défavorisées des LEP. Finalement les garçons ont une espèce de scolarité bipolaire avec le meilleur et le pire. On les retrouve au sommet dans les classes préparatoires et on en retrouve quelques uns dans des boulots industriels un peu pénibles et parfois même on ne sait pas où les mettre et on essaye d'inventer pour eux, pour re-socialiser ces gamins devenus vraiement terribles, des enseignements par alternance. On est finalement devant un problème profond qui dépasse largement ce sur quoi se fonde l'orientation.

Je voudrais citer ici un exemple plus personnel que je vis chaque année avec mes étudiants. Chaque année on fait une enquête de taille mille. L'enquête est bonne ou mauvaise mais on la fait complètement d'un bout à l'autre pour apprendre à faire une enquête. Je peux alors comparer le comportement des garçons et des filles, car si j'ai beaucoup de filles et de moins en moins de garçons, il en reste quand même un peu, ce n'est pas comme en psychologie ou dans d'autres disciplines qui sont complètement féminisées. Chaque élève a une dizaine de questionnaires, et comme j'ai des classes de 100 à 150 élèves, j'obtiens ainsi des enquêtes de taille 1000 à 1500. Ces 10 questionnaires doivent être traités d'un bout à l'autre de la chaîne. Or, lorsqu'il y a les opérations les plus pénibles, comme la saisie sur ordinateurs, les garçons viennent faire leur travail puisque c'est obligatoire mais au bout d'une demi-journée, quand ils en ont saisi 5, ils s'en vont, estimant avoir assez appris; la finalité globale de l'enquête, ils s'en foutent. Il faut qu'il y ait un prof qui dise : "là ça ne va plus, il n'y a que 5 questionnaires, tu vas être collé". Il faut sortir le carton jaune comme quand on a affaire à un footballeur machiste du genre Amoros qui ne voit jamais venir le 2^e carton, je ne sais si vous l'avez déjà remarqué? (*) Oui, les femmes n'aiment pas le football, c'est pour ça que je prenais cet exemple

Je crois en effet que l'intérêt pour le football est une des différences culturelles liées au sexe et qui est la plus forte. C'est d'ailleurs pour ça que dans notre ouvrage nous avons mis le titre "Allez les filles". C'est pour marquer que c'est un livre écrit par des hommes. Nous ne sommes ni femmes, ni féministes. Nous sommes des sympathisants de la mixité car les seuls souvenirs que j'ai de la non mixité sont des souvenirs plutôt désagréables; il y avait l'internat du lycée Louis Le Grand dont je garde le pire souvenir malgré les bénéfices que j'en ai retiré dans ma carrière et il y a eu le service militaire; ce sont des choses dont je me serais parfaitement passé.

Et puis la mixité c'est aussi la chorale car avec quatre voix c'est quand même mieux qu'avec une seule . . .

Pour en revenir à ce livre, nous avons écrit un livre de supporters et les supporters masculins, je ne sais pas si vous le savez puisque vous ne connaissez pas bien le sport, soutiennent essentiellement leur équipe quand elle est entrain de gagner! Il y a beaucoup plus de "Allez l'O.M." et de "Ola"

^(*) bruits et rires dans la salle ...

R. ESTABLET

quand Papin a déjà marqué un but et qu'il s'en prépare un autre que quand on est dans le marasme comme c'était le cas à Bari ... Là le silence s'établit ...

L'enjeu social

J'en viens maintenant à ma conclusion.

On a aujourd'hui des modèles de socialisation qui sont bel et bien différents pour les garçons et pour les filles et ces modèles se retraduisent dans le système scolaire. Il faut tenir compte de ça si on veut que les choses évoluent. Les filles ont autant à apprendre des garçons que les garçons des filles si on veut rentabiliser le capital social que représente l'intelligence des jeunes.

Reste le problème social que pose ce phénomène de fond qu'est la reconnaissance publique de la capacité des femmes. Ne disons pas trop vite que les femmes n'ont eu que des diplômes. Un diplôme c'est très important car cela traduit la reconnaissance publique des capacités. Pensez à ce ministre qui a fait un truc qui n'est pas mal : il a refait du brevet des collèges un examen. A l'époque j'étais en Lozère dans un village reculé, eh bien pour les gosses c'était important d'avoir un brevet plutôt qu'une délibération écrite sur un bout de papier au terme d'un conseil de classe. C'est donc important un diplôme, une reconnaissance publique quel que soit l'aménagement des examens c'est autre chose qu'une reconnaissance privée. C'est pourquoi quand les filles ont acquis le baccalauréat en 1871, avec ce qu'il représentait à l'époque c'était l'amorce d'une transformation profonde de la société.

Cela pose un sérieux problème, car l'école avec ses avantages et ses inconvénients est une société très inerte, qui ne change pas facilement et dans le fond cela se comprend ne serait-ce qu'en raison de la démographie scolaire, il n'est pas facile de transformer quoi que ce soit dans une société de 13 millions d'enfants et d'un million d'adultes syndiqués (ou plutôt non syndiqués, ils ne le sont plus tellement). Et puis les modèles professés sont des modèles très anciens.

Un exemple : ici, dans cette salle il y a des gens au premier rang. C'est parce qu'il y avait écrit "RESERVÉ" et que ceux à qui on avait réservé la place se sont mis au premier rang, mais moi quand je fais cours dans n'importe quel amphi de ma fac (et je ne crois pas être particulièrement impressionnant) il y a toujours quatre rangs de libres et pour faire descendre les étudiants il me faut monter en haut de l'amphi, et je sais pourquoi. C'est à cause des moines irlandais du IV^e siècle qui ont inventé le convict scolaire, les rassemblements autour de la parole sacrée. La parole est restée sacrée depuis le IV^e siècle et l'espace qu'on a construit autour n'est pas facile à transformer.

Un autre exemple est l'inégalité sociale. On a mis une énergie folle pour diminuer l'inégalité sociale à l'école et on n'a rien changé du tout. Malgré tous les mots d'ordre il n'y a eu aucun résultat positif. D'ailleurs si vous connaissez un pays où les enfants d'ouvrier réussiraient mieux à l'école que les enfants de cadre, signalez le moi, car ça ferait une publication formidable! Mais dès qu'on a des statistiques on voit qu'il n'y en a pas.

Cette inertie de l'école est donc un inconvénient, mais c'est aussi un avantage, car quand un système inerte comme l'est le système scolaire se transforme, la transformation elle-même est dotée de cette inertie et par suite, la promotion des femmes par centaines de mille, génération après génération au rythme de 9 % l'an

pendant 70 ans, cela ne s'abolira pas comme ça.

Et cela va changer la condition de la femme. On pose souvent le problème de la condition féminine sous forme dualiste : la famille d'une part, le boulot d'autre part. C'est un problème très sérieux, mais il ne faut pas croire qu'il n'y a qu'un problème familial. Ce problème existe parce que c'est un vieux modèle qui vient de loin, mais il y a aussi un problème dans les entreprises. Car quand on analyse la façon dont sont rémunérés les hommes et les femmes, on s'aperçoit que les arguments du type : "On paye moins les femmes parce qu'elles ont moins d'assiduité, parce qu'elles investissent moins dans la profession ...", ne tiennent pas debout. On sait parfaitement neutraliser ces facteurs et l'INSEE le fait systématiquement dans les données sociales, alors à expérience professionnelle égale, à niveau de responsabilité égal ... il y a une différence de 1500 F par mois. Il y a là aussi des mentalités à changer. Cela veut dire qu'en général quand les employeurs embauchent une femme ils ne prennent pas en compte les paramètres objectifs de sa situation dans les mêmes conditions que ceux des hommes. Et cela rejaillit sur la famille bien sûr.

Si on raisonne en terme de rationnalité strictement économique, si la femme de compétence égale à celle de son mari a une rémunération moindre, s'il y a une situation à sacrifier, il est normal que ce soit celle de la femme plutôt que celle de l'homme. Il faut donc tout changer en même temps.

Mais il y a un troisième terme qui est cette formation et cette compétence socialement reconnue qu'ont acquises les femmes, ce qui leur permet de progresser, d'améliorer leur qualification et ce qui permettra peut-être de mener à bien ces plans dont Mme Marchal nous a parlé, car sacrifier cette richesse humaine que représente la compétence féminine, c'est faire perdre à la société un investissement important et ça n'est pas très intelligent.

D'autre part, si on réfléchit en terme de micro-économie, on peut très bien imaginer qu'une femme qui estime que la famille est un sacrifice trop grand pour sa profession, sacrifie la famille. Qu'est-ce qui empêche une femme, sinon de sacrifier sa famille, du moins d'avoir une famille moins pesante avec moins de gosses? Sans tomber dans les scénarios catastrophes, on peut très bien imaginer des modèles d'individualisme très forts où l'on se dit que, après tout, si la seule façon de faire reconnaître les compétences acquises, c'est de sacrifier la famille, sacrifions la famille! Pourquoi pas? Vous savez que les italiens nous donnent depuis quelques années l'exemple d'une fécondité qui a chuté de façon radicale. Vous savez que la génération allemande qui va quitter le travail dans les 15 prochaines années ne sera remplacée qu'à 89 %. Il faudra trouver d'autres travailleurs. Où les prendrat-on? Ira-t-on cherchez des turcs si sympathiques!? Ou des arabes alors que nos sociétés européennes sont si favorables à l'immigration massive de travailleurs!? Et pourtant nous en sommes là. Autrement dit, nous sommes devant des problèmes tout à fait sérieux qui ne sont pas résolus et dont moi, je n'ai pas la solution. Il vaut d'ailleurs mieux se passer de solution car celles que l'on propose sont parfois pires que les maux qu'on analyse.

En tout cas, le problème est sérieux et dans le fond il y a une partie à jouer.

ALIÉNATION CULTURELLE ET MATHÉMATIQUES (*)

Gordon Knight

(Massey University, New Zealand)

INTRODUCTION

Le but de la vulgarisation des mathématiques est de modifier la perception que les gens ont de cette discipline. Puisque cette perception diffère dans les différents groupes d'une même communauté, il est primordial de cibler un auditoire puis de chercher à comprendre la nature et les origines des sentiments que cet auditoire a vis à vis des mathématiques car les tentatives de vulgarisation qui reposent sur les perceptions que les mathématiciens ont de leur discipline ont peu de chance de réussir.

Dans cet article, on étudie quelques uns des facteurs associés à la vulgarisation des mathématiques chez les maoris, les premiers habitants de Nouvelle Zélande. Il est probable que des facteurs analogues, mais pas obligatoirement les mêmes, interviennent dans d'autres minorités ethniques qui n'ont pas une forte tradition en mathématiques formelles.

On démontrera que les maoris ont été culturellement détournés des mathématiques et que les tentatives pour surmonter cet état de fait doivent aller au delà de l'introduction superficielle d'éléments de la culture maorie dans une présentation traditionnelle des mathématiques. Des initiatives, proposées par les maoris eux-mêmes et fermement enracinées dans leur propre culture, sont bien plus prometteuses.

