

MONGE ET L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Henri SILVESTRE

En 1752 débute la publication des premiers volumes de l'Encyclopédie; l'œuvre va influencer les acteurs de la Révolution Française. Son préambule détaille ce qui est l'essentiel de la "*philosophie des lumières*" :

- rassembler les connaissances pour les transmettre aux générations futures, afin que les hommes devenus plus instruits deviennent plus vertueux et plus heureux,
- avoir grande confiance dans le jugement de la raison; elle peut tout, atteint tout, juge de tout. Cette raison procède par déduction en partant de vérités simples et évidentes, mais qui observe aussi les faits, les soumet à la méthode expérimentale pour les vérifier, les contrôler et en déduire des lois,
- tous les domaines sont soumis aux exigences de l'esprit : les phénomènes naturels aussi bien que la nature humaine, la société comme la religion,
- les principes mis en évidence par la raison sont universels,
- les sociétés doivent être organisées pour le bonheur des hommes et respecter les droits naturels de ceux-ci.

Ces idées permettent de comprendre l'importance accordée aux mathématiques et aux sciences expérimentales dans la seconde moitié du 18^e siècle. La foi en la science est grande, on pressent qu'elle est capable d'expliquer tous les phénomènes naturels.

A cette époque, l'instruction aussi est considérée comme importante, surtout par la bourgeoisie, car c'est un outil efficace de promotion sociale sous l'Ancien Régime (société d'ordres et de castes) et, à partir de 1789, un moyen de perfectionner l'homme, ainsi que le déclare TALLEYRAND dans son rapport sur l'Instruction publique présenté aux députés de la Constituante le 10 septembre 1791 : "*un des caractères sensible dans l'individu l'est bien plus encore dans l'espèce : car peut-être n'est-il pas possible de dire de tel homme en particulier qu'il est parvenu au point où il pourrait atteindre, et il le sera éternellement de l'affirmer de l'espèce entière dont la richesse intellectuelle et morale s'accroît sans interruption de tous les produits des siècles antérieurs*".

1) L'enseignement primaire au 18^e siècle

Sous l'Ancien Régime l'enseignement primaire est du domaine de l'Eglise. Depuis le Concile de Trente (1547), chaque curé doit entretenir un maître pour enseigner les rudiments (lecture, écriture, chant, calcul). L'autorité épiscopale a la haute main sur les écoles du diocèse qui sont surveillées par l'écolâtre. Dans les villes les municipalités forcent en général l'Eglise à entretenir les écoles, et il s'agit souvent

d'écoles municipales publiques.

La Convention a débattu en 1793 des plans d'éducation de CONDORCET et du Montagnard LE PELETIER. L'instruction devient publique et laïque, l'enseignement primaire est obligatoire et aux frais de l'Etat. En fait les mesures pratiques ont été votées après Thermidor (9 Thermidor II - 27.07.1794) et mises en place par le Directoire; l'enseignement primaire est particulièrement sacrifié, l'instituteur devient salarié par les communautés locales. Des petites écoles, à demi-clandestines, sont ouvertes; elles sont dirigées par un prêtre réfractaire qui fait concurrence à l'instituteur public.

2) L'enseignement secondaire au 18^e siècle

Sous l'ancien Régime les ordres religieux (Jésuites, Oratoriens, Frères des Ecoles chrétiennes) fondent des établissements, ils sont de plus en plus nombreux, tandis que les anciens collèges des Universités ont tendance à régresser (1). Les encyclopédistes sont très critiques sur l'enseignement dispensé dans les collèges, d'ALEMBERT écrit dans l'article "*Collège*" de l'Encyclopédie : *"un jeune homme après avoir passé dans un collège dix années, qu'on doit mettre au nombre des plus précieuses de sa vie, en sort, lorsqu'il a le mieux employé son temps, avec la connaissance très imparfaite d'une langue morte, avec des préceptes de rhétorique et des principes de philosophie qu'il doit tâcher d'oublier; souvent avec une corruption de mœurs dont l'altération de la santé est la moindre suite, quelquefois avec des principes d'une dévotion mal entretenue mais plus ordinairement avec une connaissance de la religion si superficielle qu'elle succombe à la première conversation impie où à la première lecture dangereuse"*.

