SUPER-SONDAGE EN SECONDE (SUITE)

Par le groupe Lycée de l'I.R.E.M.

En 83-84, le groupe Lycée de l'I.R.E.M. de Strasbourg avait proposé aux collègues enseignant en Seconde l'expérimentation dans leurs classes de trois questionnaires-tests. Le premier a fait l'objet d'un compte-rendu dans "l'Ouvert" n° 35 de juin 84. Nous rendons compte ici des deux autres tests.

Le test n° 2 veut être un test sur les acquis de concepts jugés fondamentaux dans le programme de Seconde. La réussite à un tel test demande un apprentissage sérieux et une compréhension rigoureuse mais ponctuelle de ces concepts.

Le test n° 3 porte à la fois sur des connaissances inscrites au programme de Seconde et sur un savoir-faire dans leur mise en oeuvre conjuguée : ainsi l'utilisation de transformations géométriques simples est riche de possibilités dans l'étude de fonctions. La réussite à un tel test demande davantage d'imagination et d'organisation de ces connaissances, donc une appréhension plus globale du programme.

Le test n° 1 correspondait selon nous, à des savoirs minimaux, à l'entrée en classe de Seconde. Nous avions minuté chaque question pour juger ainsi le réflexe et non la découverte.

Les tests n° 2 et 3 vérifient les acquis en fin de classe de Seconde : le temps consacré à chaque épreuve était laissé à l'appréciation de chaque professeur, selon le niveau de sa classe.

L'I.R.E.M. a reçu des bilans de ces tests : les résultats du test n° 2 concernent 957 élèves et ceux du test n° 3, 731 élèves.

Dans les pages qui suivent sont présentés, face à la reproduction du questionnaire remis aux élèves, les résultats des tests.

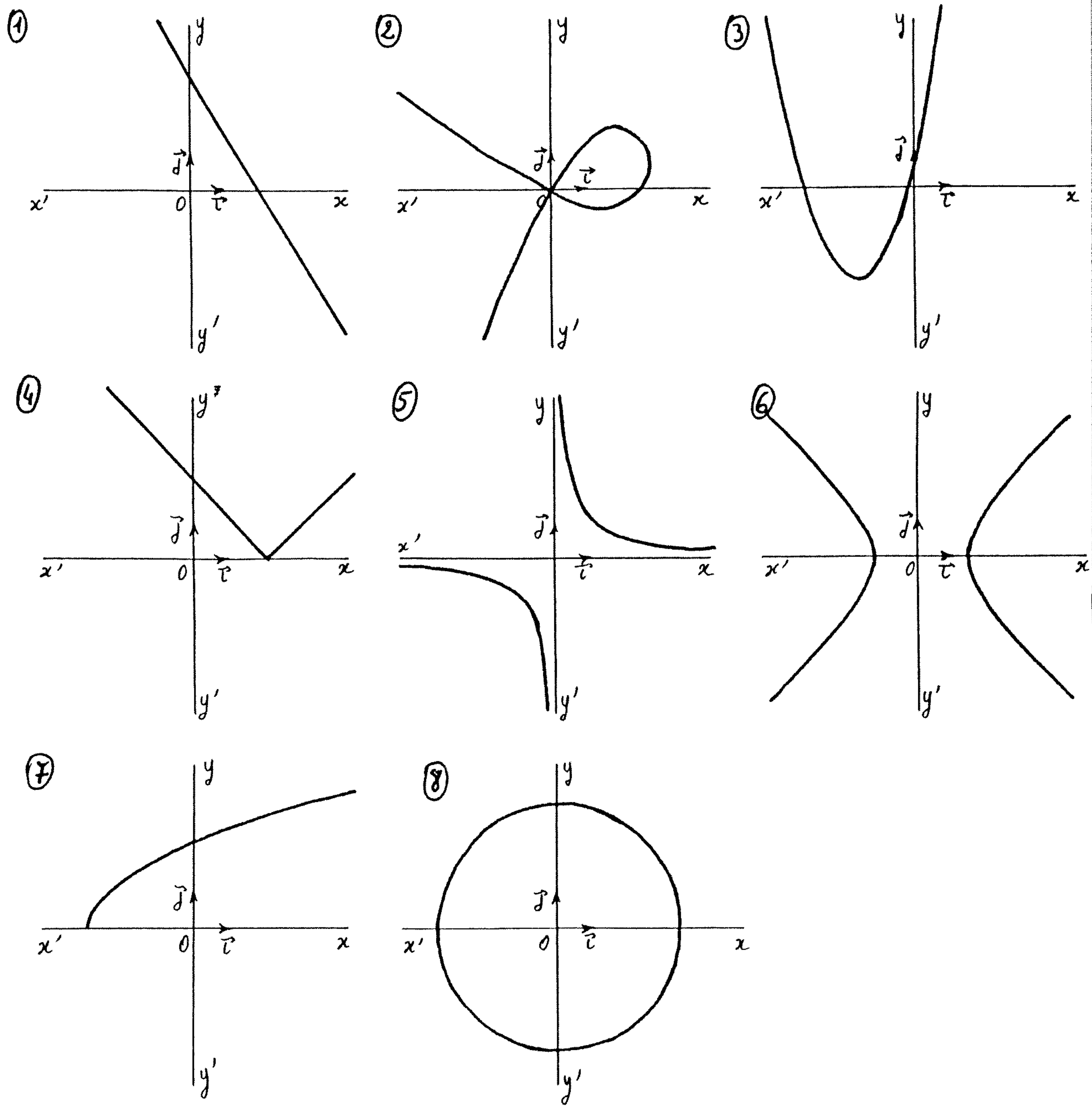
Convention générale : R signifie **réussite totale**
E signifie **échec partiel ou total**
NR signifie **non-réponse**

Les résultats sont donnés en pourcentage.

