LEIBNITZ AURAIT-IL PU DECOUVRIR LA RELATIVITE ?

(Deuxième partie)

Claude COMTE

Dans la première partie de cet article (Ouvert n° 36), le problème suivant a été résolu :

Quelles sont les formes possibles de l'énergie cinétique e(x), en fonction de la vitesse x, compatibles avec le principe d'équivalence des référentiels galiléens ?

Ce principe stipule, rappelons-le, que les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens ; on passe d'un référentiel galiléen à un autre par un mouvement de translation à vitesse constante.

On a trouvé deux mécaniques possibles :

(α) $$e(x) = m\,\frac{\mathrm{ch}\,\gamma x - 1}{\gamma^2},$$

où γ est une constante arbitraire que l'on peut poser égale à 1 par convention

(β) $$e(x) = \frac{1}{2}\,m x^2 :$$

c'est la solution de Leibnitz, englobée comme une limite singulière ($\gamma \to 0$) dans la généralité de la solution (α).

Ainsi que le suggérait la conclusion de la première partie, ces deux mécaniques sont celles de Newton et Leibnitz (β) et celle d'Einstein (α).

La deuxième partie de cet article va être consacrée à examiner les "*mystères de la deuxième solution*" (α), celle que Leibnitz a omise dans sa dérivation de l'énergie cinétique. Au passage, on établira l'équivalence entre la masse et l'énergie, puis on s'interrogera sur la véritable signification du paramètre x, considéré jusqu'ici comme la vitesse. A cette occasion, un point de vue nouveau sera apporté sur ce concept familier ; il permettra d'affranchir la vitesse, et de ce fait aussi l'énergie et l'impulsion de l'espace et du temps !

§ 1. LES "MYSTÈRES" DE LA DEUXIÈME SOLUTION

La raison de l'omission de la solution (α) par Leibnitz est la suivante : pour établir l'expression de l'énergie cinétique, en plus des invariances galiléennes qu'il applique sans les formuler explicitement, il a recours à une loi expérimentale de Galilée sur la chute des corps, selon laquelle la vitesse est proportionnelle à la racine carrée de la hauteur de chute. Alors que les invariances galiléennes sont suffisantes, comme nous l'avons démontré, le recours à cette loi restreint la généralité de la solution (α) à sa limite singulière (β). Il n'est pas très satisfaisant d'établir une théorie à partir d'un ensemble de principes comportant une loi quantitative tirée de l'observation et de la mesure ; en effet, en dépit de son élégance et de sa simplicité, cette loi comporte une incertitude expérimentale, et la théorie qui s'en déduit ne peut donc qu'être approximative.

Le recours aux principes d'invariance, lorsque cela suffit pour établir la théorie, constitue certainement un fondement plus solide ; en effet, ceux-ci sont de nature purement **qualitative** : ils expriment simplement l'existence de points de vue équivalents sur le monde des phénomènes physiques.

Imaginons que Leibnitz ait reconnu dans toute son ampleur le rôle que jouent les principes d'invariance dans le problème. Qu'aurait-il découvert en étudiant les particularités de la mécanique (α) ?

a) Equivalence de la masse et de l'énergie

Il s'agit d'abord d'interpréter correctement la grandeur $\varepsilon(x)$ introduite dans la première partie comme le rapport

$$\varepsilon(y) = \frac{E_y(x)}{2e(x)} , \qquad (8)$$

où $E_y(x) = e(y+x) + e(y-x) - 2e(y)$ est, pour deux corps de masse unité et de vitesses $y+x$ et $y-x$, l'énergie cinétique associée à leur mouvement relatif ; dans le référentiel en translation uniforme à la vitesse y, cette quantité devient :

$$E_o(x) = e(x) + e(-x) = 2e(x).$$

Nous avons démontré que ce rapport ε n'est fonction que de la vitesse $\mathbf{y}$ (la vitesse du système des deux masses considéré comme un tout), qu'il est lié à l'énergie cinétique par la relation $\varepsilon(x) = \lambda e(x) + 1$, où λ est une constante universelle de valeur arbitraire ($\lambda = 0$ donne la mécanique newtonienne, tandis que dans le cas α on peut poser $\lambda = 1$ sans restriction de la généralité), et que la fonction $\varepsilon\,(x)$ vérifie l'équation fonctionnelle

(10) $$\varepsilon\,(y+x) + \varepsilon(y-x) = 2\varepsilon\,(x).\,\varepsilon(y).$$

Rappelons encore que l'impulsion $p(x)$ n'est rien d'autre que la dérivée de la fonction $\varepsilon(x)$. :

$$p(x) = \frac{d\ \varepsilon(x)}{dx} \quad \text{(avec } \lambda = 1).$$

Après ces rappels, considérons deux corps de masses m initialement au repos ; ils acquièrent les vitesses opposées x et $-x$ sous l'effet d'un système quelconque qui leur transfère l'énergie cinétique $E_o = 2m\ e(x)$ (figure 1).