Dès la fin de 1789 les collèges éprouvent de la peine à fonctionner car ils sont privés de ressources, un peu plus tard les religieux réfractaires seront interdits d'enseignement.

Le 7 avril 1793 la Convention tente l'expérience (éphémère) du "*Lycée républicain*"; on y enseigne la technologie, les arts pratiques (par exemple la sténographie), la géographie, la vulgarisation scientifique. A cette époque également MONGE a pensé à un projet d'école technique pour ouvriers de 14 à 16 ans où seraient enseignés la géométrie descriptive avec ses applications, des éléments de physique, chimie, grammaire, instruction civique, morale.

Pour faire face à un important besoin en matériel de guerre (2), la Convention institue l'Ecole révolutionnaire des armes et poudres le 2 février 1794; son but est d'assurer la formation technique et politique de 1000 citoyens sélectionnés dans les départements pour en faire des chefs d'atelier capables d'enseigner les méthodes de fabrication dans leurs provinces. Des savants tels que MONGE, VANDERMONDE, BERTHELOT, CARNOT y ont participé; le principe et l'organisation des cours révolutionnaires ont été repris à la fondation de l'Ecole Normale de l'an III et de l'Ecole Centrale des Travaux Publics.

(1) Toutes les notes sont regroupées p. 35-36.

La loi du 24 février 1795 substitue aux collèges de l'Ancien Régime les "*Ecoles Centrales*", ouvertes au chef-lieu de chaque département. Ce sont des lycées supérieurs dont les cours sont facultatifs et constitués en trois sections successives : d'abord le dessin, l'histoire naturelle, les langues anciennes et vivantes ; puis de 14 à 16 ans les sciences (mathématiques, physique, chimie) ; enfin la grammaire générale (belles-lettres, histoire, législation) (3).

La loi du 11 Floréal an X (1er mai 1802) et le décret du 17 mars 1808 fondent solidement l'enseignement public pour le secondaire et l'Université (en 1808 il s'agit de l'Université impériale ; elle a le monopole de l'enseignement). Le nouveau régime prend grand soin du secondaire où se forment les futurs cadres de l'Etat ; on y enseigne particulièrement les humanités classiques.

3) L'enseignement supérieur au 18^e siècle

Avant la Révolution l'enseignement mathématique du degré le plus élevé est dispensé en France dans quelques facultés (elles ont peu d'élèves), au Collège Royal (Collège de France, fondé par François 1er), dans quelques écoles spéciales : Ponts et Chaussées à Paris, Génie à Mézières, Artillerie à Strasbourg. Dans ces écoles cependant le niveau mathématique ne dépasse pas celui des stricts besoins professionnels des techniciens qu'elles ont mission de former. Pour toute la France cet enseignement supérieur compte environ 25 chaires de mathématiques.

L'abolition des corporations décidée par la Convention en 1793 entraîne la fermeture des universités et des académies (le 8 août 1793 pour l'académie des sciences, le 15 septembre pour la faculté de médecine).

Tout un réseau d'établissements supérieurs est créé par la Convention thermidorienne (de la chute de ROBESPIERRE (27 juillet 1792) à la séparation de la Convention (26 octobre 1795)), en particulier :

— L'Ecole Centrale des travaux publics (inaugurée le 24 mars 1795 pour préparer aux diverses catégories d'ingénieurs civils et militaires. Le recrutement s'effectue par concours (deux interrogations de mathématiques, les études durent trois ans, elles concernent pour l'essentiel la géométrie descriptive, infinitésimale (MONGE) et la mécanique (LAGRANGE)).

— L'Ecole Normale de l'an III, pour former les professeurs des écoles centrales. Les cours ont débuté le 20 janvier 1795, ils s'arrêteront en mai 1795 à la suite de difficultés matérielles. Les élèves sont désignés sans concours par les administrations des districts. Les professeurs sont choisis parmi les plus grands savants de l'époque (LAGRANGE, LAPLACE, MONGE). Les études comprennent pour chaque décade deux séances de mathématiques, de géométrie descriptive, de physique ; des séances de débats (discussions) alternent avec les leçons.

