Grilles et Taxinomies

François Pluvinage

For the last thirty years the scientific approach to the phenomena of teaching has led to use a range of techniques of data analysis. But all the techniques don't take place in the same "world" and they haven't be mixed up or confused, as it happens sometimes in the didactic researches. This paper proposes to distinguish two large types of analysis, whose differences are irreducible. On the one hand, the analysis starts from the individual productions, the results of populations : their reference world is this one of grids and multidimensional coordinates. On the other hand, the analysis starts from tasks, meanings, aims of teaching : their reference world is this one of the classifications of hierarchical type.

Depuis qu'il est institutionnalisé, le système éducatif a besoin de disposer de données quantitatives. Ce qui est plus récent, mais date tout de même de plus d'une trentaine d'années, c'est que l'approche scientifique des phénomènes d'enseignement conduit à recourir à l'éventail des techniques d'analyse des données. Or il apparaît que l'utilisation de ces techniques en didactique se situe dans l'un ou l'autre de deux "mondes", qui coexistent en dépit ou peut-être à cause de leurs différences. De plus, la position que nous soutiendrons ici est celle d'une certaine irréductibilité de ces différences.

Pour les analyses qui ont pour point de départ des productions individuelles, des résultats de populations, le monde de prédilection est celui des grilles et des repérages à plusieurs dimensions. Un classique du genre est l'ouvrage de Guilford intitulé *The nature of human intelligence* (1967). Les analyses de tâches, de contenus, d'objectifs d'enseignement ont pour référence privilégiée les classifications de type hiérarchique. Citons, parmi les travaux de ce type largement connus, l'ouvrage édité par Bloom, Hastings et Madaus intitulé *Handbook on formative and summative evaluation* (1971), dans lequel un chapitre de Wilson présente la

© Annales de Didactique et de Sciences Cognitives
5 (1993) (p. 5-17) - IREM de Strasbourg

classification N.L.S.M.A. (sigle d'un organisme d'études aux Etats-Unis : National Longitudinal Studies of Mathematical Abilities).

La distinction mérite d'être bien posée d'emblée, car il n'est pas exceptionnel de rencontrer, même chez des auteurs réputés, des confusions entre ces types d'analyse nettement différents. C'est ainsi que le *Précis de Docimologie* de G. de Landsheere (1976) présente comme s'il s'agissait d'une hiérarchie le cube de Guilford, qui est pourtant un objet-type du monde multidimensionnel (ou : multivarié). Commençons donc par présenter brièvement les deux sortes d'objets mathématiques auxquels les analyses de données peuvent nous renvoyer.

1. Points d'appui mathématiques

a. Taxinomies

Le terme "taxinomie" désigne à la fois les classifications hiérarchiques et les études menées pour obtenir de telles classifications. Souvent, on entend dire que les taxinomies relèvent en mathématiques de la théorie des graphes : une classification hiérarchique correspond à des points, ou sommets, reliés par des segments orientés, organisés en une structure arborescente. Une arborescence comporte en général des ramifications, et la présence de ramifications conduit l'ordre entre les sommets à ne pas être total.

Il nous semble que le fait de présenter par exemple des contenus d'enseignement de cette façon ne s'impose pas d'emblée comme une évidence, mais mérite de donner lieu à une discussion attentive. Et en point d'appui d'une telle discussion, il convient de tenir compte des caractéristiques proprement mathématiques des descriptions proposées. Les points de vue topologique et métrique contribuent tous deux à un tel examen. Nous allons les envisager l'un après l'autre.

Pour représenter une ramification, le recours à une figure ayant la forme de la lettre Y est fréquemment employé. Mais, pour un certain nombre d'applications, cette représentation ne s'avère pas vraiment satisfaisante. C'est par exemple le cas si l'on veut, sans introduire un paramètre temps, représenter un test, du type

"si [condition], alors [traitement 1], sinon [traitement 2]".

La raison en est que la condition est destinée à conduire à deux états différents, selon qu'elle se trouvera ou non vérifiée. Or les deux branches d'un Y se rattachent au même point, et non à des points distincts. De la même manière, un aiguillage, ou un interrupteur, ou tout dispositif naturel ou artificiel susceptible de se trouver dans l'un ou l'autre de deux états, n'est qu'imparfaitement schématisé une représentation en Y. Pour se convaincre de l'inadéquation d'une telle représentation, il suffit par exemple de se référer à la représentation usuelle d'un interrupteur ou d'un inverseur dans un schéma électrique : on y figure l'élément mobile susceptible de se placer dans l'une ou l'autre de deux positions.

