UNE SEMAINE, UNE CLASSE, UN PROBLÈME

Francis JAMM

Ouf! La neige est enfin arrivée; et je me retrouve encadrant une classe de neige, avec 35 élèves de seconde du LEGT Jean Mermoz de Saint-Louis. Je vais profiter de leur isolement pour leur proposer de vivre, en miniature, une aventure de recherche scientifique. Le problème soumis à leur sagacité est : l'ensemble des nombres premiers est-il infini ?

C'est un vrai problème. On ne sait pas laquelle des deux propositions il faut chercher à montrer. De plus, c'est un résultat important et sa démonstration est non triviale à trouver.

Avant le départ les élèves savaient qu'une activité de recherche était prévue; mais sans plus. Ce n'est qu'une fois sur place qu'ils ont découvert sa nature ainsi que la question posée.

C'est la narration de ce qu'ont vécu ces élèves que je vous propose de lire.

LUNDI MATIN 2, 3 et 5...sont venus nous serrer la pince.

Préliminaires : J'explique qu'une telle activité tient de l'auberge espagnole. Chaque élève en retirera une satisfaction proportionnelle à son investissement personnel. J'indique que je sais cette activité réalisable (cf. plus loin le texte de WAGENSCHEIN), mais qu'il est également possible d'aboutir à un échec. Soit par manque de motivation, soit parce qu'ils ne trouveront pas. Dans ce dernier cas l'échec ne serait que partiel (à mes yeux!). D'autre part je précise, que s'ils ne trouvent pas, je ne donnerai ni la démonstration ni la réponse, une fois de retour à Saint-Louis. Dans la recherche scientifique, il n'y a pas de *deus ex machina* qui vient à la rescousse des chercheurs.

Je distribue alors aux élèves la liste des nombres premiers jusqu'à 10 000, ainsi que leur densité sur certains intervalles (voir annexe page 10). Cela évite de perdre du temps à produire des nombres premiers et permet de saisir de suite le problème de leur raréfaction.

Puis les élèves se répartissent en quatre groupes, les Kangourous, les Dahus, les Quatterback (c'est le nom de lanceur en football américain) et les génies.

Je leur suggère le mode de fonctionnement suivant : une demi-heure de réflexion en groupe, puis un quart d'heure de *séminaire* afin de communiquer leurs résultats, confronter leurs idées et définir l'orientation à donner à leurs recherches. Chaque groupe comporte un rapporteur de séance. Mon rôle doit se borner à les observer et à leur faire prendre conscience des *stratégies de recherche* qu'ils développent.

© L'OUVERT 55 (1989)

Je vais essayer de m'interdire d'indiquer si un raisonnement est juste ou faux, si une idée est fructueuse ou pas. Le professeur de mathématiques est aux abonnés absents. Un raisonnement est juste, une idée est intéressante si la communauté scientifique, c'est-à-dire les élèves en juge ainsi.

Bon enthousiasme. Les élèves sont surpris de l'extrême irrégularité de la répartition des nombres premiers. A la fin de la première séance, et bien qu'ils aient constaté cette irrégularité, ils essaient tous, en observant les nombres premiers inférieurs à 10 000, de deviner une règle de construction des nombres premiers. Il suffirait alors d'étendre cette règle jusqu'à l'infini pour pouvoir conclure. En fin de séance la situation est la suivante :

Kangourous : la baisse des nombres premiers est irrégulière, non périodique, et localement on peut même observer une augmentation de la densité des nombres premiers. Néanmoins ils cherchent à tracer la représentation d'une fonction de répartition des nombres premiers.
Ils pensent que l'ensemble des nombres premiers est infini.

Dahus : pour savoir si un nombre est premier il faut le traiter en entier, la seule observation de ses derniers chiffres ou d'une combinaison de ses chiffres est insuffisante. Alexandre croit avoir lu dans une encyclopédie la valeur du plus grand nombre premier, mais il ne s'en souvient plus.
Ils pensent que l'ensemble des nombres premiers est fini.

Quatterback : ils cherchent à trouver une formule du type $2x+1$ qui permettrait d'écrire tous les nombres premiers sous cette forme. Ils cherchent également à définir la densité des nombres premiers sur des intervalles d'amplitude 100.
Ils pensent que l'ensemble des nombres premiers est fini.