Test n° 2 - Page 1

Nous vous conseillons d'utiliser une feuille de brouillon.

1. Voici quelques courbes :



<u>Questions</u> : Ces figures sont-elles des représentations graphiques de fonctions ? Pour chacune d'elles répondre par oui ou par non.

1 :	5 :
2 :	6 :
3 :	7 :
4 :	8 :

Page 1 - Question 1 - Résultats

	1	2	3	4	5	6	7	8
R	92	95	94	82	95	60	83	85
E	8	5	6	17	5	39	16	14
NR	0	0	0	1	0	1	1	1

. 5 et 2 arrivent "en tête" des réussites, suivies de près de 3 et 1 . Viennent ensuite 8 7 et 4 .

. 40 % des élèves voit dans l'hyperbole de la figure 6 , une représentation graphique de fonction... Les réponses varient beaucoup d'une classe à l'autre pour cette figure.

. 8 % des élèves - ce qui n'est pas négligeable - se trompent face à une droite !

Le groupe Lycée de l'I.R.E.M. remercie encore bien vivement les professeurs qui ont participé à ce travail pour les informations, critiques et suggestions qu'ils lui ont envoyées.

Les trois tests sont reproduits dans la seconde édition de la brochure n° 27 de l'A.P.M.E.P. : "Pour une mathématique vivante en Seconde".

Test n° 2 - Page 2

2. Voici quelques fonctions :

$f_1 : x \longmapsto 4x - 8$; $f_2 : x \longmapsto x^2 - 4$; $f_3 : x \longmapsto x + \frac{2}{x - 2}$

$f_4 : x \longmapsto \frac{1}{x^2 - 4}$; $f_5 : x \longmapsto \frac{x - 2}{x^2 + 2}$; $f_6 : x \longmapsto \frac{3}{|x| - 2}$

$f_7 : x \longmapsto \frac{-5}{|x-2|}$; $f_8 : x \longmapsto \sqrt{x + 2}$; $f_9 : x \longmapsto \sqrt{2 - x}$

$f_{10} : x \longmapsto \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$

<u>Question</u> : Déterminer l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions puis cocher le résultat obtenu dans le tableau suivant

	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R} - \{2\}$	$\mathbb{R} - \{-2\}$	$]-\infty ; 2]$	$]2 ; +\infty[$	autre ensemble précisez lequel
f_1						
f_2						
f_3						
f_4						
f_5						
f_6						
f_7						
f_8						
f_9						
f_{10}						

3. Donner un exemple de fonction ayant pour ensemble de définition :

a) $D_1 = \mathbb{R} - \{3\}$ $g_1 : x \longrightarrow$

b) $D_2 = \mathbb{R} - \{-5 ; 1\}$ $g_2 : x \longrightarrow$

c) $D_3 = [1 ; +\infty[$ $g_3 : x \longrightarrow$

Page 2 - Question 2 - Résultats

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}
R	88	83	89	51	60	47	65	44	56	59
E	12	16	10	46	34	49	29	49	40	34
NR	0	1	1	3	6	4	6	7	4	7

. f_3 et f_1 viennent "en tête" des réussites, suivies de près par f_2.

. f_7, f_5 et f_{10} recueillent environ le même pourcentage de réussite ; viennent ensuite f_9 et f_4 puis f_6 et f_8.

. La question a le tort de ne pas être suffisamment détaillée pour pouvoir nous renseigner sur le ou les types d'erreurs les plus répandues. Seul le professeur peut s'en rendre compte pour les élèves de sa classe, s'il demande le détail des calculs... Par exemple, par f_9, la difficulté principale est-elle d'écrire la condition qui définit l'ensemble de définition ou bien est-elle de résoudre une inéquation ? Une amélioration du test consisterait donc à demander pour chaque fonction la condition, s'il y en a une, qui définit l'ensemble de définition (en donnant un exemple, pour éviter toute ambiguïté).

. Signalons que, selon plusieurs collèges, la disposition en tableau a troublé plus d'un élève en ce qui concerne f_4 et f_6 : ceux-ci ont coché deux cases : $\mathbb{R} - \{2\}$ et $\mathbb{R} - \{-2\}$

. On constate, au dépouillement, que l'hétérogénéité des résultats d'une classe à l'autre, augmente avec la diminution du taux de réussite global.

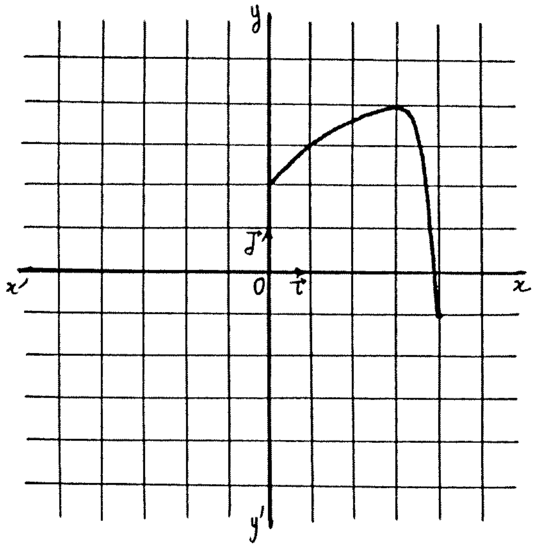
Page 2 - Question 3

	a)	b)	c)
R	78	46	45
E	17	25	35
NR	5	29	20

. La chute du taux de réussite est spectaculaire entre les réponses à a) et à b) ou c).