4) Vie et carrière scientifique de Monge (1746-1818)

Gaspard MONGE est le fils d'un commerçant aisé, il fréquente jusqu'à 16 ans le collège des Oratoriens de Beaune puis on l'envoie à celui de Lyon où on lui confie

bientôt la chaire de physique. Les Pères voulant le faire entrer dans les ordres, il retourne en 1764 dans sa famille. Il occupe ses loisirs en levant un plan de Beaune qui est remarqué par un officier supérieur du Génie; celui-ci lui fait attribuer une place de dessinateur technique à l'Ecole Royale du Génie de Mézières où on étudie la construction des fortifications, l'attaque et la défense des places fortes. Par des méthodes personnelles MONGE résout rapidement un problème de fortifications qui lui a été soumis, il est alors nommé répétiteur de mathématiques puis professeur titulaire de la chaire, en remplacement de l'abbé BOSSUT devenu examinateur des élèves (1769) (4). C'est à cette époque qu'il dégage les principes de la géométrie descriptive pour en faire une technique simple et efficace qu'il enseigne à Mézières.

Au cours de la période 1766-1772, MONGE présente un ensemble très riche de résultats nouveaux et élabore l'essentiel des principes qui dirigeront son œuvre mathématique. De 1766 à 1770 il fait connaître par des lettres (à d'ALEMBERT et à CONDORCET en particulier) et des mémoires successifs l'avancement de son étude sur les développées des courbes gauches. Après la lecture des travaux d'EULER et de LAGRANGE relatifs au calcul des variations, il en tente une généralisation à l'espace (mémoire de 1771). Au cours de cette même année 1771 il envoie plusieurs lettres à CONDORCET sur la résolution de certaines équations aux dérivées partielles dans lesquelles se précise peu à peu la liaison entre équations aux dérivées partielles et surfaces définies par un mode de génération donné. Dès le début de 1772 il rédige successivement deux mémoires sur ce sujet; le 5 avril 1772 il devient membre correspondant de l'académie des sciences. A la même époque il est nommé professeur de physique à l'Ecole de Mézières, le titulaire étant décédé.

Dès lors MONGE ne se consacre plus exclusivement aux mathématiques, il étend son champ de recherche à la physique et à la chimie, comme c'est le cas pour la plupart des mathématiciens de cette époque. Entre des mémoires de physique et de chimie (propriétés du fer et sa conversion en acier) il publie entre 1774 et 1776 trois mémoires qui lui ouvrent les portes de l'académie des sciences comme adjoint géomètre en 1780. A la mort de BÉZOUT en 1782 il lui succède comme examinateur des élèves de la Marine, en même temps qu'il obtient la chaire d'hydraulique instituée par TURGOT au Louvre. Malgré toutes ces charges qui l'obligent à résider cinq mois à Paris pour l'Académie et à parcourir la France pour la Marine, il conserve ses obligations de professeur à Mézières jusqu'en 1784.

En 1789, MONGE est un des savants français les plus connus, mais c'est en physique et chimie que sa réputation est la plus grande. Dès le début de la Révolution il en est un partisan enthousiaste (5), il est membre du club des Jacobins, il y occupera plusieurs postes successifs de direction. Jusqu'en juillet 1792 ses activités se poursuivent sans changement notable, il partage son temps entre l'académie des sciences et les tournées d'examen; celles-ci sont de plus en plus fréquentes car il doit surveiller la mise en route de 12 écoles d'hydrographie qui viennent d'être créées.

Après la journée insurrectionnelle du 10 août 1792, le roi déchu est remplacé par un

conseil exécutif; MONGE en fait partie comme Ministre de la Marine. Il démissionne en avril 1793 pour se consacrer à l'Ecole révolutionnaire.

Dès 1794 il prend une bonne part à la création de l'Ecole Centrale des Travaux Publics; dès janvier 1795 il enseigne la géométrie descriptive à l'Ecole Centrale et à l'Ecole Normale; il y acquiert la réputation d'un bon professeur (6).

Le 22 août 1795 la Convention reconnaît en Gaspard MONGE un savant patriote éminent, il entre à l'Institut dès sa fondation.