Génies : on part de $\mathbb{N}$.
Les nombres pairs éliminent 50 % des entiers.
Les multiples de 3 en éliminent encore 15 %.
Les multiples de 5 en éliminent encore 6,3 %, etc...
Il s'agit de savoir si l'on arrivera ainsi, à partir d'un certain rang, à éliminer tous les nombres. Donc, à voir si le nombre d'entiers non éliminés tend vers 0, soit en atteignant 0 après un nombre fini d'étapes soit sans jamais l'atteindre.
Ils pensent que l'ensemble des nombres premiers est infini.

LUNDI SOIR : normalement, après le ski, est prévue une heure à une heure et demie de travail scolaire (français, IES). Un élève ayant dû être hospitalisé à la suite d'une fracture, le programme est perturbé et le français est remplacé par une nouvelle séance de mathématiques. Chaque groupe poursuit dans sa voie sans que rien de neuf n'émerge. Sauf les Quatterback qui tentent le raisonnement suivant : si l'infini est divisible par deux, ou par un autre nombre, alors cela signifie qu'il n'est pas premier, et par conséquent l'ensemble des nombres premiers sera fini. Ils essaient donc des opérations sur l'infini afin d'obtenir le plus grand nombre premier. "$\infty/2$ *ça fait combien ?*". Je suis obligé de préciser le statut du symbole ∞ et de faire un peu d'arithmétique de l'infini. A la fin de la séance j'explique qu'ils se heurtent tous au même obstacle. Trouver une règle permettant de savoir ce qui se passe pour les nombres premiers supérieurs à 10 000 alors qu'ils constatent tous une grande irrégularité dans leur répartition.

Puisque c'est comme ça nous reviendrons demain!

MARDI MATIN 2, 3 et 5... sont venus nous serrer la pince

Les Quatterback s'intéressent à la répartition des couples de nombres premiers jumeaux (i.e. séparés seulement par un nombre pair). Ils constatent aussi leur extrême irrégularité. Il semble admis par tous que l'on peut trouver un intervalle d'un million sans rencontrer un nombre premier puis en rencontrer à nouveau.

Isabelle commence une phrase par "*Si l'ensemble des nombres premiers est fini...*". Alexandre parle de raisonnement par l'absurde. Mais ni l'un ni l'autre, ni leurs camarades ne réalisent que cela ouvre une nouvelle voie. Les génies tentent un raisonnement par l'absurde, mais sans résultat et sans communiquer leur tentative aux autres.

Catherine constate qu'en prenant un nombre premier n, $n-1$, peut se décomposer en produits de facteurs premiers, puisque l'on obtient de nouveau le nombre premier en ajoutant 1.

A la fin de la séance je fais constater que toutes les tentatives vont dans le même sens, et ne semblent guère avancer. Je pose la question : "*Ne faudrait-il pas que certains reprennent le problème à zéro en essayant de trouver une nouvelle voie de recherche ?*". Pas de réaction.

Puisque c'est comme ça nous reviendrons demain!

MERCREDI MATIN 2, 3 et 5... sont venus nous serrer la pince

Je donne à chaque groupe un quart d'heure pour arriver à trouver quelque chose de régulier dans les nombres premiers. Que ce soit une fonction de répartition, une fonction de densité par tranches de 100, les couples de nombres premiers jumeaux ou une formule permettant d'écrire tous les nombres premiers. Après un quart d'heure chacun constate son échec. Je pose à chaque groupe la question : "*Pensez-vous pouvoir aboutir ? Voulez-vous poursuivre dans cette voie ?*". Ils n'y croient plus guère et tout le monde est prêt à essayer autre chose. Mais quoi ?

Je fais remarquer que "*c'est un problème pour lequel on dispose de peu d'éléments au départ. Et que d'autre part on n'a rien de vraiment manipulable. Que pourrait-on faire pour s'étoffer ?*".

Pascal (du groupe des génies) suggère un raisonnement par l'absurde qui nous dotterait d'une hypothèse supplémentaire.

Les élèves étant peu familiarisés avec le raisonnement par l'absurde, j'interviens : "*Oui, mais alors il faut faire un pari. Si l'on pense que l'ensemble des nombres premiers est fini, alors il faudra le supposer...*" chœur des élèves : "*infini !*". "*Si au contraire on pense qu'il est infini alors il faudra le supposer...*" chœur des élèves :

"*fini*" "*Que faire ?*".

Depuis deux jours le nombre de partisans d'un ensemble infini augmente. De plus, Pascal dit que l'hypothèse d'un ensemble fini est quelque chose de plus facile à exploiter que celle d'un ensemble infini.