Au contraire, une représentation qui convient tout à fait aux situations de ramifications s'obtient par une variété de dimension 1, orientée mais en général non séparée. Rappelons ce que signifient ces termes en nous appuyant sur la situation de base, celle du branchement simple, qui se substituera à la représentation en forme de Y. Mathématiquement, il s'agit d'une structure obtenue à partir de deux droites graduées en identifiant chaque point d'abscisse négative de l'une avec le point de l'autre qui a l'abscisse de même valeur. La figure ci-dessous présente les deux droites, et il s'agit pour obtenir la structure d'identifier deux points d'abscisse x_1 et x_2 chaque fois que $x_1 = x_2 < 0$.

$x_1 < 0$ ____________|____________ $x_1 > 0$

$x_1 = 0$

$x_2 < 0$ ____________|____________ $x_2 > 0$

$x_2 = 0$

Ainsi les deux demi-droites qui correspondent à $x_1 < 0$ et à $x_2 < 0$ sont identifiées, alors que les deux points $x_1 = 0$ et $x_2 = 0$ ne sont pas, eux, identifiés. Dans la structure quotient, c'est à dire celle qui résulte de l'identification, ces deux points sont donc distincts. Mais on dira à leur propos qu'ils sont *non séparés*, à cause des considérations qui suivent, et par extension on dira aussi que la structure est celle d'une variété non séparée. Sur les deux droites, si deux segments contiennent chacun dans son intérieur un des deux points $x_1 = 0$ et $x_2 = 0$ considérés, ils contiennent forcéments des points d'abscisse négative, qui se trouveront identifiés. Par conséquent, ils donnent lieu dans la structure à deux parties d'intersection non vide. En quelque sorte, on peut dire que les deux points considérés sont arbitrairement voisins, puisque des voisinages quelconques de l'un et de l'autre respectivement sont obligés de se rencontrer.

Après cette étude d'aspects topologiques, envisageons le point de vue métrique. Après tout, aurait-on pu objecter, on n'est peut-être pas obligé de représenter une hiérarchie par un arbre ou, mieux comme nous l'avons vu, par une variété de dimension 1 orientée mais en général non séparée. En fait, le résultat suivant, que l'on peut trouver par exemple dans le tome 1, intitulé précisément *Taxinomie*, de l'ouvrage de référence de Benzécri et collaborateurs sur l'analyse des données (Dunod, 1976), conduit à attribuer un caractère somme toute canonique à un tel type de représentations. Le théorème s'énonce ainsi : *pour un ensemble E fini quelconque, toute hiérarchie indicée de parties de E est associée à une distance qui se trouve être ultramétrique* ; sans entrer dans les détails, il suffit pour le présent propos de préciser qu'une telle distance ne sera pas euclidienne sauf dans le cas où la hiérarchie établit un ordre total. C'est pourquoi il sera vain en général de chercher une représentation parfaitement satisfaisante de hiérarchies dans l'espace euclidien usuel.

De ces considérations sur la structure topologique ou métrique adaptée à la prise en charge des propriétés qui nous intéressent, il nous paraît important de retenir en définitive l'idée de complexité possible des structures de dimension 1, dites aussi unidimensionnelles. Ainsi, contrairement à ce que l'on imagine souvent, les structures unidimensionnelles auxquelles on se réfère sont loin de se réduire au seul cas linéaire. Considérées dans toute cette extension, elles n'apparaissent donc pas comme un cas particulier de structures euclidiennes de dimension supérieure, mais présentent véritablement une spécificité.

b. Analyses factorielles

Les analyses factorielles organisent un repérage dans des espaces à plusieurs dimensions, munis de distances euclidiennes. Au point de départ, on dispose de tableaux de données brutes. On peut, à titre d'exemple, penser au cas d'un tableau croisant des individus interrogés avec des questions de calcul mental, le temps de réponse t_{ij} mis par un individu a_i pour un calcul q_j figurant au croisement de la ligne de l'individu avec la colonne du calcul.

indiv.\quest.		q_j	
. :		. :	
a_i		t_{ij}	
. :		. :	

Entre deux individus d'un tel tableau, il peut certes arriver que l'un soit systématiquement plus lent que l'autre, mais le plus souvent, l'un sera plus lent que l'autre sur certaines questions et au contraire plus rapide sur d'autres. C'est pourquoi c'est non pas une hiérarchie mais une idée d'écart, ou distance, entre les individus, tenant à leurs différences de temps de réponse aux divers calculs, qui est le plus naturellement associée à un tableau de ce genre.

