
ALGORITHMES EN T A2

Une option – Un choix – Un document – Une expérience

par C. DUPUIS – D. GUIN – J.-P. IGOT – D. MARY-ROUSSELIERE – N. VOGEL

N.D.L.R. : Nombreux sont les collègues qui, enseignant en T A2, ont passé une heure à informer les élèves sur les différentes options afin qu'ils choisissent en connaissance de cause. C'est faire injure aux élèves de A que de laisser croire qu'ils sont rebelles à toute activité mathématique. Ils ont leurs goûts et préférences qu'il faut utiliser (et le rejet de la géométrie n'est pas typique des littéraires) ; leur sensibilité ne doit pas être braquée par un formalisme souvent imposé sans nécessité ou trop tôt dans les cours de mathématiques. Chaque année, des T A2 reprennent goût à certaines mathématiques grâce à la motivation de professeurs qui les enthousiasment, qui, pour l'arithmétique et l'histoire des numérations, qui, pour l'astronomie et les démêlés de Kepler, Galilée ou Newton, qui, pour les probabilités et les lois du hasard...

L'enseignement de l'option algorithmique relaté ci-dessous montre ce qui peut être fait dans ce cas particulier. Nous engageons vivement le lecteur à profiter de tout le travail qui a été fourni dans le cadre de cette expérience.

UNE OPTION

Un groupe de travail a été constitué à l'I.R.E.M. de Strasbourg sur le thème des apports de l'informatique à l'enseignement des mathématiques.

Différentes expériences ont été réalisées avec des adultes enseignant en mathématiques ou d'autres disciplines, ainsi que des jeunes de l'école élémentaire ou du lycée, sur ce thème.

Le présent article relate un travail mené dans le cadre du programme de mathématiques de la Terminale A2.

Nous nous proposons ici de vous présenter des extraits d'un document rédigé et mis au point grâce à la collaboration de deux enseignants de T A2, Monsieur QUELEN (Lycée des Pontonniers) et Madame D. MARY-ROUSSELIERE (Lycée Kléber) à Strasbourg, qui ont accepté de mener une expérimentation dans leurs classes.

UN CHOIX

La liste des thèmes que contient le programme de l'option algorithmique en T A2 nous a paru bien trop longue pour permettre en 15 heures autre chose qu'un survol à haute altitude.

Nous avons préféré une démarche favorisant l'activité des élèves et leur permettant d'écrire eux-mêmes des algorithmes simples, ce qui implique évidemment de limiter le nombre de thèmes abordés.

Nous nous sommes beaucoup interrogés sur la place de la machine dans notre enseignement. Il nous semblait que l'algorithmique est une discipline qui peut exister indépendamment de son utilisation en informatique.

Cependant, la motivation du passage sur machine est essentielle dans cet apprentissage. En effet, la transposition quasi-immédiate des algorithmes écrits en un langage de programmation, et l'exécution des programmes obtenus par les ordinateurs donnent un intérêt concret aux algorithmes et justifient même l'activité.

L'utilisation des ordinateurs permet aussi de démystifier l'informatique auprès d'élèves qui, parce que classés "littéraires" ont souvent plus d'appréhensions et moins d'occasions de faire des essais dans ce domaine que les "scientifiques".

UN DOCUMENT

Ces considérations nous ont conduit à rédiger des fiches-élèves et des fiches-professeur. La dernière version, modifiée après expérimentation, est disponible à la bibliothèque de l'I.R.E.M. (prix : 7.- F). On y aborde les notions de séquences d'opérations, de variable et d'affectation ; l'essentiel du travail porte sur l'écriture d'un algorithme de classement de nombres.

UNE EXPERIENCE : Commentaire de l'enseignante

Il arrive, lorsqu'on demande à un élève de Terminale A2 de choisir a priori parmi les options proposées par le programme celle qu'il souhaite étudier, que l'arithmétique et la géométrie associées à un passé douloureux soient d'emblée rejetées, que les probabilités soulèvent des réticences et l'astronomie qui évoque davantage l'astrologie que le calcul soit acceptée avec enthousiasme. Quant aux activités algorithmiques, ces termes sont tellement suspects qu'aucun élève ne se hasarde à en demander la signification !...