Je précise quelle devra être alors la suite de leur démarche : "*Il faut, en exploitant cette hypothèse, arriver à un résultat contradictoire. Par exemple trouver un nombre qui serait à la fois pair et impair, ou un nombre premier qui serait divisible par un autre nombre. Mais d'abord, si l'on suppose l'ensemble des nombres premiers fini quelles conséquences peut-on en tirer ?*". On me répond : "*Il existe un plus grand nombre premier*". On le désigne par N.

Spontanément, trois groupes vont essayer de fabriquer un nombre premier plus grand que N. Certains essayent de le faire à partir d'additions. Le groupe des Dahus, entraîné par Alexandre, recherche un nombre de la forme $6n \pm 1$. En cours d'informatique il avait essayé de réaliser un programme fournissant tous les nombres premiers inférieurs à 10 000. Je lui avais expliqué, pour optimiser sa recherche, que les nombres premiers étaient de la forme $6n \pm 1$. Les Quatterback essayent de trouver un diviseur de N.

On me demande : "*Mais si N est le plus grand nombre premier, on ne peut donc pas en trouver un qui soit plus grand*" ce qui nécessite quelques explications individuelles supplémentaires sur le raisonnement par l'absurde.

Mercredi midi : Alexandre a téléphoné à son père pour lui demander de chercher dans son encyclopédie quel est le plus grand nombre premier. Son père lui répond : "*C'est un nombre de 687 chiffres*". Du coup, Alexandre pense que l'ensemble des nombres premiers est fini. Fort heureusement son information est peu écoutée; mais avec son entorse à la déontologie de la recherche il aurait pu faire capoter l'activité, que le renseignement fourni fût exact ou non. Cet épisode montre l'utilité de l'isolement des élèves.

Puisque c'est comme ça nous reviendrons demain!

JEUDI MATIN 2, 3 et 5... sont venus nous serrer la pince

La nuit semble avoir été agitée. Les regards sont ternes et tout à l'heure sur les pistes les jambes seront molles. Avant de débuter, Cédric, qui n'aime guère l'incertitude, me demande : "*Pensez-vous que nous trouverons ?*". Je lui réponds que je n'en sais rien.

Je précise qu'il s'agit de trouver un nombre premier supérieur à N, ou bien un diviseur de N. Maintenant que l'ensemble des nombres premiers est supposé fini il faut arriver à le manipuler comme quelque chose de concret. Ecrire $2\ 3\ 5 \ldots N$ semble peu opératoire. Je leur dis : "*Vous n'utilisez pas totalement l'hypothèse : l'ensemble des nombres premiers est fini. Que peut-on encore dire ?*". La réponse vient : "*Qu'il y a par exemple p nombres premiers*". Voyant qu'ils n'arrivent pas à manipuler ces nombres premiers je leur indique, croyant les aider, qu'on peut les représenter par $x_1, \ldots x_p$. En fait cela n'aidera guère les élèves à manipuler les nombres premiers.

C'est alors que se produit l'évènement qui va passer inaperçu :

Stéphanie : "*Il faut faire des multiplications*".
Isabelle : "*On n'aura pas un nombre premier*".
Catherine : "*Il suffit de faire + 1*".

Personne ne se rend compte que l'on tient la solution. Mais je peux maintenant répondre "*oui*" à la question de Cédric.

Les Dahus continuent à chercher des nombres de la forme $6n \pm 1$. D'autres regardent si $2N+1$ ne serait pas premier. Pour cela ils essaient de voir si X premier implique $2X+1$ premier. D'autres encore cherchent le nombre premier suivant N. Les Quatterback se demandent si $N+2$ est premier, ce qui relance la recherche sur les couples de nombres premiers jumeaux. Tous procèdent par observation des nombres premiers inférieurs à 10 000. Je fais remarquer que l'on retombe dans une méthode semblable à celle utilisée au début de la semaine.

Gaël pense que $N+1$ est premier. L'objection sera longue à lever par la *communauté scientifique*! Plusieurs élèves font l'hypothèse supplémentaire : soit N' un nombre premier plus grand que N. Il me faut réexpliquer ce qui me semblait acquis hier, à savoir le principe du raisonnement par l'absurde. Voyant la lassitude gagner je les informe que tous les éléments permettant d'arriver à la solution ont été trouvés, mais que la *sauce n'a pas encore pris*. Je résume au tableau ce qui s'est dit :

$6n \pm 1$,
multiplications,
ce n'est pas premier,
faire + 1,
$2N+1$.

Certains élèves décrochent et jouent au Yam ou rédigent leurs cartes postales. Ayant décidé pour cette activité, de m'en tenir au principe que la science se propose mais ne s'impose pas, je n'interviens pas.

