DE L'ENTREE EN 6° AU PASSAGE EN 1ère

Examens de passage dans l'Académie

Transmis par M. SILVESTRE

§ 1. ADMISSION EN 6° (1 H. COEFF. 1)

OPERATIONS

645,6 x 3,05   3,75 + 200 + 0,6 + 1,25

18,1 : 36,2   370,06 - 85,4

SENS DES OPERATIONS

Pour chaque problème, écris en ligne, sans la compter, l'opération que tu ferais pour trouver la réponse.

1) J'achète 4 baguettes de pain à 2,05 F l'une. Combien dois-je payer ?
2) J'achète un poste de télévision valant 4 500 F. Le marchand me reprend mon vieux poste pour 500 F. Combien vais-je payer ?
3) Marc est né en 1959 ; quel âge avait-il en 1982 ?
4) 5 personnes ont déjeuné au restaurant ; la dépense totale a été de 250 F. Quel est le prix d'un repas ?
5) La recette d'une séance de cinéma est 2 820 F. Le prix d'une place est 12 F. Quel est le nombre de spectateurs ?
6) J'achète un bidon de 3 l d'huile pour 36 F. Je paie avec un billet de 50 F. Quelle somme me rend-on ?
7) Le tour Nivernais-Morvan se court en 3 étapes. 1ère étape 125 km ; 2ème étape 160 km ; 3ème étape 230 km. Quelle est la distance totale parcourue en km ?
8) Dans cet exercice tu poses la question puis l'opération en ligne. J'ai acheté 4 m de tissu qui valent 120 F.

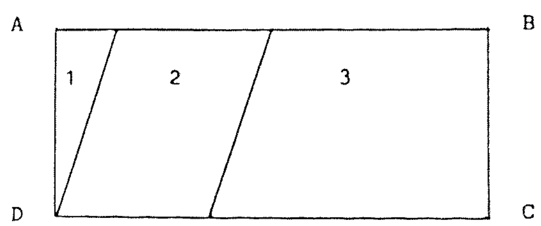
PROBLEMES

A. La salle de repas d'une cantine scolaire comprend 4 rangées de 5 tables, chaque table a 6 places.
   - Fais un dessin de la salle avec les tables.
   - Combien peut-on au maximum recevoir d'enfants ?
   - Si 280 enfants doivent manger à la cantine, combien faut-il de services ?

B. Un carré a 120 m de périmètre ; calcule la mesure du côté puis l'aire de ce carré.

GEOMETRIE

Donne le nom précis du quadrilatère ABCD et des figures 1,2,3.



§ 2. APPEL EN FIN DE 5°. ADMISSION EN 4° (1 H. COEFF. 2)

EXERCICE I

Calculer

a) $0{,}01 \times 12 - (-123) \times (-0{,}02)$

b) $(-0{,}1)^2 + (-0{,}023) \times 10^2$

c) $|-6 + 5| - |2 + 8 - 14|$

d) $12{,}4 + (-1{,}3 - 4{,}7) - 5 \times 0{,}7$

puis classer par ordre croissant les résultats obtenus.

EXERCICE II

a) Calculer le p. g. c. d. de 26 et 91 ; l'utiliser pour écrire l'expression $26\,x - 91$ sous la forme d'un produit.

b) Factoriser $7\,x^2 + 21\,x - 14\,xy$

EXERCICE III

Construire un parallélogramme ABCD tel que AB = 6 cm BC = 4 cm $\hat{B} = 105°$
Placer un point M sur le segment [AD] tel que AM = 1,5 cm
Mener par M la parallèle à la droite (BD) ; elle coupe la droite (AB) en N
Mener par N la parallèle à la droite (AC) ; elle coupe la droite (BC) en P
Mener par P la parallèle à la droite (BD) ; elle coupe la droite (DC) en Q
Mener par Q la parallèle à la droite (AC) ; elle coupe la droite (AD) en un point R.

EXERCICE IV

Soit l'ensemble $E = \{-4, -2, 0, 1, 2, 3\}$
et l'application f de E dans $\mathbb{Z}$

$$f : E \longrightarrow \mathbb{Z}$$
$$x \longmapsto f(x) = (-3)x$$

1) Déterminer les images f(x) ces éléments x de E.
2) Représenter graphiquement l'application f en choisissant des axes perpendiculaires et l'unité égale à 1 cm.
3) a) Résoudre dans E l'équation $-3x = 6$
Quel est l'antécédent de 6 par l'application f ?
b) 3 a-t-il un antécédent par l'application f ?

EXERCICE V

On verse deux litres d'eau dans une casserole cylindrique de 10 cm de rayon.

a) Donner en cm^3 le volume d'eau.

b) Calculer l'aire de la base (prendre 3,14 comme valeur approchée de π).

c) Calculer la hauteur de l'eau dans la casserole (on donnera le résultat à 1 mm près).