UN PEU D'HISTOIRE

Les maoris sont en Nouvelle Zélande depuis environ 1000 ans. On s'accorde à penser qu'ils descendent des polynésiens qui colonisèrent d'abord la Polynésie de l'est. Il y a environ 200 ans eurent lieu les premiers contacts avec des européens, d'abord explorateurs, navigateurs, pêcheurs (pêche à la baleine) et missionnaires, puis, à partir des années 1840, en raison de la colonisation systématique par la Grande Bretagne. Avant ce contact européen, les maoris avaient une culture et un mode de vie stable et cohérent.

Cette culture maorie ne possédait pas d'écriture et comme dans de nombreuses cultures orales – sinon dans toutes – il n'y avait pas de tradition en mathématiques formelles. Un sens intuitif de la géométrie, développé à un haut niveau, est évident

^(*) Article publié dans ICMI : "Papers on the popularization of mathematics" - Leeds - Sept. 1989, sous le titre : "Cultural alienation and mathematics".

[©] L'OUVERT 70 (1993) pour la traduction.

ALIÉNATION CULTURELLE ET MATHÉMATIQUES

dans l'art maori, mais les éléments quantitatifs au sein de la culture sont très limités. Cependant, avec l'arrivée des marchands, les maoris reconnurent bientôt le besoin de mathématiques élémentaires et se montrèrent des élèves doués. Un des premiers missionnaires commente ainsi leurs capacités :

"La plupart d'entre-eux ont entièrement compris les règles simples de l'arithmétique et ont su calculer aisément."

Ces capacités n'ont pas été accueillies avec joie par tous les marchands sans exception, certains d'entre eux suggérant que les missionnaires restreignent leur enseignement au domaine religieux. Leurs motivations étaient claires : il était devenu plus difficile de tromper les maoris. C'est peut-être une illustration élémentaire d'une part du fait que la connaissance mathématiques donne du pouvoir et d'autre part d'une tentative de refuser ce pouvoir à un peuple d'une autre culture.

On pourrait sans doute objecter que là où les tentatives volontaires des marchands d'interdire la connaissance mathématique aux maoris a échoué, la domination de la culture maorie par la culture importée a néanmoins réussi, surtout de façon involontaire.

On voit plus clairement le problème dans les écoles néo-zélandaises. Le pays se pique d'être une société égalitaire et de donner les mêmes chances à tous en matière d'enseignement. Il n'y a bien sûr aucun obstacle légal à l'accès des maoris à l'éducation. Cependant, le système éducatif n'a pas réussi à pourvoir les besoins de la population maorie. Une preuve en est fournie par le "School Certificate Examination" que passent les élèves vers l'âge de 15 ans. Cet examen joue un rôle charnière dans l'enseignement en Nouvelle Zélande. Il ouvre ou ferme la porte à la possibilité d'études longues et, particulièrement en mathématiques, a un rôle très significatif en donnant ou non accès à l'emploi. Les statistiques du Ministère de l'Education néo-zélandais montrent qu'un élève non-maori entré dans le secondaire a environ 3,5 fois plus de chance de quitter l'Ecole avec un niveau acceptable en mathématique au "School Certificate Examination" qu'un élève maori dans les mêmes conditions.

Ce serait une erreur d'attribuer toute cette différence au seul facteur ethnique; d'autres facteurs sont impliqués tel que le statut socio-économique. Cependant, Garden (1984) a trouvé dans l'étude des facteurs ethniques sur les données néo-zélandaises de "l'I.E.A. Second Study of Mathematics" que les résultats présentaient une différence significative qui ne pouvait être attribuée qu'à des caractères ethniques. Les implications sociales et politiques de cette situation sont évidentes de même qu'elles le sont dans le cas des autres minorités ethniques à travers le monde.

ALIÉNATION CULTURELLE ET MATHÉMATIQUES

Les conséquences de l'échec du système éducatif néo-zélandais à pourvoir à la réussite des élèves maoris et à capitaliser l'aptitude de ces derniers pour les mathématiques, ce qu'avaient trouvé les missionnaires, sont profondément établies

et il est probable qu'il n'est pas facile d'y porter remède. Un premier pas important, cependant, c'est de reconnaître cette mauvaise gestion et d'avouer que l'un de ses principaux effets a été que les élèves maoris se sentent culturellement détournés des mathématiques.

Depuis les 150 dernières années, les mathématiques ont été, et sont encore presque toujours, enseignées en anglais, par des professeurs non-maoris, en utilisant des manuels et des méthodes reflétant la culture dominante non-maorie, dans des institutions dont les structures et les valeurs ne prennent pas en compte les structures et les valeurs de la société maorie. Il n'est guère étonnant que des générations d'élèves maoris en soient venues à regarder les mathématiques, parmi d'autres disciplines scolaires telles que les sciences, comme "pakeha", c'est-à-dire comme une discipline non-maorie.

Cette perception culturelle interagit alors avec certaines difficultés cognitives d'une façon angoissante semblable à l'interaction des facteurs cognitifs et affectifs associés à l'anxiété en mathématiques. Quand des élèves maoris ne réussissent pas, que cela soit dû ou non à des facteurs culturels, leur vision des mathématiques comme discipline étrangère en est renforcée. Pourquoi souhaiteraient-ils, ou même voudraient-ils, réussir dans ce domaine "pakeha"? Dans le vocabulaire de la théorie de l'attribution nous avons un cas évident "d'incapacité d'apprentissage".

UNE PERSPECTIVE MAORIE POUR LES MATHÉMATIQUES

Pour un éducateur ayant une formation culturelle occidentale, la méthode évidente pour résoudre ce problème c'est d'introduire des éléments de la culture maorie dans la présentation des mathématiques. Une telle approche reçoit le label "taha maori" (perspective maorie) en Nouvelle Zélande. Celle-ci va jusqu'à essayer d'éliminer les biais culturels dans les manuels en présentant des personnages maoris dans les illustrations, en utilisant des prénoms maoris dans les textes de problèmes et même en numérotant les pages avec des chiffres maoris. Cela présente beaucoup de parallèles avec les tentatives d'élimination du biais relatif au sexe dans l'enseignement des mathématiques. On a aussi profité de l'occasion pour introduire des exemples maoris dans le contenu. Par exemple, on peut présenter les méthodes de navigation polynésienne ou introduire des éléments de l'art maori dans les leçons de géométrie.

De telles initiatives sont, bien sûr, bien intentionnées et des approches analogues ont été essayées dans d'autres parties du monde. Malheureusement, en Nouvelle Zélande au moins, elles ne semblent pas avoir agis. En pratique, elles semblent bénéficier davantage aux élèves non-maoris qu'aux maoris et il est presque sûr qu'elles ne réussissent pas à s'attaquer vraiment au problème de l'aliénation culturelle. Pour les élèves non-maoris, cette approche leur donne une autre perspective alors qu'ils ont déjà une vue sûre des mathématiques et elle leur permet de fortifier leur conscience culturelle. En revanche, les maoris rejettent ces initiatives comme des "symboles de colonialisme" et beaucoup estiment cette approche vraiment dangereuse car elle donne bonne conscience aux "pakeha" sans avoir à faire

ALIÉNATION CULTURELLE ET MATHÉMATIQUES

face aux problèmes réels.

Dans une étude sur l'attitude des élèves maoris envers la science, Stead (1984), démontre que le rejet de la connaissance "pakeha" par les maoris est une réaction au rejet par la culture dominante de Nouvelle Zélande des connaissances et valeurs que les maoris considèrent comme importants. Cette vision est partagée par Cummins (1986) qui insiste sur l'importance du statut social et des relations de force dans toute analyse dans le domaine éducatif des performances d'un groupe minoritaire.

Dans ce cas, dans le but de vulgariser les mathématiques auprès des maoris, on doit les présenter non comme une connaissance "pakeha" à laquelle on a rattaché des éléments de la culture maorie, mais comme une connaissance maorie. De façon idéale, cela devrait comprendre les mêmes techniques que celles qui donnent à la discipline son image culturelle habituelle. Des professeurs maoris enseignant les mathématiques en maori, utilisant des manuels et des documents reflétant la culture maorie, dans des institutions dont les structures et les valeurs sont celles de la société maorie. Bien que loin de cet idéal, les initiatives quotidiennes prises par les maoris eux-mêmes vont tout à fait dans la bonne direction et ont des chances importantes de réussite.

PRESTIGE ET STATUT MAORIS EN RELATION AVEC LES MATHÉMATIQUES

Le principe fondamental de ces initiatives maories est qu'au lieu de commencer par les mathématiques et d'introduire une dimension maorie, on doit commencer par la culture maorie puis introduire une dimension mathématique. Par cette méthode, le statut, la puissance et le prestige, la "mana", sont donnés aux maoris plutôt qu'aux mathématiques. Il n'y a pas d'autres voies qui puissent faire accepter les mathématiques comme connaissance maorie et qui puissent surmonter l'aliénation culturelle.

Cette focalisation sur la culture maorie plutôt que sur les mathématiques se plaçant en amont de toute entreprise de vulgarisation s'applique au moins autant au contexte et aux méthodes de présentation des mathématiques qu'au contenu mathématique lui-même.

Au cœur même de la culture maorie se trouve la langue maorie :

"Ko te reo te mauri o te mana Maori"

La langue est le principe de vie du pouvoir et du prestige du Maori.

Pendant de nombreuses années après l'arrivée des européens, l'usage de la langue maorie fut très fortement découragé. On expliquait qu'il était de l'intérêt même des maoris d'oublier leur ancien mode de vie pour apprendre le mode de vie et les valeurs des colons. On punissait les enfants quand ils parlaient le maori à l'école. Un des résultats de cette assimilation forcée fut que la langue faillit disparaître à jamais. On a cependant assisté récemment à une renaissance de la conscience culturelle des maoris, basée sur le renouveau de la langue. Le maori est de plus

G. KNIGHT

en plus parlé dans les écoles, à la radio, à la télévision et même sur les courts de tennis!

Une des caractéristiques les plus importantes de cette renaissance a été la création par les maoris eux-mêmes d'un programme d'enseignement préscolaire entièrement dans leur langue, programme dénommé "Te Kohanga Reo" (le cocon linguistique). Le succès de cette entreprise a conduit à multiplier le nombre des enseignements bilingues dans le primaire et le secondaire. C'est dans ces programmes qu'on trouve le potentiel nécessaire pour en terminer avec l'aliénation culturelle que les élèves maoris manifestent dans leur relation aux mathématiques. Dans le secondaire, ce n'est que depuis peu que des programmes bilingues ont été mis en place, mais les enseignements en mathématiques y sont difficiles à assurer en raison du manque de professeurs parlant maori. Il reste aussi des difficultés dues aux nécessités d'œuvrer à l'intérieur d'un système dominé par les examens quand ceux-ci reflètent la structure et les connaissances de la société dominante.