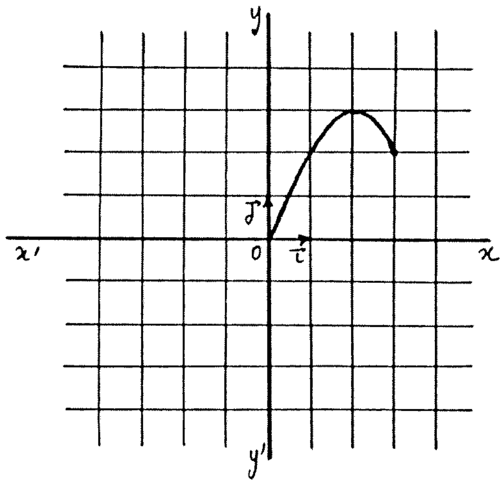
. Il serait intéressant pour le professeur de comparer : la réussite aux ensembles de définition de f_4, f_6 de la question 2 et à la question b) de la question 3), d'une part ; la réussite à l'ensemble de définition de f_8 de la question 2 et à la question c) de la question 3), d'autre part. Globalement, les taux de réussite sont très sensiblement les mêmes en b) et c) ; mais ce n'est pas toujours le cas dans une même classe !

4. Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction paire définie sur $[-4\ ;\ 4]$. Compléter cette représentation graphique et donner le tableau de variation (complet) de la fonction.



x	

5. Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction impaire définie sur $[-3\ ;\ 3]$. Compléter cette représentation graphique et donner le tableau de variation (complet) de la fonction.



x	

Page 3 - Questions 4 et 5 - Résultats

	4, graphique	4, tableau	5, graphique	5, tableau
R	73	49	71	46
E	16	42	18	42
NR	11	9	11	12

. Il saute aux yeux que les réussites aux graphiques, d'une part et les réussites aux tableaux de variation, d'autre part, sont sensiblement les mêmes : c'est vrai en moyenne, et classe par classe. Ceci ne nous étonne guère.

. Plusieurs collègues nous signalent des tableaux de variation incomplets.

Test n° 2 - Pages 3 et 4

6. Voici quatre fonctions. Dire pour chacune d'elles si elle est paire, ou impaire, ou ni paire ni impaire. Justifier la réponse.

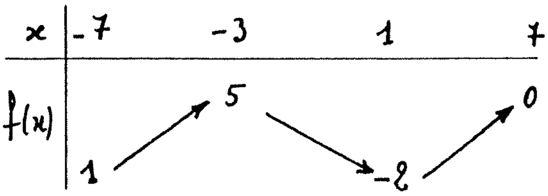
* $f_1 : x \longmapsto \dfrac{x^2 - 3}{x^2 + 4}$

* $f_3 : x \longmapsto \dfrac{2x + 3}{x}$

* $f_4 : x \longmapsto \dfrac{2x}{x^2 + 1}$

7. Voici le tableau de variation d'une fonction définie sur $[-7 ; 7]$

Cocher les réponses dans le tableau suivant :



	Vrai	Faux	On ne peut pas répondre
ⓐ $f(5) = -3$			
ⓑ $f(-4) < 5$			
ⓒ $-2 < f(0) < 5$			
ⓓ $-3 < f(0) < 1$			
ⓔ $f(6) = 2$			
ⓕ $f(3) = -1$			
ⓖ $f(x)$ s'annule trois fois sur $[-7;7]$			

Page 3 et 4 - Question 6 - Résultats

	1)	2)	3)	4)
R	68	52	43	43
E	25	41	48	46
NR	7	7	9	11

. Le premier exemple est le plus simple car il ne met en jeu que des fonctions paires, alors que les suivants mettront en jeu des fonctions paires et des fonctions impaires.

. La maîtrise de $(-x)$, $(-x)^2$, $(-x)^3$, $\frac{1}{(-x)}$, a fortiori $f(-x)$ n'est sûrement acquise que par une minorité des élèves.

. Signalons une ambiguïté probable dans la correction - certains nous l'ont signalé - Fallait-il "compter fausses" les réponses qui ne mentionnaient pas le domaine de définition D_f de la fonction ou/et qui ne vérifient pas que " $\forall x \in D_f, -x \in D_f$" ?

Page 4 - Question 7

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
R	54	76	65	30	68	54	71
E	43	23	32	65	28	41	20
NR	3	3	3	5	4	5	9

. b) arrive "en tête", suivie de g) e) et c), puis de a) et f). d) est bonne dernière. Cet ordre n'est pas, en soi, une surprise.

. Seule une analyse détaillée faite par le professeur peut le renseigner sur les erreurs et le pourquoi de celles-ci. Bien sûr la question d) est "piégée" : s'agit-il alors d'une erreur d'attention ou d'une erreur concernant l'inclusion de deux intervalles ?

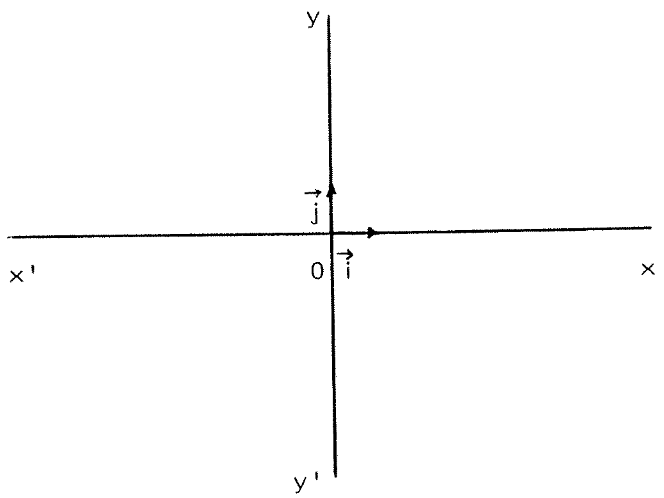
. Il serait intéressant pour le professeur de comparer les résultats de ses élèves avec ceux qu'ils ont obtenus à la question 15 du test n° 1 (corrigé probablement entre temps). Combien d'élèves se sont servie (dans cette question 7 du test 2) d'un graphique pour répondre aux questions ?