L'idée de base des analyses factorielles fonctionne en deux temps. Tout d'abord, on associe à un tableau de données un nuage de points pondérés dans un espace euclidien, dont la dimension correspond à la taille du tableau. Ensuite, on cherche à déterminer parmi les projections de dimension donnée, inférieure évidemment à la dimension de l'espace initial, lesquelles donnent de ces nuages une image aussi peu déformée que possible. D'un point de vue un peu différent, on peut parler de projections contenant la plus grande part possible de l'information présente dans les nuages initiaux.

2. Utilisations

a. Les analyses factorielles et les grilles comme modèles

C'est le fameux facteur *g* de Spearman, c'est à dire le fruit d'une réflexion en psychologie, qui peut être considéré comme constituant le point de départ de l'analyse factorielle. Plus tard, dans la décennie des années 50, Guilford, autre psychologue, a élaboré son modèle à partir des relevés de résultats aux tests des recrues de l'U.S. Army. Au vu de ce point de départ, on ne sera pas étonné que Guilford se soit rapporté à un modèle factoriel. Sa proposition est précisément celle d'un modèle à 120 facteurs, conduisant à exprimer le score normalisé d'un individu i à un test sous la forme :

$$n(i)=\sum_{i=1}^{120} a_{ij}x_j+\varepsilon_i ,$$

où a_{ij} est l'aptitude de l'individu i en le facteur j, x_j est la coordonnée du test selon le facteur j et ε_i est un terme d'erreur ou reste (idéalement, il devrait être nul). Un test selon Guilford est ainsi un élément de l'espace $\mathbf{R}^{120}$, c'est-à-dire un vecteur à 120 composantes ; autrement dit, on peut se représenter un test comme un composé obtenu en prélevant des constituants élémentaires, en quantités relatives plus ou moins grandes, dans 120 récipients possibles. Par exemple, un test qui ne résulterait que d'un prélèvement dans un seul des récipients, c'est à dire tel que les x_j soient tous nuls sauf un seul qui vaudrait 1, serait qualifié de *pur* en l'un des facteurs. A lui seul, un tel test permettrait évidemment d'évaluer, parfaitement bien aux incertitudes de mesure près, l'aptitude d'un individu en le facteur concerné.

Même si les facteurs d'un modèle factoriel sont par principe indépendants (ou : non corrélés), Guilford présente ses 120 facteurs comme des petits cubes identiques, rangés dans un parallélépipède dont l'une des dimensions est 5 fois le côté d'un petit cube, la seconde 6 fois et la troisième 4 fois. C'est cet agencement qui est appelé le cube de Guilford, même s'il s'agit en fait d'un parallélépipède. La vérification rigoureuse complète de la théorie de Guilford exigerait une quantité de résultats si considérable qu'elle est hors de portée de l'expérimentation. Seules des essais de vérifications locales ont été entrepris, dont d'ailleurs les résultats auraient mérité d'être discutés. Cela n'empêche pas le modèle d'avoir une valeur heuristique, tant pour l'élaboration de tests que pour l'interprétation des réponses données par une population interrogée.

Toutefois, la fécondité d'un modèle factoriel pour représenter le fonctionnement humain lors de traitements mathématiques ou, plus généralement, un quelconque phénomène didactique reste problématique. L'entreprise d'élaboration de modèles généraux pour rendre compte de situations d'enseignement est d'ailleurs peut-être encore prématurée, à un moment où le caractère récent des études de didactique impose d'appuyer les quelques avancées théoriques sur des recherches à caractère essentiellement phénoménologique.