§ 3. APPEL EN FIN DE 3°. ADMISSION EN 2° (2 H. COEFF. 4)

Exercice I :

On considère les applications f et g, de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définies par :

$$f(x) = -3x + 1 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3}{5}x + 10$$

1) Calculer $f(-2)$, $f(\frac{1}{2})$, $g(-3)$, $g(-\frac{1}{3})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

   a) L'équation $f(x) = g(x)$
   b) L'inéquation $f(x) < g(x)$

3) Tracer les représentations graphiques des applications f et g dans un plan muni d'un repère orthonormé.
   Retrouver graphiquement le résultat de 2) a).

Exercice II :

Soient les fonctions numériques f et g définies par :

$$f(x) = (3x-2)^2 - (1-2x)^2$$

$$g(x) = x^2 + 1 - 2x + 3(x-1)(2x+3) + 2(1-x)$$

1) Ecrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de polynômes réduits et ordonnés.

2) Ecrire $f(x)$ et $g(x)$ sous forme de produits de polynômes du premier degré.

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = g(x)$.

Exercice III :

Dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$ dont l'unité est le cm,
on donne les points $A(3,6)$ $B(4,-2)$ $C(-\frac{7}{2},-2)$

1) Faire une figure : placer les points A, B et C.
2) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
3) Déterminer le vecteur $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}$.
4) Construire le point S tel que $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$. Quelles sont les coordonnées de S ? Que peut-on dire des points S, O, C ? Justifier.
5) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$ sont orthogonaux.
6) Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle OAB.
7) Etablir une équation de la droite passant par B et de vecteur directeur $\overrightarrow{OA}$.

§ 4. BREVET DES COLLEGES (1 H 30 . COEFF. 1)

EXERCICE I

On considère les applications f et g de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies par :

$$f(x) = (x + 3)(5x - 2) - (x + 3)(2x + 5)$$

$$g(x) = (3x + 6)^2 - (2x + 3)^2$$

1) a) Ecrire f(x) et g(x) sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$

2) a) Ecrire f(x) et g(x) sous forme développée et ordonnée.
   b) Calculer f(0) puis $f(\sqrt{3})$ dont on donnera un encadrement sachant que $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.
   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = 27$.

EXERCICE II

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dont l'unité est le cm, placer les points :
A (2 ; 3) , B (0 ; 1) et C(6 ; -1)

1) Calculer les coordonnées du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme. Calculer les coordonnées de son centre K.

2) Par K on mène la parallèle à (AB). Elle coupe (BC) en L.
   Préciser, en justifiant, la position du point L sur le segment [BC] .

3) Calculer les distances AB, BC, AC. Quelle est la nature du triangle ABC ?

4) Soit A' le symétrique de A par rapport à L. Calculer les coordonnées de A'.
   Quelle est la nature du quadrilatère ABA'C ?

§ 5. APPEL EN FIN DE 2°. ADMISSION EN 1° (2 H.)

Candidats à l'entrée en Première S : traiter les problèmes 1 et 2

Candidats à l'entrée en Première A_1 ou B : traiter les problèmes 1 et 3

Candidats à l'entrée en Première A_2, A_3 ou G : traiter les problèmes 3 et 4

PROBLEME N°1 Candidats à l'entrée en Premières A_1, B ou S

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto -2x^2 + 4x$

et on désigne par (C) la représentation graphique de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, l'unité de longueur étant le centimètre.

1) La courbe (C) admet-elle des points communs avec l'axe des abscisses ? Si oui, déterminer leurs coordonnées.

2) Tracer (C)

3) Soit B(2,0)

   a) Déterminer une équation de la droite (Δ) passant par B de coefficient directeur -1

   b) (Δ) recoupe (C) en un point E. Déterminer les coordonnées de E

   c) Tracer (Δ)

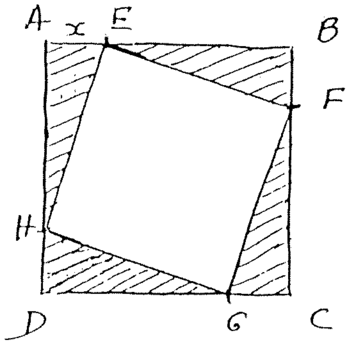
4) Soit F(0,8). Déterminer une équation cartésienne de la droite (BF). Démontrer que $(BF) \cap (C)$ ne contient qu'un seul point.

5) On considère la fonction : $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto -2x\,|x| + 4x$

   a) Etudier la parité de g.

   b) Pour quelles valeurs de x a-t-on g(x) = f(x) ?

   c) En déduire la représentation graphique de g.