Test n° 2 - Pages 4 et 5

8. Donner le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-2\ ;\ 4]$ et vérifiant les conditions suivantes :
   f est croissante sur $[-2\ ;\ 0]$; $f(-2) = -1$; f admet en 0 un maximum ; $f(0) = 2$; f est décroissante sur $[0\ ;\ 2]$; f admet un minimum en 2 ; $f(2) = 1$; f est croissante sur $[2\ ;\ 4]$; $f(4) = 3$.

x	
$f(x)$	

9. Donner la représentation graphique d'une fonction f qui vérifie les conditions suivantes :
   f est définie sur $[-2\ ;\ 5]$; f est croissante sur $[-2\ ;\ 1]$;
   f est décroissante sur $[1\ ;\ 5]$; $f(-2) = -4$; $f(0) = 3$;
   $f(5) = 1$



10. Déterminer l'ensemble de définition et étudier le sens de variation de chacune des fonctions suivantes. Conclure en donnant le tableau de variation de chaque fonction.

   a) $f_1 : x \longmapsto -2x + 3$

   b) $f_2 : x \longmapsto 3x^2 - 2$

   c) $f_3 : x \longmapsto \dfrac{2}{3 - x} + 1$

Pages 4 et 5 - Questions 8 et 9 - Résultats

	8)	9)
R	69	47
E	18	37
NR	13	16

. Ici aussi la chute est assez spectaculaire.

. Une difficulté - signalée par plusieurs collègues - de la question 9 : le maximum de f sur $[-2;5]$ n'est pas donné, et la liberté trouble plus d'un élève.

. Mais combien d'élèves on échoué à la question 9) faute d'avoir fait un tableau de variations, intermédiaire qu'on a l'habitude de faire en classe, mais qui n'était pas demandé ici ?

On pourrait peut-être répondre, en faisant précéder la question 8 ou la question 9 d'une question supplémentaire : on donnerait un tableau de variation et on demanderait un graphique correspondant.

Un bon exercice consisterait aussi à faire traduire en français un graphique ou un tableau de variation (exercices "réciproques" des questions 8) et 9).

Page 5 - Question 10

	a)	b)	c)
R	45	25	8
E	36	45	54
NR	19	30	38

. Les scores sont ici faibles, en chute libre de a) à c) en passant par b) !

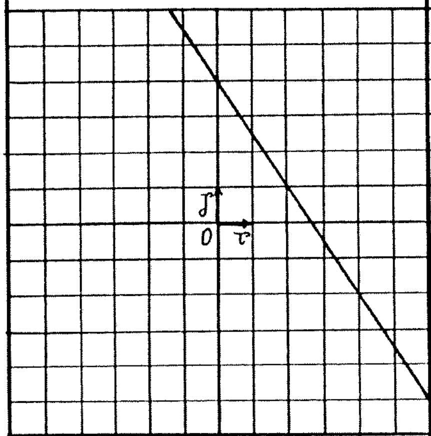
. Plusieurs collègues invoquent le manque de temps ; c'est possible encore que le taux de réussite ne soit pas meilleur dans les classes ayant disposé d'une heure et demie que dans celles ayant disposé d'une heure...

. Il s'agit sûrement d'une question plus difficile ; on ne peut répondre (ou même essayer de répondre) que si on a une bonne compréhension et une bonne maîtrise de la définition du sens de variation d'une fonction et des résultats du cours. (Celles-ci rendent inutile tout recours au "taux de variation"...)

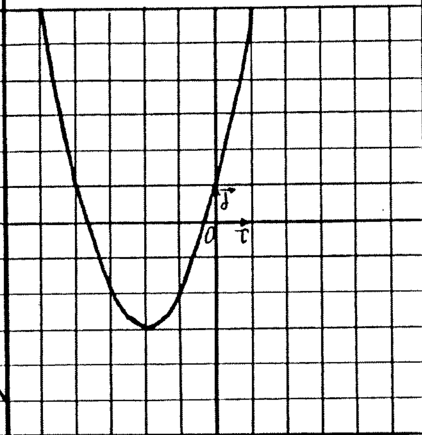
Test n° 3 - Page 1

1. Voici quelques représentations graphiques de fonctions. Chercher parmi les fonctions énumérées en bas de la page celle qui convient à chaque courbe représentative. Donner la réponse en remplissant la case prévue à cet effet.
(On ne demande pas de justificatif).