b. Le monde des classifications hiérarchiques

Dans l'enseignement des mathématiques, les idées qui viennent d'être présentées n'ont eu que des répercussions très réduites. Quels professeurs par exemple connaissent seulement le nom de Guilford ? Il n'en est pas de même pour Piaget. Son influence ne peut pas être niée, qu'on l'estime positive ou non. Compte tenu de la présentation que nous avons faite, il pourrait paraître discutable de commencer ce paragraphe en parlant de Piaget. Comment ? dira-t-on, vous citez quelqu'un dont presque toute l'œuvre réfère à des observations, pour introduire un paragraphe sur les réflexions de ceux qui envisagent des analyses de tâches, de contenus ou d'objectifs d'enseignement. Attention ! rétorquerai-je, il ne s'agit nullement ici d'opposer expérimentateurs et théoriciens. La question est celle des points d'appui que l'on choisit de privilégier. Or il est indéniable que la lecture que fait Piaget de toutes ses observations s'appuie sur une théorie, celle d'une évolution individuelle selon des stades qui correspondent d'une certaine façon au développement même des idées dans l'histoire de l'humanité. Il y a notamment un ordre bien déterminé entre les stades piagétiens.

Du point de vue taxinomique, la succession de stades piagétiens renvoie à la situation la plus élémentaire : une hiérarchie totale, sans ramifications, à part peut-être l'exception de quelques variantes de formes dans certains stades. Il en va à peu près de même dans le cas de Van Hiele. On peut trouver une présentation concise, mais néanmoins explicite, des idées de Van Hiele dans un article intitulé *la Pensée de l'Enfant et la Géométrie*, paru en mars 1959 dans le bulletin de l'APMEP. Au cours des dernières années, notamment dans le monde anglo-saxon, les idées de Van Hiele ont été très en vogue. D'une certaine façon, Van Hiele s'est opposé à Piaget, en mettant avant tout en avant le phénomène de la transmission, des échanges entre des individus, qui peuvent être un professeur et ses élèves. Il a également un point de départ théorique fort, donnant au contraire de Piaget un rôle essentiel au *langage*. Pour Van Hiele, on peut tenir sur les mêmes objets des discours qui sont susceptibles de se situer à différents niveaux. Par exemple, on peut parler d'un losange en l'envisageant d'après sa forme perceptive, qui l'oppose par exemple aux carrés, ou en le voyant comme déterminé par des propriétés caractéristiques, auquel cas un carré est un losange particulier, ou en référant au groupe des transformations qui le laissent invariant. Plus précisément, Van Hiele distingue en géométrie cinq niveaux de pensée, qui sont les suivants.

- niveau 4 : structuration globale,

- niveau 3 : déduction,
- niveau 2 : organisation des propriétés selon une succession,
- niveau 1 : perception des propriétés figurales,
- niveau 0 : appréhension des formes.

Et, selon Van Hiele, des interlocuteurs qui se situent à des niveaux de pensée différents ne se comprendront pas ; ainsi, il se pourra que le professeur ne s'imagine pas les difficultés de compréhension éprouvées à son écoute par les élèves, et que les élèves soient déroutés par le discours du professeur.

Pour l'enseignement, Van Hiele a préconisé le recours à des *phases* successives, qui méritent certainement d'être rapprochées des dialectiques introduites ultérieurement par Guy Brousseau. Il propose des phases d'information (connaître au moyen d'un matériel) et d'orientation dirigée (explorer au moyen du matériel), à rapprocher de la dialectique de l'action, une phase d'explications, à rapprocher de la dialectique de la formulation, une phase d'orientation libre (utilisation des "outils"), à rapprocher de la dialectique de la validation, et enfin une phase d'intégration, à rapprocher de l'institutionnalisation.

On voit ainsi que les points de vue de Van Hiele se distinguent de ceux de Piaget, mais qu'ils partagent les uns avec les autres un caractère très ordonné, très linéaire. Ce sont les travaux de Bloom qui ont conduit à envisager des taxinomies rompant avec la linéarité en présentant des ramifications. En effet, elles introduisent des niveaux hiérarchisés selon un ordre total, mais comportant chacun différentes catégories non nécessairement comparables. La classification NLSMA, application des travaux de l'équipe de Bloom aux besoins spécifiques des mathématiques, indiquée dans l'article de Wilson (Bloom, Hastings & Madaus, *1971*), présente bien évidemment les mêmes caractéristiques de ramification.

