

LE QUESTIONNAIRE-TEST 83-84 : 1437 ÉLÈVES !

Le groupe Lycée de l'I.R.E.M. a proposé aux collègues enseignant en seconde l'expérimentation dans leurs classes de trois questionnaires-tests. Près de cinquante professeurs ont acceptés de participer à ce travail, de dresser des bilans quantitatifs et qualitatifs et de les transmettre à l'I.R.E.M.

Le premier questionnaire est le fruit de la réflexion d'un groupe de travail de l'I.R.E.M. de l'an dernier ; on le trouvera reproduit dans les pages suivantes. Il s'agit de discerner chez un élève de seconde confronté à la lecture d'un graphique :

- ce qui lui est d'accès immédiat,
- ce qui suscite de sa part des hésitations,
- ce qui constitue pour lui un réel obstacle.

C'est dans ce but que les temps impartis à chaque page ont été volontairement limités.

Nous insistons sur les faits suivants :

1) Dans notre esprit, un tel questionnaire n'est nullement destiné à remplacer un devoir.

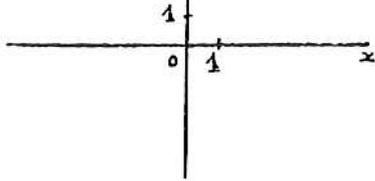
2) Sa forme ne constitue qu'un moyen d'investigation parmi d'autres : il va sans dire que ce questionnaire ne mesure nullement l'imagination, l'esprit de déduction, l'initiative, la capacité de bâtir et de rédiger une démonstration, etc... ; ce n'est pas son objet.

3) Ce test n'est accompagné d'aucun barème : il n'est pas destiné à mesurer les capacités mathématiques des élèves ni leur travail.

4) Toutes les questions portent sur les pré-requis qui semblent indispensables à un élève de Seconde pour suivre avec profit l'enseignement de l'Analyse : le test peut donc permettre de faire, avec les élèves, le point de leurs connaissances et savoir-faire sur la lecture graphique, avant d'aborder cet enseignement. De telles mises au point s'avèrent particulièrement utiles dans les actuelles classes de Seconde dont nous connaissons bien la diversité et celle des élèves qui les composent. La correction du test permet aussi de mieux déceler certaines incompréhensions et mieux interpréter certaines réponses.

L'I.R.E.M. a reçu des bilans de ces questionnaires pour 47 classes constituant une "population" de 1437 élèves : c'est bien mieux que ce qui se fait dans la plupart des sondages ! De tels bilans méritent un dépouillement attentif - lequel est en cours - mais nous pouvons donner, dès maintenant, quelques résultats quantitatifs.

Question 1.  $y$

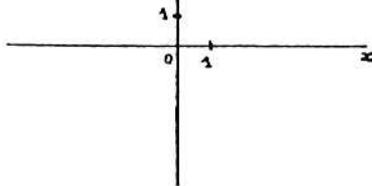


Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'abscisse est strictement positive .

Compléter :

$$E = \{ M(x,y) / \dots\dots\dots > 0 \}$$

Question 2.  $y$

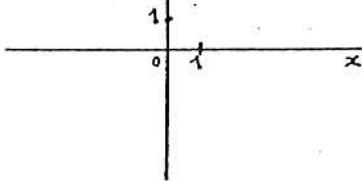


Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'ordonnée est négative ou nulle .

Compléter :

$$E = \{ M(x,y) / \dots\dots\dots \}$$

Question 3.  $y$

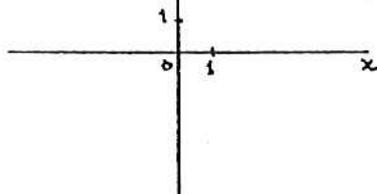


Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'ordonnée est égale à l'abscisse .

Compléter :

$$E = \{ M(x,y) / \dots\dots\dots \}$$

Question 4.  $y$

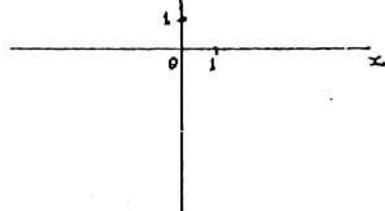


Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'ordonnée est strictement inférieure à l'abscisse .