Tout ceci pour dire que l'option "activités algorithmiques" a été imposée à de malheureux littéraires avec force paroles rassurantes durant l'année scolaire 1984-1985. Si l'on excepte deux ou trois opposants irréductibles sur une classe de trente élèves, les autres ont activement participé au travail. Nous osons même avouer que certains ont montré de l'ardeur à l'ouvrage. Le test final nous semble refléter une bonne compréhension.

EXTRAITS DU DOCUMENT ET COMMENTAIRES

Commentaires

Le travail de présentation (fiche 1) a duré 3 heures. Il a permis de présenter aux élèves la notion d'algorithme et de les familiariser avec le type de réflexion qui leur est proposé par la suite. Nous avons introduit la notion de case-mémoire à partir d'exercices sur l'échange de contenus de bols.

Fiche 2B élèves	Mémoires
<p>③ Dans trois cases mémoires notées M1, M2, M3 sont rangés trois nombres.</p> <p>L'opération notée "$M1 \leftarrow M2$" signifie maintenant "<u>recopier</u> le contenu de la mémoire M2 dans M1", en lieu et place du contenu actuel de cette dernière, à la manière d'une copie de cassette magnétique.</p>	

Fiche 2B professeur	Mémoires
<p>③ La notion de case mémoire correspond à la réalité des ordinateurs et peut être utilement illustrée par les manipulations de cassettes ou de bandes magnétiques en sonorisation. Mettre en évidence les deux faits suivants :</p> <p>si "$M1 \leftarrow M2$"</p> <ol style="list-style-type: none">1) l'ancien contenu de M1 est remplacé par celui de M22) celui de M2 subsiste dans M2	

Un premier travail d'organisation de calculs avec un nombre restreint de mémoires est réalisé dans la fiche 3A.

Voici un extrait de la fiche 3B élèves :

Fiche 3B élèves	Mémoires (suite) - Classements
<p>② a) Exécuter l'algorithme ci-contre, sur les mémoires M1, M2, M3 contenant respectivement - 5, 0, - 3. Que contiennent-elles après cette exécution ?</p> <p>. R ← M1 . si M2 < M1 alors R ← M2 . M2 ← M3 . M3 ← R</p>	<p>b) Même question si les contenus initiaux sont - 3, - 5, 0.</p>
<p>③ On désigne par x, y les contenus <u>inconnus</u> de deux mémoires M1, M2. Ecrivez un algorithme permettant de <u>classer ces deux nombres, dans l'ordre croissant, dans les mémoires M1, M2.</u> (On utilisera ← et <u>si ... alors ...</u>)</p>	
<p>④ Ecrivez l'algorithme correspondant pour <u>trois mémoires</u> M1, M2, M3 contenant trois nombres inconnus x, y, z.</p>	
<p>⑤ Déroulez l'algorithme du ④ si les mémoires M1, M2, M3 contiennent au départ 2, 1, 0 en indiquant les contenus intermédiaires de toutes les mémoires utilisées, à chaque étape du déroulement. Combien d'essais analogues faut-il faire pour vérifier que l'algorithme fonctionne bien dans tous les cas ?</p>	

Nous avons expliqué dans la fiche 2 (professeur) qu'on peut noter ECHANGE (A, B) l'algorithme qui échange les contenus des mémoires A et B :

. R ← A
. A ← B
. B ← R

Extrait de Fiche 3B professeur	Mémoires (suite) - Classements
<p>③ Les exercices qui suivent ont pour but de préparer l'écriture d'un algorithme de classement des contenus de n cases mémoires.</p>	
<p>et ④ <u>n = 2</u> Si M2 < M1 alors ECHANGE(M1, M2) sinon RIEN</p>	
<p><u>n = 3</u> Une des difficultés rencontrées par les élèves est de raisonner sur des mémoires sans en connaître le contenu. Plusieurs solutions seront sans doute proposées par les élèves. Les algorithmes rencontrés ne sont souvent pas généralisables pour n > 3. Voici un algorithme qui a le mérite de se généraliser facilement à n cases (cf. fiche 4).</p> <p>1° Rechercher le <u>plus petit</u> des trois contenus et le mettre dans M1.</p> <p>2° Recommencer avec les <u>deux cases restantes</u> M2 et M3 d'où l'algorithme :</p>	

```
si M2 < M1 alors ECHANGE (M1,M2)
si M3 < M1 alors ECHANGE (M1,M3)
                (* M1 contient alors le plus petit nombre)
si M2 > M3 alors ECHANGE (M2,M3)
                (* M2 contient le plus petit des deux restants)
```

ou en détaillant :

```
si M1 > M2 alors R ← M1
                M1 ← M2
                M2 ← R
si M1 > M3 alors R ← M1
                M1 ← M3
                M3 ← R
si M2 > M3 alors R ← M2
                M2 ← M3
                M3 ← R
```

