"Avec lui (= l'enfant),
nous redécouvrons le monde,
nous refaisons le chemin de
la vie"

M. P.-D.

LA DENOMINATION DES NOMBRES PAR L'ENFANT

Publication : IREM de Strasbourg Date : septembre 1984.
Auteur : Jean-Paul FISCHER Adresse : Ecole Normale
16 rue de la Victoire - 57158 MONTIGNY-lès-METZ

- DEDICACE -

Dans un numéro assez récent (novembre 1982) du Monde de l'Education, on pouvait lire :

"Pour des enfants de cinq ans, apprendre à compter jusqu'à dix n'a guère d'utilité (sinon faire plaisir aux parents)."

Certes, si tous (tes) les Educateurs (trices) et tous les Enfants avaient conscience de cette inutilité, cela ouvrirait d'intéressantes possibilités aux maîtres (esses) du Cours Préparatoire. On pourrait en effet y jouer longuement au jeu passionnant qui consiste à dire le nombre le plus élevé.

Imaginons un tel jeu* entre deux enfants, A et B :

"**Bien**", dit **A**, indubitablement le plus malin des deux, "**à toi de commencer.**"
Après quelques minutes d'intense travail mental, **B** annonce le plus grand nombre qu'il pouvait concevoir : "**Trois.**"
C'est maintenant au tour de **A** de réfléchir. Mais après un quart d'heure, finalement, il abandonne : "**C'est toi qui a gagné**" reconnaît-il sportivement.

Néanmoins, cette étude est dédiée à tous (tes) ceux (celles) qui n'admettent pas, sans preuve, l'affirmation ci-dessus rapportée.

Août, 1984.
Jean-Paul Fischer

*

Jeu et récit adaptés de Gamov, G. : "**Un, deux, trois.... l'infini**" (Dunod, 1955).

- REMERCIEMENTS -

Qu'il me soit permis de remercier ici toutes les personnes qui ont permis et/ou favorisé la réalisation de cette étude, en particulier :

- les enfants interrogés, ainsi que leurs parents;
- les aide-maternelles, maîtres(sses), directeurs(trices), et inspecteurs (trices) des écoles dans lesquelles ont eu lieu les expériences et préexpériences;
- les personnes ayant favorisé les recherches bibliographiques;
- François **Pluvinage**, Raymond **Duval** et Claude **Deschamps** qui ont bien voulu me donner quelques conseils lors de sa rédaction;
- enfin, François **Pluvinage** - Directeur de l'IREM de Strasbourg - pour avoir accepté sa publication, et Marie-France **Biechel**, Charles **Bodo** et Jean-Louis **Christ** pour s'être occupés des problèmes matériels impliqués par cette dernière.

L'auteur.

Chapitre 1 :

INTRODUCTION

"Il est de la plus haute importance pour la science que, de temps à autre, l'on procède à un examen critique des théories établies, particulièrement lorsqu'elles tendent à se figer en dogmes."