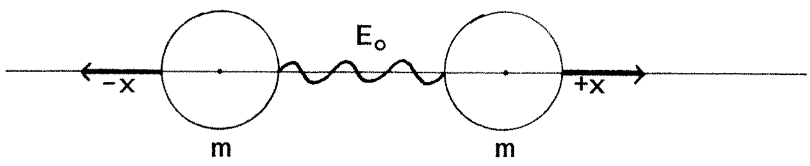


figure 1

Dans un référentiel en mouvement à la vitesse $-y$, les masses ont initialement la vitesse y, et l'énergie transférée lors de leur mise en mouvement relatif n'est autre que $E_y = mE_y(x)$. La variation de l'énergie transférée $E_y - E_o = E_o e(y)$ se présente exactement comme l'énergie cinétique d'une masse $\mu = E_o$. On vérifie aussi que lors du transfert d'énergie, l'impulsion totale du système des deux corps augmente dans le référentiel de vitesse $-y$, d'une quantité correspondant à la même masse $\mu = E_o$; en effet, dérivant l'équation fonctionnelle (9) par rapport à y, on obtient :

$$m.p(x+y) + m.p(-x+y) = 2m.p(y)\ \left[1 + e(x)\right] = 2m.p\ (y) + \mu.p(y)\,.$$

Par conséquent, si un système absorbe (rayonne) de l'énergie en augmentant (diminuant) son mouvement interne, sa masse augmente (diminue) : $\Delta M = \Delta E$.

Il reste à régler le problème du zéro de l'énergie. Ce qui précède nous incite à étudier des processus à masses variables. Considérons deux systèmes **S** et **s** (figure 2) constitués chacun de deux masses identiques M et **m** respectivement.

Dans l'état initial, le mouvement interne de S est nul, tandis que les masses m ont les vitesses x et $-x$. On suppose qu'après une succession de collisions élastiques, on a deux nouveaux systèmes Σ et Σ' constitués chacun d'une masse M et d'une masse m au repos l'une par rapport à l'autre, de vitesses z et $-z$ respectivement.