Compléter :

$$E = \{ M(x,y) / \dots\dots\dots \}$$

Question 5.  $y$



Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'ordonnée est l'opposé du double de l'abscisse .

Compléter :

$$E = \{ M(x,y) / \dots\dots\dots \}$$

## RÉSULTAT DU TEST

Convention générale : R signifie réussite totale  
E signifie échec partiel ou total  
NR signifie non-réponse

Les résultats sont donnés en pourcentage.

PAGE 1 : 8 minutes

Graphique	R	E	NR
Question 1	61	38	1
2	40	58	2
3	50	44	6
4	9	66	25
5	8	35	57

Ecriture	R	E	NR
Question 1	56	30	14
2	49	34	17
3	56	21	23
4	46	21	33
5	29	18	53

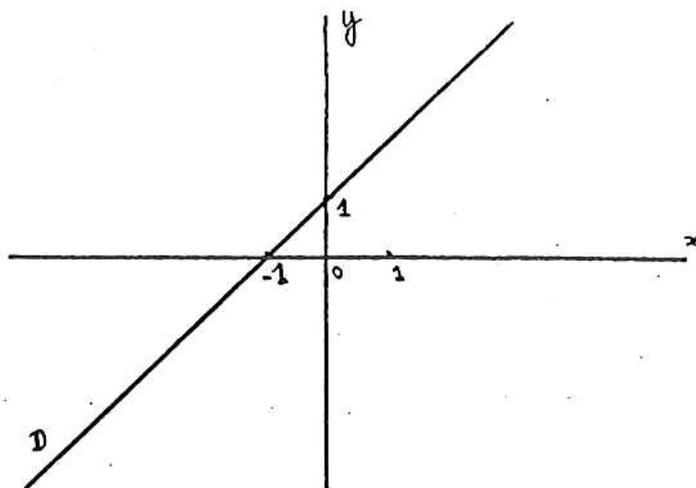
→ On remarque que, sauf pour la première question, les élèves réussissent mieux à écrire les ensembles qu'à les représenter graphiquement ! L'écart des réussites est particulièrement net aux deux dernières questions.

- Les principales erreurs signalées par les collègues portent sur :
- des confusions entre abscisses et ordonnées,
  - des confusions entre le plan et la réunion des deux axes,
  - des confusions entre "opposé" et "inverse", "double" et "moitié" dans la dernière question,
  - la non-distinction graphique entre demi-plan ouvert et demi-plan fermé.

→ Un collègue signale que la réussite à l'écriture est rarement partielle, un autre signale bon nombre d'écritures "inimaginables" a priori...

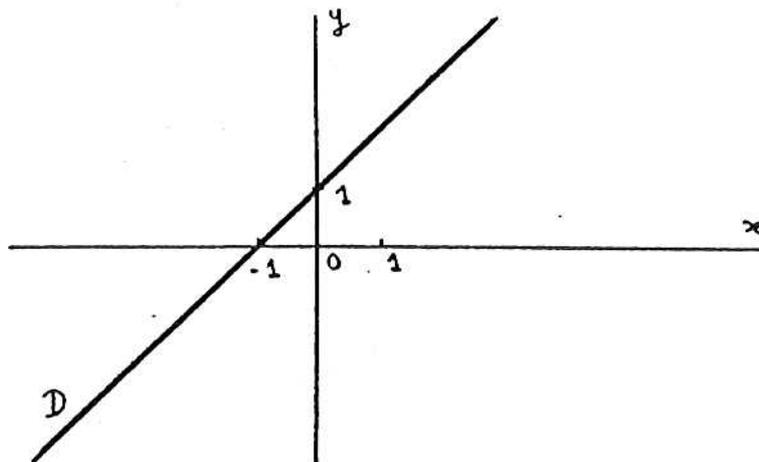
$$\{ M(x,y), [0, + \infty] > 0 \} , \quad \{ M(x,y), + \infty < M < 0 \} \text{ etc...}$$

Question 6.