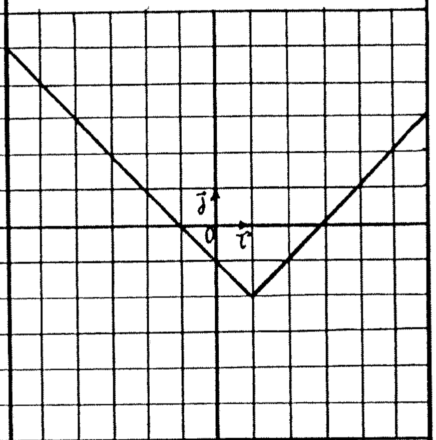
(1) $x \mapsto$



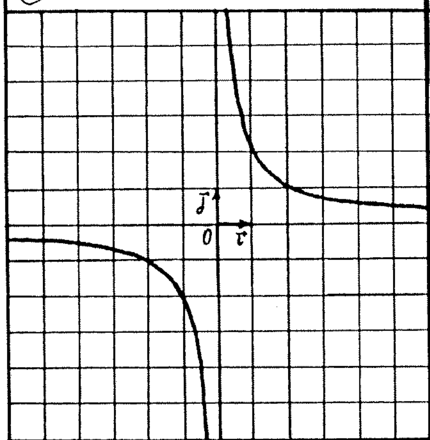
(2) $x \mapsto$



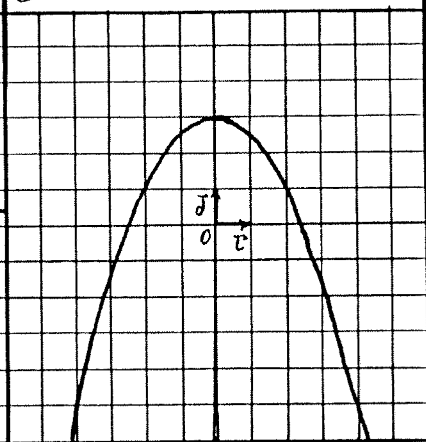
(3) $x \mapsto$



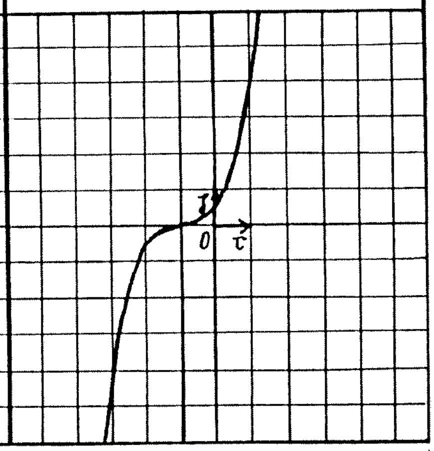
(4) $x \mapsto$



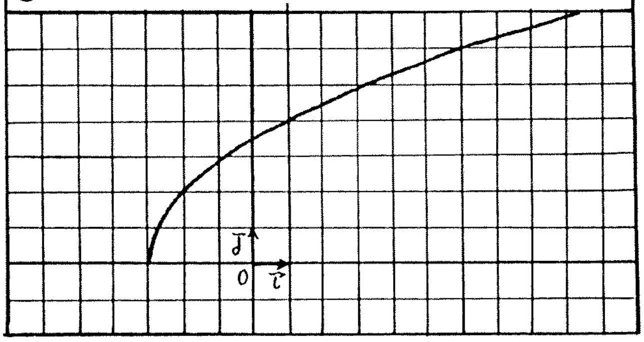
(5) $x \mapsto$



(6) $x \mapsto$



(7) $x \mapsto$



$x \mapsto |x-1|-2$

$x \mapsto |x+1|$

$x \mapsto |x|-2$

$x \mapsto 2\sqrt{x+3}$

$x \mapsto \sqrt{x-3}$

$x \mapsto \sqrt{x}+3{,}5$

$x \mapsto \frac{2}{x}$

$x \mapsto \frac{-2}{x}$

$x \mapsto (x-2)^2+1$

$x \mapsto x^2-2x-3$

$x \mapsto (x+2)^2-3$

$x \mapsto -x^2+3$

$x \mapsto -\frac{1}{2}x^2+3$

$x \mapsto 2x^2+3$

$x \mapsto \frac{1}{2x}$

$x \mapsto 1{,}5x+4$

$x \mapsto -1{,}5x+4$

$x \mapsto -3x+4$

$x \mapsto \frac{1}{2}(x+1)^3$

TEST n° 3

Page 1 - Question 1 - Résultats

	1	2	3	4	5	6	7
R	68	69	69	75	43	62	53
E	22	22	18	20	43	16	32
NR	10	9	13	5	14	22	15

. En moyenne, 4 arrive en tête : c'est une hyperbole ; il en était de même dans le 1° question du Test 2. Coïncidence ? 3 2 1 réalisent le même score, suivis de 6 , puis de 7 qui n'obtient qu'un peu plus de 50 % de réussite. 5 est bonne dernière. Pourquoi cette chute de 40 % dans le taux de réussite entre 2 et 5 ? Le facteur $-\frac{1}{2}$ suffit-il à troubler ainsi les élèves ? Parce qu'il est négatif, ou fractionnaire ? Notons que pour cette question le taux de réussite varie de 92 % et 3 %, selon la classe...

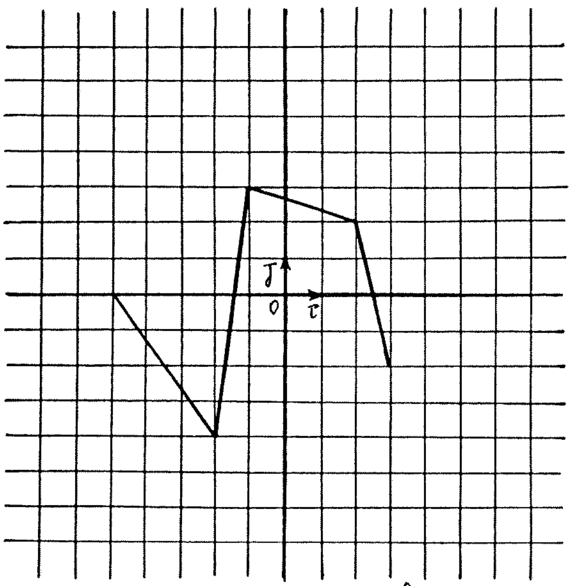
. Notons aussi que près d'un tiers des élèves ne sait reconnaître l'équation d'une droite parmi les trois qui leur sont suggérées !