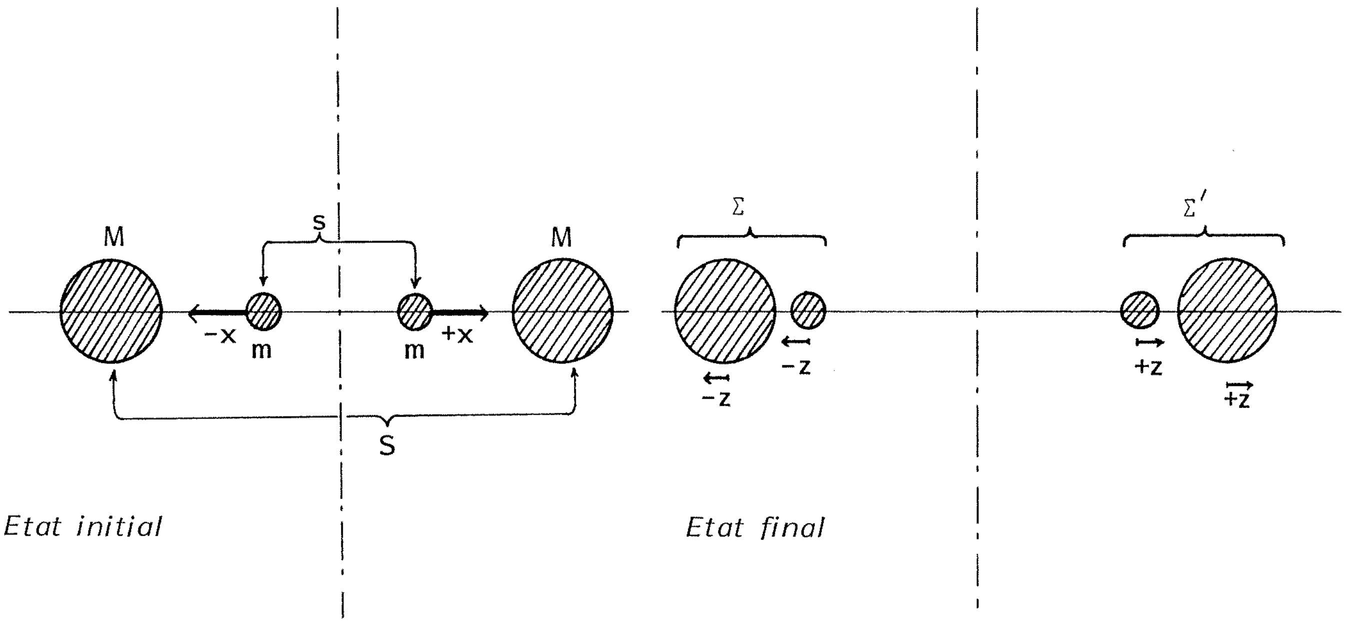


figure 2

Existe-t-il une notion d'énergie conservative dans la transmutation de S et s en Σ et Σ' ?

L'énergie conservée $f(z)$ doit satisfaire la relation :

$$2\,M\,f(o) + (2m + \mu)\,f(o) = 2\,(M + m)\,f(z)$$

où μ est l'énergie du mouvement interne de s dans l'état initial, égale à l'énergie cinétique de Σ et Σ' réunis dans l'état final :

$$\mu = 2m\,e(x) = 2(M + m)\,e(z).$$

Par substitution, on obtient donc

$$\frac{f(z)}{f(o)} = 1 + e(z)$$

et posant par convention $f(o) = 1$, il vient que

(14) $\quad f(z) \equiv \varepsilon\,(z)$

La fonction $\varepsilon(z)$ est donc la généralisation de la notion d'énergie conservée pour des processus mécaniques à masses variables. En particulier, un corps de masse M au repos à pour énergie $E = M.\varepsilon(o) = M$, susceptible d'être libérée au moins partiellement dans un processus de désintégration.

b) Existence d'objets ayant une masse nulle et une énergie finie.

Pour une particule de masse m , l'énergie et l'impulsion sont respectivement

$$E = m.\mathrm{ch}\, x \quad \text{et} \quad P = m.\mathrm{sh}\, x.$$

Il est possible de faire tendre simultanément m vers zéro et x vers l'infini de telle sorte que E garde une valeur finie ; dans ces conditions, le rapport P/E tend vers l'unité.

Ainsi la propagation (instantanée !) d'objets de masse nulle est autorisée dans le cadre théorique de la 2e solution ($\lambda \neq 0$). Avec la lère solution ($\lambda = 0$), on n'a rien de tel.

Il est intéressant d'établir les lois de transformation de l'énergie et de l'impulsion de ces objets par changement de référentiel galiléen ; dans un référentiel en mouvement à la vitesse y dans la direction où l'objet se déplace, on a $P' = E'$ et

$$E' = \lim_{\substack{m \to 0 \\ x \to \infty}} m \frac{e^{x-y} + e^{-x+y}}{2} = e^{-y} \lim_{\substack{m \to 0 \\ x \to \infty}} \frac{m\, e^{x}}{2} = e^{-y} \lim_{\substack{m \to 0 \\ x \to \infty}} m\, \mathrm{ch}\, x = e^{-y} E$$

et dans la direction opposée, on a évidemment $E' = e^{y} E$.

Si nous enfermons N "*photons*" d'énergie E_o dans une cavité aux parois réfléchissantes, de telle sorte qu'ils soient également répartis selon les directions avant et arrière, l'énergie captive est $N\, E_o$ dans le référentiel de la cavité, et dans un référentiel en mouvement à la vitesse y , elle sera :

$$E' = \frac{N}{2} E_o \,(e^{y} + e^{-y}) = N\, E_o\, \mathrm{ch}\, y \;;$$

autrement dit, la capture des "*photons*" augmente la masse de la cavité d'une quantité égale à leur énergie !

Cependant, nous allons dans un instant être contraints de revoir le caractère instantané de la propagation des objets de masse nulle ; en effet, **nous allons nous rendre compte qu'en dimension 3, x ne peut être la vitesse que dans le cadre de la première solution ($\lambda = 0$) !**

c) La variable x est-elle la vitesse ?