J.C. Eccles

1.1 Présentation de l'étude

Dans le présent chapitre 1, après une présentation générale de l'étude, nous essaierons de préciser le sens des verbes "compter" et "subitiser", et terminerons le chapitre par l'exposé de la problématique générale.
Dans le chapitre 2 il apparaît que, depuis la Gestaltthéorie, seule la théorie de Gelman et Gallistel (1978) semble présenter un point de vue fondamentalement différent pour ce qui concerne l'appréhension et la dénomination des premiers nombres par le jeune enfant. En outre, la théorie de Gelman et Gallistel semble de plus en plus devenir une source de référence pour les psychologues de champs et pays variés. Ainsi, en plus bien entendu des spécialistes de la psychologie cognitive de l'enfant, des psychologues de l'éducation mathématique, par exemples Comiti et al. (1980), Resnick et Ford (1981) ou Schmidt et Weiser (1982), se réfèrent à cette théorie. Il en est de même pour Mandler et Shebo (1982) dans leur analyse du processus de subitizing chez l'homme, pour Simons (1981) dans son étude comparative entre l'appréhension du nombre chez l'homme et chez l'animal, ou encore pour Keil (1981) dans son argumentation pour l'existence de contraintes du développement. En conséquence, nous avons choisi, dans le chapitre 3, de discuter quelques points précis de la théorie de Gelman et Gallistel, en adaptant nos hypothèses aux points retenus.
Les résultats de l'expérience principale (décrite dans le chapitre 3) nous permettent, dans le chapitre 4, une discussion de ces hypothèses, ainsi qu'une analyse du processus de subitizing. Mais cette expérience principale a également fait apparaître un résultat non prévu, à savoir la chute impressionnante des réussites après 3 (chez les enfants de 5 ans) dans une épreuve de dénomination du nombre. L'étude complémentaire - chapitre 5 - est centrée sur cette discontinuité qui a éveillé notre curiosité et sur laquelle nous insisterons également dans la conclusion (chapitre 8).
Le chapitre 6 est consacré au problème piagétien de la conservation en relation avec la dénomination. En particulier, nous y étudierons l' "effet petit nombre", i.e la conservation des nombres < 5.
Enfin, le chapitre 7 est constitué par deux sous-chapitres disjoints mais tous deux relatifs aux problèmes de l'enseignement des premiers nombres à l'école. Dans le sous-chapitre 7.1 nous rapportons et discutons les thèses de la Ganzheit, un mouvement qui a connu son apogée, en Allemagne Fédérale et dans le domaine de la pédagogie, vers les années 1950 et 1960. Dans le sous-chapitre 7.2 nous décrivons quelques activités numériques que nous avons eu l'occasion d'organiser et d'observer dans un CP (= Cours Préparatoire : enfants de 6 ou 7 ans).

1.2 Le comptage

Gelman et Gallistel (1978) proposent un modèle du comptage dans lequel sont distingués les cinq principes suivants :

- le principe de correspondance terme à terme : il consiste à assigner à chacun des n objets à compter un et un seul mot, les n mots ainsi utilisés devant être deux à deux distincts;
- le principe d'ordre stable : il consiste à utiliser, au cours de différents comptages, toujours la même suite de mots. Cette suite n'a pas besoin d'être la suite conventionnelle : dans les cas où elle ne l'est pas, elle est qualifiée d'idiosyncrasique;
- le principe cardinal : il consiste à conclure que le dernier mot de la suite utilisée au cours d'un comptage désigne le cardinal de l'ensemble des objets comptés (il pourra être noté Pca par la suite);
- le principe d'ordre indifférent : il consiste à savoir que le résultat d'un comptage ne dépend pas de l'ordre dans lequel les objets ont été comptés;
- le principe d'abstraction : il consiste à faire abstraction des différences qualitatives des objets que l'on compte.

Nous dirons qu'un enfant a su compter un nombre, s'il a utilisé la suite conventionnelle des mots de nombres et respecté les principes de correspondance terme-à-term et cardinal du modèle de Gelman et Gallistel. Remarquons que, si nous n'avons pas simplement défini le comptage comme l'application des trois premiers principes de ce modèle, c'est pour exclure les éventuels comptages avec des suites idiosyncrasiques, en précisant que cette "exclusion" est presque nécessaire dans une étude sur la dénomination (puisque le comptage "juste" avec une suite idiosyncrasique conduira en général à une dénomination fausse). Nous parlerons aussi parfois de comptage au sens fort (resp. faible) pour insister sur le fait qu'il y a eu (resp. pas eu) application du principe cardinal. Enfin, nous accordons au verbe dénombrer un sens plus général - trouver le nombre quelle que soit la manière dont on s'y prend - qu'au verbe compter : le comptage apparaît alors comme une forme particulière de dénombrement.

Lorsque l'on demande à un enfant de compter à voix haute et en pointant du doigt, la vérification des principes de correspondance terme-à-terme et d'ordre stable ne présente guère de problèmes. Par contre, la vérification du Pca peut en poser. Gelman et Gallistel (1978) avait par exemple admis une intonation plus forte du dernier mot pour attribuer le Pca à un enfant : nous avons critiqué ce critère (Fischer, 1982 p.83) et avons repris le test cardinal proposé par Schaeffer, Eggleston et Scott (1974). Nous décrirons ultérieurement ce test, ainsi qu'une difficulté qu'il ne nous a pas permis de surmonter.