6) Soit ABCD un carré de côté 2
   Soit E un point du segment [AB]. On pose AE=x
   F,G,H sont respectivement les points des segments [BC], [CD] et [DA] tels que BF = CG = DH = x

   a) Exprimer en fonction de x l'aire S(x) de la partie hachurée

   b) Pour quelle valeur de x cette aire est-elle maximale ? Déduire la réponse des questions précédentes.

PROBLEME N°2 Candidats à l'entrée en Première S

1) Placer dans le plan trois points A, B et C tels que AB = 3 cm ; BC = 5 cm ; AC = 4 cm
   et le barycentre G des points pondérés (A,1), (B,2), (C,3).
   Quelle est la nature du triangle ABC ? (justifier votre réponse).

2) Calculer les distances GA, GB, GC.

3) On considère l'application $f : P \longrightarrow \mathbb{R}^+$
$M \longmapsto MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$

a) En posant $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}$, établir que $f(M) = 6MG^2 + 36$

b) Quel est l'ensemble E des points M du plan tels que $f(M) = 84$? Dessiner E.

4) On considère le repère $\mathcal{R}$ du plan tel que dans ce repère on ait A(0,0), B(0,3) et C(4,0).

Ecrire une équation de E dans $\mathcal{R}$ et une équation de la tangente T à E en B.

5) Soit H l'homothétie de centre C et de rapport $-\frac{1}{2}$

a) On pose A' = H (A). Placer le point A'

b) Dessiner l'image par H de la droite (AG).

PROBLEME N°3 Candidats à l'entrée en Premières A_1, A_2, A_3, B, G

1) Représenter dans un même repère les droites (d_1) et (d_2) d'équations :

(d_1) : $x - 20\,y = 0$ $\qquad$ (d_2) : $3\,x - 20\,y - 30 = 0$

(On prendra pour unités : 0,5 cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées).

2) On appelle C leur point commun. Déterminer les coordonnées de C.

3) On considère les points $A(10\ ;\ \frac{1}{2})$ et $B(20\ ;\ \frac{3}{2})$
Vérifier que A est élément de (d_1) et que B est élément de (d_2).

Déterminer une équation de la droite (d_3) passant par A et B.

4) Dans une confiserie, on pratique les réductions suivantes sur tout achat d'un montant x (x en francs)

si $x \leqslant 10$	la réduction est de 5 %
si $10 < x \leqslant 20$	la réduction est de 0,50F plus 10 % de la partie du montant x supérieure à 10 F
si $20 < x$	la réduction est de 1,50F plus 15 % de la partie du montant x supérieure à 20 F.

On appelle y le montant de la réduction

a) Vérifier que si $x \leqslant 10$ on a $y = 0{,}05\,x$

b) Vérifier que si $10 < x \leqslant 20$ on a $y = 0{,}1\,x - 0{,}5$

c) Déterminer y lorsque $x > 20$

d) Représenter dans un nouveau repère la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ et qui associe le montant de la réduction au montant initial de l'achat.

e) Un client obtient 1 F de réduction. Quel est le montant de son achat ? Quelle est la somme effectivement payée par ce client ?

PROBLEME N°4 Candidats à l'entrée en Premières A_2, A_3, G

DNA = Dernières Nouvelles d'Alsace
NA = Nouvel Alsacien

Une enquête auprès de 60 personnes révèle que :

9 personnes ne lisent ni les DNA ni le NA
36 personnes lisent les DNA (et peut-être aussi le NA)
27 personnes lisent le NA (et peut-être aussi les DNA)

On appelle x le nombre de personnes lisant à la fois les DNA et le NA
y le nombre de personnes ne lisant que les DNA
z le nombre de personnes ne lisant que le NA
et on note A, B, C respectivement les ensembles ainsi envisagés.

1) Déterminer la somme x + y + z.

2) Exprimer y en fonction de x.

3) Exprimer z en fonction de x.

4) Déterminer x, y et z.

5) On suppose que dans A, B et C il y a $\frac{1}{3}$ de femmes. Déterminer le nombre d'hommes lisant un seul des deux journaux.

6) Quel est le pourcentage, par rapport à l'ensemble des personnes interrogées, des hommes qui lisent les DNA ?

INFORMATION

MATHEMATIQUE POUR LES ELEVES DE 14 A 17 ANS, EST-CE QU'ILS EN ONT VRAIMENT BESOIN ?

C'est le thème de la prochaine rencontre de la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM) qui aura lieu du 24 au 30 juillet 1986 à Southampton (Angleterre).
Les objectifs sont de développer des recommandations sur le thème et les sous-thèmes. Elles seront présentées aux séances plénières et publiées ainsi que les exposés faits par les conférenciers.
Informations : Peter Bowie, Shalbourne, Marlborough, SN8 3QD, ENGLAND.