En 1796 MONGE est chargé avec BERTHOLLET d'une mission en Italie, il rencontre BONAPARTE pour lequel il éprouve une grande admiration et un profond et indéfectible attachement.

Après le 18 Brumaire, MONGE conserve seulement son poste d'enseignement à Polytechnique, il le quitte en 1809; entretemps il publie "*Application de l'Algèbre à la Géométrie*" puis "*Application de l'Analyse à la Géométrie*"; sa géométrie descriptive professée à l'Ecole Polytechnique a déjà fait alors l'objet de plusieurs rééditions.

L'Empereur a accordé à MONGE les mêmes honneurs qu'à LAGRANGE et LAPLACE : sénateur, comte de l'Empire, Grand Officier de la Légion d'Honneur.

Epargné par la 1ère restauration, MONGE reprend sa place pendant les cent-jours; la seconde capitulation l'anéantit : il est exclu de l'Institut et il doit se cacher. A sa mort (28 juillet 1818) aucun hommage officiel ne lui est rendu.

5) La géométrie descriptive – Les précurseurs

La géométrie descriptive utilise les projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires, l'un horizontal, l'autre frontal. Cette technique est connue depuis longtemps, en architecture par exemple dès le 1er siècle av. J.-C., VITRUVÉ utilise les représentations des bâtiments en "*plan*" et "*élévation*" mais les deux dessins ne sont pas associés. La correspondance entre les deux projections d'une même figure, plus délicate, se rencontre plus tardivement chez DÜRER au 16^e siècle et FRÉZIER au 18^e siècle.

Au Moyen-Age les voûtes et arcs-boutants sont réalisés approximativement en appliquant un répertoire de règles empiriques et compliquées élaborées au cours des siècles. Il semble qu'une partie de ce savoir-faire se soit perdu au 17^e siècle (7).

En 1640 DESARGUES publie une plaquette qui se propose de résoudre les problèmes les plus difficiles du dessin architectural par des méthodes exclusivement géométriques. Il choisit l'exemple d'une montée biaise dans un mur en talus et il utilise le changement de plan, prouvant ainsi sa bonne compréhension des méthodes de géométrie descriptive. Malheureusement le style compliqué de l'auteur et son discours provoquant découragent ses contemporains.

C'est seulement en 1735 que l'architecte FRÉZIER en saisit l'exactitude et l'importance. Il publie à partir de là une "*théorie des sections des corps nécessaires pour la construction des voûtes et la coupe des pierres et des bois*". Les techniques

utilisées et les problèmes envisagés sont ceux de l'ancien programme de descriptive de la classe de mathématiques élémentaires, mais les méthodes ne sont pas mises en valeur et restent noyées dans un ensemble de procédés particuliers.

MONGE a bien connu le traité de FRÉZIER qu'on utilisait à l'Ecole de Mézières et il travailla deux ans dans l'atelier de dessin et de taille des pierres. L'apport initial de MONGE a consisté en un vaste effort de simplification et de synthèse.

Le peintre allemand Albrecht DÜRER (1471-1528) publie en 1525 un traité de géométrie orienté vers les applications de la géométrie à l'art, traitant en particulier des méthodes de perspectives et mettant en œuvre des procédés proches dans leur esprit de la géométrie descriptive. Dans cette étude, les deux projections sont associées pour traiter des problèmes de représentation. Par exemple hélice circulaire (ou sur un cône droit) coupant les génératrices sous un angle constant, ombre au flambeau d'un cube, sections planes d'un cône droit à base circulaire et obtention de la conique en vraie grandeur.

Les travaux de DÜRER restèrent inconnus des géomètres; ceux-ci au début du 18^e siècle ignorent en général la méthode des projections et n'utilisent que rarement des démonstrations de caractère projectif.

6) La géométrie descriptive de Monge

D'après MONGE, *“la géométrie descriptive est l'art de représenter sur une feuille de dessin qui n'a que deux dimensions, les corps de l'espace qui en ont trois et qui sont susceptibles d'une définition rigoureuse”*. Bien entendu cette représentation doit aussi permettre de résoudre le plus possible de problèmes techniques ou théoriques, qui se posent sur ces corps de l'espace.