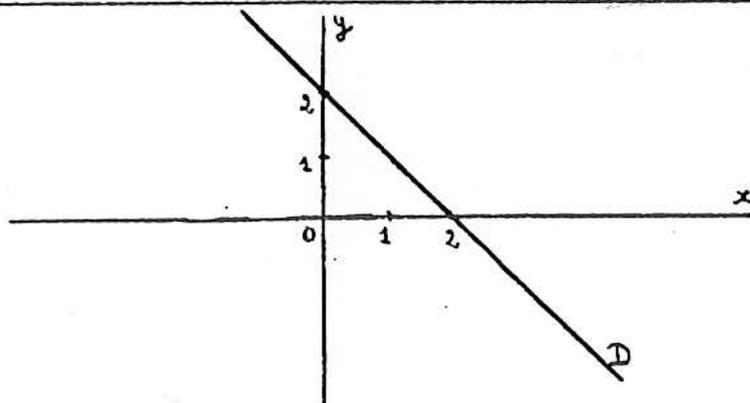
Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une abscisse négative et une ordonnée positive .

Question 7.



Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une abscisse comprise entre 1 et 2 .

Question 8.



Représenter en rouge la partie E de D dont Les points ont une ordonnée comprise entre 1 et 2 .

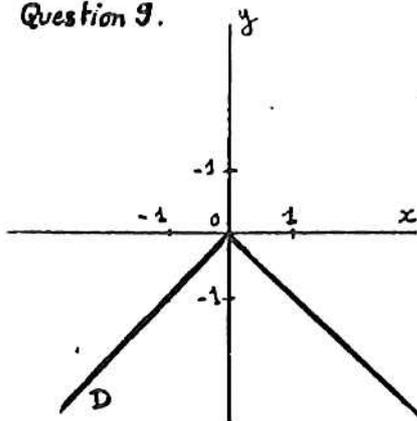
PAGE 2 : 3 minutes . RESULTATS

	R	E	NR
Question 6	76	23	1
7	70	26	4
8	69	23	8

→ La réussite à cette page est bien meilleures qu'à la précédente. "*Travailler sur une droite*" semble plus facile que de "*travailler dans le plan*".

→ Ceux qui ont échoué ont, pour beaucoup, donné un régionnement du plan.

Question 9.

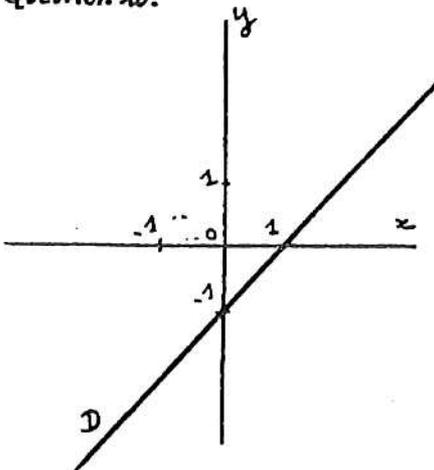


Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une ordonnée et une abscisse de même signe .

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s) :

	OUI	NON	JENESAIS PAS
$E = \{M(x,y) \in D / x=y\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E = \{M(x,y) \in D / xy \geq 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E = \{M(x,y) \in D / x \leq 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E = \{M(x,y) \in D / y \leq 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Question 10.

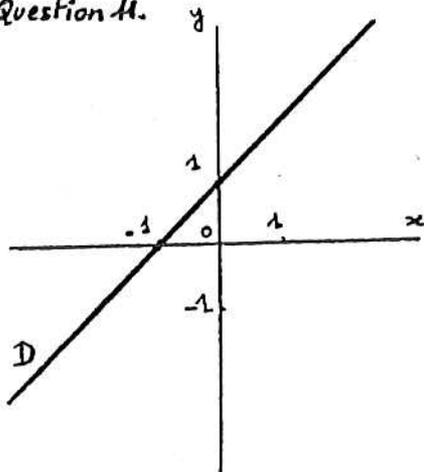


Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une abscisse positive et une ordonnée négative .

