# UN BEAU SPECTACLE ARITHMÉTIQUE

Georges GLAESER

On entend souvent dire qu'une Exposition Mathématique porte essentiellement sur des thèmes géométriques et historiques : on y présente surtout des stands consacrés à de **belles figures** (comme celles que l'on trouve dans "*Anschauliche Geometrie*" de David HILBERT et S. Cohn VOSSEN; traduit en anglais sous le titre "*Geometry and the imagination*").

Parfois on y exhibe des instruments anciens analogues à ceux que l'on peut admirer au musée d'histoire des sciences de Florence.

Enfin, on réalise souvent des panneaux biographiques consacrés à des savants célèbres.

Pourtant, dans l'éditorial du n° 26 (février 1982) de '*L'Ouvert*' , intitulé "*la mathématique du voyeur*" nous avions présenté les formules suivantes, pour bien montrer que l'on pouvait présenter de beaux spectacles arithmétiques :

$$\sqrt{2} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 \ldots}}}}$$

$$\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - \ldots$$

Voici un merveilleux énoncé de problème, qui montre une solution, mais qui laisse à l'élève le soin de se poser des questions, de formuler des conjectures, d'échaffauder des démonstrations : c'est plus fort que le bébé de la publicité qui est sec lorsqu'il est mouillé.

Que nos collègues l'affichent dans des classes de la 2de jusqu'au DEUG ou dans les classes préparatoires. Qu'ils encouragent leurs élèves à le considérer comme une tâche **facultative** destinée essentiellement aux gens curieux!

**Ne faites pas d'impair.**
**(Carrés et cubes sont enchevêtrés dans la suite des nombres impairs.)**

$$
\begin{aligned}
1^2 &= 1\\
2^2 &= 1+3\\
3^2 &= 1+3+5\\
4^2 &= 1+3+5+7\\
5^2 &= 1+3+5+7+9\\
6^2 &= 1+3+5+7+9+11\\
7^2 &= 1+3+5+7+9+11+13\\
8^2 &= 1+3+5+7+9+11+13+15\\
9^2 &= 1+3+5+7+9+11+13+15+17\\
10^2 &= 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19\\
11^2 &= 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21\\
12^2 &= 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23\\
13^2 &= 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25\\
14^2 &= 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27\\
15^2 &= \underbrace{1}_{1^3}+\underbrace{3+5}_{2^3}+\underbrace{7+9+11}_{3^3}+\underbrace{13+15+17+19}_{4^3}+\underbrace{21+23+25+27+29}_{5^3\ \cdots}\ \ldots
\end{aligned}
$$

(*)

Croyez-le ou non, toutes les puissances entières des naturels sont somme d'impairs consécutifs.

$$\underbrace{1}_{1^5},\ 3,\ \underbrace{5+7+9+11}_{2^5},\ 13, 15, 17,\ \underbrace{19+\ldots+35}_{3^5},\ 37,\ldots,47,\ \underbrace{49+\ldots+79}_{4^5\ldots]},\ \ldots$$

(*)

**Suite de carrés consécutifs égaux.**

$$
\begin{aligned}
3^2 + 4^2 &= 5^2\\
10^2 + 11^2 + 12^2 &= 13^2 + 14^2\\
21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 &= 25^2 + 26^2 + 27^2\\
36^2 + 37^2 + 38^2 + 39^2 + 40^2 &= 41^2 + 42^2 + 43^2 + 44^2\\
55^2 + 56^2 + 57^2 + 58^2 + 59^2 + 60^2 &= 61^2 + 62^2 + 63^2 + 64^2 + 65^2
\end{aligned}
$$

(etc).

(*)

On peut compléter ce "*dessin arithmétique*" des calculs suivants :

$$1 = 1^4\ ;\ 7+9 = 2^4\ ;\ 25+27+29 = 3^4 \text{ etc}$$

(*) D'après(*World Federation Newsletter N°6, August 1987, Page 20*)