

A VOS STYLOS

PROBLÈME 3

Énoncé

Vrai ou faux ?

Tout ensemble de parties de \mathbb{N} qui est totalement ordonné par inclusion (ceci signifie que, deux éléments quelconques de cet ensemble étant donnés, l'un des deux est toujours inclus dans l'autre) est fini ou dénombrable.

Donner une démonstration ou un contre exemple.

Contre-exemple

Le contre-exemple suivant nous a été proposé par E. KERN et M.- P. MULLER.

Pour x réel positif, posons $I_x = \{r \in \mathbb{Q} \mid 0 < r < x\}$. L'ensemble $\{I_x, x \in \mathbb{R}_+^*\}$ a la puissance du continu et est totalement ordonné par inclusion (car $x \mapsto I_x$ est un isomorphisme d'ensembles ordonnés).

Si maintenant φ est une injection de \mathbb{Q}_+^* dans \mathbb{N} (par exemple $\varphi\left(\frac{p}{q}\right) = 2^p 3^q$ pour $\frac{p}{q}$ fraction irréductible), l'ensemble $\{\varphi(I_x), x \in \mathbb{R}_+^*\}$ de parties de \mathbb{N} a la puissance du continu et est totalement ordonné par inclusion.

PROBLÈME 4

Énoncé

Trouver tous les réels $a > 0$ tels qu'il existe, dans l'espace euclidien usuel muni d'un repère orthonormé, un cube de côté a et dont les sommets ont toutes leurs coordonnées entières.

Indication

Le nombre a doit être entier.

PROBLÈME 5

Énoncé

Vrai ou faux ?

Si F est un espace vectoriel sur \mathbb{Q} , et si E_1, \dots, E_n sont des sous-espaces vectoriels de F tels que $E_1 \cup \dots \cup E_n = F$, alors l'un au moins des E_i est égal à F .

Donner une démonstration ou un contre-exemple.

LE 'PLOT' — SPÉCIAL SYMÉTRIE

La SYMÉTRIE est le thème principal du n° 42 du 'Plot'. Thème actuellement très utilisé dans divers domaines scientifiques, la **symétrie** peut être enseignée à tous les niveaux scolaires : dans les *petites* classes on aborde la symétrie miroir et la symétrie centrale, mais aussi les motifs répétitifs par rotation ou par translation ; dans les plus grandes classes, on n'en reste pas là mais on va au contraire à la recherche de tout ce qui est invariant par des transformations de toutes sortes.

La **symétrie**, c'est un thème formateur et culturel qui donnera envie aux élèves de faire de la géométrie, aussi bien au collège qu'au lycée.

Dans ce numéro du 'Plot' on trouvera :

- ★ 'Un bon paveur sait paver sans erreur', par J. LEFORT, où l'on retrouve sur 24 pages des frises, des pavages réguliers ou non, périodiques ou non, utilisant toutes sortes de transformations.
- ★ 'Les dentelles du Puy' par Ch. PÉROL, où l'on verra que les dentelières connaissent la structure de groupe !
- ★ 'Les mosaïques non-euclidiennes' par Ch. LÉGER.
- ★ 'L'interdit du pentagone', relatant la découverte d'un pseudo-cristal avec des symétries d'ordre cinq ...

Le tout truffé de figures et de dessins (plus de 200 pour les 48 pages du numéro).

Si et seulement si vous habitez l'Alsace (*), vous pouvez obtenir ce numéro du 'Plot' sur la symétrie, à la bibliothèque IREM au prix exceptionnel de 25.- F (franco de port). La bibliothécaire appréciera beaucoup si vous vous regroupez par 3 ou 4 pour faire une commande par chèque.

(*) Dans le cas contraire, se renseigner sur le tarif à l'IREM d'Orléans – Domaine Universitaire – 45046 ORLÉANS CEDEX.