Puisque c'est comme ça nous reviendrons demain!

VENDREDI MATIN 2, 3 et 5...sont venus nous serrer la pince

Le problème semblant trop difficile à résoudre avec N, plus grand nombre premier, je suggère de se placer dans un cas plus simple, en supposant par exemple que le plus grand nombre premier est 11, et en essayant d'en fabriquer un qui soit plus grand. Certains me répondent : "*Ben c'est 13!*". Comme cela semble encore trop compliqué, je propose de prendre 5 comme plus grand nombre premier. Puis, en cinq minutes tout est fini. Stéphanie reprend avec Virginie son idée de la veille, et fabrique $2 \star 3 \star 5 + 1$. Elles soumettent le résultat à Isabelle J. et Catherine, puis à l'ensemble de la classe qui arrive à l'étendre à N.

Etonnement d'avoir trouvé. Leur joie éclate. Applaudissements. Rideau.

Il ne reste plus qu'à aller skier.

Bilan

Etant juge et partie il m'est assez difficile d'établir un bilan.

Le premier bilan est constitué par ce que chaque élève a vécu, et par le souvenir qu'il en gardera. Pour certains élèves l'expérience a été positive, ils nous l'ont dit, pour d'autres elle ne laissera pas de trace. Il y a également, mais c'est assez impalpable, la découverte du fait, que trouver cela peut prendre du temps et aussi qu'au cours d'une recherche il faut à certains moments prendre du recul et analyser sa stratégie.

Sur le plan mathématique plusieurs notions ont été abordées :
⋆ raisonnement par l'absurde bien sûr;
⋆ distinction entre raisonnement inductif et raisonnement déductif. Les élèves ont bien compris que l'observation des nombres premiers inférieurs à 10 000 ne permettait pas d'extrapoler. Il fallait un raisonnement général;
⋆ pour certains le statut du symbole ∞ a été précisé;
⋆ la notion de limite : la valeur est-elle atteinte après un nombre fini ou infini d'étapes?

Y a-t-il eu un travail constructif de fait, ou bien me suis-je contenté de faire *mariner* les élèves en leur fournissant la solution au compte gouttes? La règle que je m'étais fixée pour mes interventions était qu'elles ne devaient pas se substituer à l'imagination des élèves pour leur donner les clefs du raisonnement. Ai-je respecté l'esprit de cette règle ou me suis-je livré à une séance de maïeutique (cf. Le Ménon de PLATON)? Au lecteur de se faire une opinion à travers le récit.

Signalons enfin que les élèves qui ont trouvé ne sont pas les *grosses têtes* de la classe.

VARIATIONS SUR UN MÊME THÈME

Martin WAGENSCHEIN (1896-1988), pédagogue et professeur de mathématiques et de physique, enseignait à l'Ecole d'Humanité, un internat fondé par Paul GEHEEB en Suisse. "Une école qui laisse des *loisirs*, et où l'autoformation est possible" écrit-il. Il y pratiquait un enseignement par thèmes. Il proposa à treize élèves de 14-17 ans, et de nationalité différente, de démontrer la proposition d'EUCLIDE : l'ensemble des nombres premiers est illimité. Cela se déroulait vers 1930. Pour la petite histoire signalons que, plus tard, Daniel Cohn Bendit fut élève de cette école.

Depuis plusieurs années je connaissais cette expérience, mais je m'étais refusé, avant de la réaliser moi-même, à en lire le récit pour ne pas être influencé et chercher inconsciemment à reproduire ce qu'il avait vécu.

Voici un résumé de son récit (Martin WAGENSCHEIN : "*Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken*" Tome 1, éd. Klett, 1965).

1ère heure : elle fut consacrée à bien comprendre le problème.