L'analyse de l'expérience décrite au § 1 (Ouvert n° 36) reste valable point par point, nous l'avons déjà dit, si les mouvements des corps ont lieu selon les trois dimensions de l'espace ; dans ce cas, on aboutit donc aux mêmes équations fonctionnelles (9), (10) et (11), dans lesquelles les variables **x** et **y** sont remplacées par des vecteurs $\vec{x}$ et $\vec{y}$. Essayons de résoudre ces équations fonctionnelles :

i) $\lambda = 0$: la solution leibnitzienne $e(\|\vec{x}\|) = \frac{x^2}{2}$ vérifie bien l'équation (11) ; on a en effet :

$$\frac{1}{2}\left(\|\vec{x}+\vec{y}\|^2 + \|\vec{x}-\vec{y}\|^2\right) = \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2$$

La solution de Leibnitz est donc compatible avec l'addition vectorielle des vitesses en mécanique newtonienne.

ii) $\lambda \neq 0$: il faut résoudre l'équation fonctionnelle (10). L'analyse effectuée à une dimension même à la solution $\varepsilon(\|\vec{x}\|) = \mathrm{ch}\|\vec{x}\|$.

Or, on s'aperçoit tout de suite que cette solution ne convient pas ; en effet, composant deux vitesses $\vec{x}$ et $\vec{y}$ perpendiculaires, on a :

$$\mathrm{ch}\|\vec{x}+\vec{y}\| = \mathrm{ch}\|\vec{x}-\vec{y}\| = \mathrm{ch}\sqrt{x^2+y^2} \quad \text{et}$$

$$\mathrm{ch}\|\vec{x}+\vec{y}\| + \mathrm{ch}\|\vec{x}-\vec{y}\| = 2\,\mathrm{ch}\sqrt{x^2+y^2} \neq 2\,\mathrm{ch}\,x\,\mathrm{ch}\,y.$$

Par conséquent, la deuxième solution ($\lambda \neq 0$) est incompatible avec l'addition vectorielle des vitesses, qui, rappelons-le, découle du principe d'existence de propagations instantanées en physique newtonienne.

Nous sommes donc placés devant l'alternative suivante : soit nous conservons le principe d'existence de propagations instantanées, et dans ce cas nous sommes obligés de poser $\lambda = 0$, soit nous renonçons à ce principe et dans ce cas la solution $\lambda \neq 0$ est seule autorisée. Nous devons alors résoudre un nouveau problème : **comment se composent deux vitesses de directions quelconques** ? Nous l'examinerons au § 3.

Renoncer au principe d'existence de propagations instantanées revient évidemment à admettre qu'il existe une limite supérieure **c** des vitesses de propagation... et cette vitesse limite est nécessairement, d'après le principe d'équivalence, indépendante du référentiel ! Le cas newtonien singulier s'obtient alors simplement en faisant tendre la vitesse limite **c** vers l'infini.

La détermination de la vitesse limite c est dans ces conditions un problème expérimental. Si Leibnitz était allé jusqu'au bout, l'expérience de Michelson et Morley effectuée environ deux siècles plus tard aurait servi à établir, aux erreurs expérimentales près, que la vitesse de la lumière est cette vitesse limite supérieure des propagations.

Revenons à l'étude des mouvements à une dimension. Si les vitesses s'additionnaient comme nous l'avons écrit jusqu'ici, elles pourraient devenir par composition itérée aussi grandes que l'on veut : il existe N entier tel que $N x > c$.

Pour sauver la cohérence de la théorie, nous sommes donc obligés d'**admettre que x n'est pas la vitesse v**, mais que celle-ci est une fonction de x : $v = h(x)$; et nous devons, avant de déterminer la fonction universelle $h(x)$, démontrer l'existence d'un paramètre additif de vitesse x, tel que la composition de deux vitesses $u = h(x)$ et $v = h(y)$ soit de la forme $u * v = h(x + y)$; éclaircir le sens physique de ce paramètre, et dire comment on effectue sa mesure.

§ 2. EXISTENCE D'UN PARAMÈTRE ADDITIF DE VITESSE : LA RAPIDITÉ

Dans le cas unidimensionnel, on peut remarquer qu'il existe de toute manière un paramètre de vitesse x naturellement additif, que nous conviendrons d'appeler "*rapidité*" pour le distinguer de la vitesse v elle-même. Pour le découvrir, considérons un véhicule en mouvement libre dont la propulsion depuis l'état de repos a été assurée par la répétition n fois du même mécanisme, qui peut être quelconque, pourvu qu'il se répète identiquement du point de vue du véhicule, c'est-à-dire dans le référentiel galiléen où il apparaît au repos. On peut se représenter, par exemple, une fusée qui brûlerait tout son combustible pour acquérir la vitesse supplémentaire v_1 , et serait ravitaillée en vol n fois. Le principe d'équivalence permet d'affirmer que la fusée acquiert chaque fois la même vitesse supplémentaire v_1 .