- . Entamer ici une discussion sur la généralisation à plus de 3 cases.
 - 1) comparer M1 à tous les suivants, échanger dès que M1 est plus grand
 - 2) comparer M2 à tous les suivants, " " " M2 " " "etc...

- . Variante possible :
 - 1) au lieu d'échanger chaque fois les contenus, rechercher la case contenant le plus petit, en parcourant toutes les cases concernées. Echanger ensuite le contenu de cette case avec celui de la case M1.
 - 2) Procéder de même avec les cases M2, M3 ...

```
On aura alors : P ← 1
                Si M2 < MP alors P ← 2
                Si M3 < MP alors P ← 3
                exécuter ECHANGE (M1,MP)
                P ← 2
                Si M3 < MP alors P ← 3
                exécuter ECHANGE (M2,MP)
```

⑤ Mettre en évidence ici la nécessité de parcourir les deux branches de chaque alternative (Soit 6 essais pour le cas n = 3)

Il nous semble intéressant de présenter les deux variantes aux élèves car nous avons rencontré des élèves trouvant "plus naturel" chacun des deux algorithmes.

Le travail sur cette fiche a mis en évidence de nombreuses difficultés dans l'écriture des algorithmes (l'omission du sinon RIEN, la possibilité de réutiliser une procédure telle qu'ECHANGE...). Il nous a semblé plus profitable de laisser les élèves explorer à fond

leurs fausses pistes, travailler à leur rythme, sur leurs algorithmes, même difficiles à généraliser.

La fiche 4A avait pour but d'écrire l'algorithme permettant de classer 4 nombres.

Dans le contrôle 1, proposé pour une heure, figure un premier exercice de pilotage d'un robot, non reproduit ici.