1.3 Le subitizing

Introduction. Kaufman, Lord, Reese et Volkmann (1949), qui ont introduit le verbe subitiser*, font remarquer que les jugements du nombre peuvent être comparatifs (plus ou moins nombreux) ou absolus. C'est aux jugements absolus qu'ils s'intéressent. Or, par expérience, nous savons bien qu'il y a au moins deux types de jugements absolus très rapides : ceux pour les nombres très petits, pour lesquels le jugement est presque toujours juste, et ceux pour les nombres assez grands, pour lesquels il est presque toujours faux (même s'il est approximativement juste). La question, à laquelle Taves (1941) d'abord, Kaufman et al. (1949) ensuite, ont apporté une réponse précise, est donc de savoir si un même mécanisme, dégénérant progressivement, est à l'origine de ces performances parfaitement opposées, ou si, au contraire, ces dernières sont sous-tendues par deux mécanismes distincts.

La méthode des TR (= Temps de Réaction). Depuis que les psychologues étudient le TR en fonction du nombre (généralement représenté par une collection de points présentée dans de bonnes conditions de visibilité) à dénommer (verbalement en général), ils ont obtenu des données se représentant, très schématiquement et très approximativement**, essentiellement par l'une des trois figures suivantes :

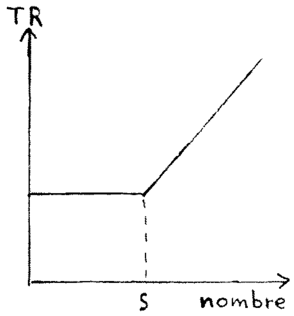


Fig. 1a

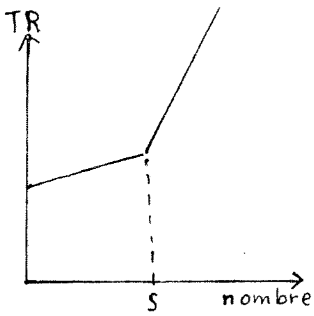


Fig. 1b

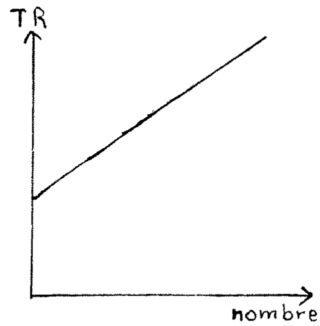


Fig. 1c

Exemples :

- Bourdon (1908) a obtenu pour les nombres (comparables) 2, 3 et 4, des TR sensiblement égaux, et pour 5 un accroissement assez marqué du TR. De telles données se représenteraient le mieux par la figure 1a avec s = 4. Précisons aussi que pour cette dernière on a pu parler de perception immédiate des nombres inférieurs ou égaux à s.

*Provient de l'adjectif "subitus" (latin classique), qui signifie "subit", et du verbe "subitare" (latin médiéval), qui signifie "arriver subitement".

**La présentation de la méthode des TR que nous faisons ici est inspirée de celle de Klahr et Wallace (1976). Mais tout le monde n'accepte pas les approximations qu'il faut faire pour arriver aux trois figures ci-dessus : voir la critique de Allport (1975).

- Plusieurs recherches ont donné des résultats qui se représenteraient plutôt par l figure 1b. Nous citerons bien entendu Kaufman et al. (1949), qui ont trouvé s = 5 ou 6, et ont alors proposé de dire que les nombres $\leq$ 6 sont subitisés, et ceux $>$ 6 en cas de réponse rapide, estimés. Pour eux il y a donc bien deux mécanismes distincts - le subitizing et l'estimation - qui sont à l'origine de nos jugements absolus et très rapides du nombre, et c'est à 6 que s'opère le passage du premier au second.
- Von Szeliski (1924) et Saltzman et Garner (1948) ont obtenu des résultats dont l représentation se rapproche de la figure 1c. Bien entendu, de telles recherches conduisent à mettre en doute la réponse précédente donnée par Kaufman et al. à la question posée en introduction.