Le principe d'associer les deux projections orthogonales lui est familier, et les travaux de FRÉZIER (qui sont à la base des réalisations de l'Ecole de Mézières) lui ont montré que cette représentation devient performante et simple d'utilisation lorsque l'on recourt à la géométrie. Encore reste-t-il à faire tout un travail d'investigation pour rechercher les méthodes géométriques adaptées à la résolution des problèmes, et qui exploitent cette représentation. Le mérite en revient à MONGE, c'est en cela qu'on peut le considérer comme le créateur de la géométrie descriptive qui apparaît dès 1795 dans son enseignement comme une science complète et moderne.

Le corps de doctrine s'est vraisemblablement constitué entre 1766 et 1784, quelques rares documents subsistent de cette époque provenant d'anciens élèves; par exemple :

- détermination d'un angle dièdre en construisant des normales par un point de l'intersection,
- intersection de deux surfaces de révolution d'axes concourants (utilisation de la famille des sphères centrées au point de concours des deux axes),
- perpendiculaire commune à deux droites (en rendant debout les plans parallèles qui les contiennent).

Par ailleurs un problème (n° 13) figurant dans le mémoire de MONGE sur la théorie des surfaces (1775) est traité par les méthodes de la géométrie descriptive (8).

Dans les treize leçons professées à l'Ecole Normale de l'an III, MONGE insiste sur la valeur éducative de la géométrie descriptive, posant soigneusement ses principes, comparant les méthodes dans l'étude des problèmes relatifs à l'espace; il souligne aussi la relation qu'on doit faire en permanence entre l'analyse et la géométrie descriptive :

“...Il serait souhaitable que ces deux sciences fussent cultivées ensemble : la géométrie descriptive porterait dans les opérations analytiques les plus compliquées l'évidence qui est son caractère et à son tour l'analyse porterait dans la géométrie la généralité qui lui est propre”.

Et aussi

“Il faut que l'élève se mette en état d'une part de pouvoir écrire en analyse tous les mouvements qu'il peut concevoir dans l'espace et de l'autre de se représenter perpétuellement dans l'espace le spectacle mouvant dont chacune des opérations analytiques est l'écriture.

Dans ses leçons MONGE signale aussi l'intérêt de la géométrie descriptive pour les services qu'elle peut rendre aux techniciens.

A l'Ecole Polytechnique c'est ce deuxième aspect qui est privilégié : 1/6 des leçons est consacré aux principes généraux, le reste aux applications : coupe des pierres, coupe des bois, ombre, perspective, topographie, machines.

Bibliographie

L'œuvre scientifique de MONGE, par René TATON (Ed. P.U.F.)

Histoire abrégée des sciences mathématiques, par Maurice d'OCAGNE (Ed. Vuibert)

Les savants en révolution 1789-1799, par Nicole DHOMBRES (Ed. Calmann-Lévy)

Mathématiques et mathématiciens pendant la Révolution française, par Jean DHOMBRES – Commission inter-IREM, Paris 19.11.88

La Révolution 1770- 1880, par François FURET – Histoire de France (Ed. Hachette)

Géomètres français sous la Révolution, par Niels NIELSEN (Copenhague, Ed. Levin & Munksgaard, 1929)

Science et Vie, numéro hors série : 200 ans de sciences 1789-1989

(1) A l'expulsion des Jésuites en 1763, leurs collèges ont été rattachés à l'Université.

(2) Extrait de : “*L'école révolutionnaire des armes et poudres*” (02.02.1794) :

1. Situation militaire :

20.04.92 : déclaration de la guerre au roi de Bohême et de Hongrie (i.e empereur d'Autriche);

01.02.93 : déclaration de la guerre à l'Angleterre et à la Hollande;

07.03.93 : déclaration de la guerre à l'Espagne;

10.03.93 : début de l'insurrection vendéenne.

2. Le Comité de salut public né le 06.04.93 saura faire face à la situation ainsi créée, car les besoins en hommes et en matériel sont énormes (dès le 24.02.93 la Convention décrète la levée de

300 000 hommes, le 23.08.93 elle décrète la levée en masse, cela représente un million d'hommes).

a) Création de nombreuses usines, développement de celles qui existent.

b) Appel aux savants pour mettre au point de nouveaux procédés de fabrication des matières premières qui manquent (le salpêtre vient de l'Inde et d'Egypte, le soufre de Sicile, la potasse d'Espagne, le cuivre d'Espagne et de Russie, le fer de Suède, l'acier d'Angleterre et d'Allemagne).

c) Création de l'Ecole révolutionnaire des armes et poudres; les cours sont prolongés par un certain nombre de manuels pratiques.

