RACINE CUBIQUE

Extrait du "Memento LAROUSSE", 1933

Définition. Rappelons que le *cube* d'un nombre est la troisième puissance de ce nombre, c'est-à-dire le produit de trois facteurs égaux à ce nombre.
La troisième puissance d'un nombre s'indique par l'exposant 3.
Ainsi $5^3 = 125$; $1,5^3 = 3,375$; $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$.
Comment se compose le cube d'un nombre ?
Le cube d'un nombre composé de dizaines et d'unités renferme quatre parties.
Soit le cube de 62 ou $62 \times 62 \times 62 = 238328$.

1ère partie.—	Cube des dizaines	$60 \times 60 \times 60$	=	216000
2ème partie.—	Le triple produit du carré des dizaines par les unités	$60 \times 60 \times 2 \times 3$	=	21600
3ème partie.—	Le triple produit des dizaines par le carré des unités	$60 \times 2 \times 2 \times 3$	=	720
4ème partie.—	Le cube des unités	$2 \times 2 \times 2$	=	8
				238328

Extraction de la racine cubique

Définition. On appelle racine cubique d'un nombre le nombre qui, élevé au cube, reproduit le nombre proposé.
Racines cubiques

des 10 1ères N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
leurs cubes	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

En consultant ce tableau on voit : *1° que les racines cubiques des nombres inférieurs à 1000 n'ont qu'un seul chiffre ; 2° que ces racines cubiques s'obtiennent par la connaissance des cubes des neuf premiers nombres.*
Ainsi, 540 étant compris entre les cubes 512 et 729, dont la racine est 8 et 9, la racine cubique de 540 sera 8, à une unité près.

Racine cubique des nombres entiers

Soit à extraire la racine cubique de 238.328.
Explication. Le nombre 238.328 a deux tranches de trois chiffres; il y aura donc deux chiffres à la racine, car *il y a autant de chiffres à la racine qu'il y a, dans le nombre, de tranches de trois chiffres*; la dernière à gauche pouvant n'être que d'un ou deux chiffres.

Ces deux chiffres de la racine seront des dizaines et des unités.
Or, le cube des dizaines de la racine ne peut se trouver que dans les 1000 du nombre. Le plus grand cube contenu dans 238 est 216, dont la racine des 6.
J'écris 6 dans l'angle supérieur, à droite.
Puis je retranche de 238 le cube de 6, qui est 216. J'obtiens 22 pour reste.
A côté du reste 22, j'abaisse la seconde tranche; ce qui me donne le nombre 22.328.
Le nombre 22.328 étant ainsi formé, contient : 1° *le triple produit du carré des dizaines de la racine par les unités*; 2° *le triple produit des dizaines par le carré des unités*; 3° *le cube des unités.*
Je forme le triple produit du carré de la racine $(6 \times 6 \times 3) = 108$, que j'écris à la place qu'occuperait un quotient.

238.3 28	6.2	62
216	108	62
22 3 28		124
238 3 28		372
238 3 28		3844
0		62
		7688
		23064
		238328

Mais le produit de 108 centaines par les unités de la racine ne peut se trouver que dans les centaines de 22328, puisque 223 contient 2 fois le nombre 108. J'en conclus que **2** est le chiffre des unités de la racine.
Je vérifie en élevant au cube le nombre formé par les deux chiffres trouvés à la racine. Si je puis retrancher ce cube du nombre proposé (238328), c'est que 2 est bien le chiffre des unités de la racine.
En effet : $62 \times 62 \times 62 = 238328$.
Donc :

$$\sqrt[3]{238328} = 62.$$

Pour les nombres ayant plus de deux tranches, on opère sur les deux premières tranches à gauche, comme pour les tranches de deux chiffres. Les deux premiers chiffres de la racine ayant été obtenus, on abaisse la troisième tranche à côté de la différence entre le cube de la racine trouvée et le nombre formé par les deux premières tranches; puis on opère comme s'il s'agissait d'un nombre de deux tranches, et ainsi de suite jusqu'à *extinction des tranches.*

Règle générale. Pour extraire, à moins d'une unité près, la racine cubique d'un nombre entier supérieur à 1000, on partage ce nombre, de droite à gauche, en tranches de trois chiffres. La dernière tranche peut n'en contenir qu'un ou deux. C'est le nombre des tranches qui indique le nombre des chiffres de la racine.
Le premier chiffre de la racine cherchée est la racine de la première tranche à gauche. On fait le cube du premier chiffre et on soustrait ce cube de la première tranche. Cela étant fait, à la droite du reste on abaisse la tranche suivante et l'on divise les centaines du résultat par le triple carré du premier chiffre de la racine.
Le quotient est le second chiffre de la racine. Il se pourrait que ce chiffre fût trop fort.

Pour vérifier ce chiffre de la racine, on fait le cube de la racine déjà trouvée, et l'on cherche si ce cube peut se retrancher de la partie déjà employée du nombre. Si la soustraction est impossible, on diminue ce second chiffre d'une ou deux unités, jusqu'à ce qu'elle devienne possible.
Tous les autres chiffres de la racine cubique s'obtiennent et se vérifient absolument de même.