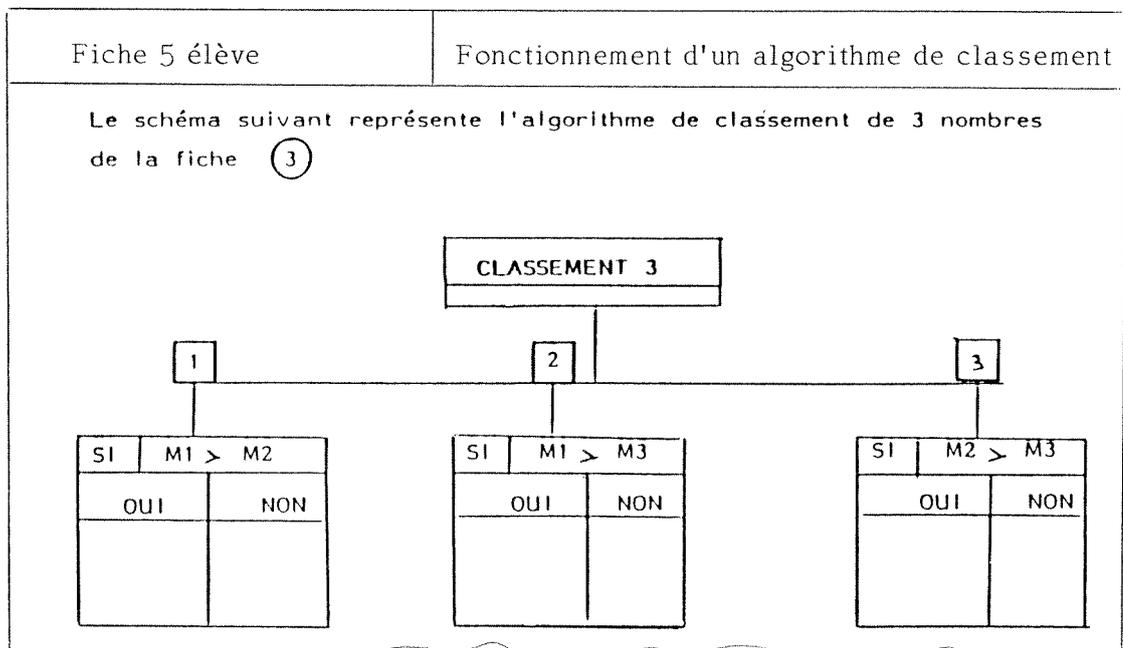
Contrôle 1													
<p>Exercice 2 :</p> <p>On dispose de 4 mémoires T_1 T_2 T_3 T_4 contenant chacune un nombre entier</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_4</td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 0 10px;">x</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">y</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">z</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">n</td> </tr> </table> <p>Les nombres x, y et z vérifient la relation $x < y < z$.</p> <p>ALGORITHME</p> <p>SI $T_4 \leq T_1$ ALORS $\left[\begin{array}{l} T_3 \leftarrow T_2 \\ T_2 \leftarrow T_1 \\ T_1 \leftarrow T_4 \end{array} \right.$</p> <p style="margin-left: 100px;">SINON $\left[\begin{array}{l} \text{SI } T_4 \leq T_2 \text{ ALORS } \left[\begin{array}{l} T_3 \leftarrow T_2 \\ T_2 \leftarrow T_4 \end{array} \right. \\ \text{SINON } \left[\begin{array}{l} \text{SI } T_4 \leq T_3 \text{ ALORS } \left[T_3 \leftarrow T_4 \end{array} \right. \end{array} \right.$</p>		T_1	T_2	T_3	T_4					x	y	z	n
T_1	T_2	T_3	T_4										
x	y	z	n										
<p><u>Question 1</u> On donne les contenus suivants :</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_4</td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 0 10px;">4</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">7</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">8</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">2</td> </tr> </table> <p>et on exécute l'algorithme ci-dessus.</p> <p>Indiquez, dans un tableau, les contenus de T_1 T_2 T_3 T_4 à chaque étape de l'exécution.</p>		T_1	T_2	T_3	T_4					4	7	8	2
T_1	T_2	T_3	T_4										
4	7	8	2										
<p><u>Question 2</u> Même question dans le cas où au départ les contenus sont</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_4</td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 0 10px;">-2</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">1</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">6</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">3</td> </tr> </table>		T_1	T_2	T_3	T_4					-2	1	6	3
T_1	T_2	T_3	T_4										
-2	1	6	3										
<p><u>Question 3</u> Plus généralement les contenus au départ sont :</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_1</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_3</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">T_4</td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none; padding: 0 10px;"> </td> <td style="border: none;"></td> </tr> <tr> <td style="border: none; padding: 0 10px;">x</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">y</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">z</td> <td style="border: none; padding: 0 10px;">n</td> </tr> </table> <p>avec $x < y < z$</p> <p>a) si $n \leq x$, quels sont les contenus de T_1 T_2 T_3 à la fin de l'exécution de l'algorithme ?</p> <p>b) si vous ignorez la position de n par rapport à x, y et z, que pouvez-vous dire des contenus de T_1 T_2 T_3 à la fin de l'exécution de l'algorithme ?</p>		T_1	T_2	T_3	T_4					x	y	z	n
T_1	T_2	T_3	T_4										
x	y	z	n										

L'exercice 2, ci-contre, porte encore la trace de la première désignation que nous avons donnée aux cases-mémoires : T comme tiroir. Nous avons abandonné, après la 1ère expérimentation, cette image trop concrète qui créait deux obstacles. L'opération $T_1 \leftarrow T_2$ était interprétée par certains élèves comme "vider le tiroir T_2 dans le tiroir T_1 ". A la suite de cette opération, le tiroir T_2 était vide, ce qui ne correspond pas à la réalité de l'opération d'affectation. Cette interprétation était suggérée par l'analogie très forte entre tiroir et bol, et par le fait que nous avons utilisé la même notation " \leftarrow " pour l'opération "verser le contenu d'un bol dans un autre". Le deuxième obstacle était qu'un tiroir pouvait contenir plusieurs nombres, surtout s'il était assez grand !

Nous avons, dans la deuxième expérimentation modifié notre présentation en conséquence (cf. fiches 2B). L'opération "verser le contenu d'un bol dans un bol vide est notée $\overleftarrow{\quad}$ par opposition à l'opération d'affectation $M_1 \leftarrow M_2$. Toute mention de tiroir a disparu. Les deux erreurs ne se sont pas reproduites dans la 2ème expérimentation, l'analogie avec la copie de cassette magnétique ne présentant pas ces deux inconvénients.