En dépit de ces difficultés, une visite à l'une quelconque de ces unités bilingues montrera combien la puissance d'un tel changement de contexte peut influencer l'attitude des élèves envers l'école en général et les mathématiques en particulier. Bien des élèves trouvent pour la première fois que leur "maoritude" peut être un avantage et non un désavantage pour l'apprentissage des mathématiques et que celles-ci peuvent être joyeuses. C'est sans doute une indication de la fin de l'aliénation culturelle. Des recherches entreprises par Wagenacker (1988) montrent également que l'approche bilingue augmente le taux de scolarisation des maoris (à tous les niveaux).

Les contraintes dues aux instructions des examens rendent plus difficiles la dernière étape du changement des contenus et il y a encore ici un gros travail à fournir. Ce serait une aide considérable que de proposer une diminution de ces contraintes. L'approche la plus prometteuse pour y satisfaire est décrite par Begg (1988) : il s'agit d'une approche s'appuyant sur des thèmes dont les sujets sont choisis dans les programmes de langue maorie et les mathématiques associées à ces sujets sont étudiées conjointement à l'étude du langage.

Par exemple, un des thèmes de la langue est "Kai" (nourriture). En classe de langue, les élèves parlent des aliments préférés des maoris, en en cherchant, en faisant pousser les plantes correspondantes, en en préparant, en en cuisinant et ils discutent aussi des habitudes en matière de festins. En cours de mathématiques, ils peuvent débattre des budgets (arithmétique), des volumes, poids, température de cuisson ... (mesure), des courbes de croissance des plantes et des animaux, du temps de cuisson ... (algèbre), de l'analyse des aliments, d'échantillonage (statistique), et de la forme des emballages (géométrie).

Cette approche de l'éducation qui gomme les frontières entre les disciplines est tout à fait en accord avec les méthodes traditionnelles d'apprentissage des maoris.

ALIÉNATION CULTURELLE ET MATHÉMATIQUES

CONCLUSION

A partir de l'expérience néo-zélandaire qui vient d'être décrite, on peut tirer de nombreuses leçons quant à la vulgarisation des mathématiques chez les populations culturellement aliénées.

D'abord, l'initiative du changement provient des maoris eux-mêmes. Des mathématiciens sympathisants non-maoris ont pu y apporter leur contribution mais il est vital qu'ils restent dans un rôle de supporters. Toute tentative de la part de la culture dominante pour superviser et contrôler l'entreprise en changerait de façon critique sa relation avec l'institution et la rendrait inefficiente.

Ensuite, non seulement les relations institutionnelles entre les gens sont importantes, mais également celles entre les valeurs et les différents types de connaissance. Les mathématiques doivent avoir un rôle second et s'adapter à la culture maorie et non pas le contraire. Ceci a des implications à la fois sur le contenu et sur les méthodes de transmission. Le contenu doit provenir de la culture et être transmis par la culture de façon que l'auditoire l'identifie comme étant "ses" mathématiques.

Enfin, l'expérience néo-zélandaire confirme une idée exprimée par Bishop (1988) à savoir que les mathématiciens confondent "l'universalité de la vérité" des idées mathématiques avec les bases culturelles de la connaissance et de l'expression des mathématiques. La solution au problème de l'aliénation culturelle à propos des mathématiques dépend entièrement de l'acceptation ou non de cette idée.

En réponse à leurs désirs d'être à nouveau impliqués et compétents en mathématiques, les maoris ont ouvert la voie à une nouvelle relation entre les mathématiques et la culture ce qui aura des retombées sur d'autres domaines et d'autres cultures.

BIBLIOGRAPHIE

BEGG (A.J.C.), 1988.- Mathematics, Maori Language and Culture.- Texte présenté à ICME 6, Department of Education, Wellington.

BISHOP (A.J.), 1988.— Mathematics Education in its Cultural Context.— Educational Studies in Mathematics, 19:2, pp. 179-191.

Cummins (J.), 1986.— Empowering Minority Students: A framework for Intervention.— Harvard Educational Review, 56:1, pp. 18-36.

DONNAY (J.D.H.) and DONNAY (G.), 1985.— Symmetry and antisymmetry in Maori Rafter Designs. Empirical Studies of the Arts, 3:1, pp. 23-45.

Duncan (J.), 1853.– Progress of the New Zealanders in Civilization and Religion - No. IV.– The Scottish Presbyterian, Nov. 1853, pp. 331-338.

Garden (R.A.), 1984. – Mathematics and Ethnicity. – Report to New Zealand National IEA Committee, Department of Education, Wellington.

KNIGHT (G.H.), 1984a.— The Geometry of Maori Art - Rafter Patterns.— New Zealand Mathematics Magazine, 21:2, pp. 36-40.

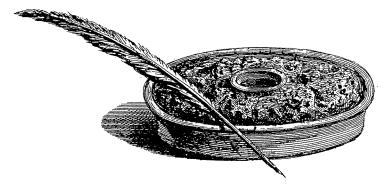
KNIGHT (G.H.), 1984b.— The Geometry of Maori Art - Weaving Patterns.— New Zealand Mathematics Magazine, 21:3, pp. 80-86.

KNIGHT (G.H.), 1985.— The Geometry of Maori Art - Spirals.— New Zealand Mathematics Magazine, 22:1, pp. 4-7.

G. KNIGHT

STEAD (K.E.), 1984.— An exploration of Different Outlooks on Science: Towards an Understanding of the Under-representation of Girls, and of Maori and Pacific Island Students in Science, Ph. D. Thesis, Waikato Unversity, Hamilton.

WAGEMAKER (H.), 1988.— Maori-English Bilingual Education: Tauranga Boy's College.— Research and Statistics Division Research Report Series No. 51, Department of Education, Wellington.



NOUVELLE BROCHURE de S. HAEGEL et du groupe "Histoire des Mathématiques"

LES NOMBRES NÉGATIFS ONT UNE HISTOIRE

L'utilisation des nombres négatifs nous est familière. Pourtant leur histoire nous montre qu'il n'en a pas toujours été ainsi. Leur reconnaissance date à peine de deux siècles! Le nombre, en effet, n'a au départ aucune existence propre, on dit par exemple un cheval, deux moutons.

L'invention des nombres a dont été motivée par le comptage. Le nombre était d'abord entier et toujours suivi d'une unité.

En mathématiques (on devrait dire en géométrie), les nombres représentaient une mesure, mesure de longueur, de surface, de volume, ils étaient évidemment positifs.

Quand les pythagoriciens ont découvert l'incommensurabilité de la diagonale et du côté d'un carré, ils n'ont pas parlé de nouveaux nombres : le Cosmos n'était pas aussi parfait qu'ils le pensaient auparavant. Les nombres entiers étaient, eux, merveilleux. On étudiait leurs propriétés : certains étaient pairs, d'autres triangulaires, d'autres encore parfaits etc...

Léopold Kronecker a dit : "Dieu a fait les nombres entiers tout le reste est l'œuvre de l'homme". L'homme n'avait donc pas inventé les nombres entiers, il découvrait la perfection de la création.

Il en irait donc tout autrement des nombres négatifs? Ils ne feraient pas partie de la création! Ce serait une invention des hommes! Notre propos n'est pas d'entrer dans ce débat théologique.

Où rencontre-t-on les nombres négatifs? Dans quels problèmes apparaissent-ils? Depuis quand les mathématiciens les utilisent-ils? Depuis le développement du commerce accompagné de ses incontournables dettes? Les géomètres laissent ces problèmes aux mathématici (les calculateurs). Pour inventer les nombres négatifs, il a fallu les rencontrer en mathématiques et c'est ce cheminement que nous essayons de suivre dans la brochure.

Pour commander, s'adresser à la bibliothèque de l'IREM de Strasbourg et établir le paiement à l'ordre de M. l'Agent Comptable de l'ULP - IREM. Prix sur place, expédition en Alsace ou envoi à un établissement scolaire en France : 35 F; si envoi à une adresse personnelle (hors Alsace) ou à l'étranger : 50 F.

L'HORLOGE ASTRONOMIQUE DE LA CATHÉDRALE DE STRASBOURG

Jean Lefort



SCHWILGUE

Show she blocker esterninger de la bathelale de Stackerer

A mon annum étie Chéirea Universe souvenir s'avanchement.

J.-B. SCHWILGUÉ, d'après le dessin de Ch.-Aug. Schuler

Vers 1785-1786 un jeune garcon passe son temps à questionner le suisse de garde à l'horloge astronomique de la cathédrale de Strasbourg. Né le 18 décembre 1776, Jean-Baptiste habite à deux pas de là, rue Brûlée, et il a vite fait de revenir régulièrement écouter, sans se lasser, les explications qui sont données sur les splendeurs passées de cette merveille de la mécanique du 16^e siècle. Certes, la foudre et l'usure ont eu raison petit à petit des différents mécanismes et le jeune Schwilgué n'a devant lui qu'une œuvre monumentale figée ou presque: seules fonctionnent encore les aiguilles qui donnent l'heure. Les automates se sont arrêtés depuis longtemps; le célèbre coq ne chante plus. Mais les légendes enjolivent la réalité passée et les légendes dans l'esprit d'un enfant d'une dizaine d'années, qui plus est passionné de mécanique, c'est

tellement important qu'il jura qu'il sera celui qui fera revivre l'horloge. On dit même que ce serment il le fit à haute voix parmi la foule venue admirer l'œuvre de Dasypodius. Mais si à dix ans on peut ainsi décider de son orientation, on dépend encore terriblement de sa famille et il doit bien suivre son père qui, devenu veuf, déménage à Sélestat en 1787 l'éloignant de sa chère horloge. Il en apprendra l'arrêt total en 1788 et son désir de ressuciter cette œuvre n'en sera que renforcé.

[©] L'OUVERT 70 (1993)

J. LEFORT

LA PREMIÈRE HORLOGE

C'est que Strasbourg a une longue tradition d'horloge astronomique et si elle n'est pas la seule ville à s'enorgueillir d'un tel ouvrage, c'est sans doute celle qui est la plus célèbre. Pour toute une communauté, il est impensable de faillir à une tradition qui remonte à plus de 400 ans. Dès la construction de la cathédrale il avait été prévu une horloge monumentale. Mais la construction d'une cathédrale, cela demande plusieurs générations et les plans évoluent. L'horloge, la première connue, est achevée en 1354. Elle est située sensiblement en face de l'horloge actuelle et sa célébrité est due autant aux différents cadrans qu'aux automates. Sa réputation dépasse largement les frontières de l'Alsace comme en témoigne le nombre de demandes de copies émanant de diverses municipalités, demandes qui sont en général acceptées comme celle de Villingen en Forêt-Noire (construite en 1401).

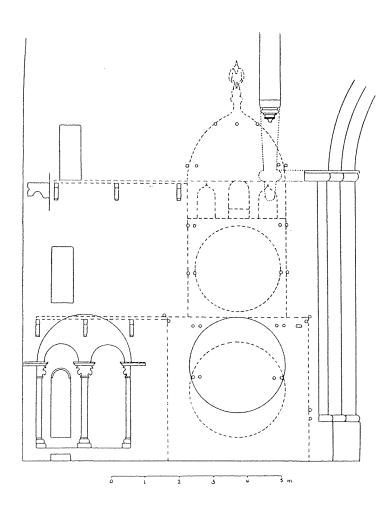


Fig. 1 : Reconstitution de la première horloge, achevée en 1354. Les petits ronds représentent les scellements de plomb qui ont été repérés dans la muraille.

