
DE LA MANIÈRE DE SIMULER DIFFÉRENTS DÉS GRÂCE À DES DÉS ORDINAIRES

Emeric et Maurice MIGNOTTE (*)

Certains jeux utilisent des dés à huit, dix, douze ou vingt faces. Nous indiquons ici comment on peut "réaliser" de tels dés quand on ne dispose que de dés ordinaires à six faces. Bien entendu il s'agit de réaliser des dés non pipés, par exemple avec un dé à huit faces il faut qu'on ait une chance sur huit de faire sept en jetant le dé une fois.

1. Un dé à deux faces

Même en étant sans le sou on peut jouer à pile ou face avec un dé ordinaire. Il suffit, par exemple d'adopter les conventions suivantes :

PAIR = {un, trois, cinq} → PILE

IMPAIR = {deux, quatre, six} → FACE.

Ce dé à deux faces nous sera très utile.

2. Deux dés à quatre faces

Une première façon de procéder est d'utiliser un dé ordinaire, de le lancer, de conserver le résultat obtenu lorsqu'il ne dépasse pas quatre et de relancer le dé tant qu'il ne marque pas l'un des nombres un, deux, trois ou quatre. Petit inconvénient : on peut être obligé de relancer le dé de nombreuses fois. On peut montrer que ce dé n'est pas pipé en utilisant la formule

$$\frac{1}{6} + \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{6}\right) + \dots = \frac{1}{4}.$$

(*) Sur une idée d'Emeric Mignotte, élève de 3^o.

Voici un autre dé à quatre faces. On utilise deux dés à deux faces distinct (par exemple de couleurs différentes) - ou on jette deux fois un dé à deux faces - et on peut utiliser le codage ci-dessous :

premier dé	deuxième dé	résultat
PAIR	PAIR	1
PAIR	IMPAIR	2
IMPAIR	PAIR	3
IMPAIR	IMPAIR	4

Remarque : ce codage est obtenu en deux temps. On code d'abord le résultat du jet des deux dés en binaire, avec la convention PILE \rightarrow 1 et FACE \rightarrow 0 ; ainsi

(FACE, FACE) \rightarrow 00 \rightarrow zéro

(FACE, PILE) \rightarrow 01 \rightarrow un

(PILE, FACE) \rightarrow 10 \rightarrow deux

(PILE, PILE) \rightarrow 11 \rightarrow trois

et pour se ramener ensuite dans l'intervalle {un, quatre} on ajoute un à la colonne de droite.

3. Un dé à cinq faces

On procède comme pour le premier dé à quatre faces décrit plus haut, à ceci près que cette fois seul le six est interdit. On relance donc le dé tant qu'il ne marque pas un nombre plus petit que six. Pour montrer que ce dé n'est pas pipé on peut utiliser la formule

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \dots = \frac{1}{5}.$$

4. Un dé à huit faces

On utilise trois dés de couleurs distinctes (ou on jette trois fois un dé) pris dans un certain ordre fixe, par exemple bleu, blanc, rouge.

Voici un codage possible :

dé bleu	dé blanc	dé rouge	résultat
pair	pair	pair	1
pair	pair	impair	2
pair	impair	pair	3
pair	impair	impair	4
impair	pair	pair	5
impair	pair	impair	6
impair	impair	pair	7
impair	impair	impair	8

Remarque : bien sûr, ce codage est construit selon le schéma suivant :

- . impair \rightarrow 1, pair \rightarrow 0,
- . lancer des trois dés \rightarrow nombre en binaire n ,
- . résultat = $n+1$,

ainsi

(pair, impair, impair) \rightarrow 011 $\rightarrow n = 3 \rightarrow n+1 = 4$.

5. Un dé à dix faces

On utilise un dé à cinq faces et un dé à deux faces. Pour trouver le résultat r lorsque le dé à cinq faces marque n on utilise la formule

$r = n$ si le dé à deux faces marque PAIR

mais

$r = n+5$ si le dé à deux faces marque IMPAIR.

Voici le tableau complet de ce codage :

premier dé	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
second dé	PAIR					IMPAIR				
résultat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

6. Un dé à douze faces

Il peut être tentant d'utiliser deux dés ordinaires marquant n et n' et de prendre $n+n'$ comme résultat. Malheureusement avec ce procédé, la chance d'obtenir 12 est seulement $1/36$, au lieu de $1/12$ espéré. Voici un "dé à douze faces" non pipé. On utilise deux dés ordinaires et le codage suivant :

premier dé	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
second dé	PAIR						IMPAIR					
résultat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

7. Un dé à vingt faces

On utilise un dé à cinq faces et un dé à quatre faces (donc au plus trois dés ordinaires). Soit n le nombre indiqué par le dé à cinq faces et n' celui indiqué par le dé à quatre faces. On applique la règle suivante qui donne le résultat r :

- . si $n' = 1$, $r = n$,
- . si $n' = 2$, $r = n+5$,
- . si $n' = 3$, $r = n+10$,
- . si $n' = 4$, $r = n+15$.

Si on utilise trois dés, bleu, blanc et rouge voici un tableau qui indique le calcul du résultat :

dé blanc	dé rouge	dé bleu				
		un	deux	trois	quatre	cinq
PAIR	PAIR	1	2	3	4	5
PAIR	IMPAIR	6	7	8	9	10
IMPAIR	PAIR	11	12	13	14	15
IMPAIR	IMPAIR	16	17	18	19	20