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s) :

	OUI	NON	JENESAIS PAS
$E = \{M(x,y) \in D / x \geq 0 \text{ et } y \leq 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E = \{M(x,y) \in D / xy \leq 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E = \{M(x,y) \in D / -1 \leq x \leq 1\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Question 11.



Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une abscisse positive ou une ordonnée négative .

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s) :

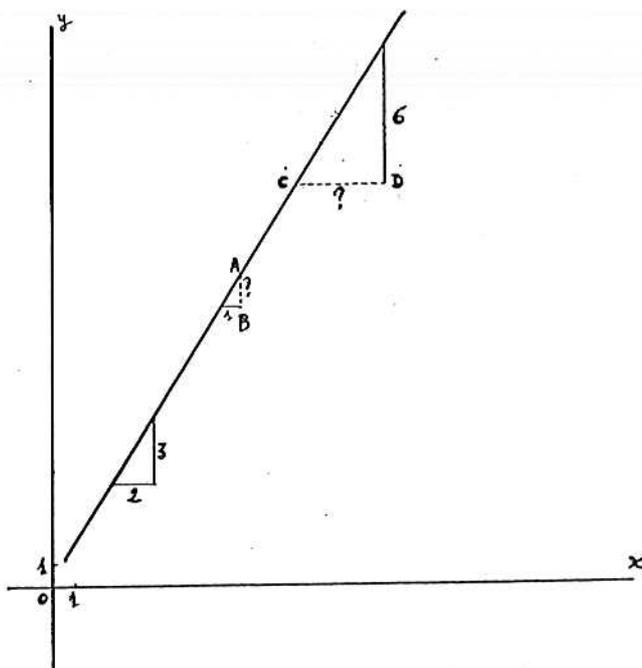
	OUI	NON	JENESAIS PAS
$E = \{M(x,y) \in D / x \geq 0 \text{ ou } y \leq 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E = \{M(x,y) \in D / xy \leq 0\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$E = \{M(x,y) \in D / -1 \leq x \leq 1\}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

PAGE 3 : 9 minutes . RESULTATS

	R	E	NR	
question 9, graphique	75	23	2	
9, trois premières écritures de E	28	70	2	R =(OUI,OUI,OUI)
9, dernière écriture de E	27	70	3	R = (NON)
question 10, graphique	82	17	1	
question 10, écritures de E	33	64	3	R = (OUI,OUI,NON)
question 11, graphique	66	29	5	
11, écritures de E	31	61	8	R = (OUI,NON,NON)

→ La réussite graphique est encore très bonne. Le petit nombre de non-réponses signifie probablement que les élèves préfèrent le risque d'une réponse fausse (d'autant qu'il n'y a qu'à cocher des cases) que de dire : "*Je ne sais pas*". La réussite à l'écriture chute notablement par rapport à celle de la page 1. Pourquoi ? Est-ce parce que les formulations sont différentes et que certaines écritures ensemblistes ne traduisent pas "*immédiatement*" le texte français ? Est-ce parce que échec signifie échec même partiel ?

→ Un collègue signale que la question concernant la dernière écriture de E dans la question 9 fait encore difficulté après correction.