2. Voici la courbe représentative d'une fonction f. En déduire les courbes représentatives des fonctions g, h, i, j définies par

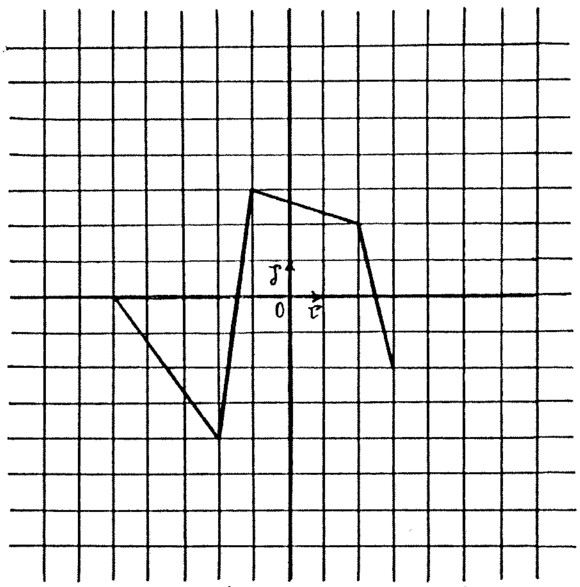
$g : x \longmapsto f(x) + 2$, $h : x \longmapsto f(x - 3)$, $i : x \longmapsto f(x - 3) + 2$

$j : x \longmapsto -f(x)$.

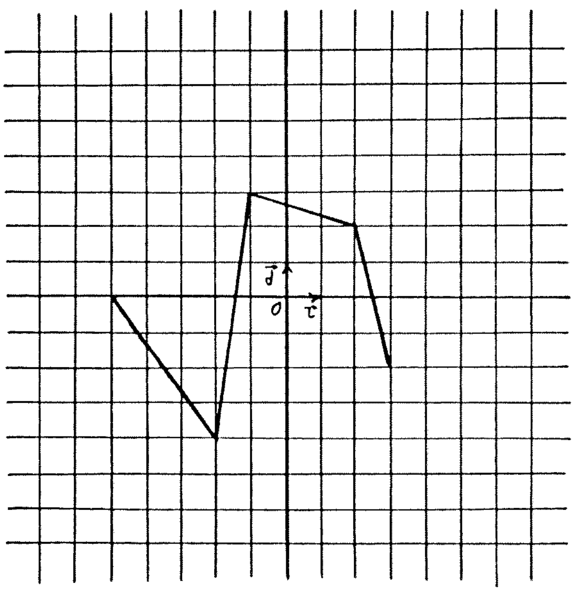
Dans chaque cas indiquer la transformation qui a permis de construire la nouvelle courbe à partir de celle de f. S'il s'agit d'une translation, préciser le vecteur de translation.



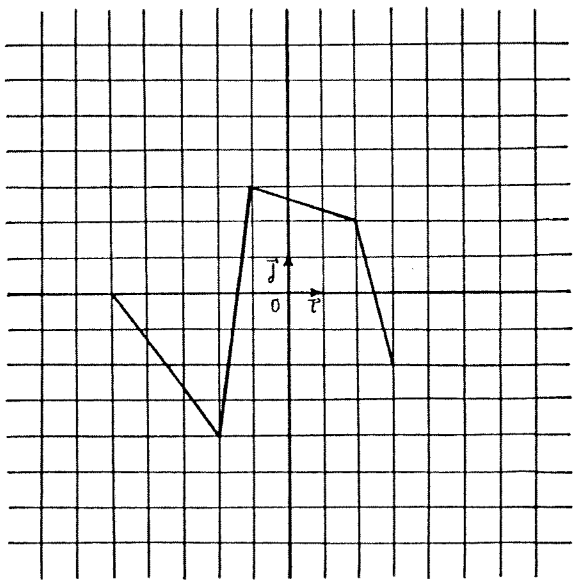
Représenter g sur ce graphique



Représenter h sur ce graphique



Représenter i sur ce graphique



Représenter j sur ce graphique

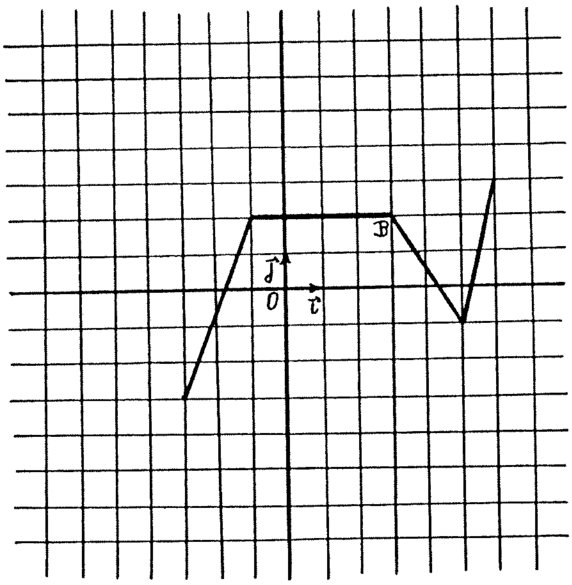
Page 2 - Question 2 - Résultats

	g	h	i	j
R	65	30	30	49
E	29	59	57	39
NR	6	11	13	12

. Les résultats sont sans surprise en ce qui concerne g h et i : le pourcentage de réussite chute de plus de la moitié entre g et h . Les élèves qui savent représenter h savent représenter i : le saut de difficulté est donc clair.

. On est un peu plus surpris par le score très moyen obtenu par j (il varie entre 72 % et 22 % d'une classe à l'autre.