Une difficulté qui subsiste quelle que soit la présentation est celle de la compréhension du si alors (sinon). A ce stade 6 élèves sur 20 lors de la 1ère expérimentation n'étaient pas parvenus à exécuter correctement l'algorithme du contrôle 1.

Une autre représentation des algorithmes est alors proposée aux élèves : "l'arbre" (fiche 5, ci-dessous). Dans cette représentation, on assimile le déroulement d'un algorithme au parcours d'un "arbre" de haut en bas, et de gauche à droite, les instructions à exécuter figurant dans les "feuilles terminales" de l'arbre. Cette représentation permet de débloquer certains élèves qui ont tendance à exécuter toutes les instructions même si elles sont soumises à certaines conditions. Elle est aussi très utile pour la structuration des problèmes car elle suggère la décomposition en sous-problèmes.

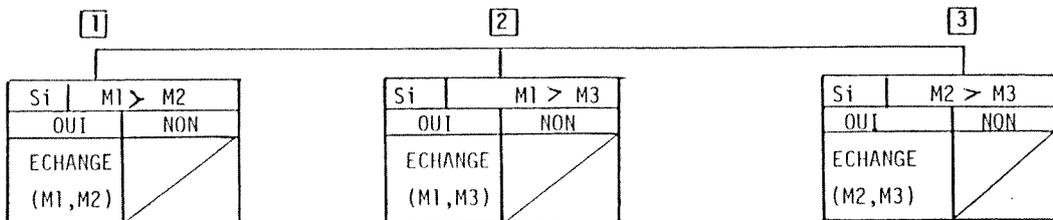


- ① Complétez les cases OUI/NON respectives avec les instructions de l'algorithme de classement.
- ② M1, M2, M3 contiennent, au départ - 2, 4, - 5.
Indiquez pour chacun des tests ① ② ③ , laquelle des cases OUI ou NON est parcourue pour effectuer le classement de ces trois nombres.
- ③ Même question pour 2, 1, 0
- ④ Quelles étaient les valeurs initiales possibles de M1, M2 et M3 pour que l'algorithme se déroule de la façon suivante :

1	2	3
OUI	NON	OUI
- ⑤ Quels sont tous les autres déroulements possibles ? Donnez un exemple de contenus pour chaque cas.
- ⑥ Construire un schéma similaire pour le classement de 4 nombres par l'une ou l'autre des méthodes vues dans la fiche 4-A.