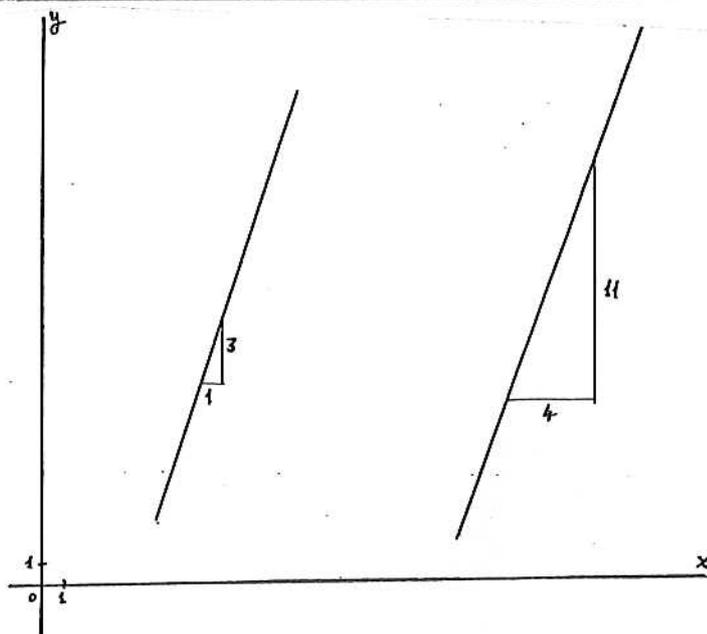


Question 12. Quelles sont les mesures des segments AB et CD ?

Remplir :

la mesure du segment AB est : ..... unités .

la mesure du segment CD est : ..... unités .



Question 13. Les deux droites représentées sont elles parallèles ?

OUI , POURQUOI ? .....

NON , POURQUOI ? .....

PAGES 4 et 5 : 2 minutes chacune . RESULTATS

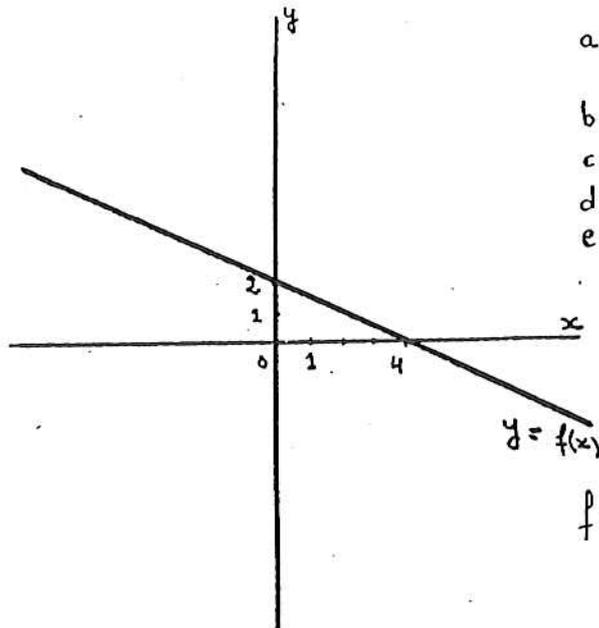
	R	E	NR
question 12	44	50	6
question 13	44	52	4

une réponse juste à la question 13 est une réponse justifiée même maladroitement.

- Il y a corrélation étroite entre les résultats de ces deux pages.
- Beaucoup d'élèves font des mesures avec leur double-décimètre : ils n'utilisent pas la proportionnalité pour raisonner et répondre directement mais s'en servent (probablement sans s'en rendre compte) pour convertir cm ou mm en unités.
- Quelques "justifications" à la question 13 :
  - "les droites sont parallèles parce qu'elles ne se touchent pas"*
  - "si on prolonge, elles se touchent"*
  - "11 n'est pas multiple de 4"*
  - " $3 \times 1 = 3$  et  $4 \times 11 = 44$  qui n'est pas multiple de 3"*
  - "les droites ne font pas un parallélogramme"*
  - "elles ont toutes les deux droites, un angle droit parallèles à l'axe des abscisses"*
  - "elles sont les deux l'hypoténuse"*

*N.B. : Réduites pour pouvoir être publiées, les questions 12 et 13 reproduites ci-contre occupent chacune une page dans le questionnaire soumis aux élèves (N.D.L.R.)*

Question 14.