L'HORLOGE ASTRONOMIQUE DE LA CATHÉDRALE DE STRASBOURG

D'une hauteur totale de 11,70 m, l'horloge était installée dans une grande cage en bois scellée au mur. La partie inférieure présentait une façade carrée d'environ 4 m. de côté, façade entièrement occupée par un calendrier d'un diamètre de 2,80 m. qui faisait un tour complet en une année de façon continue; un dispositif particulier permettait de distinguer les fêtes variables, les indications du comput (julien) ainsi que le millésime. La partie médiane ne faisait plus que 2,90 m. de côté et contenait l'essentiel des organes moteurs; en façade se trouvait l'astrolabe établi selon le système géocentrique de Ptolémée : la sphère terrestre au centre et autour le fond étoilé sur lequel se déplaçait l'araignée faisant un tour par jour sidéral. Par dessus les aiguilles du soleil faisaient un tour en 24 heures et l'on voyait aussi les aiguilles de la lune et celles des 5 planètes. Enfin, la partie supérieure contenait les automates : au centre trônait une Vierge à l'enfant; d'une niche latérale sortaient les trois rois mages lorsque sonnaient les heures; ils s'inclinaient devant la Vierge et disparaissaient dans une autre niche pendant qu'un carillon jouait des mélodies de psaumes sur une série de dix timbres; alors, un coq perché au sommet de l'horloge faisait retentir son cocorico en battant des ailes et en agitant la tête.

Ce coq est la seule pièce qui nous soit parvenue et on peut encore l'admirer au musée. De bois massif creusé pour y loger les mécanismes, il est recouvert de plumes de fer forgé, la crête étant de cuivre rouge repoussé. Deux tiges permettent de mettre en mouvement l'automate : la première lui soulève la tête, lui ouvre le bec en faisant avancer la langue tandis que descend la queue; la deuxième écarte les ailes ce qui fait s'écarter en même temps les plumes des ailes.

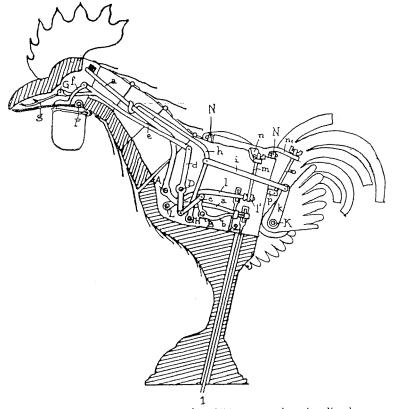
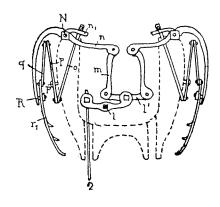


Fig. 2: Le coq automate de 1354; coupe longitudinale

J. LEFORT



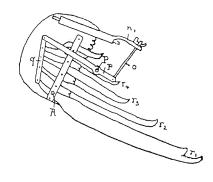


Fig. 3 : Coupe transversale du coq automate. Fig. 4 : Mécanisme des ailes du coq automate.

On sait que différentes réparations furent faites au cours des années. En particulier il y eut une réparation du chant du coq en 1450, mais l'horloge s'arrêta définitivement vers 1500 et on songea à la remplacer vers 1531. De discussions en compromis, un accord fut trouvé vers 1540 pour reconstruire une horloge sur le site actuel, malheureusement les événements politiques et religieux retardèrent les travaux commencés par Herlin et celui-ci mourut en 1562 en laissant une horloge inachevée. Les années passent. Le successeur de Herlin dans la chaire de mathématiques est Conrad Dasypodius. Ayant hérité des manuscrits de son prédécesseur, il les étudie et se prépare à achever l'horloge dès qu'il trouvera la collaboration nécessaire. Cette occasion se présente en 1571 où un contrat est signé entre l'administration de l'œuvre Notre-Dame et les frères Isaac et Josias Habrecht, Dasypodius ayant la responsabilité morale de l'opération.

L'HORLOGE DE DASYPODIUS

Directeur général des travaux, Dasypodius aurait aimé faire plus grand, mais il est contraint de tenir compte du travail réalisé par Herlin; en particulier, il doit conserver l'astrolabe ptoléméen au lieu de placer un planétaire copernicien. Il reste cependant bien des décisions à prendre : calcul des calendriers, calcul des mouvements des automates, choix des engrenages, ... Tombé malade en 1572 il fil appel à son ami Wolkenstein de Breslau pour que son œuvre ne souffrit aucun retard. C'est à cet ami que l'on doit l'établissement des trois cadrans solaires au dessus du portail sud, cadrans indiquant le temps vrai (au dessus), l'altitude et la latitude du Soleil (à gauche) et la durée entre l'instant de l'observation et le lever ou coucher du Soleil (à droite). L'époque étant à la couleur, le peintre Stimmer fut chargé de la décoration qui fut richement colorée. L'horloge fut inaugurée le jour de la Saint-Jean 1574 après trois ans de travail.

Au spectateur, l'horloge se présente ainsi : au premier plan un globe céleste (conservé de nos jours au musée). Ce globe fait une révolution en un jour sidéral de 23 h 56 min 4s, 0945 ce qui correspond à une erreur d'environ 2 s par an. Ce globe est entouré de deux cercles indépendants, l'un portant le Soleil et faisant un tour en 24 h, l'autre portant la Lune et faisant un tour en 24 h 50 min 30 s, 58.

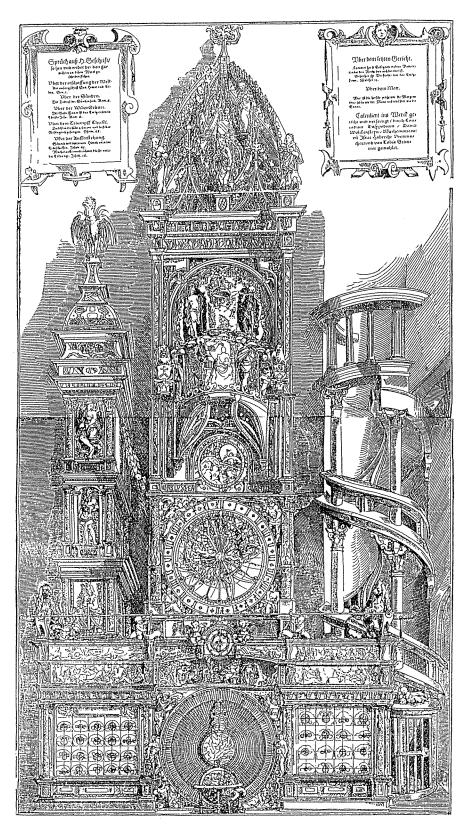


Fig. 5 : L'horloge astronomique de la cathédrale de Strasbourg, construite de 1571 à 1574 Gravure sur bois par Tobie Stimmer en 1574.

J. LEFORT

Sur la partie basse de l'horloge proprement dite se trouve le calendrier d'un diamètre extérieur de 2,92 m sur lequel tourne un anneau de 30 cm divisé en 366 secteurs portant chacun un jour de l'année. La statue d'Appolon indique la date du jour courant. Dans l'échancrure de la règle verticale immobile apparaissent les indications suivantes : le millésime chrétien et juif, la date et l'heure de l'équinoxe de printemps, différentes fêtes mobiles, la ou les lettres dominicales. Ces indications sont peintes sur un cercle tournant d'un centième de tour chaque année ce qui oblige à les repeindre tous les siècles (ce qui sera fait en 1669 en conservant le calendrier julien toujours en vigueur à Strasbourg). De part et d'autre du calendrier se trouvent les tableaux des éclipses de Lune et de Soleil pour le siècle en cours.

Au dessus du calendrier, à l'intérieur d'une niche, on peut voir défiler les chars des jours de la semaine avec Appolon pour Dimanche et Diane pour Lundi. (Mars, Mercure et Saturne ont été conservés dans l'horloge actuelle les autres ayant été perdus ont été remplacés par des copies d'après les dessins de Stimmer.)

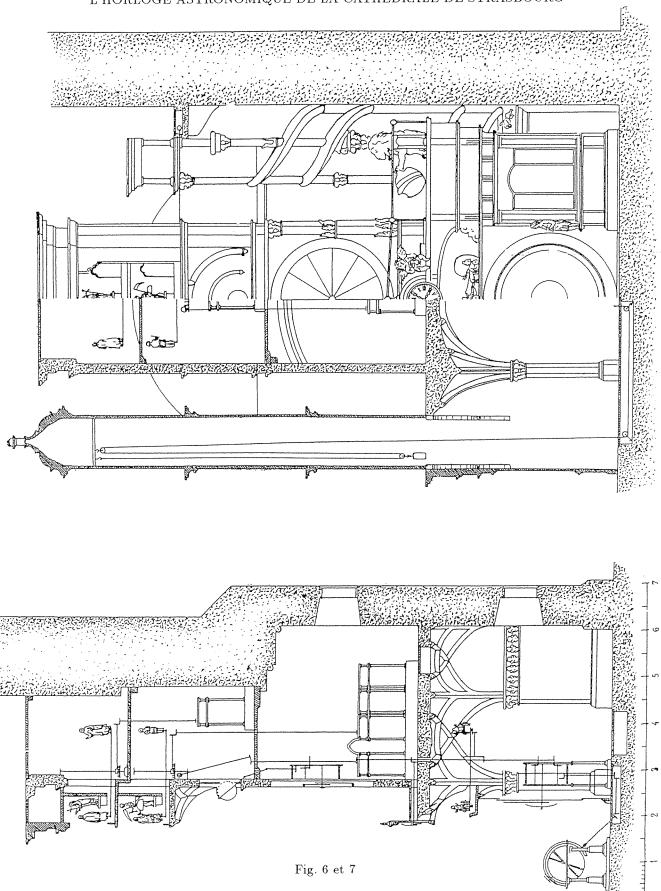
Au dessus de la niche, un petit cadran comportant une seule aiguille effectuant un tour par heure (aiguille des minutes) avec, de part et d'autre, deux génies, l'un battant les coups des heures, l'autre retournant un sablier tous les quart d'heure.

Au dessus, dans la partie centrale de l'horloge, il y a l'astrolabe : c'est un fond de ciel, centré sur la latitude de Strasbourg, représentant les étoiles visibles et qui tourne en un jour sidéral. Une aiguille représentant le Soleil fait un tour en 24 h (deux fois 12 h). 5 autres aiguilles représentant les planètes tournent également : Mercure et Vénus sont solidaires de l'aiguille du Soleil, Mars fait un tour en 729 jours (?), Jupiter en 12 ans et Saturne en 30 ans.