La loi de composition des vitesses est la même dans tous les référentiels galiléens en vertu de ce même principe ; la vitesse v_n acquise grâce à n ravitaillements est donc $v_n = v_1 * v_1 * v_1 * \dots * v_1$ (n fois), expression dans laquelle on peut omettre les parenthèses, puisque, par définition, on obtient la même vitesse finale v_n en composant dans un ordre quelconque tous les v_{n_i} tels que $\Sigma_i\, n_i = n$: la composition des vitesses est une loi associative et commutative **à une dimension** *.

* ; c'est une loi de groupe par suite des invariances galiléennes.

Par conséquent, le paramètre additif x que nous cherchons n'est rien d'autre, à un facteur multiplicatif près, que le nombre n ; **la rapidité est donc proportionnelle au nombre d'applications d'un mécanisme identique de propulsion : cette grandeur est mesurable par simple comptage.** Cette propriété la distingue nettement de la vitesse ; en effet, **la mesure de la rapidité x peut ainsi être effectuée indépendamment de toute mesure de distance et de durée, et il en est aussitôt de même de l'énergie $\varepsilon(x)$ et de l'impulsion $p(x)$.**

Remarque :
La définition de la rapidité est étendue des valeurs entières aux valeurs rationnelles en faisant l'hypothèse que toute vitesse v peut être atteinte en partant de l'état de repos, par composition itérée d'une même vitesse u plus petite.

Ainsi, nous sommes assurés de l'existence d'une fonction $h(x)$ définie pour les valeurs rationnelles de la variable, telle que si $u = h(x)$ et $v = h(y)$, l'on ait $u * v = h(x + y)$. Lorsque la fonction $h(x)$ est continue, notre conclusion est vraie pour toutes les valeurs réelles aussi.

Nous retrouvons ainsi par un "*procédé de physicien*" un théorème établi à l'aide de mathématiques élaborées dans l'étude générale des groupes de Lie : il existe un paramètre additif pour tout groupe continu à un paramètre, différentiable et simplement connexe.

§ 3. LOI DE COMPOSITION DES VITESSES, ET NOTION DE VITESSE DYNAMIQUE

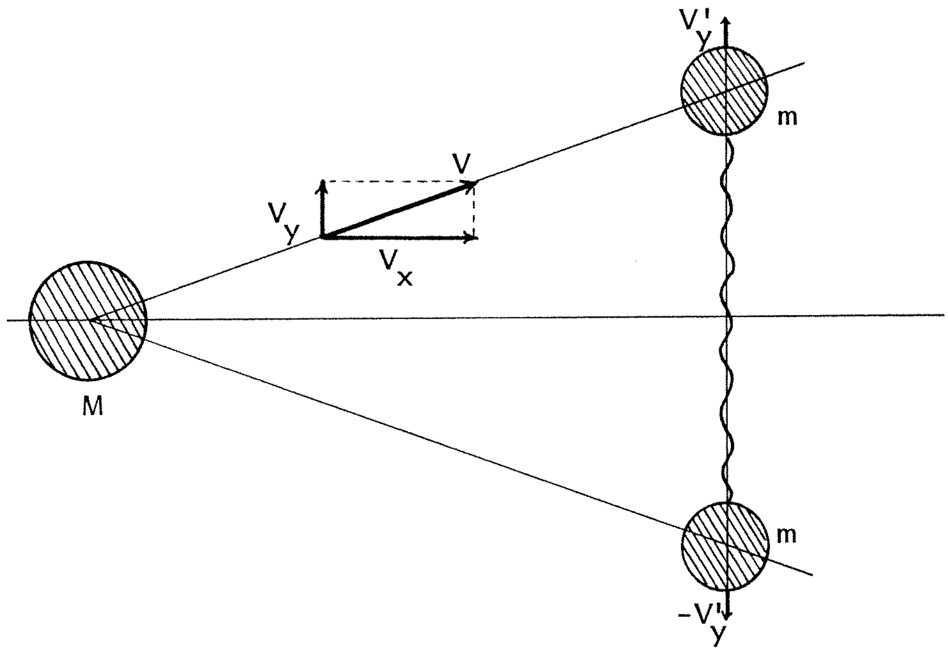
Nous avons établi dans la première partie (Ouvert n° 36, p. 11), que l'impulsion est, en valeur absolue, la dérivée de l'énergie par rapport à la vitesse. Les considérations précédentes, et le passage en dimension 3 conduisent à formuler ce résultat différemment : l'impulsion est, en valeur absolue, égale à la dérivée de l'énergie **par rapport à la rapidité**, dans la direction du mouvement :