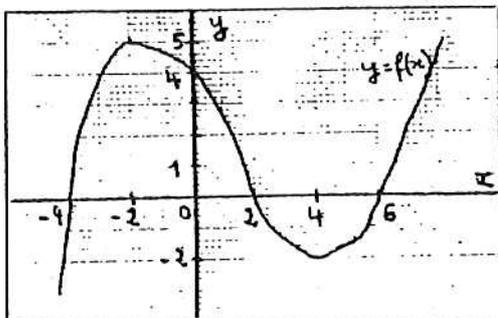


Compléter :

- a\*  $f(0) = \dots$
- b\*  $f(-4) = \dots$
- c\*  $f(x) > 0$  si et seulement si  $x \dots\dots$
- d\*  $f(x) \dots\dots$  si et seulement si  $x < 0$
- e\* si  $x$  varie de  $-6$  à  $4$ ,  $f(x)$  varie de  $\dots\dots\dots$

f\* Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  
 $f(x) = 0$ ?  $\dots\dots\dots$   
 $f(x) = 1$ ?  $\dots\dots\dots$

Question 15.



Compléter :

- a\*  $f(0) = \dots$
- b\* si  $x$  varie de  $0$  à  $4$ ,  $f(x)$  varie entre  $\dots$  et  $\dots$
- c\* si  $x$  varie de  $-4$  à  $2$ ,  $f(x)$  varie entre  $\dots$  et  $\dots$
- d\* si  $x$  varie de  $-4$  à  $6$ ,  $f(x)$  varie entre  $\dots$  et  $\dots$
- e\* Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  
 $f(x) = 0$ ?  $\dots\dots\dots$   
 $f(x) = 4$ ?  $\dots\dots\dots$

	R	E	NR
question 14 a)	55	39	6
b)	49	36	15
c)	22	67	11
d)	20	65	15
e)	24	52	24
f)	32	52	16

	R	E	NR
question 15 a)	50	31	19
b)	45	37	18
c)	30	47	23
d)	32	42	26
e)	16	56	28

→ Les taux de réussite à 14 a) et 15 a) sont quasiment les mêmes ; le taux de réussite à 14 e) est inférieur aux taux de réussite à 15 c), 15 d) et 15 e) : probablement parce que la réponse à 14 e) exige le calcul de  $f(-6)$ , ce que ne compense pas la simplicité de la fonction affine, due à sa monotonie. Le taux de réussite à 15 e) est la moitié de celui de 14 f) mais le peu de lisibilité du graphique en est peut-être la cause.

→ La faiblesse de beaucoup de taux de réussite semble essentiellement due à l'incompréhension fondamentale de l'écriture " $y = f(x)$ ", ce qui entraîne ici des confusions entre  $x$  et  $f(x)$ , entre  $f(a)$  et  $f(x) = a$ .

→ Des collègues signalent que pour certains élèves, "0" introduit une difficulté supplémentaire : dans leurs classes, les élèves échouent davantage à la résolution graphique de  $f(x) = 0$ , qu'à celle de  $f(x) = 1$  ou  $f(x) = 4$ . Mais ce n'est pas le cas d'autres classes !

→ Les erreurs les plus courantes sont :

14 a)  $f(0) = 0$  ;  $f(0) = 4$  ;

c)  $f(x) > 0 \iff x > 0$  ;  $f(x) > 0 \iff x > 4$  ;

d)  $f(x) < 0 \iff x < 0$  ;

e)  $f(x) = 0 \iff x = 0$  ;  $f(x) = 1 \iff x = 1$  ;

15 a)  $f(0) = 0$  ;  $f(0) = 2$  ;  $f(0) = 6$  ;