Au dessus encore, un système ingénieux formé de deux disques diamètralement opposés tournant en deux mois lunaires derrière un cache indique les phases de la Lune. Une aiguille indique le jour du mois lunaire. Couronnant le tout, viennent les automates, tout d'abord les quatre âges, un enfant, un adolescent, un guerrier et un vieillard, disposés sur un disque tournant d'un quart de tour chaque quart d'heure et sonnant un à quatre coups en se tournant vers le spectateur. Et enfin, le Christ et la mort sonnant les heures en un aller-retour fulgurant. Sur la tour de gauche, Dasypodius a replacé le coq de l'horloge précédente qui "cocoricote" et s'anime à chaque heure.

Toutes les pièces sont en fer forgé et on comprend qu'un entretien régulier soit nécessaire. On en chargea la famille Habrecht à titre héréditaire et c'est ce qu'elle fit jusqu'à son extinction en 1732. Il est curieux de constater que c'est l'artisan Isaac Habrecht qui recueillit toute la gloire de l'horloge alors que toutes les imperfections étaient attribuées au concepteur Dasypodius. Peut-être parce que Dasypodius mourut en 1601 et que Habrecht lui survécu 19 ans après avoir réalisé des copies pour différents souverains.

Malheureusement les horlogers successifs ne sont pas toujours à la hauteur de la tâche et s'il y eut des améliorations bien souvent, quand un mécanisme ne fonctionnait plus on se contentait de le débrayer.



C'est ainsi que le chant du coq dut être actionné à la main à partir de 1640 suite aux dégats de la foudre. Finalement en 1788 l'horloge s'arrête, complètement bloquée par la crasse d'huile et de poussière.

On envisagea bien sûr de la réparer ou de la remplacer, mais l'époque est troublée par des événements politiques d'importance et il y a plus urgent que de s'occuper de l'horloge.

L'ŒUVRE DE SCHWILGUÉ

La révolution n'épargne pas le jeune Schwilgué. Les collèges sont fermés et, toujours à son idée, il étudie seul avec le secours de différents traités, la mécanique, l'horlogerie et les mathématiques. Il faut croire que ce fut avec succès puisqu'il est chargé en 1808 de la chaire de mathématiques du collège de Sélestat, chaire qu'il occupera jusqu'en 1827. Parallèlement, il fonde une petite entreprise de pendulerie et d'horlogerie. S'étant impliqué dans la propagation du système décimal, il est nommé vérificateur des poids et mesures de l'arrondissement de Sélestat, travail qu'il accomplit de 1808 à 1825. Cet emploi l'orienta naturellement vers les balances et bascules pour le perfectionnement desquelles il obtînt un brevet qu'il exploita à partir de 1823 avec Rollé. C'est en 1827 qu'il revient à Strasbourg, rue Brûlée, en face de sa maison natale, pour diriger l'entreprise Rollé et Schwilgué. On voit par là qu'il n'a toujours pas perdu de vue la restauration de l'horloge de la cathédrale.

En fait, depuis toujours il dresse des plans. C'est en cherchant à démontrer qu'il serait impossible de trouver un processus mécanique donnant les indications du comput grégorien qu'il trouva une solution! En 1821 il en avait réalisé un modèle qui attira l'attention des connaisseurs. Il le présenta à Paris chez des astronomes puis au Roi Louis XVIII.

Il n'est donc pas étonnant qu'en 1827 le maire de Strasbourg lui demande un rapport sur l'état de l'horloge et sur une estimation des dépenses nécessaires à sa restauration. Cela permet à Schwilgué d'étudier de près l'horloge de Dasypodius. Son admiration reste entière en raison de l'époque reculée de sa conception mais il n'en constate pas moins la médiocrité actuelle. Il propose donc trois solutions : 1) une remise en l'état primitif, 2) une modification avec remplacement des parties les plus défectueuses, 3) une reconstruction à neuf selon sa conception. C'est évidemment cette dernière solution qu'il préconise mais il n'en cache pas le coût substantiel ce qui entraîne pas mal de tergiversations. Ce n'est qu'en 1832 qu'un nouveau maire relance l'affaire, d'où un nouveau devis où Schwilgué s'engage plus à fond pour une remise à neuf; il écrit d'ailleurs dans ses mémoires : "Je ne pouvais consentir à me charger seulement d'une partie, attendu que le public, en voyant ce rétablissement incomplet, pourrait croire que je n'étais pas capable de faire fonctionner la partie astronomique. D'ailleurs je faisais remarquer en même temps, que de restaurer un ouvrage qui n'était plus à la hauteur de notre époque, c'était perpétuer des erreurs". Le 4 août 1836, le Conseil Municipal vote un crédit de 10 000 francs et demande de nouveaux rapports.

La commande définitive est enfin passée le 26 mai 1838 pour un montant total

de 32 400 francs plus 8 000 francs de gros œuvre et maçonnerie. Schwilgué se doit de seulement restaurer l'horloge dans un délai de trois ans : tout travail supplémentaire qu'il serait amené à entreprendre doit au préalable être soumis au vote du Conseil Municipal et à l'approbation du Préfet.

A partir de cette date, Schwilgué va se consacrer entièrement à l'horloge. Il se sépare de son associé Rollé, vend son fonds industriel ... ne conservant que la fabrication des horloges d'édifice. Les travaux commencent le 24 juin 1838 avec des ouvriers qu'il avait eu soin de former depuis quelques années ainsi qu'avec son fils Charles et Albert Ungerer. Bien que contraint de conserver l'ancienne structure extérieure, ce qui lui causa des soucis et posa quelques problèmes, Schwilgué ne s'en tînt pas du tout au cahier des charges (et c'est heureux pour nous). L'horloge fonctionna pour la première fois le dimanche 2 octobre 1842 à l'occasion du 10^e congrès scientifique de France qui avait lieu à Strasbourg. Des réglages et des essais furent encore nécessaires et l'inauguration avec la mise en route définitive eut lieu le 31 décembre 1842 à minuit au cours d'une grande fête avec cortège aux flambeaux, etc ... On fêtait autant l'horloge retrouvée que son architecte.

Nous avons vu que Schwilgué ne s'était pas tenu au cahier des charges. En fait il avait largement dépassé les devis et les délais sans jamais en référer au Conseil Municipal. Le 10 mars 1843 il remit à ce Conseil un mémoire contenant, entre autre, le décompte suivant :

Travaux selon le cahier des charges:	32 400,00
Travaux en sus du cahier des charges:	36 863,25
Gros œuvre selon cahier des charges:	8 000,00
Gros œuvre en sus du cahier des charges:	4 000,00
	81 263,25

(ce qui correspond à plus du double de ce qui était prévu). (*) Il terminait sa lettre par : "Ayant eu à cœur de procurer à la ville de Strasbourg un monument aussi remarquable pour notre époque tellement avancée dans les sciences et dans les arts mécaniques, que l'a été pour le XVI siècle l'horloge de Dasypodius et des frères Habrecht, je n'ai craint aucun sacrifice, je n'ai reculé devant aucune difficulté pour rendre mon œuvre en tout digne d'attirer l'attention du public et l'admiration des étrangers et des connaisseurs. A cet effet j'ai enrichi l'horloge de toutes les inventions et de toutes les découvertes que j'ai faites dans le cours de mes travaux, et j'ai apporté à toutes les pièces qui composent cette œuvre une exécution poussée jusqu'au dernier degré de perfection.

En dehors de mes engagements prévus par le devis du 16 mai 1836, j'ai construit plusieurs nouveaux mécanismes et moteurs et j'ai fait un grand nombre de travaux dont les principaux sont détaillés dans le mémoire ci-joint.

^(*) Un bon ouvrier artisan gagnait alors environ 3 F/jour mais il est difficile de faire une comparaison avec aujourd'hui étant donné que la structure des prix et que les marchandises disponibles n'avaient rien à voir avec ce que nous connaissons en 1993.

Enfin, pour arriver à la dernière limite de la précision, non seulement dans l'exécution des mécanismes, mais encore dans celle de toutes les autres pièces de cette horloge, il m'a fallu construire plusieurs machines neuves, ayant chacune une destination spéciale pour telle ou telle partie de cette œuvre. La création de ces machines et de ces instruments n'a pas coûté peu de peine, et n'a pas entraîné à de petites dépenses. Quelques-unes de ces machines se trouvent également détaillées dans le mémoire ci-joint".

Le 14 décembre 1843 le Conseil Municipal chargea une commission d'étudier le travail et les décomptes de Schwilgué et le 7 février 1844 le dit conseil vota à l'unanimité:

- le réglement des dépenses engagées par Schwilgué,
- une somme de 20 000 francs pour rémunération de son travail personnel,
- les intérêts des sommes déboursées en sus du devis; soit un total de 101 725,90 francs. Ce simple vote, à lui seul, montre l'enthousiasme de ses contemporains.

Schwilgué avait remis les plans à l'œuvre Notre-Dame. Il pensait encore publier un descriptif très complet de l'horloge. Mais des événements familiaux (le décès de deux de ses fils), et la fatigue de l'âge l'en empéchèrent. Il décède le 5 décembre 1856 et est enterré au cimetière Ste Hélène. Son fils Charles lui survivra peu (il sera paralysé en 1858) et ce sont les frères Ungerer qui reprendront la tradition. La maison Ungerer a fermé ses portes voici quelques années et restait un grand dans la construction des horloges monumentales (Orly, Strasbourg les Halles, Sydney, . . .).

UN PROBLÈME DE MÉCANIQUE

Pour avoir tous fait du vélo et connaître le principe du changement de vitesse, nous savons que si nous engrenons un pignon de p dents avec un autre de q dents, le rapport des vitesses de rotation de chacun des pignons sera p/q (ou q/p). Même si, comme nous le verrons plus loin, on peut envisager des systèmes mécaniques qui assurent l'addition des vitesses de rotation, pour des raisons de simplicité et minimisation des frottements on se contente de produits ou de quotients. On se heurte alors au problème de la décomposition en facteurs premiers. Pour des questions de poids et de résistance des matériaux, la dimension des roues dentées de l'horloge astronomique est limitée à environ 500 dents. Une recherche rapide m'a donné 420 pour plus grande valeur. Le façonnage des dents se fait à l'aide d'un "plateau diviseur" (instrument amélioré par Schwilgué), la difficulté étant d'avoir une division de la circonférence en un nombre premier de dents. A ma connaissance, le plus grand nombre premier utilisé est 281 (60^e nombre premier), on trouve aussi 269 (57° nombre premier), puis les nombres composés $382 = 2 \times$ 191, $341 = 11 \times 31$, $334 = 2 \times 167$, $327 = 3 \times 109$, $318 = 2 \times 3 \times 53$, ... A l'opposé, il est difficile d'avoir un trop petit nombre de dents : le minimum est 6 et le plus petit nombre premier utilisé seul est 17.