$$p(z) = \frac{d\,\varepsilon(z)}{dz} .$$

En trois dimensions, l'impulsion p devient un vecteur, dont les trois composantes sont des grandeurs conservées. Nous allons établir la loi de composition des vitesses et déterminer la fonction inconnue $h(z)$ à partir de la condition suivante : la vitesse $\vec{v}$ et l'impulsion $\vec{p}$ sont sont des vecteurs colinéaires.

Considérons l'expérience suivante (figure 3) : une particule de masse M se désintègre en deux fragments identiques de masse **m** telle que $\mu = M - 2m > 0$. Dans le référentiel où la particule est initialement au repos (C), les deux fragments se déplacent dans une direction perpendiculaire à la trajectoire de la particule dans le référentiel du laboratoire (L).

figure 3



Soient $v_x = h(x)$ et $v_y = h(y)$ les composantes de la vitesse d'un fragment et $v = h(z)$ le module de cette vitesse, mesurés dans le référentiel du laboratoire. La conservation de l'énergie s'écrit dans ce référentiel :

$$M\ \varepsilon(x) = 2\ m\varepsilon\ (z)$$

La composante P_x de l'impulsion d'un fragment dans la direction horizontale est donnée par la relation de conservation :

$$M\ p(x) = 2\ P_x$$

Le quotient des deux précédentes relations donne l'expression suivante :

$$P_x = m\,\frac{p(x)}{\varepsilon(x)}\ .\ \varepsilon\ (z)$$

La composante verticale P_y de l'impulsion d'un fragment doit prendre la même forme à cause de l'**isotropie** de l'espace :

$$P_y = m\,\frac{p(y)}{\varepsilon(y)}\ .\ \varepsilon\ (z)$$

Le module **P** de l'impulsion d'un fragment peut être écrit sous une forme analogue :

$$P = m\ p(z) = m\,\frac{p(z)}{\varepsilon\ (z)}\ \ \varepsilon\ (z).$$

Comme la géométrie est euclidienne dans un référentiel galiléen, on a les relations :

$$P^2 = P_x^2 + P_y^2 \quad \text{et} \quad V^2 = V_x^2 + V_y^2.$$

Par conséquent, les relations :

$$\frac{p^2}{\varepsilon^2}(z) = \frac{p^2}{\varepsilon^2}(x) + \frac{p^2}{\varepsilon^2}(y) \text{ et } h^2(z) = h^2(x) + h^2(y)$$

doivent être compatibles quelles que soient les rapidités x et y. Posant $a = h^2(x)$, $b = h^2(y)$, on doit avoir :

$$\frac{p^2}{\varepsilon^2}(a+b) = \frac{p^2}{\varepsilon^2}(a) + \frac{p^2}{\varepsilon^2}(b)$$

quels que soient a et b. Cette condition ne peut être satisfaite que si les fonctions $\frac{p^2}{\varepsilon^2}(z)$ et $h^2(z)$ sont proportionnelles, et finalement, nous obtenons

$$(15) \qquad h(z) = c\,\frac{p(z)}{\varepsilon(z)} \quad \text{et} \quad \vec{V} = c\,\frac{\vec{p}}{\varepsilon}.$$

Jusqu'à présent, nous n'avons pas substitué à p et ε leurs expressions déterminées par le principe d'équivalence ; il est important de remarquer que la formule (15) découle seulement de l'isotropie de l'espace. Si maintenant, nous effectuons la substitution, nous aboutissons à :

$$(16) \qquad v = h(z) = c\,\frac{p(z)}{\varepsilon(z)} = c \text{ th } z$$

et à la loi de composition des vitesses colinéaires :

$$v_1 * v_2 = c \text{ th } (x_1 + x_2) = \frac{v_1 + v_2}{1 + v_1 v_2 / c^2}$$

et on voit que c est la vitesse limité des propagations matérielles, invariante par changement de référentiel galiléen.