Autres méthodes. Notons d'abord que Kaufman et al. (1949) ont aussi, en complémen étudié la confiance des sujets dans leur réponse. Mais une méthode tout à fait diff rente de celle des TR consiste à étudier les réussites après une très brève exposition de la collection. La première étude réalisée avec cette méthode et avec un contrôle rigoureux des temps d'exposition semble être celle de Cattell (1886) qui avait exposé des collections de traits verticaux durant 10 ms à huit sujets, adultes à une exception près. Notons d'ailleurs que, pour le plus petit nombre examiné, à savoir 4, deux des sept adultes ont déjà eu des difficultés (2 échecs et 3 réussite et deux autres n'ont pas non plus eu des performances parfaites. Cette méthode présente cependant un inconvénient majeur : les réussites dépendent du temps d'exposition (cf. Averbach, 1963). Notons de plus qu'elle a souvent conduit les chercheurs à choisir un pourcentage arbitraire de réussites pour décider si un nombre est appr hendé ou non : un tel codage fait disparaître l'idée de discontinuité qui est essen tielle dans la définition originale du subitizing. D'ailleurs l'idée de réponse rapide disparaît également, ou au moins dépend, à défaut de contrôle objectif, de l bonne volonté des sujets. Néanmoins cette méthode a l'avantage d'être assez bien adaptée aux jeunes enfants pour lesquels les chercheurs choisissent un temps d'expo sition (de l'odre de la seconde, mais non mesuré exactement en général) suffisant pour bien "voir" la collection, mais insuffisant pour la compter (directement).

Notre propre utilisation de la notion de subitizing. Dans nos propres expériences sur des enfants de 4 et 5 ans (expérience principale) et de 6 ou 7 ans (expérience complémentaire), nous avons utilisé la méthode des réussites. Mais la notion de sub tizing, définie par l'étude des TR ou celle des réussites, n'est pas opérationnelle au niveau des observations cliniques. En conséquence, et en nous inspirant de la "définition" du subitizing de Beckwith et Restle (1966, p.443), à savoir "une métho de perceptive quelque peu mystérieuse mais très rapide et exacte", nous utiliserons le verbe subitiser pour parler d'une réponse exacte et quasi-instantanée. Plus exactement, la quasi-instantanéité n'étant ni définie, ni contrôlée, de maniè très précise, nous utiliserons surtout le subitizing sous forme négative : nous dirons qu'un enfant n'a pas subitisé le nombre d'objets d'une collection, s'il s'es trompé ou n'a pas trouvé ce nombre, ou encore s'il a compté ou vraiment mis plusie secondes pour répondre.

1.4 Problématique générale

Le verbe subitiser ne s'étant pas imposé * dans la littérature psycho-pédagogique française, il est usuel de dire ou d'écrire que les petits nombres sont perçus. De plus, on précise souvent globalement, immédiatement, directement,... Mais si l'on admet le point de vue - commun aux théories de la Gestalt et du traitement de l'information - qu'aucune distinction stricte ne peut être faite entre processus perceptifs et cognitifs (cf. Beck, 1982 p.6), il surgit immédiatement un problème : pourquoi parler plutôt de perception (du nombre) que de cognition ? Et si l'on n'admet pas ce dernier point de vue (comme Kanizsa et Gerbino, rapportés par Beck), le problème ne se résout pas pour autant : il faut en effet alors s'interroger, non pas sur les parts ou proportions respectives de perception et de cognition, mais sur ce qui relève de la perception et sur ce qui relève de la cognition.
Rajoutons à cela que Piaget est resté assez discret ** sur le sujet de l'appréhension-dénomination des petits nombres. Et, l'une des rares fois où il s'est exprimé sur le sujet, il semble s'être (de manière étonnante : voir Fischer, 1982 p.157 et ss) rallié aux thèses gestaltistes.

* Notons cependant que le verbe subitiser a été utilisé par Gréco (1962b, p.184).

** Vu la fréquence de son association avec le comptage, il nous semble intéressant de noter que Piaget a également omis de nous révéler l'existence du pointing, un pointing dans lequel d'autres auteurs - Vygotski en particulier - voient la base primitive de toutes les formes supérieures du développement psychologique (cf.Galifret-Granjon, 1981 p.81 et ss).

Chapitre 2 :

FAITS ET THEORIES

"Les théories passent.
La grenouille reste."

J. Rostand

2.1 La Gestalttheorie

"Un triangle à la (ou aux) pointe (s) émoussée(s) est un triangle, pas un quadrilatère ou un hexagone (comme il devrait être dénommé par pure observation numérique)."