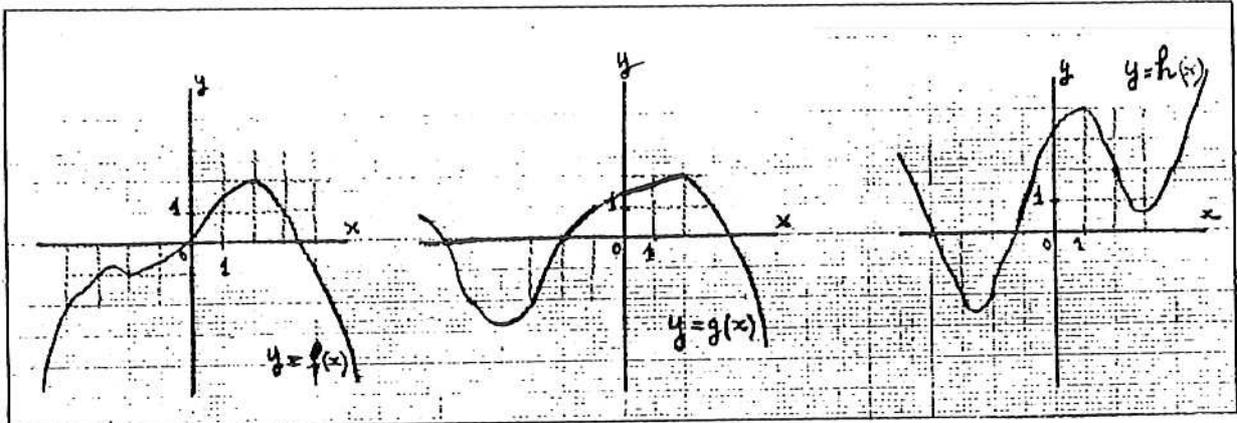
b)  $f(x)$  varie entre 0 et 4 ;

c)  $f(x)$  varie entre 0 et 0 ; entre -4 et 2 ; entre  $f(-4)$  et  $f(2)$  ;

d)  $f(x)$  varie entre 0 et 0 ;

e)  $f(x) = 0 \iff x = 0$ .

Question 16.



Mettre une croix dans les cases correspondantes :

Questions	f	g	h
a* Le point A(2,2) appartient à la représentation graphique de :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b* Les points A(2,2), B(-3,-2), C(-1,1) appartiennent à la représentation graphique de :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c* Les points A(2,2), C(-1,1), D(4,-1) appartiennent à la représentation graphique de :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d* Le point C(-1,1) n'appartient pas à la représentation graphique de :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e* Le point E(1,3) n'appartient pas à la représentation graphique de :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f* La représentation graphique qui ne contient pas des points M(x,y) tels que $x < 0$ et $y > 0$ est celle de :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
g* La représentation graphique qui ne contient pas des points M(x,y) tels que $x > 0$ et $y < 0$ est celle de :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

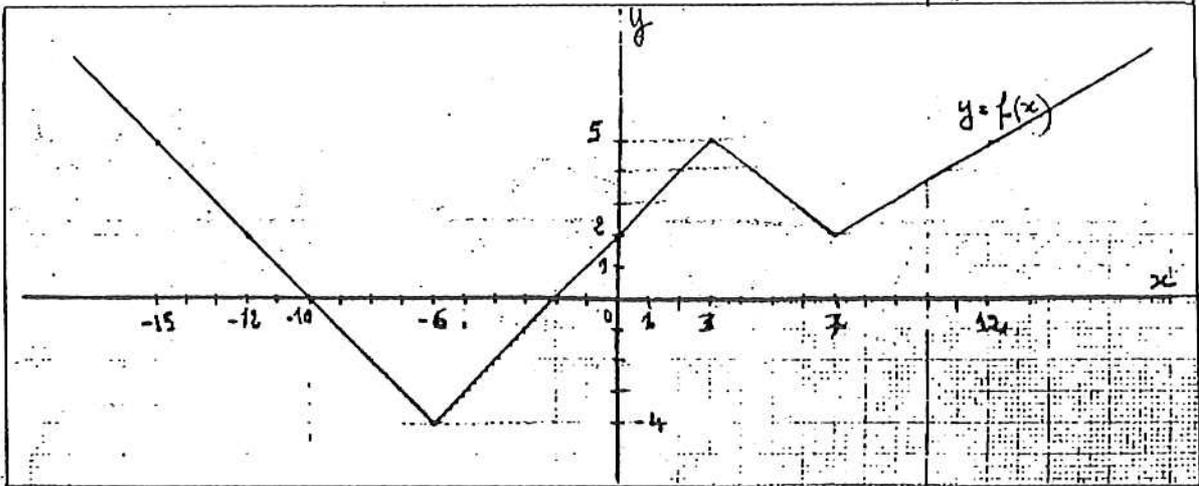
PAGE 7 : 6 minutes . RESULTATS

	R	E	NR
question 16 a)	84	14	2
b)	62	34	4
c)	76	18	6
d)	81	17	2
e)	81	13	6
f)	67	17	16
g)	62	18	20

→ Les taux de réussite aux questions 16 a), 16 c), 16 d), 16 e) sont comparables. On ne s'explique guère la moindre réussite à 16 b) (lisibilité ?). Par contre, les deux dernières questions étaient nettement plus difficiles : compréhension du texte et traduction graphique de conditions.