Remarque :

Rien n'empêche de considérer la relation (15), écrite sous la forme $\vec{V} = c\,\frac{\vec{p}}{\varepsilon}$ comme une **définition de la vitesse**, en fonction de l'énergie et de l'impulsion, grandeurs qui , nous l'avons vu, peuvent être mesurées indépendamment de toute mesure de distance et de durée. C'est là une conception nouvelle et inédite de la vitesse. Nous proposons d'appeler cette quantité **vitesse dynamique**, pour la distinguer de la conception habituelle de la vitesse définie comme le rapport de la distance parcourue au temps de parcours, que nous conviendrons d'appeler **vitesse cinématique**.

L'égalité des vitesses dynamique et cinématique découle de l'isotropie de l'espace et du caractère euclidien de la géométrie.

§ 4. Conclusion

Rassemblons nos résultats. En multipliant les formules obtenues par des constantes, on arrive aux formules usuelles de la mécanique relativiste :

$$v = c\ \mathrm{th}\ x,\quad E = Mc^2\ \mathrm{ch}\ x = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\quad P = M c\ \mathrm{sh}\ x = \frac{Mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

On peut aussi écrire la transformation de Lorentz pour l'énergie-impulsion. Passant à un référentiel en mouvement avec la rapidité $-y$, la rapidité d'une particule est augmentée de y, son énergie et son impulsion deviennent, en utilisant les formules d'addition hyperboliques :

$$(17)\qquad \begin{aligned} E' &= M c^2\ \mathrm{ch}(x+y) = E\ \mathrm{ch}\ y + cP\ \mathrm{sh}\ y \\ P' &= M c\ \ \mathrm{sh}(x+y) = \frac{1}{c} E\ \mathrm{sh}\ y + P\ \mathrm{ch}\ y \end{aligned}$$

qui sont les mêmes que les formules de la transformation de Lorentz de l'espace-temps : il suffit de remplacer l'énergie E par le temps t, l'impulsion P par la coordonnée spatiale r.

Le lecteur remarquera la concision des formules lorsqu'on introduit, au lieu de la vitesse v, la rapidité x. Cette simplification n'est pas l'effet d'un heureux hasard, mais a des raisons physiques très profondes. En effet, nous avons constaté que dans une remise en ordre logique de la théorie, qui ne coïncide pas avec celui de sa découverte, le concept de rapidité s'introduit **avant** celui de vitesse.

La rapidité est un nombre sans dimension ; c'est "*l'angle*" de la transformation de Lorentz. La mesure de cette grandeur s'effectue indépendamment de toute mesure d'espace-temps*; comme nous l'avons vu, il suffit de savoir **compter** le nombre n d'applications identiques d'un même mécanisme de propulsion. Il s'ensuit aussitôt que la mesure de l'énergie et de l'impulsion doit également pouvoir être effectuée indépendamment de toute mesure d'espace-temps. Nous aboutissons ainsi à la conclusion originale que **la dynamique (théorie des intéractions dynamiques : collisions-désintégrations, etc...) jouit d'une certaine autonomie par rapport à la cinématique (description des mouvements des corps dans l'espace).**

Nous avons ainsi réalisé le projet d'établir directement les lois de la dynamique relativiste, laissant provisoirement de côté l'étude des propriétés de l'espace-temps (dans un prochain article, nous aborderons l'espace-temps avec un regard nouveau, à la lumière de ce que nous avons appris par l'étude de la dynamique).

* Une autre définition de la rapidité, en termes d'espace et de temps est donnée par J.M. LEVY-LEBLOND et J.P. PROVOST dans Am. J. Phys. 47, 1045 (1979) et 48, 345 (1980).

Le souhait que ce projet se réalise a été exprimé ainsi par J.-M. Levy-Leblond :

"S'il faut tirer une leçon de la pratique actuelle de la physique relativiste, c'est l'importance primordiale des concepts d'énergie et d'impulsion. C'est la dynamique relativiste, bien plus que la cinématique correspondante, qui sont à la base de la plupart des applications de la théorie : accélérateurs de particules, collisions à haute énergie, etc... Afin de pouvoir utiliser cette abondante matière comme base ou exemples dans notre enseignement de la théorie de la relativité, il serait de la plus grande utilisé de disposer d'une approche directe de la dynamique relativiste, d'où les propriétés de l'espace-temps seraient ensuite déduites..." (référence 6).