En France, Régis Gras a proposé, pour les besoins d'une expérimentation de géométrie au collège, conduite par plusieurs IREM et intitulée OPC (offre publique de collaboration), une classification adaptée de la taxinomie NLSMA en prenant en compte des nécessités d'organiser des progressions d'enseignement. Cela l'a amené en particulier à développer l'analyse implicative, dans laquelle des résultats d'élèves sont pris en compte pour déterminer une taxinomie d'items. Là aussi, on voit bien que l'expérimentation n'est pas nécessairement absente de l'élaboration d'une taxinomie. Mais encore une fois, il y a en quelque sorte un présupposé pour l'organisation que l'on cherche à déterminer, puisque l'on opère à l'intérieur d'un cadre de recherches de relations de dépendance. Toutefois, il n'y a plus un modèle de référence contraignant comme l'était par exemple la taxinomie NLSMA, mais seulement un archétype qui peut donner lieu à toutes sortes d'adaptations selon les observations recueillies.

c. Les grilles et les analyses factorielles comme outil

Si les modèles factoriels n'ont connu qu'une audience réduite dans le monde de l'enseignement, les méthodes factorielles ont obtenu leur incontestable succès auprès des chercheurs en tant qu'outil d'analyse des données multidimensionnelles. Ce qui en fait l'intérêt est qu'elles rassemblent les deux qualités suivantes, qui ne sont pas fréquemment réunies.

Qualité numéro 1. Dégager des grandes tendances, des lignes de forces d'un ensemble de données a priori foisonnant et d'une organisation peu apparente.

Qualité numéro 2. Fournir une localisation précise d'individus ou de variables, qui permet de pointer des particularités, des singularités.

Autrement dit, les techniques d'analyse factorielle fournissent une très bonne vue d'ensemble tout en autorisant des études locales d'une grande acuité. Quelque chose qui, pour être réel, n'est pas souvent indiqué par écrit, peut-être parce que l'on n'aime pas soulever le doute sur la qualité de la prise de données, est que les analyses factorielles constituent des instruments excellents pour détecter des erreurs de saisie. En effet, de telles erreurs ne sont jamais, fort heureusement d'ailleurs, fréquentes dans un tableau. Elles se traduisent donc par des "aberrations", que les analyses factorielles conduisent à repérer instantanément et partant à rectifier sur le tableau des données examinées. Nous connaissons peu de techniques qui, à côté de leurs qualités intrinsèques, conduisent ainsi à revenir sur des points précis du corpus de données.

Le principal intérêt reste toutefois la mise en évidence de résultats. Les exemples en sont nombreux. En nous limitant aux travaux qui ont pu être menés à Strasbourg, un répertoire important pourrait déjà être dressé. Nous ne mentionnerons ici que quelques cas, représentatifs d'une variété de situations d'analyse rencontrées en pratique. Les intitulés de ces cas sont choisis pour être évocateurs, mais il n'y a bien sûr pas de norme de désignation.

L'instantané photographique. La situation la plus élémentaire est celle de l'observation, sur un sujet donné, des réponses d'une population à un niveau d'études donné et à un instant donné. En soumettant des résultats simplement en réussite ou échec à l'analyse factorielle des correspondances multiples, on peut déjà voir apparaître des "paysages" intéressants, soit parce que des indépendances sont mise en lumière, soit parce qu'un effet Gutman (niveaux de difficulté progressifs) se manifeste. C'est ainsi qu'ont été mises évidence, dans la thèse de H. Hajri sur les représentations graphiques (1986), des difficultés non pas d'interprétation, mais de simple lecture. Un développement de cette observation sous la forme de réflexions sur les différents registres d'expression est présent dans la thèse d'Ismenia Guzmán (1990), et le sujet a largement été abordé par R. Duval.