3. Voici la courbe $\mathscr{C}$ représentative de $f : x \longmapsto f(x)$. Le vecteur de la translation qui transforme B en O est : $\overrightarrow{\ldots}(\ldots,\ldots)$.
Dessiner la courbe $\mathscr{C}'$ transformée de $\mathscr{C}$ par cette translation.
$\mathscr{C}'$ est la courbe représentative de $g : x \longmapsto \ldots$



4. Voici le tableau de variation d'une fonction f . En déduire les tableaux de variation des fonctions h, i, j, k définies par :
$h : x \longmapsto 2f(x)$, $i : x \longmapsto -f(x)$, $j : x \longmapsto f(x) + 2$,
$k : x \longmapsto f(x - 3)$

x	-6		-4		$\frac{1}{2}$		6
$f(x)$	-4	↗	2	↘	0	↗	4

Page 3 - Question 3 - Résultats

	Vecteur	Expression de g	courbe représentative
R	55	19	62
E	27	45	19
NR	18	36	19

. Seule un peu plus de la moitié des élèves savent écrire le vecteur de la translation déterminée par deux points et lire ses coordonnées !...

. Peu de différence de réussite entre l'expression du vecteur de translation et la courbe représentative de g.

. Très faible score obtenu par l'expression de g (un élève sur cinq). Les élèves qui ont su écrire l'expression de g font probablement partie de ceux qui ont su représenter la fonction i de la question 2. Le score varie ici de 56 % et 0 %.

Page 3 - Question 4

	h	i	j	k
R	72	62	67	18
E	19	29	22	60
NR	9	9	11	22

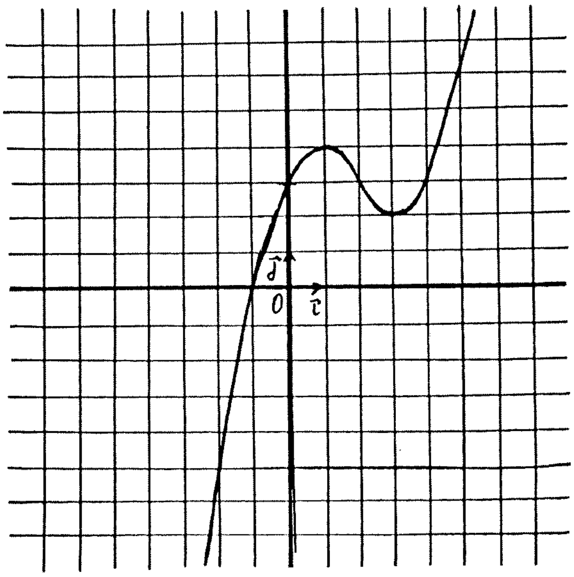
. La différence de réussite entre h j i d'une part et k d'autre part ne nous étonne guère.

. Le score obtenu par k est le même que celui obtenu par la question g dans la question 3 . Ce sont probablement les mêmes qui maîtrisent les différents aspects du passage de $x \mapsto f(x)$ à $x \mapsto f(x - a)$.

. Le score obtenu par j est sensiblement le même que celui obtenu par g à la question 2 - il y a ici plus de non-réponses, mais moins d'échecs - par contre celui obtenu par i est bien meilleur que celui obtenu par j à la question 2 : il n'y aurait donc une difficulté propre au graphisme proprement dit.

5. Voici la courbe $\mathcal{C}$ représentative d'une fonction f. On considère la transformation du plan dans lui-même qui à tout point M de coordonnées (x ; y) fait correspondre le point M' de coordonnées (x' ; y') telles que $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$

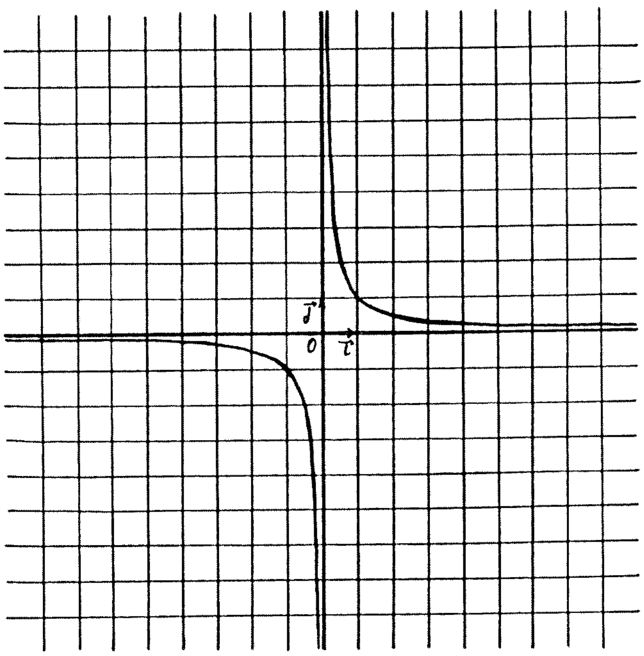
Soit $\mathcal{C}'$ la courbe transformée de $\mathcal{C}$. Dessiner $\mathcal{C}'$.



Quelle est cette transformation ? ...

$\mathcal{C}'$ est la courbe représentative de $x \longmapsto$ ...

6. Voici la courbe $\mathcal{C}$ représentative de $f : x \longmapsto \frac{1}{x}$. On considère l'homothétie de centre 0 et de rapport 2. On appelle $\mathcal{C}'$ la transformée de $\mathcal{C}$ par cette homothétie.



1° Dessiner 8 points de $\mathscr{C}'$.