Schwilgué se heurte donc au problème de remplacer les fractions correspondant à certains mouvements astronomiques non seulement par des fractions plus simples

mais par des fractions dont la décomposition en facteurs premiers ne fait intervenir que des petits nombres premiers. Par exemple, la période de révolution de la ligne des nœuds de la Lune est d'environ 18,6 ans. Schwilgué a adopté la valeur mesurée à son époque de 587 371 310 secondes dont la décomposition comporte le nombre premier 58 737 131. Que l'on rapporte ce nombre à la durée du jour solaire moyen de 86 400 s ou du jour sidéral plus court d'environ 4 minutes ne fait pas disparaître cet énorme nombre premier (le fait que la valeur actuellement adoptée soit voisine de 586 960 214 s ne change pas le problème : 586 960 214 = $2 \times 797 \times 368 231$).

APPROXIMATION RATIONNELLES D'UN RÉEL

Il y a essentiellement deux façons, qui se recoupent, de remplacer un réel (rationnel ou non) par un rationnel plus simple.

- a) Les suites de Farey : Voyons-le sur l'exemple de $\sqrt{2}$. On encadre $\sqrt{2}$ par les deux entiers voisins $1/1 < \sqrt{2} < 2/1$ puis on calcule la fraction obtenue en ajoutant entre eux les numérateurs et entre eux les dénominateurs $\frac{1+2}{1+1} = \frac{3}{2}$ et on place cette nouvelle fraction par rapport à $\sqrt{2}$; ici $1/1 < \sqrt{2} < 3/2$ et on itère le processus : $\frac{1+3}{1+2} = 4/3 < \sqrt{2} < 3/2$, etc ... Ainsi le meilleur encadrement de $\sqrt{2}$ avec des fractions de dénominateurs au plus 50 est : $41/29 < \sqrt{2} < 58/41$. Si le nombre est rationnel, le processus s'arrête, sinon il se continue indéfiniment donnant, comme ici pour $\sqrt{2}$, des encadrements de plus en plus précis.
- b) Les fractions continues : Voyons-le sur l'exemple de π . On écrit π sous forme de sa partie entière $a_0 = 3$ plus l'inverse d'un réel a_1 , d'où $\pi = 3 + 1/a_1$ et on recommence sur $a_1 = 7 + 1/a_2$, $a_2 = 15 + 1/a_3$, $a_3 = 1 + 1/a_4$, etc . . . d'où :

$$\pi = 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

On note $\pi = (a_0; a_1, a_2, a_3, \ldots)$). Si à chaque étape on néglige les a_i suivants, on obtient les rationnels $R_0 = 3, R_1 = 3 + 1/7 = 22/7, R_2 = 3 + 1/(7 + 1/15) = 333/106, R_3 = 3 + 1/(7 + 1/(15 + 1/1)) = 355/113$, etc ... appelés réduites. Si le nombre de départ est rationnel, le processus s'arrête, sinon il se continue indéfiniment. On démontre que les réduites sont alternativement plus grandes et plus petites que le réel choisi. On retrouve ces réduites parmi les termes des suites de Farey.

c) Interprétation géométrique : Dans un repère orthonormé, associons à chaque réel r la droite de pente r passant par l'origine O. A un irrationnel correspond une droite ne passant par aucun point à coordonnées entières; à un rationnel p/q correspond une droite passant par les points (nq, np) avec n entier. On peut également identifier une fraction p/q avec le point de coordonnées (q, p). En nous limitant au quart de plan $x > 0, y \ge 0$, l'ensemble des points à coordonnées entières au dessus (resp. au dessous) de la droite D de pente r admet une enveloppe convexe qui est une ligne polygonale asymptote à D. Les sommets de cette ligne polygonale correspondent exactement aux réduites de r supérieures (resp. inférieures) à r.

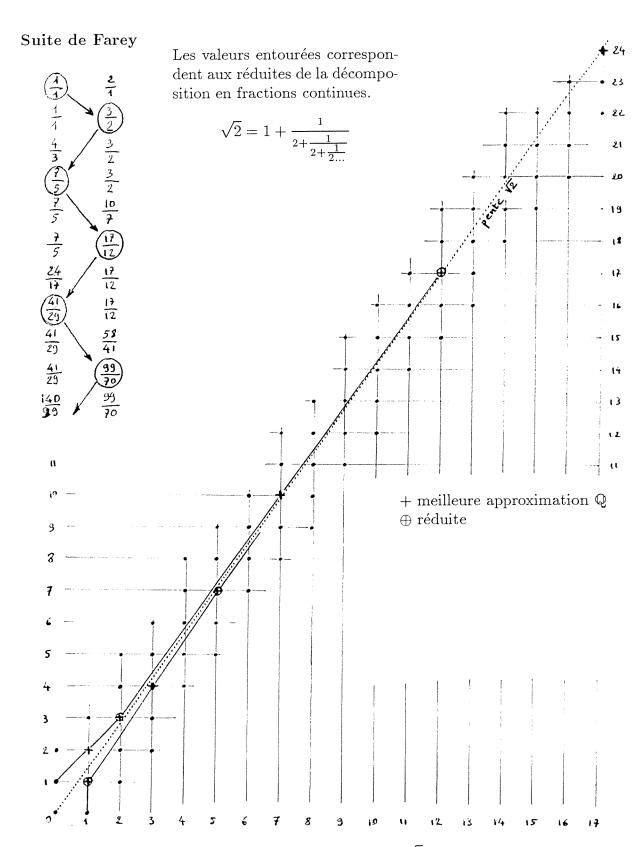


Fig. 8 : Quelques approximations de $\sqrt{2}$

Les éléments des suites de Farey donnant les meilleurs encadrements de r sont tous les points à coordonnées entières de cette ligne polygonale.

L'opération $a/b \oplus c/d = (a+c)/(b+d)$ utilisée dans les suites de Farey correspond à un calcul de barycentre. En effet :

$$\frac{a+c}{b+d} = \left(\frac{b}{b+d}\right)\frac{a}{b} + \left(\frac{d}{b+d}\right)\frac{c}{d}$$

ce qui prouve que la droite de pente (a+c)/(b+d) sera plus proche de celle des deux droites dont la pente a/b ou c/d a le plus grand dénominateur.

En combinant à l'aide de l'opérateur \oplus les différentes meilleures approximations rationnelles on peut obtenir d'autres approximations mais qui ne sont pas les meilleures au sens précédent, c'est-à-dire dont le dénominateur n'est pas le plus petit possible pour la précision obtenue.

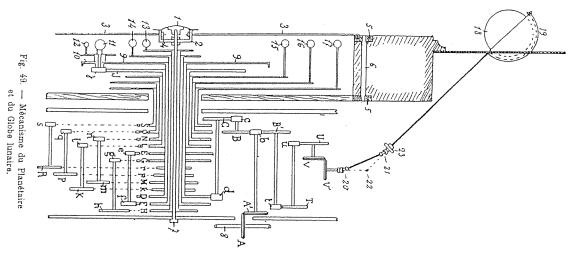
APPLICATION AU PLANÉTAIRE

Le mouvement des différentes planètes est rapporté au mouvement annuel de la Terre. Or, 1 an = 31 556 928 secondes (= $2^6 \times 3 \times 13 \times 47 \times 269$). La figure 9 donne les durées de révolution choisies et celles obtenues. Complétons-la par les données ci-après :

Planète	Durée de révolution en secondes	Décomposition en
		fraction continue
Mercure	$7\ 600\ 457 = 5^2 \times 19 \times 16\ 001$	(4; 6,1,1,2,1,1,1,1,2,1,3)
Vénus	$19\ 413\ 685 = 5 \times 3\ 882\ 737$	(1; 1,1,1,2,30,1,13,4,2,1)
Mars	$59\ 350\ 724 = 2^2 \times 14\ 837\ 681$	$(0;1,\!1,\!7,\!2,\!1,\!1,\!2,\!4,\!1,\!1,\!4,\!1,\!1,\!1)$
Jupiter	$374\ 163\ 25 = 2 \times 5^3 \times 59 \times 25\ 367$	$(0;11,\!1,\!5,\!1,\!53,\!1,\!15,\!26,\!2,\!1)$
Saturne	$928\ 535\ 410 = 2 \times 5 \times 11 \times 17 \times 97 \times 5\ 119$	(0;29,2,1,1,3,1,8,47,1,1,1,2)

En notant, comme précédemment, R_i la ième réduite, les fractions utilisées sont respectivement : pour Mercure, R_9 , pour Vénus, $R_7 \oplus R_6$, pour Mars, $R_{11} \oplus R_{12}$, pour Jupiter, R_6 et pour Saturne, R_7 .

L'erreur maximale commise est de 13 secondes sur la durée de révolution de Jupiter mais il s'agit de 13 s sur plus de 11 ans soit guère plus de 1 s, par an. Or tous les mécanismes sont réglables (il le fallait, ne serait-ce que pour ajuster la mise en route) et si l'écart devient trop important, une mise à l'heure partielle peut être faite. De toute façon, étant donné l'échelle du planétaire et la taille des planètes sur le fond du ciel, ce genre d'erreur est négligeable pendant très longtemps. Il n'en est pas de même dans l'exemple suivant.



= 10 269	$\frac{c}{C} = \frac{10}{188}$	156	Terre: A=A':	:
11	$\frac{1}{L} = \frac{14}{196}$	ii	Lune:	1
	-	$\frac{g}{G} = \frac{44}{240}$	Mercure:	4
	$\frac{f}{F} = \frac{31}{221}$	A. A	Vénus:	
	$\frac{n}{N} = \frac{53}{213}$	$\frac{m}{M} = \frac{95}{203}$	Mars:	
	$\frac{q}{Q} = \frac{32}{232}$	Į.	Jupiter:	
	$\frac{s}{S} = \frac{20}{212}$	1	Saturne:	

Rapports des engrenages de ce mécanisme:

10746 j. 22 h. 30 m. 2,15 s.	$\frac{290}{8533} = \frac{58}{161} \times \frac{20}{212}$	31 556 928 928 535 4 10	10746 j. 22 h. 30 m. 10 s.	SATURNE
4330 j. 14 h. 14 m. 23,5 s.	384 96 × 39 4553 157 × 239	31 556 928 374 163 250	4390 j. 14 b. 14 m. 10 s.	JUPITER
686 j. 22 h. 18 m. 43,87 s.	$\frac{10759}{20235} = \frac{203}{95} \times \frac{53}{213}$	31 556 928 59 350 724	686 j. 22 h. 18 m. 44 s.	MARS
294 j. 16 h. 41 m. 25,68 s.	$\frac{6107}{3757} = \frac{197}{17} \times \frac{31}{221}$	81 556 928 19 413 685	294 j. 16 h 41 m. 25 s.	VÉNUS
87 j. 23 h. 14 m. 35,79 s.	$\frac{3060}{737} = \frac{240}{44} \times \frac{102}{134}$	31 556 928 7 600 4 75	87 j. 23 h. 14 m. 35 s.	MERCURE
DURÉE DE RÉVOLUTION OBTENUE	RAPPORT CHOISI	RAPPORT ETANT A RÉALISER	DURČE DE REVOLUTION DEVANT ÉTRE RÉALISÉE	PLANÈTE

Fig. 9 : Mécanisme du planétaire et du Globe lunaire.

