
OUVERTURE D'UN ATELIER D'HISTOIRE DES
MATHEMATIQUES A L'I.R.E.M.

POURQUOI UN ATELIER D'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES ?

Le savoir mathématique est souvent perçu comme un savoir formel, dogmatique et sans vie où définitions, axiomes et théorèmes s'enchevêtrent en un discours sans grande signification réelle. Cette signification échappe parce qu'elle trouve son origine dans des situations, dans des problèmes que l'enseignement a la plupart du temps gommés au profit d'une théorie qui se veut parfaite dans sa rigueur et sa certitude, mais qui est sans âme.

"La signification des notions, leur adaptation au réel, la valeur des axiomes, tout cela prête à discussion : ce sera l'affaire des philosophes. Les applications des mathématiques se heurtent à quantités de contingences : le mathématicien ne va pas se commettre là dedans ; ce sera l'affaire du physicien et de l'ingénieur. Le mathématicien ne s'occupera que du stade déductif ; encore ne regardera-t-il que le raisonnement tout fait, car la construction d'un raisonnement logique ne se fait pas logiquement." (Henri Lebesgue : Message d'un mathématicien)

Alors, l'histoire des mathématiques permet de retrouver le contexte problématique qui a donné naissance à telle invention, à telle découverte mathématique. Elle permet de suivre le cheminement des idées et par là d'étudier les questions, les obstacles, voire les erreurs, qui ont accompagné la production et l'acquisition d'un concept.

UN EXEMPLE : L'ÉMERGENCE DU CONCEPT DE GROUPE

Une illustration exemplaire d'un tel cheminement nous est donnée par l'émergence du concept de groupe, à partir du problème de la résolution des équations polynôme de degré supérieur à cinq, par radicaux. Au départ donc, un problème apparemment banal : de même qu'on sait résoudre depuis le début

du XVII^e siècle des équations de degré 1, 2, 3, 4 - trouver une méthode pour résoudre des équations de degré 5 ou plus. Au bout, on trouve, bien sûr, une réponse à ce problème, mais on pourrait dire accessoirement, car on y trouve bien plus : un nouvel outil mathématique : le concept de groupe, une nouvelle théorie : la théorie de Galois. L'épistémologue Imre LAKATOS a une formule imagée, teintée de l'humour propre à son style, pour décrire ce type de situation : *"Le vieux problème a disparu, de nouveaux problèmes ont émergé. Après Christophe Colomb, on ne devrait plus être surpris de ne pas résoudre le problème tel que l'on se l'était posé"* (LAKATOS : Preuves et réfutations, p. 115, éditions Hermann).

C'est à ce voyage que vous convie l'atelier d'histoire des mathématiques par l'étude d'une série de textes qui jalonnent cette longue recherche patiente mais acharnée entre 1770 et 1831.

. 1770 - 1771 - LAGRANGE

"Mémoire sur la résolution algébrique des équations".

. 1771 - VAN DER MONDE

"Mémoire sur la résolution des équations".

. 1801 - GAUSS

"Recherches arithmétiques" section VII : "Des équations qui déterminent les sections circulaires".

(C'est dans cette section que l'on trouve la célèbre démonstration de la possibilité de construire à la règle et au compas un polygone régulier de 17 côtés et plus généralement de $2^{2^n} + 1$ côtés.

. 1813 - CAUCHY

"Mémoire sur le nombre de valeurs qu'une fonction peut acquérir lorsqu'on y permute de toutes les manières possibles les quantités qu'elle renferme".

. 1826 - ABEL

"Mémoire sur une classe particulière d'équations résolubles algébriquement".

. 1831 - GALOIS

"Mémoire sur les conditions de résolubilité des équations par radicaux".

L'atelier essaiera par l'étude approfondie de ces textes tous remarquables, de dégager la dynamique qui accompagne et impulse le développement des mathématiques à un moment charnière de son histoire : passage d'une mathématique des objets et de leurs propriétés, à une mathématique des structures et des relations. On pourra aussi, alors, mieux cerner la personnalité fascinante d'un génie comme Galois : en quoi il s'appuie sur l'oeuvre de ses prédécesseurs, en quoi il invente et innove radicalement.

J.-P. FRIEDELMEYER

N.B. : Une réunion d'information se tiendra le mercredi 2 octobre à 15 heures en salle de Séminaire de l'I.R.E.M.