(3) Après le 18 brumaire an VIII (9 novembre 1799), pendant six semaines LAPLACE est nommé ministre de l'Intérieur. Il diffuse un texte aux professeurs de mathématiques des écoles centrales qui leur recommande de préférer les méthodes générales (c'est-à-dire l'analyse) et d'enseigner la géométrie après l'algèbre.

(4) Le salaire d'un professeur est de 900 livres par an alors que celui d'un examinateur est supérieur à 2000 livres par an.

(5) C'est un encyclopédiste d'origine modeste et il a souffert de ses débuts difficiles à Mézières.

(6) Extrait de "*L'œuvre scientifique de Monge*", par R. TATON :

Dans la troisième séance, MONGE réplique à un élève qui lui cite, d'après CONDILLAC, l'ordre logique de compréhension des éléments géométriques : solide, surface, ligne et point, que ceci n'a d'importance que pour les premières définitions. Il montre encore l'utilité des surfaces développables tant pour la technique ("*ce sont les seules que l'on puisse effectuer en matières flexibles ... sans qu'il soit nécessaire d'emboutir ces feuilles de matière*"), que pour la théorie des ombres et pour le progrès de l'analyse. Il insiste sur l'intérêt de la classification des surfaces d'après leur mode de génération :
.../...

A un autre moment, il affirme sa pleine confiance envers les méthodes mathématiques classiques et sa méfiance à l'égard des tentatives de rigorisation.

Au reste les géomètres connaissent parfaitement la nature des raisonnements qu'ils emploient; ils savent pour chacun d'eux jusqu'à quel point ils peuvent y avoir confiance. La sévérité exagérée que des métaphysiciens qui n'étaient pas géomètres ont à plusieurs reprises essayé d'introduire dans la géométrie et dans l'analyse n'a jamais fait faire un pas à la science, et elle a quelquefois retardé ses progrès en occupant les géomètres à des disputes frivoles et en les forçant d'épuiser leurs forces contre des fantômes.

(7) M. JOUSSE : *Le Secret d'architecture ...*, La Flèche, 1642, p. 1 (cité par R. TATON)

Il y a beaucoup de superbes Edifices qui ont très mal réussi, pour avoir esté faits par des personnes qui ne sçavoient point les traits Geometriques necessaires à la coupe des pierres. Combien en a-t-on veu, & void t'on tous les jours de grands et riches Bastimens aller en ruine, & se perdre entièrement pour les mauvais assemblages des parties, pour les mauvais rappors des pierres les unes aux autres, pour n'avoir sçeu tailler et aprestre les pierres comme il falloit? Vous m'advouerez donc, qu'en fait d'Architecture, il est necessaire de sçavoir ce qui concerne la coupe des pierres & les traits Geometriques qui en donnent la reigle, puis que de l'ignorance de ce point procède la perte des Édifices, et de l'honneur des Architectes. Or est-il que de ce qui est de ce point, il ne s'en trouve rien dans les meilleurs Autheurs de tous les Anciens Architectes. Ne m'en croyez pas à ma parole, voyez s'il vous plaist, ceux que je vais vous nommer, & les lisez aussi soigneusement que j'ai fait, & vous serez contraints de m'accorder qu'ils ne nous ont laissé aucun précepte pour une chose tant nécessaire.

(8) Problème XIII (mémoire sur la théorie des surfaces (1775))

"trois courbes quelconques étant données, construire une surface gauche engendrée par le mouvement d'une ligne droite et qui passe par ces trois courbes".

(On cherche l'intersection de la surface réglée $\Sigma(D, C_1, C_2, C_3)$ avec une verticale arbitraire D en introduisant la surface réglée $\Sigma(D, C_1, C_2)$ et son intersection Γ avec la surface cylindrique projetant C_3 sur le plan horizontal.