DU JOUR SOLAIRE MOYEN AU JOUR SIDÉRAL

On sait que si un même méridien terrestre met 24 h pour revenir face au Soleil, il met environ 4 minutes de moins pour revenir face à la même étoile (ce qu'on appelle le jour sidéral). Cette différence provient du fait que la Terre avance sur son orbite; sur l'année il y a un tour d'écart.

Schwilgué a pris comme durée de l'année tropique (notre année ordinaire) 365 j 5 h 48 min 48 s = 31 556 928 s. Donc la durée du jour sidéral est :

$$\frac{365 \text{ j } 5 \text{ h } 48 \text{ min } 48 \text{ s}}{366 \text{ j } 5 \text{ h } 48 \text{ min } 48 \text{ s}} = \frac{31 \text{ } 556 \text{ } 928}{31 \text{ } 643 \text{ } 328} = \frac{2^6 \times 3 \times 13 \times 47 \times 269}{2^6 \times 3 \times 164 \text{ } 809}.$$

Il lui faut donc construire des engrenages fournissant le rapport $R = \frac{13 \times 47 \times 269}{164~809} = \frac{164~359}{164~809}$. Pour cela il va utiliser deux méthodes. L'une approchée qu'il mettra en œuvre sur le mécanisme du mouvement lunaire, l'autre exacte qu'il mettra en œuvre pour le mouvement de la sphère céleste.

1) Une méthode approchée : Elle est basée sur les fractions continues. Ici le rapport R se décompose en (0; 1,365,4,7,1,3,1,2) ou bien en (0; 1,365,4,7,1,3,1,1,1). Cette dernière décomposition conduit aux réduites :

$$R_{1} = \frac{1}{1}; \quad R_{2} = \frac{365}{366}; \quad R_{3} = \frac{1461}{1465} = \frac{3.487}{5.293};$$

$$R_{4} = \frac{10592}{10621} = \frac{2^{5}.331}{13.19.43}; \quad R_{5} = \frac{12053}{12086} = \frac{17.709}{2.6043};$$

$$R_{6} = \frac{46751}{46879} = \frac{46751}{7.37.181}; \quad R_{7} = \frac{58804}{58965} = \frac{2^{2}.61.241}{3.5.3931};$$

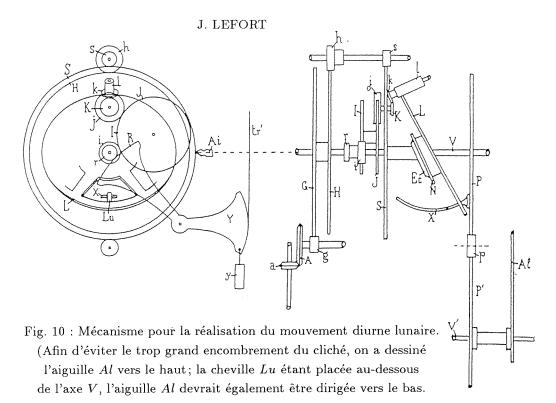
$$R_{8} = \frac{105}{105} \frac{555}{844} = \frac{3.5.31.227}{2^{2}.47.563} \text{ et } R_{9} = R.$$

La meilleure réduite ne faisant intervenir que des nombres premiers assez petits est R_4 , malheureusement l'écart avec R, qui est d'environ 1 s. en 5 ans, est trop important. Schwilgué, par tâtonnement, va prendre $R \oplus R_8 \oplus R_3 = \frac{271\ 375}{272\ 118} = \frac{5^3.13.167}{2.3.7.11.19.31}$ qui ne donne qu'une erreur de 1 s. en un peu plus d'un siècle.

Dans le cadre du mouvement lunaire illustré sur la figure 10, le rapport $\frac{271\ 375}{272\ 118}$ doit être multiplié par 12 car le mouvement est produit par un arbre qui fait un tour en 2 h. Cela conduit au choix suivant pour les engrenages :

$$\frac{334}{28} \times \frac{65}{341} \times \frac{300}{57} = \frac{G}{g} \times \frac{h}{H} \times \frac{S}{s}.$$

Sur la figure, les roues G et H sont solidaires et folles sur l'axe V; de même la roue S est folle sur ce même axe. Ce choix des valeurs numériques permet d'avoir des roues de dimensions comparables.



2) Une méthode exacte : Comme dans la fraction R c'est le dénominateur qui pose problème, car c'est un grand nombre premier, on prend l'inverse de R et on écrit :

 $\frac{1}{R} = \frac{164\ 809}{164\ 359} = 1 + \frac{450}{164\ 359} = 1 + \frac{450}{13.47} \times \frac{1}{269}$

et on utilise un montage avec engrenages satellites pour traduire l'addition (fig. 11). Les roues d et e, solidaires ont un axe fixé sur la roue B et entraîné par elle. Les roues C et D sont solidaires et folles sur l'axe Z, de même les roues E et F. Alors pour un tour de B, la roue C décrit (B/b).(c/C) tours; il en est de même de D qui avance donc sur B de $(\frac{B}{b}.\frac{c}{C}-1)$ tours. Cette avance est compensée par la rotation de d et e. Par suite E avance sur B de $\frac{D}{d}.\frac{e}{E}(\frac{B}{b}.\frac{c}{C}-1)$ tours. Pour avoir la rotation totale de E il faut ajouter le tour effectué par B, d'où la formule :

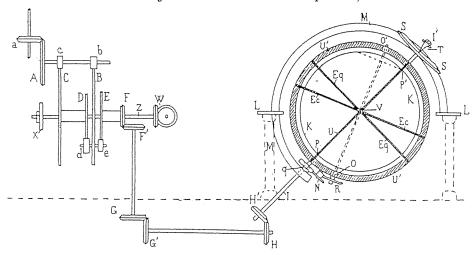


Fig. 11 : Mécanisme du Temps sidéral et la Sphère céleste.

Pour un tour de B, e fait $1 + \left(\frac{D}{d} \cdot \frac{e}{E} \left(\frac{B}{b} \cdot \frac{c}{C} - 1\right)\right)$.

Schwilgué a utilisé les engrenages suivants :

$$\frac{a}{A} = \frac{45}{72}; \frac{b}{B} = \frac{18}{270}; \frac{c}{C} = \frac{18}{269}; \frac{d}{D} = \frac{26}{100}; \frac{e}{E} = \frac{18}{94}$$

puis F = F', G = G' et H = H'. On vérifie qu'on obtient bien le rapport voulu :

$$1 + \left[\frac{D}{d} \frac{e}{E} (\frac{B}{b} \frac{c}{C} - 1) \right] = 1 + \frac{100}{26} \frac{18}{94} (\frac{270}{18} \frac{18}{269} - 1)$$
$$= 1 + \frac{50}{13} \frac{9}{47} (\frac{270}{269} - 1)$$
$$= 1 + \frac{450}{13.47} \frac{1}{269}$$

La roue A assure l'entraînement et les roues F, F', G, G', H et H' la transmission à la sphère céleste.

LES INÉGALITÉS DES MOUVEMENTS DE LA LUNE (ET DU SOLEIL)

Les différents engrenages ne peuvent transmettre qu'un mouvement régulier, celui du "moteur". Or il s'agit de traduire le mouvement apparent de la Lune et du Soleil et l'on sait que le système Terre-Lune-Soleil est un exemple du problème des trois corps, problème qui n'est pas résoluble par des quadratures; on démontre même que les solutions sont cahotiques à l'échelle du million d'années, bien qu'à l'échelle des temps historiques on puisse considérer que le mouvement est la somme de mouvements périodiques que l'on rapporte à un mouvement képlérien moyen. La Lune étant le corps le moins massif, c'est elle qui subit les plus fortes perturbations. Schwilgué n'a pris en compte que les cinq plus importantes que nous détaillons ci-après. En ce qui concerne le mouvement apparent du Soleil, les choses sont plus simples et il n'est besoin que de trois corrections (fig. 13). Pour des raisons esthétiques, Schwilgué a placé les appareils correcteurs de part et d'autres de ceux correspondant au mouvement de la Lune. Pour abréger l'exposé nous n'étudions ici que les inégalités du mouvement lunaire.

L'anomalie : Elle traduit la lente rotation du périgée. L'intervalle séparant deux passages au périgée est de 27 j 13 h 18 min 34 s et est appelé mois anomalistique.

L'évection : Elle traduit une modification de l'excentricité de l'orbite. Sa période est de 31 j 19 h 29 min 11, 453 s.

La variation: Elle se traduit par une accélération (quand la Lune se dirrige vers le Soleil) ou un retard (quand la Lune s'éloigne du Soleil). La variation a une période de 29 j 12 h 44 min 3 s appelée mois synodique.

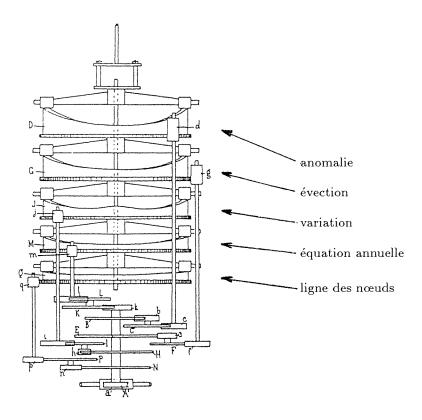
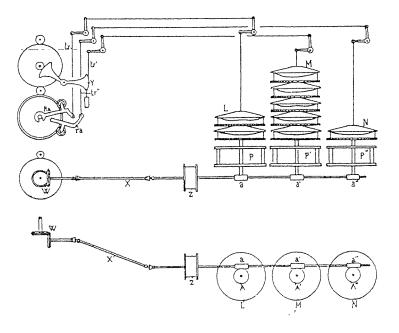


Fig. 12 : Mécanisme des équations lunaires.



 ${\rm Fig.~13:Sch\acute{e}ma~du~m\acute{e}canisme~des~\acute{e}quations~et~transmissions~qui~influencent}$ la marche des aiguilles solaire et lunaire.

L'équation annuelle : Elle traduit l'influence plus forte du Soleil quand la Terre (donc la Lune) est au périhélie plutôt qu'à l'aphélie. Sa période, évidemment proche de l'année, vaut 365 j 6 h 13 min 57 s qui représente l'année anomalistique (intervalle de temps séparant deux passages de la Terre au périgée).

L'équation de la ligne des nœuds : C'est elle qui traduit la lente rotation de plan de l'orbite lunaire en 18,6 ans. La droite d'intersection de ce plan avec le plan de l'écliptique (plan de l'orbite terrestre) est appelée "ligne des nœuds". Cette ligne joue un rôle important dans l'étude des éclipses car celles-ci ne peuvent avoir lieu que si la Lune est au voisinage de l'écliptique (donc d'un des nœuds) (*). L'intervalle séparant deux passages au nœud ascendant, dit mois draconitique) vaut 27 j 5 h 5 min 35,8 s.