Fiche 5 professeur

Fonctionnement d'un algorithme de classement



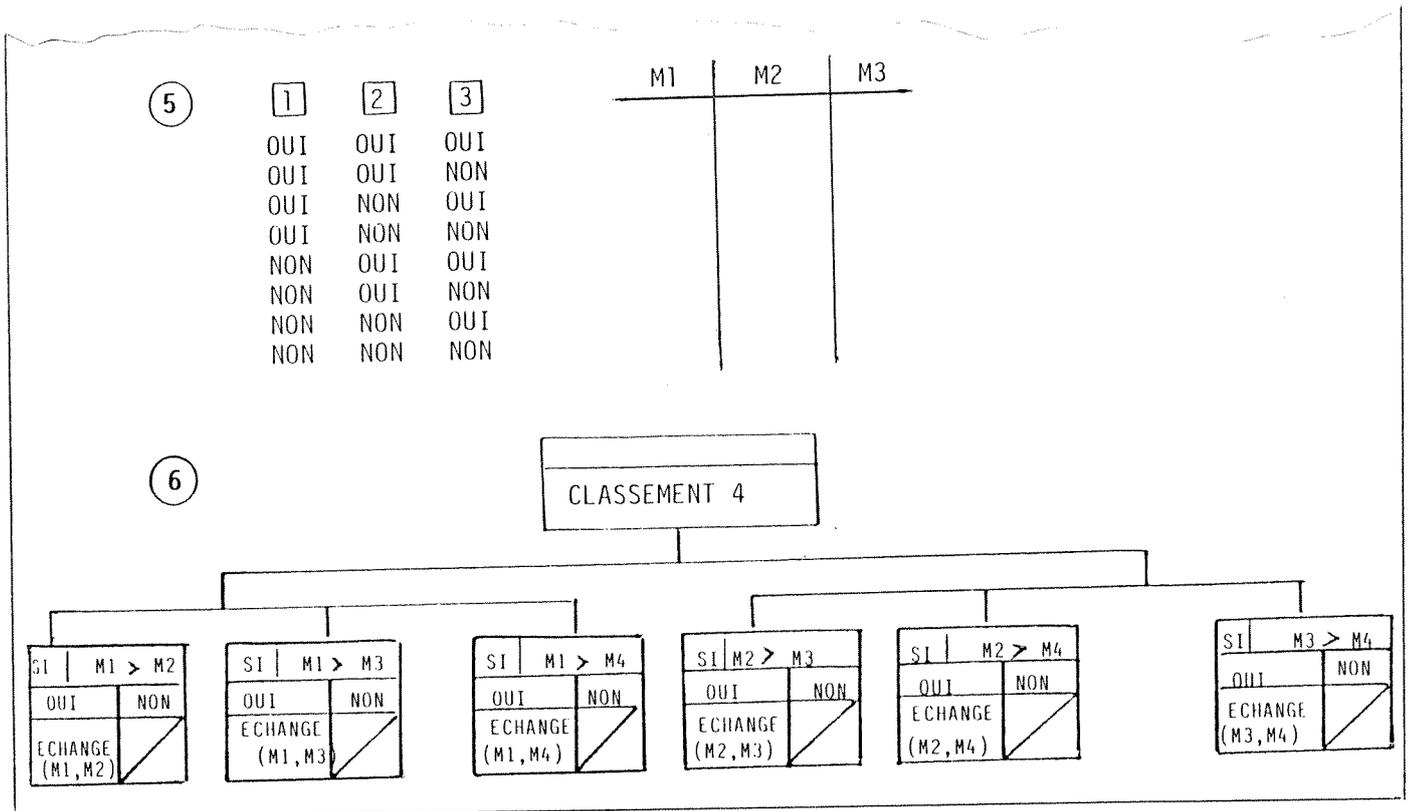
N.B On pourra barrer la case vide ou bien y mettre RIEN

②	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">- 2</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">-5</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">- 2</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">-5</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">- 5</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td><td style="padding: 2px 5px;">-2</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;">-2</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td></tr> </table>	- 2	4	-5	- 2	4	-5	- 5	4	-2		-2	4	①	②	③
- 2	4	-5														
- 2	4	-5														
- 5	4	-2														
	-2	4														
		NON	OUI	OUI												

(Faire remarquer que le contenu de M1, M2, M3 évolue éventuellement d'un test à l'autre.)

③	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td><td style="padding: 2px 5px;">1</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"></td><td style="padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">2</td></tr> </table>	2	1	0	1	2	0	0	2	1		1	2	①	②	③
2	1	0														
1	2	0														
0	2	1														
	1	2														
		OUI	OUI	OUI												

④	①	②	③			
	OUI	NON	OUI	M1	M2	M3
				2	0	1
				0	2	1
					1	2



La séance suivante a été consacrée à la généralisation de l'algorithme de classement à n nombres. Ensuite, nous avons fourni le programme (LSE ou BASIC) aux élèves et nous leur avons montré comment l'utiliser sur micro-ordinateur. Nous avons mis en évidence l'analogie voulue entre le formalisme utilisé dans l'écriture des algorithmes et la structure du programme.

Nous avons terminé cet enseignement sur la construction d'un jeu ayant essentiellement comme objectifs :

- réutiliser les notions acquises dans une autre activité plus proche de l'informatique familiale,
- poursuivre ce type d'activité dans le cadre d'un club informatique.

A priori et a posteriori, ce type d'activité nous a paru très intéressant à présenter dans une terminale littéraire pour au moins deux motifs. Le premier est que ces élèves sont souvent bloqués par des difficultés numériques que l'on ne rencontre pas ici. Le second est qu'ils ont pu, dans un cadre nouveau, exercer leurs qualités d'organisation, de logique et de rigueur.

Remarquons, enfin, que le passage sur machine a été une activité indispensable pour répondre à un de nos objectifs : aucun de ces élèves de section littéraire n'avait déjà programmé un micro-ordinateur, nous avons voulu leur offrir la possibilité de poursuivre cette activité dans un club informatique, s'ils le désiraient.