2ème heure : avant la deuxième heure, Gabi (16 ans, anglo-allemande) pensait que tous les nombres premiers (sauf 2) s'écrivaient $2n \pm 1$. Mais elle a vite compris qu'il s'agissait d'une évidence. Durant cette deuxième heure, en conversant avec Gabi, Peter (14 ans, allemand) trouve que tous les nombres premiers (sauf 2 et 3) sont de la forme $6n \pm 1$ **(1)**. Il ne peut pas encore le prouver mais il en est persuadé car tous ses essais concordent (23 37 41 43). Il ne peut clairement expliquer comment il a trouvé, mais il voulait "*tenir compte du 3*". Les élèves se répartissent une table des nombres premiers jusqu'à 10 000, trouvée dans un livre, et vérifient que la formule est valide (M. WAGENSCHEIN aurait préféré que les élèves établissent eux-mêmes cette table). Mais tous sont conscients que rien n'est joué, qu'un contre-exemple peut tout faire capoter et que la proposition **(1)** reste à prouver. Ils se lancent dans une recherche désordonnée. Je dois maîtriser cette compétition aveugle, en rappelant ce que nous cherchons. La phrase **(1)**, si elle était vraie, nous aiderait-elle dans notre recherche? Oui, car $6n \pm 1$ peut devenir aussi grand que l'on veut. Un seul voit que cette proposition ne sert à rien, mais que c'est sa réciproque qu'il nous faudrait. Il faut une longue conversation pour convaincre tout le monde de la différence entre proposition et proposition réciproque. Elnis (16 ans, israélien) précise les choses :

"*Tous les nombres premiers sont de la forme $6n \pm 1$, ne nous sert à rien*
Tous les nombres de la forme $6n \pm 1$ sont premiers, peut nous aider."

Mais elle est fausse, et on collectionne vite les contre-exemples (25 121 119 65).

3ème heure : La différence entre une proposition et sa réciproque s'éclaire seulement à travers l'exemple suivant :

Tous les Bernois sont Suisses (juste).
Tous les Suisses sont Bernois (faux).

Elnis croit que $6p \pm 1$ avec p nombre premier permet toujours de construire un nombre premier supérieur à p **(2)**. Les élèves constatent que la proposition est fausse. Le contre exemple $6 \star 29 + 1 = 175$ suffit. 175 n'est divisible ni par 2, ni par 3 ni par 29, mais rien ne l'empêche d'être divisible par 5. Après le cours, Elnis se tient devant le tableau "$42 = 2 \star 3 \star 7$. *Dedans il y a 2, 3, 7 et ils ne sont pas dans 43. On a juste besoin de regarder si 5 n'est pas dedans. Il suffit d'appliquer les critères de divisibilité*". Je lui dis que c'est le bon chemin mais qu'il n'y a pas besoin des critères de divisibilité. Le lendemain il arrive rayonnant au petit déjeuner : "*J'ai la solution*". Il la donne en cours : "*Si P est le plus grand nombre premier que je connaisse, alors $N = 2 \star 3 \star 5 \ldots \star P + 1$ est certainement un nombre premier plus grand que P. Ce nombre n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par P, donc par aucun nombre*". Tous sont d'accord. Les essais concordent : $2 + 1 = 3$; $2 \star 3 + 1 = 7$ jusqu'à $2 \star 3 \star 5 \star 7 \star 11 \star 13 + 1 = 30\ 031$ qui devrait aussi être premier. Je reste hésitant et leur demande un peu plus d'esprit critique et de fournir une preuve. Curieusement, la solution ne vient pas par le biais de l'expérience en démasquant 30 031 comme je l'avais pensé.

Le soir, Marianne (15 ans, Balte) timide et presque muette jusque là, me surprend en m'expliquant clairement l'erreur de la proposition d'Elnis. Le matin, cri de joie de Gabi, elle pouvait prouver qu'il n'existait pas de plus grand nombre premier.

4ème heure : Tout d'abord, il en reste un qui croit encore à la proposition d'Elnis; son auteur lui-même est hésitant. Alors je laisse Marianne donner son contre-exemple. "*La supposition d'Elnis n'est pas correcte car il existe entre P et N encore d'autres nombres premiers. N peut être premier, mais il peut aussi ne pas l'être. Alors il existe encore un nombre premier, entre P et N, qui divise N*". Tous le comprennent bientôt. Surtout lorsque je laisse voir et montrer que $30\ 031 = 59 \star 509$ et que 59 et 509 sont des nombres premiers compris entre P et N. Alors la proposition d'Elnis est liquidée. Gabi résume avec une grande clarté le raisonnement qui est ensuite repris en français et en anglais.

5ème heure : Elle est consacrée à la rédaction complète qui est ensuite comparée au texte d'EUCLIDE. "*Notre texte est plus simple que celui d'EUCLIDE, le sien par contre (étant donné qu'il n'a pas écrit pour des enfants) est non seulement plus précis et plus complet, mais aussi plus* **racé**.