Pour transmettre ces perturbations, Schwilgué a imaginé le mécanisme suivant : pour chacune d'entre elles, la courbe représentative de deux périodes est tracée sur un cylindre de manière que deux points diamétralement opposés soient à la même hauteur. Une traverse horizontale coulisse dans un plan fixe passant par l'axe du cylindre et monte ou descend d'une quantité proportionnelle à l'amplitude de la perturbation à l'instant considéré (fig. 12).

Les différents cylindres sont empilés les uns au dessus des autres, chacun reposant sur la traverse horizontale du précédent, ce qui fait que la traverse la plus haute a un mouvement vertical correspondant à la somme des amplitudes des diverses perturbations.

Le mécanisme d'entraînement doit tenir compte de la hauteur variable de chaque cylindre. C'est pourquoi les pignons sont d'autant plus longs qu'ils agissent sur des cylindres placés plus haut. Pour limiter leur taille, Schwilgué a d'ailleurs situé le mécanisme correspondant aux perturbations les plus importantes en haut du système, donc dans l'ordre décroissant : anomalie, évection, variation, équation annuelle, équation de la ligne des nœuds.

L'entraînement étant assuré par un arbre faisant un tour en un jour moyen soit en 86 400 secondes, Schwilgué s'est, ici encore, heurté au problème de trouver des fractions simples approchant les fractions exactes. Le tableau ci-après montre comment il a résolu ce problème :

^(*) C'est essentiellement grâce à une came tournant en environ 18,6 ans que Schwilgué a réussi à matérialiser les éclipses. Une aiguille portant le disque lunaire est ainsi allongée ou raccourcie, ce qui lui permet de passer ou non devant le disque solaire emporté par une autre aiguille. Un mécanisme analogue traite les éclipses de Lune.

	Période à réaliser	Rapport à réaliser	Rapport choisi	Période obtenue
anomalie	27 j 13 h 18 m 34 s	2 380 714 86 400	70 209 2 548	27 j 13 h 18 m 33,34 s
évection	31 j 19 h 29 m 11,453 s	2 748 551,453 86 400	74 090 2 329	31 j 19 h 29 m 11,3 s
variation	29 j 12 h 44 m 3 s	2 551 443 86 400	51 649 1 749	29 j 12 h 44 m 2,881 s
équation annuelle	365 j 6 h 13 m 57 s	31 558 437 86 400	226 461 620	365 j 6 h 13 m 56,13 s
équation de la ligne des nœuds	27 j 5 h 5 m 35,8 s	2 351 135,8 86 400	49 880 1 833	27 j 5 h 5 m 35,84 s

On vérifiera facilement que la décomposition en facteurs premiers ne fait intervenir que des petits nombres (inférieurs à 269).

Il s'agit maintenant de transmettre la somme des perturbations au mouvement moyen de la Lune ou du Soleil. Le mécanisme en est décrit sur les figures 13 (vue d'ensemble), 14 (pour le Soleil) et 10 (pour la Lune). Expliquons ce qui se passe dans le cas du Soleil :

Un système de poulies et de tringles renvoie le mouvement vertical correspondant à la somme des perturbations au cadre Ra pivotant sur l'axe V' (fig. 14), cadre qui porte les pignons c et b' engrenant sur les roues B et C d'axe V'. La roue C est celle qui doit assurer le mouvement du Soleil (ici l'aiguille solaire As), alors que la roue B est celle qui est entraînée d'un mouvement uniforme.

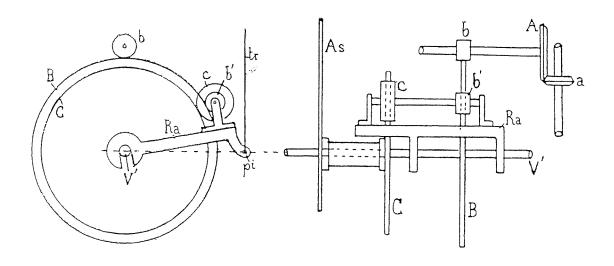


Fig. 14 : Mécanisme pour la réalisation du temps vrai.

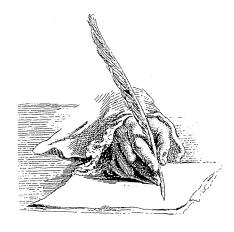
Pour bien comprendre le mouvement communiqué à la roue C, on peut imaginer que le cadre Ra fait un tour complet dans le sens horaire autour de l'axe V', la roue B restant immobile. La roue C décrit alors $\frac{B}{b} \times \frac{c}{C}$ tours dans le sens positif et Schwilgué s'est arrangé pour que ce produit soit égal à 2; mais simultanément, la roue C décrit un tour complet dans le sens négatif car l'axe b'c fonctionne comme entraîneur. Le résultat final est donc d'un tour positif pour la roue C. La correction est donc égale au mouvement de Ra mais dans le sens opposé. Il est bien évident que les différents angles, les longueurs des bras de levier, l'échelle adoptée sur les cylindres, ... tout cela doit être calculé soigneusement et se correspondre.

CONCLUSION

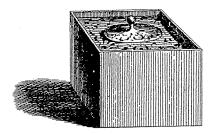
Nous venons de voir quelques unes des prouesses de Schwilgué. Tout détailler nécessiterait un livre complet, sans doute même plus important que celui dans lequel j'ai puisé l'essentiel de cet article : "L'horloge astronomique de la cathédrale de Strasbourg" par Alfred et Théodore Ungerer, publié en 1922 par l'imprimerie alsacienne de Strasbourg.

Mais aujourd'hui, à quoi cela sert-il? Question rituelle de bien des béotiens. En dehors du tourisme, source de richesse pour la ville, pourquoi étudier encore cette horloge archaïque? Une bonne commande informatique réglerait de façon infiniment plus précise tous les problèmes que s'était posé Schwilgué. D'ailleurs, les télescopes géants ne sont-ils pas actuellement programmés pour suivre une trajectoire arbitraire (planète, comète, ...)? Mais voilà! l'ordinateur reste une boîte noire tandis que les engrenages sont toujours un modèle imagé. Il y a dans les roues dentées quelque chose qui peut donner du sens aux mathématiques, au calcul sur les fractions, à certaines équations, ... sens que ne donnera jamais un programme informatique. Et puis n'oublions pas que les engrenages restent indispensables sur de nombreuses machines, à commencer par le vélo et la voiture (pensez au différentiel) et indispensables aussi dans certains environnements hostiles (hautes températures, milieux corrosifs, ...).

Alors? Alors si vous passez par Strasbourg, allez voir l'horloge. Elle est mise en route tous les jours à 12 h 30. Le prix d'entrée en est modique. Vous pourrez observer à loisir les divers mécanismes et qui sait, revenir dans vos classes avec de chouettes idées de travaux dirigés ou d'activités!







A VOS STYLOS

PROBLÈME 22

Énoncé

Existe-t-il une fonction $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ indéfiniment dérivable, telle que, pour tout xrationnel, la dérivée $n^{\text{ième}}$ $f^{(n)}(x)$ soit un rationnel pour n pair et un irrationnel pour n impair?

Solution

Voici comment on peut fabriquer une telle fonction. Soit $j \mapsto r_j$ une bijection de N sur Q; nous allons voir qu'il est possible de construire une suite de fonctions indéfiniment dérivables f_i telles que

- a) pour $n \leq j$, $|f_j^{(n)}| \leq 2^{-j}$; b) pour i < j, f_j est nulle au voisinage de r_i ;
- c) $(f_0 + \ldots + f_i)^{(n)}(r_i)$ est rationnel pour n pair et irrationnal pour n impair.

Une fois établie l'existence de ces f_j , il suffira de poser $f = \sum_j f_j$; grâce à la majoration a), chacune des séries $\sum_j f_j^{(n)}$ sera uniformément convergente, donc f sera indéfiniment dérivable et $f^{(n)} = \sum_{j} f_{j}^{(n)}$. La condition b) entraînera $f^{(n)}(r_i) = \sum_i f_i^{(n)}(r_i) = (f_0 + \ldots + f_i)^{(n)}(r_i)$ et c) assurera donc la propriété cherchée.

La construction de f_j se fait par récurrence : j est fixé dans la suite, et, si $j \neq 0$, nous supposons déjà construites les f_i pour i < j. Soit $\varepsilon > 0$ tel que l'intervalle $I = [r_j - \varepsilon, r_j + \varepsilon]$ ne contienne aucun des r_i tels que i < j; soit φ une fonction indéfiniment dérivable nulle hors de I et égale à 1 au voisinage de r_j ; soit α tel que $|\varphi^{(n)}| \leq \alpha$ pour tout $n \leq j$; appelons λ l'inverse de $4^j e^{\varepsilon} \alpha$. Choisissons des nombres a_n tels que $|a_n| < \lambda$ et que $a_n + (f_0 + \ldots + f_{j-1})^{(n)}(r_j)$ soit rationnel si et seulement si n est pair. La fonction entière $g(x) = \sum_{n} a_n \frac{(x-r_j)^n}{n!}$ vérifie $|g^{(n)}| < \lambda e^{\varepsilon}$ sur I, donc, par la formule de Leibnitz,

$$|(g\varphi)^{(n)}| \le 2^n \lambda e^{\varepsilon} \alpha \le 2^{-j} \text{ pour } n \le j.$$

En posant $f_j = g\varphi$, la condition a) est ainsi établie, b) est satisfaite car φ est identiquement nulle au voisinage des r_i et c) est vérifiée car $f_j \equiv g$ au voisinage de r_i et $g^{(n)}(r_i) = a_n$.

REMARQUE : Plus généralement, étant donnés un ensemble dénombrable $C \subset \mathbb{R}$ et, pour chaque $x \in C$ et pour chaque $n \in \mathbb{N}$, un ensemble dense $D_{x,n} \subset \mathbb{R}$, la même construction fournit une fonction f indéfiniment dérivable vérifiant $f(x)^{(n)} \in D_{x,n}$ pour tout $x \in C$ et tout n.

[©] L'OUVERT 70 (1993)

A VOS STYLOS

PROBLÈME 23

Énoncé (proposé par J.-M. Nagel)

Dans un jeu de 52 cartes battu, quelle est la probabilité pour qu'une dame et un roi soient voisins immédiats?

Indication

Cas où toutes les cartes du jeu sont des dames et des rois.

PROBLÈME 24

Énoncé

Un faisceau de droites parallèles fournit un exemple de partition du plan en droites.

- a) Existe-t-il une partition du plan en cercles (non dégénérés, c'est-à-dire de rayon ni nul ni infini)?
- b) Existe-t-il une partition du plan en figures formées chacune de deux cercles (distincts et non dégénérés) tangents intérieurement ou extérieurement?

PROBLÈME 25

Énoncé

Etant donné un triangle, trouver tous les centres

- a) des ellipses inscrites dans le triangle,
- b) des ellipses ex-inscrites dans le triangle,
- c) des hyperboles dont une branche est tangente aux trois côtés du triangle,
- d) des hyperboles dont une branche est tangente à deux côtés du triangle et l'autre branche au troisième.