→ Plusieurs collègues signalent que les élèves en difficulté sont ceux qui n'ont pas placé les points A, B, C, D sur leur graphique.

Question 17 : la représentation graphique de  $f$  comprend deux demi-droites et deux segments de droite.



1) Cocher et remplir :

a\* Existe-t-il une ou des valeurs de  $x$  telles que  $f(x) = 5$  ?

NON

OUI  COMBIEN ?..... LESQUELLES ?.....

LE GRAPHIQUE NE PERMET PAS DE REpondre

b\* Existe-t-il une ou des valeurs de  $x$  telles que  $f(x) = 0$  ?

NON

OUI  COMBIEN ?..... LESQUELLES ?.....

LE GRAPHIQUE NE PERMET PAS DE REpondre

c\* Existe-t-il une ou des valeurs de  $x$  telles que  $f(x) = -4$  ?

NON

OUI  COMBIEN ?..... LESQUELLES ?.....

LE GRAPHIQUE NE PERMET PAS DE REpondre

2) Mettre une croix dans les cases correspondantes :

	0	1	2	3	4	plus de 4	on ne peut pas savoir
a* Combien existe-t-il de valeurs de $x$ telles que $f(x) = 5$ ?	<input type="checkbox"/>						
b* Combien existe-t-il de valeurs de $x$ telles que $f(x) = 4$ ?	<input type="checkbox"/>						
c* Combien existe-t-il de valeurs de $x$ telles que $f(x) = 50$ ?	<input type="checkbox"/>						
d* Combien existe-t-il de valeurs de $x$ telles que $f(x) = -15$ ?	<input type="checkbox"/>						

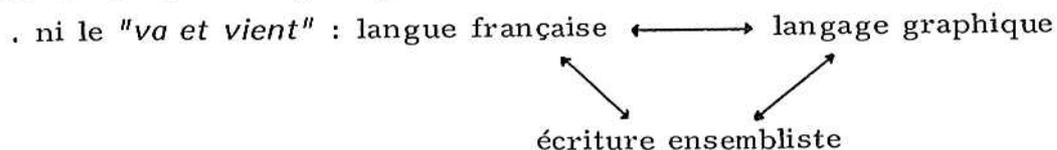
	R	E	NR
question 17 1) a)	51	42	7
b)	55	38	7
c)	66	25	9
2) a)	61	30	9
b)	54	33	13
c)	30	56	14
d)	46	39	15

→ Curieusement, les taux de réussite sont bien meilleurs que ceux des questions 14 f) et 15 e) de la page 6.

→ Les erreurs les plus fréquentes sont :

- celles provenant de l'incompréhension ou de la non-lecture de la convention précisée en haut de la page (questions 2) c) et 2) d)),
- des contradictions entre les réponses aux questions 1) a) et 2) a).

Il est trop tôt pour en dire beaucoup plus. Ce test semble toutefois révéler que la majorité des élèves qui l'ont passé, ne domine :



. ni l'écriture " $y = f(x)$ "

c'est le moins qu'on puisse dire. Mais son principal intérêt réside dans l'information que chaque professeur peut en tirer en le faisant passer à ses élèves.

Le groupe lycée de l'I.R.E.M. remercie vivement les professeurs qui ont participé à ce travail pour les informations, critiques et suggestions qu'ils lui ont envoyées. Nous remercions aussi M. POULOS à qui nous devons ces premiers résultats chiffrés.

(\*) Ce groupe est composé de : Claudine KAHN, Odile SCHLADENHAUFEN,  
Michel De COINTET.