Ne semblera-t-il pas prétentieux, d'avoir consacré à une phrase qui peut être comprise en 5 minutes, tout un cours et d'y avoir travaillé durant 5 heures ? Il me semble que c'est seulement un tel exemple qui peut répondre à des questions comme : "*Pourquoi les mathématiques à l'école ? Quel est notre but ? Où est l'essentiel ? Nos chapitres que nous parcourons rapidement, sont-ils vraiment tous indispensables ?*" Ecoutons la petite Gabi : "*C'était merveilleux, mais les mathématiques sont horribles*". Un mois plus tard elle écrivait : "*Vous n'imaginez pas combien c'était crispant. On ne pensait à plus rien d'autre... Les mathématiques m'avaient toujours semblées ennuyeuses et je ne pouvais presque pas comprendre comment cette magnifique aventure était aussi des mathématiques... C'est comme si une nouvelle partie de notre cerveau s'était mise en branle... Lorsqu'après plusieurs jours nous avons trouvé, nous étions fiers, comme si le problème des nombres premiers nous avait tracassés toute notre vie et que nous étions les premiers hommes à trouver sa solution*".

Commentaires

35 élèves contre 13; passons...

M. WAGENSCHEIN avait directement demandé de montrer que l'ensemble est infini. Il voulait que les élèves cherchent une démonstration alors que j'ai posé une question ouverte.

Il évite le raisonnement par l'absurde, ce que j'aurais également préféré d'un point de vue esthétique.

Son expérience se déroule dans le cadre normal de l'enseignement de cette école et non pas comme une activité extraordinaire lors d'une classe transplantée.

Mais, au-delà de ces différences de forme c'est bien la même aventure qu'ont vécue les élèves. Ils ont buté sur les mêmes obstables. Obstacle de logique (proposition réciproque, raisonnement par l'absurde) et aussi difficulté à passer correctement des cas particuliers au cas général, surtout quand les cas particuliers mènent à une compréhension partielle du phénomène (tous jugent inutile de vérifier si 30 031 est premier). Dans les deux cas l'important n'est pas la découverte, par tâtonnements, du nombre miracle $2 \star 3 \star \ldots \star p + 1$.

J'ai été frappé par le contraste entre le foisonnement d'idées des élèves (M. WAGENSCHEIN parle de recherche désordonnée :*wildes Suchen*) et leur indigence à mettre en œvre une stratégie de recherche, à prendre de la hauteur par rapport au problème.

Je ne partage pas l'opinion de M. WAGENSCHEIN, que seule une telle activité justifie l'enseignement des mathématiques à l'école, néanmoins cette expérience me suggère deux réflexions.

L'enseignement de la logique (logique des propositions, théorie des ensembles) mériterait d'être renforcé et de ne pas se perdre dans la vague des *mathématiques concrètes*. Bien entendu les mathématiques n'ont pas le monopole de l'apprentissage de la logique.

Faisons confiance aux élèves, et osons les lancer dans des activités de longue haleine où ils seront leur propre maître d'œuvre. En option informatique, ils réalisent durant près de deux mois un projet. C'est une activité courante dans l'enseignement technique mais plus rare dans l'enseignement général. On est frappé par leur envie de **créer** quelque chose de valable et par leur difficulté à organiser leur travail. Il me semble que l'on passe à côté de quelque chose d'important pour leur formation, en présentant uniquement des mathématiques coupées en rondelles, à l'instar des sujets du baccalauréat.

ANNEXE

ENTRE 1 ET 100 IL Y A 25 NOMBRES PREMIERS SOIT 25 %

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97

ENTRE 100 ET 200 IL Y A 21 NOMBRES PREMIERS SOIT 21 %

101 103 107 109 113 127 131 137 139 149 151 157 163 167 173 179 181 191 193 197 199

ENTRE 200 ET 500 IL Y A 49 NOMBRES PREMIERS SOIT 16.33 %

211 223 227 229 233 239 241 251 257 263 269 271 277 281 283 293 307 311 313 317 331 337 347 349 353 359
367 373 379 383 389 397 401 409 419 421 431 433 439 443 449 457 461 463 467 479 487 491 499

ENTRE 500 ET 1 000 IL Y A 73 NOMBRES PREMIERS SOIT 14.60 %

503 509 521 523 541 547 557 563 569 571 577 587 593 599 601 607 613 617 619 631 641 643 647 653 659 661
673 677 683 691 701 709 719 727 733 739 743 751 757 761 769 773 787 797 809 811 821 823 827 829 839 853
857 859 863 877 881 883 887 907 911 919 929 937 941 947 953 967 971 977 983 991 997