Ajoutons qu'à côté de cet aspect pédagogique, il y a encore d'autres avantages d'un point de vue fondamental :

i) Si l'on se propose de trouver les lois qui régissent un processus de collision ou de désintégration survenant **en un point et à un instant donnés**, il n'est nullement nécessaire de faire intervenir toutes les invariances galiléennes. Relisant cet article, on constate en effet que l'homogénéité de l'espace et l'uniformité du temps ne sont mises en oeuvre à aucun moment. Par conséquent, les lois que nous avons trouvées restent valables dans la situation où toutes les invariances galiléennes sont réalisées sauf les deux dernières ; dans ce cas, on pourrait avoir une variation spatiale et temporelle des constantes qui s'introduisent dans ces lois (cette question sera approfondie dans un prochain article). Cette situation, qui constitue une généralisation très naturelle, est en fait **la plus réaliste** que l'on puisse imaginer : à cause de l'existence des champs de gravitation dans la nature, on peut tout au plus réaliser un référentiel galiléen **localement** ; par exemple en se plaçant à l'intérieur d'un vaisseau spatial en mouvement libre dans le champ de gravitation, on élimine localement l'influence de ce champ. La prise de conscience de cette circonstance est l'un des facteurs qui ont incité Einstein à créer la théorie de la Relativité générale (référence 7). L'approche directe de la dynamique relativiste a donc l'avantage de nous placer dès le départ dans la situation générale.

ii) Une abondante littérature a été consacrée ces dernières années, à l'étude des tachyons, particules qui se déplaceraient à une vitesse supérieure à la

Réf. 6. J.M. LEVY-LEBLOND : What is so "special" about relativity ? (International Colloquim on Group-Theoretical Methods in Physics, Nijmegen, June 1975, Springer Editor)

Réf. 7. EINSTEIN et INFELD : L'évolution des idées en Physique.

vitesse de la lumière. Cependant, du point de vue de la dynamique relativiste, l'illusion de leur existence possible s'effondre immédiatement. En effet, pour que l'existence de ces particules soit tangible, il faut qu'elles puissent interagir avec les objets de notre monde. Elles doivent obéir aux lois de conservation qui régissent toutes les interactions ; dès lors, leur rapidité x est nécessairement un nombre réel situé entre zéro et l'infini, et leur vitesse $v = c \text{ th } x$ ne peut jamais dépasser la vitesse maximale des propagations c !

iii) La dynamique relativiste apparaît comme la solution du problème suivant :

"Quelle est la forme la plus générale d'une mécanique compatible avec les invariances galiléennes ?"

Cette forme est unique au choix d'une constante universelle près, la vitesse maximale c des propagations, qui doit être mesurée expérimentalement.

Ainsi les invariances galiléennes, qui expriment l'existence de points de vue équivalents sur le monde des phénomènes physiques, **suffisent** pour déterminer les lois fondamentales de la mécanique. On peut dire qu'il existe un groupe implicitement défini par l'énoncé des invariances galiléennes, et que nous n'avons rien fait de plus que de mettre au jour sa forme mathématique explicite, le groupe de Lorentz, défini comme l'ensemble des transformations de la forme (17).

Il est remarquable qu'une description précise des objets qui interagissent n'est nullement requise pour établir les lois de la mécanique ; ces objets peuvent être quelconques (corps macroscopiques, particules élémentaires, solitons, etc...)

Il apparaît ainsi nettement que la relativité n'est pas avant tout une théorie de l'espace-temps, comme on le croit communément, ni même une théorie sur la structure de la matière, mais **une théorie des invariances fondamentales.**

EPILOGUE

Le lecteur l'aura compris : la référence à Leibnitz est un jeu de l'esprit dépourvu de prétention historique, destiné à stimuler l'intérêt. On a fait jouer à Leibnitz le rôle d'un esprit lucide, frappé par l'importance d'une idée simple et résolu à en examiner les conséquences : on ne peut énoncer une loi de la nature sans énoncer aussi les conditions dans lesquelles elle s'applique (les variations autorisées des conditions expérimentales correspondent en fait aux *"invariances galiléennes"* dans le cas des lois de la mécanique). La prise de conscience du rôle que jouent les invariances en physique a nécéssité une longue maturation ; elle a fait un bond en avant lors du développement de la mécanique quantique ; et cet article montre qu'on n'est pas encore au bout du chemin !