La coupe longitudinale ou la vision synchronique. Un même ensemble de questions peut être proposé à des populations de niveaux ou de parcours d'études différents. Il y aura alors souvent intérêt à introduire dans les analyses, comme variables supplémentaires, les caractéristiques distinctives et les différents niveaux d'études considérés. Citons ainsi l'analyse factorielle des correspondances (J.P. Fischer et F. Pluvinage, 1989) sur les temps de réponse en calcul mental d'élèves de plusieurs classes primaires et de Sixième de collège. Il y apparaît que les élèves font encore des progrès sensibles après que l'apprentissage est censé avoir été mis en place. De plus, et c'est sans doute dans ce cas l'observation la plus remarquable, la simple répartition des temps de réponse dans la population interrogée permet de connaître, presque à coup sûr, la nature d'une opération (addition, multiplication, soustraction ou division) au vu de son placement dans le premier plan factoriel. Cette analyse accrédite l'hypothèse de séparation, voire de dissociation, des mémoires déclarative et procédurale et conduit à des conséquences pédagogiques sur l'apprentissage des opérations arithmétiques. Un exemple intéressant d'étude de ce type, autre que strasbourgeois, est dû à Danièle Coquin (1985) ; il porte sur l'acquisition des nombres relatifs par des élèves des différents niveaux du collège.

La perspective diachronique. On ne peut envisager d'étude didactique sans viser tôt ou tard, à repérer les effets d'enseignements. On peut soit suivre une population au cours du temps (au minimum, l'observer avant et après un enseignement déterminé), soit procéder à une comparaison entre deux ou plusieurs groupes (cas classique : un groupe expérimental et un groupe témoin). Même dans ce dernier cas, un suivi au cours du temps s'impose. A l'analyse factorielle des correspondances peut s'ajouter l'analyse factorielle discrimante dans ces situations. La recherche sur l'apprentissage du recours aux figures géométriques, menée par V. Padilla, est de ce type (1992). L'effet de l'entraînement aux modifications méréologiques sur l'apprentissage est très visible dans l'analyse factorielle. La recherche actuellement en cours, au niveau du DEUG, sur l'enseignement de l'algèbre linéaire par K. Pavlopoulou (voir son article dans le présent numéro) donne également lieu à un résultat d'analyse spectaculaire (non présenté dans l'article).

Bien sûr, dans toutes les recherches qui viennent d'être citées, des hypothèses étaient présentes au départ et, dès le début des travaux, des analyses factorielles étaient envisagées. En particulier, se trouvaient remplies des contraintes d'homogénéité des variables retenues et de "couverture" des phénomènes explorés (parler d'exhaustivité serait sans doute présomptueux dans le cas de la didactique). Ce sont les conditions les plus favorables à l'obtention d'analyses "parlantes". Les remplir nécessite de procéder soigneusement à des analyses a priori, tant des contenus en jeu que des tâches proposées. C'est pourquoi il apparaît intéressant maintenant d'envisager comment combiner les deux formes d'analyses (taxinomies et analyses factorielles) que nous avons considérées séparément jusqu'ici.

3. Amorce d'une dialectique entre les deux formes d'analyses.

Il peut très bien résulter de tout ce qui précède un point de vue plutôt négatif. Par exemple, Antoine Bodin, responsable des opérations nationales d'évaluation entreprises par l'Association des Professeurs de Mathématiques, fut conduit à remarquer : « Les comportements des élèves ne respectent ni les taxonomies d'objectifs, ni l'analyse a priori de la difficulté des tâches.» (1989) Pour notre part, nous serions plutôt enclins à nous exprimer de façon positive, en disant que l'on a besoin des deux types d'études, d'une part celles des comportements des élèves tels que les méthodes factorielles les mettent en évidence, d'autre part celles des taxinomies d'objectifs ou des hiérarchies des difficultés de contenus et de tâches.

Puisqu'il s'agit de "mondes" scientifiquement incompatibles, comme nous l'avons vu, il n'est guère envisageable de procéder simultanément aux deux formes d'analyses. La tentative la plus poussée qui ait été menée dans la direction de leur rapprochement nous paraît être celle, déjà citée, de Régis Gras suivi d'Annie Larher (1992). En effet des items sont examinés à travers la prise en compte de résultats d'élèves. Mais les élèves eux-mêmes sont caractérisés par leur appartenance ou non à certains groupes fournissant des réponses données aux questions posées, sans que l'on puisse se prononcer sur la similitude ou la dissemblance entre eux de deux élèves donnés. Nous pensons quant à nous que la piste de la confrontation d'analyses séparées vaut à présent la peine d'être suivie. L'analyse a priori, de type taxinomique, est l'instrument d'élaboration d'outils pour l'observation ou l'expérimentation. Ensuite peut être envisagée une phase d'exploitation de résultats fournis par une population interrogée, à l'aide par exemple de méthodes factorielles. L'analyse implicative de Régis Gras peut intervenir à ce stade pour conduire à une discussion des analyses a priori qui avaient été précédemment faites. La vision multidimensionnelle fournies par les méthodes factorielles peut amener a faire intervenir de nouveaux éléments dans une analyse de contenu. Il n'est pas interdit qu'alors, on envisage une prise en compte nouvelle du corpus des réponses fournies par la population interrogée, ou une nouvelle observation. Et ainsi de suite.