ENTRE 1 000 ET 2 000 IL Y A 135 NOMBRES PREMIERS SOIT 13.50 %

1009 1013 1019 1021 1031 1033 1039 1049 1051 1061 1063 1069 1087 1091 1093 1097 1103 1109 1117 1123 1129 1151 1153 1163 1171 1181
1187 1193 1201 1213 1217 1223 1229 1231 1237 1249 1259 1277 1279 1283 1289 1291 1297 1301 1303 1307 1319 1321 1327 1361 1367 1373
1381 1399 1409 1423 1427 1429 1433 1439 1447 1451 1453 1459 1471 1481 1483 1487 1489 1493 1499 1511 1523 1531 1543 1549 1553 1559
1567 1571 1579 1583 1597 1601 1607 1609 1613 1619 1621 1627 1637 1657 1663 1667 1669 1693 1697 1699 1709 1721 1723 1733 1741 1747
1753 1759 1777 1783 1787 1789 1801 1811 1823 1831 1847 1861 1867 1871 1873 1877 1879 1889 1901 1907 1913 1931 1933 1949 1951 1973
1979 1987 1993 1997 1999

ENTRE 2 000 ET 5 000 IL Y A 366 NOMBRES PREMIERS SOIT 12.20 %

2003 2011 2017 2027 2029 2039 2053 2063 2069 2081 2083 2087 2089 2099 2111 2113 2129 2131 2137 2141 2143 2153 2161 2179 2203 2207
2213 2221 2237 2239 2243 2251 2267 2269 2273 2281 2287 2293 2297 2309 2311 2333 2339 2341 2347 2351 2357 2371 2377 2381 2383 2389
2393 2399 2411 2417 2423 2437 2441 2447 2459 2467 2473 2477 2503 2521 2531 2539 2543 2549 2551 2557 2579 2591 2593 2609 2617 2621
2633 2647 2657 2659 2663 2671 2677 2683 2687 2689 2693 2699 2707 2711 2713 2719 2729 2731 2741 2749 2753 2767 2777 2789 2791 2797
2801 2803 2819 2833 2837 2843 2851 2857 2861 2879 2887 2897 2903 2909 2917 2927 2939 2953 2957 2963 2969 2971 2999 3001 3011 3019
3023 3037 3041 3049 3061 3067 3079 3083 3089 3109 3119 3121 3137 3163 3167 3169 3181 3187 3191 3203 3209 3217 3221 3229 3251 3253
3257 3259 3271 3299 3301 3307 3313 3319 3323 3329 3331 3343 3347 3359 3361 3371 3373 3389 3391 3407 3413 3433 3449 3457 3461 3463
3467 3469 3491 3499 3511 3517 3527 3529 3533 3539 3541 3547 3557 3559 3571 3581 3583 3593 3607 3613 3617 3623 3631 3637 3643 3659
3671 3673 3677 3691 3697 3701 3709 3719 3727 3733 3739 3761 3767 3769 3779 3793 3797 3803 3821 3823 3833 3847 3851 3853 3863 3877
3881 3889 3907 3911 3917 3919 3923 3929 3931 3943 3947 3967 3989 4001 4003 4007 4013 4019 4021 4027 4049 4051 4057 4073 4079 4091
4093 4099 4111 4127 4129 4133 4139 4153 4157 4159 4177 4201 4211 4217 4219 4229 4231 4241 4243 4253 4259 4261 4271 4273 4283 4289
4297 4327 4337 4339 4349 4357 4363 4373 4391 4397 4409 4421 4423 4441 4447 4451 4457 4463 4481 4483 4493 4507 4513 4517 4519 4523
4547 4549 4561 4567 4583 4591 4597 4603 4621 4637 4639 4643 4649 4651 4657 4663 4673 4679 4691 4703 4721 4723 4729 4733 4751 4759
4783 4787 4789 4793 4799 4801 4813 4817 4831 4861 4871 4877 4889 4903 4909 4919 4931 4933 4937 4943 4951 4957 4967 4969 4973 4987
4993 4999