Remarque. Le *maximum* du reste d'une extraction de racine cubique est le *triple* CARRÉ de la racine, plus le triple de cette racine.

Racines cubiques des nombres décimaux

Pour qu'un nombre décimal soit un cube parfait, il faut :
1° Qu'il ait un nombre de chiffres décimaux multiples de 3;
2° *Si l'on néglige la virgule*, qu'il soit un cube parfait.

Règle. Pour extraire la racine cubique d'un nombre décimal, il faut (si le nombre des chiffres décimaux n'est pas un multiple de 3) écrire un ou deux zéros à sa droite; cela fait, prendre la racine comme s'il s'agissait d'un nombre entier. Enfin, séparer au résultat *le tiers* du nombre de chiffres décimaux qu'il y avait dans le nombre préparé.
Ex. : Soit à extraire la racine cubique de 0,25 à un centième près.
Les tranches se comptent à partir de la virgule.
Comme nous voulons avoir deux chiffres décimaux à la racine, il nous faudra extraire la racine cubique de 250000, sauf à séparer deux chiffres à la droite de la racine.

```
2500 00   | 0,62          62
2160.00   |-----          62
 34       | 108       ------
                         124
                        372
                      ------
                        3844
250000                    62
                      ------
                        7688
150047                 23064
                      ------
                      238328
```

Le plus grand cube contenu dans 250 est 216, dont 6 est la racine. La racine cubique de 0,25 est, par conséquent, 0,6.
Pour avoir la racine cherchée à un centième près, j'ajoute une tranche (3 zéros) et j'opère sur 250000. Seulement au résultat (62) je sépare le tiers du nombre des chiffres que j'avais dans le nombre proposé (ce nombre est 250000) et je trouve 0,62.
Donc

$$\sqrt[3]{0,25} = \mathbf{0,62} \text{ à un centième près.}$$

Racine cubique d'une fraction ordinaire

Règle. Pour extraire la racine cubique d'une fraction, il faut extraire séparément la racine du numérateur et la racine du dénominateur.

En effet, pour élever une fraction au cube, il faut élever au cube chacun de ses termes; la racine cubique d'une fraction s'obtiendra donc en extrayant la racine cubique de chacun des termes de la fraction.
Dans l'extraction de la racine cubique d'une fraction, il peut se présenter trois cas :

Premier cas. *Les deux termes de la fraction sont des cubes parfaits.*

On prendra alors la racine cubique de chacun d'eux.
Ex. :

$$\sqrt[3]{\frac{125}{216}} = \frac{5}{6}\,;\ \sqrt[3]{\frac{64}{729}} = \frac{4}{9}.$$

Deuxième cas. *Le dénominateur est un cube parfait.*
On extrait la racine cubique du numérateur à moins d'une unité de 0,1 ou de 0,01; puis on extrait la racine cubique du dénominateur.
Ex. : Soit à extraire la racine cubique de la fraction $\frac{121}{512}$.
Le dénominateur seul est un cube parfait dont la racine est 8.
Je n'ai donc à extraire que la racine cubique de 121, à moins d'une unité ou de 0,1 ou de 0,01 près.
Or

$$\sqrt[3]{121} = 4,9 \text{ à un dixième près.}$$

Donc

$$\sqrt[3]{\frac{121}{512}} = \frac{49}{80} \text{ à } \frac{1}{80} \text{ près.}$$

Troisième cas. *Aucun des termes de la fraction n'est un cube parfait.*
On rend alors le dénominateur cube parfait en multipliant les deux termes par le carré du dénominateur et on se trouve ramené au cas précédent.
Ex. : Soit à extraire la racine cubique de $\frac{5}{6}$.
1° Je rends le dénominateur cube parfait en multipliant les deux termes de la fraction par 36, carré de 6. Et j'ai :

$$\frac{5 \times 36}{6 \times 36} = \frac{180}{216}.$$

Or **216** est un cube parfait dont la racine est 6.
Je n'ai donc plus qu'à chercher la racine de 180 et je trouve **5,6** à 0,1 près.
Donc

$$\sqrt[3]{\frac{5}{6}} = \frac{56}{60} \text{ à } \frac{1}{60} \text{ près.}$$

Problème. Un cube de cuivre pèse 20 kilogrammes. Quelle est la longueur de l'arête de ce cube?
SOLUTION. La densité du cuivre est de 8,85.
Le volume de ce cube, en dcm^3, sera $\frac{20}{8,85}$ = 2 dcm.259 cmc., ou 0$^{\text{me}}$,002 259.
Le volume d'un cube étant égal au cube de la longueur de son arête, cette arête sera égale à $\sqrt[3]{0,002259}$.

Or

$$\sqrt[3]{0,002259} = 0m.131.$$

Longueur de l'arête, 0 m. 131.