2° Soit M un point du plan, de coordonnées (x ; y), et M' de coordonnées (x' ; y') son image par cette homothétie. Exprimer x' et y' en fonction de x et y.

$$\boxed{\begin{cases} x' = \dots \\ y' = \dots \end{cases}}$$

3° Ecrire une relation reliant x et y $\boxed{}$

puis une relation reliant x' et y' $\boxed{}$

Les points de $\mathscr{C}'$ appartiennent à la courbe représentative de : $x \longmapsto \dots$

Page 4 - Question 5 - Résultats

	courbe représentative	transformation	expression x
R	78	49	27
E	13	26	37
NR	9	25	36

. Le classement de ces scores est sans surprise...

. Ce qui est surprenant c'est l'importance de la chute entre le graphique et la reconnaissance de la transformation.

Page 4-5 - Question 6

	1)	2)	3) (x,y)	3) (x',y')	3) $x \longmapsto$
R	42	49	27	14	15
E	22	19	16	24	31
NR	36	32	57	62	54

. Plus du tiers des élèves en moyenne ne savent pas quoi faire à la première question (dessin) ; la réussite est meilleure lorsqu'il s'agit d'écrire des formules mais ceci n'est peut-être pas significatif, si on ne connaît pas la ou les erreurs faites à la première question ; il suffit d'un point "faux" pour que...

. Rien ne précisait dans la question 3 que le point M(x,y) appartenait à $\mathscr{C}$: oubli fâcheux des rédacteurs ! Dans ces conditions, seul le professeur peut interpréter les scores de ses élèves...

Quelques remarques suggérées par ces bilans :

(1) Les pourcentages indiqués dans chaque tableau sont, il va sans dire, des taux **moyens** de réussite, d'échec ou de non-réponse de la "population" scolaire étudiée. Naturellement ces taux varient d'une classe à l'autre ! Nous n'avons pas calculé les écarts-type correspondants ... Mais on peut, à la lecture des bilans fournis, remarquer ceci :

- les résultats concernant les questions à "très fort" ou "très faible" taux de réussite (supérieur à 80 % ou inférieur à 20 %) varient peu d'une classe à l'autre, sauf exceptions.
- les résultats concernant les autres questions varient très sensiblement d'une classe à l'autre.

(2) Le test n° 2 met en évidence les difficultés de lecture approfondie, d'utilisation appropriée et de transfert de l'un à l'autre des deux modes de représentation des fonctions : tableau de variations et graphique.
La majorité des élèves n'a pas acquis la maîtrise conjointe de ces deux types de "visualisation", leur emploi comme outil de déduction, et leur lien avec les propriétés numériques d'une fonction.

Certaines questions de ce test ne sont pas assez détaillées pour nous apprendre à quoi est dû l'échec de certains élèves : incompréhension d'un concept ou difficultés techniques de formalisation de calcul. Il en va ainsi de l'étude de l'ensemble de définition d'une fonction ou de son sens de variation : dans quelle mesure

- le concept,
- la mise en oeuvre d'une définition ou d'un théorème,
- la résolution d'équations ou d'inéquations,
- le calcul algébrique,
- le maniement des inégalités,

sont-ils source d'échec ?

(3) Les questions du test n° 3 se réfèrent essentiellement à la phrase suivante des programmes "Exemples d'autres études de variations se ramenant à celles-ci (changement d'échelle, utilisation de transformations algébriques et géométriques)" (III, b)). Le libellé "Exemples de" laisse le professeur très libre de l'importance qu'il entend donner à cette partie du programme : nombres d'exemples étudiés, et acquis demandés à ses élèves.
Aussi les résultats varient ici, très sensiblement d'une classe à l'autre et la signification des résultats globaux est plus contestable.

(4) De tels tests sont intéressants, avant tout, pour un professeur et sa classe. Lui seul connaît l'enseignement qui les a précédés et peut observer le cheminement et le travail de ses élèves. Améliorés par lui, de tels tests peuvent lui permettre de mieux connaître les difficultés et les acquis de ses élèves, et d'en tirer les conclusions.

(5) Un collègue pense que l'on aurait dû demander pour l'étude des variations des fonctions (Test n° 2 ; question 10 ; a) b) c)) de calculer le taux de variation. Un autre pense que l'étude du dernier exemple $x \longmapsto \frac{2}{3-x} + 1$ est trop difficile. A ceci nous nous permettons de répondre :

1) "L'étude systématique du taux de variation n'est pas au programme" (Note de service du 10.10.1984 ; B.O n° 38 du 25.10.84). Il apparaît souvent comme une recette ; son calcul et l'étude de son signe ne sont pas toujours simples à étudier (loin de là !).

2) L'emploi bien ordonné d'inégalités, joint à l'utilisation du cours concernant les fonctions du programme, permet de traiter "intelligemment" ce dernier exemple :

Que ce soit pour l'étude des variations de cette fonction $f : x \mapsto \frac{2}{3-x} + 1$, ou pour le calcul à l'aide d'une calculatrice des valeurs numériques prises par cette fonction, il s'agit de reconnaître l'algorithme qui permet de "passer de x à f(x)" :

$$x \xrightarrow[\text{opposé}]{} -x \xrightarrow[\text{ajouter 3}]{} -x+3 \xrightarrow[\text{inverse}]{} \frac{1}{-x+3} \xrightarrow[\text{multiplier par 2}]{} \frac{2}{-x+3} \xrightarrow[\text{ajouter 1}]{} f(x)$$

La connaissance du domaine de définition (ou le calcul de l'inverse, dans l'algorithme) oblige à distinguer deux intervalles. La "chaîne" des inégalités : $[x_1 < x_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)]$ découle alors des résultats du cours.

Nous ne nions pas les difficultés de cette méthode, mais elle a l'avantage de lier les aspects qualitatifs et numériques d'une fonction et de préparer les élèves à un aspect important de l'analyse. Nous n'ignorons pas que cette méthode "ne marche pas" toujours... Celà peut justifier alors le calcul des dérivées !