ENTRE 5 000 ET 10 000 IL Y A 560 NOMBRES PREMIERS SOIT 11.20 %

5003 5009 5011 5021 5023 5039 5051 5059 5077 5081 5087 5099 5101 5107 5113 5119 5147 5153 5167 5171 5179 5189 5197 5209 5227 5231
5233 5237 5261 5273 5279 5281 5297 5303 5309 5323 5333 5347 5351 5381 5387 5393 5399 5407 5413 5417 5419 5431 5437 5441 5443 5449
5471 5477 5479 5483 5501 5503 5507 5519 5521 5527 5531 5557 5563 5569 5573 5581 5591 5623 5639 5641 5647 5651 5653 5657 5659 5669
5683 5689 5693 5701 5711 5717 5737 5741 5743 5749 5779 5783 5791 5801 5807 5813 5821 5827 5839 5843 5849 5851 5857 5861 5867 5869
5879 5881 5897 5903 5923 5927 5939 5953 5981 5987 6007 6011 6029 6037 6043 6047 6053 6067 6073 6079 6089 6091 6101 6113 6121 6131
6133 6143 6151 6163 6173 6197 6199 6203 6211 6217 6221 6229 6247 6257 6263 6269 6271 6277 6287 6299 6301 6311 6317 6323 6329 6337
6343 6353 6359 6361 6367 6373 6379 6389 6397 6421 6427 6449 6451 6469 6473 6481 6491 6521 6529 6547 6551 6553 6563 6569 6571 6577
6581 6599 6607 6619 6637 6653 6659 6661 6673 6679 6689 6691 6701 6703 6709 6719 6733 6737 6761 6763 6779 6781 6791 6793 6803 6823
6827 6829 6833 6841 6857 6863 6869 6871 6883 6899 6907 6911 6917 6947 6949 6959 6961 6967 6971 6977 6983 6991 6997 7001 7013 7019
7027 7039 7043 7057 7069 7079 7103 7109 7121 7127 7129 7151 7159 7177 7187 7193 7207 7211 7213 7219 7229 7237 7243 7247 7253 7283
7297 7307 7309 7321 7331 7333 7349 7351 7369 7393 7411 7417 7433 7451 7457 7459 7477 7481 7487 7489 7499 7507 7517 7523 7529 7537
7541 7547 7549 7559 7561 7573 7577 7583 7589 7591 7603 7607 7621 7639 7643 7649 7669 7673 7681 7687 7691 7699 7703 7717 7723 7727
7741 7753 7757 7759 7789 7793 7817 7823 7829 7841 7853 7867 7873 7877 7879 7883 7901 7907 7919 7927 7933 7937 7949 7951 7963 7993
8009 8011 8017 8039 8053 8059 8069 8081 8087 8089 8093 8101 8111 8117 8123 8147 8161 8167 8171 8179 8191 8209 8219 8221 8231 8233
8237 8243 8263 8269 8273 8287 8291 8293 8297 8311 8317 8329 8353 8363 8369 8377 8387 8389 8419 8423 8429 8431 8443 8447 8461 8467
8501 8513 8521 8527 8537 8539 8543 8563 8573 8581 8597 8599 8609 8623 8627 8629 8641 8647 8663 8669 8677 8681 8689 8693 8699 8707
8713 8719 8731 8737 8741 8747 8753 8761 8779 8783 8803 8807 8819 8821 8831 8837 8839 8849 8861 8863 8867 8887 8893 8923 8929 8933
8941 8951 8963 8969 8971 8999 9001 9007 9011 9013 9029 9041 9043 9049 9059 9067 9091 9103 9109 9127 9133 9137 9151 9157 9161 9173
9181 9187 9199 9203 9209 9221 9227 9239 9241 9257 9277 9281 9283 9293 9311 9319 9323 9337 9341 9343 9349 9371 9377 9391 9397 9403
9413 9419 9421 9431 9433 9437 9439 9461 9463 9467 9473 9479 9491 9497 9511 9521 9533 9539 9547 9551 9587 9601 9613 9619 9623 9629
9631 9643 9649 9661 9677 9679 9689 9697 9719 9721 9733 9739 9743 9749 9767 9769 9781 9787 9791 9803 9811 9817 9829 9833 9839 9851
9857 9859 9871 9883 9887 9901 9907 9923 9929 9931 9941 9949 9967 9973

ENTRE 10 000 ET 30 000 IL Y A 2 016 NOMBRES PREMIERS SOIT 10.08 %
ENTRE 100 000 ET 101 000 IL Y A 81 NOMBRES PREMIERS SOIT 8.1 %
ENTRE 1 000 000 ET 1 001 000 IL Y A 75 NOMBRES PREMIERS SOIT 7.5 %
ENTRE 10 000 000 ET 10 001 000 IL Y A 61 NOMBRES PREMIERS SOIT 6.1 %
ENTRE 100 000 000 ET 1000 001 000 IL Y A 54 NOMBRES PREMIERS SOIT 5.4 %
ENTRE 1 000 000 000 ET 1 000 001 000 IL Y A 49 NOMBRES PREMIERS SOIT 4.9 %