L'expérience de travaux récents nous conduit à juger qu'une telle démarche est non seulement possible, mais fructueuse. D'une part, dans sa thèse de doctorat, Thadeu Moretti a envisagé d'une manière systématique les enchaînements d'analyses auxquelles il est possible de procéder sur un même corpus. D'autre part, les recherches de Jean-Claude Rauscher (1993) organisent dans leur démarche même auprès de professeurs une telle dialectique. En effet, on part de l'observation par les professeurs des résultats obtenus par leurs élèves à l'évaluation nationale de début d'année en classe de Sixième, pour élaborer en fin d'année un questionnaire tenant compte des propositions des professeurs, afin de repérer l'évolution des élèves. Les différentes références sont donc mobilisées à différents moments de la recherche. Notons d'ailleurs que l'évaluation nationale utilisée dans cette recherche, comme d'ailleurs l'enquête internationale baptisée TIMSS (third international mathematics and sciences study) parce qu'elle a été précédée de deux autres, la première très critiquée en son temps par Hans Freudenthal, ont recours à des classifications un peu hybrides, visant à conjuguer à la fois des analyses de contenus et des références à des résultats connus d'élèves. Les "grilles" ainsi construites ne peuvent prétendre avoir valeur de modèles scientifiques, comme voudraient l'être des taxinomies, mais ont des fins très utilitaires : permettre l'élaboration de questionnaires satisfaisant à des ensembles de contraintes assez complexes. La dialectique que nous préconisons pour des études scientifiques n'est elle en définitive pas déjà engagée dans une démarche pragmatique?

Références

Benzécri, J.P. & alii, 1973, *L'Analyse des Données, 1 La Taxinomie,* Paris, Dunod.

Bloom & Hastings &Madaus, 1971, *Handbook on Formative and summative Evaluation of Student Learning*, New York, McGraw-Hill Book.

Bodin, A., 1989, Some Results of a large scale evaluation of the new syllabus at French college level. Paris, *P.M.E.* 13, p.133-140

Coquin-Viennot, D., 1985, Complexité mathématique et ordre d'acquisition : une hiérarchie de conceptions à propos des relatifs, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* vol. 6, n° 2-3, p. 133-192.

De Landsheere , G, 1976, *Evaluation Continue et Examens. Précis de Docimologie*, Paris Nathan.

Fischer J.P.& Pluvinage F., 1989, Complexités de compréhension et d'éxécution des opérations arithmétiques élémentaires. *R.D.M.*, 9.2. p.133-153.

Gras, R., & Larher A., 1992, L'implication statistique, une nouvelle méthode d'analyse de données. *Mathématiques et Sciences Humaines*, 120.

Guilford, J.P., 1967, *The Nature of Human Intelligence*, New York, McGraw-Hill Book Company.

Guzman-Retamal, I., 1990, *Le Rôle des Représentations dans l'Acquisition de la Notion de Fonction.* Thèse ULP, Strasbourg, IREM.

Hajri, H., 1986, *Perception de Relations dans le Plan Repéré.* Thèse ULP, Strasbourg, IREM.

Moretti, T., 1992, *L'Exploitation des Analyses factorielles en Didactique des Mathématiques.* Thèse ULP, Strasbourg, IREM.

Padilla, V., 1992, *L'Influence d'une Acquisition de Traitements purement figuraux pour l'Apprentissage des Mathématiques.* Thèse ULP, Strasbourg, IREM.

Rauscher, J.C., 1993, *L'hétérogénéité des Professeurs face à des élèves hétérogènes.* Thèse ULP, Strasbourg, IREM.

Van Hiele, P.V., 1959, La Pensée de l'Enfant et la Géométrie. *Bulletin A.P.M.E.P.*, n°198,, p.199-205.