M. Wertheimer, 1912.

2.1.1 Introduction

En dépit des nombreuses applications scolaires pour l'apprentissage des premiers nombres que la Gestalttheorie a suscitées - ou servi à couvrir - (voir le sous-chapitre 7.1 sur l'école de la Ganzheit), il ne semble pas que les "grands" gestaltistes - Wertheimer, Köhler, Koffka ou Goldstein - aient produit beaucoup d'études expérimentales sur l'appréhension des premiers nombres par l'enfant. Certes, quelques-uns de leurs travaux, par exemple l'étude de l'appréhension du nombre par les peuplades naturelles (Wertheimer, 1912), les observations de l'appréhension du nombre par Sch., le blessé de Gelb et Goldstein (1918; ou Benary, 1922), ou la démonstration de l'antériorité génétique du code relatif sur le code absolu (Köhler,1918) et leur thèse générale de la prépondérance des formes et des structures, peuvent, ou ont pu, permettre des extrapolations à l'appréhension du nombre par le jeune enfant. Néanmoins, lorsque l'on lit les trois pages du paragraphe que Koffka (1925) consacre au nombre, dans son livre d'introduction à la psychologie de l'enfant, on n'y trouve guère que quelques citations d'enfants, observés par d'autres, pour illustrer principalement la thèse de Wertheimer (1912, p.358) selon laquelle il y a une antériorité génétique des groupements naturels sur le comptage, et secondairement que le comptage initial des enfants présente des imperfections. Et c'est à peu près tout. Nous limiterons donc ce sous-chapitre à la présentation-discussion d'une étude originale de Biemüller (1932), une étude faite dans le cadre de la Gestalttheorie (elle est parue dans la revue "Gestalt und Sinn") et aussi, déjà, de la Ganzheit (dans sa conclusion, Biemüller cite Krueger : "La Ganzheit est le principe supérieur de tout développement").

2.1.2 L'expérience de Biemüller (1932)

Description. Pour étudier la restitution du nombre de membres et de la structure d'un complexe optique, Biemüller (1932) utilise une surface inclinée avec 19 sillons parallèles et ayant la direction de la plus grande pente.
Dans ces sillons, il fait rouler simultanément des billes métalliques qui dévalent la pente en restant visibles 840 ms (le début des sillons, où se fait le départ des boules, n'est pas vu par le sujet), pour finalement tomber dans des trous, où elles disparaissent de la vue du sujet. Ce dernier doit alors déposer d'autres billes à proximité directe des points de disparition. Un dispositif permet de "revoir" les billes disparues et contrôler ainsi si elles correspondent bien aux billes déposées (mais les sujets ne vérifiaient pas systématiquement au cours de l'expérience). La répartition des billes dans les sillons s'est faite suivant 4 modes :

α) le mode sériel : les billes sont dans des sillons adjacents. Nombres de billes : les 8 nombres de 3 à 10;

β) le mode rythmique : des espaces réguliers séparent les billes ou groupes de billes. Biemüller distingue les sous-modes suivants :

β1 : un sillon d'espacement. Nombres : tous les nombres de 3 à 10;

β2 : groupes de 2 billes espacés par 1 sillon. Nombres : 4, 6, 8, 10, 12;

β3 : groupes de 3 billes espacés par 1 sillon. Nombres : 6, 9, 12;

β4 : rythme plus complexe (voir exemple). Nombres : 6 et 9;

β5 : rythme plus complexe (voir exemple). Nombres : 8 et 12;

γ) le mode symétrique : les billes sont symétriques par rapport à la médiatrice du segment défini par les deux billes extrêmes. Biemüller distingue les sous-modes :

γ1 : 1 groupe central et 2 groupes symétriques. Nombres : 4, 5 et 8;

γ2 : 1 groupe central et 2x2 groupes symétriques. Nombres : 7, 9, 10, 11 et 12.

δ) le mode irrégulier : voir exemple. Nombres : tous les nombres de 3 à 10.

<u>Illustration des différents modes de répartition</u> :

mode de répartition	sillons 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
α								●	●	●	●	●							
β1					●		●		●		●		●		●				
β2					●	●		●	●		●	●		●	●				
β3					●	●	●		●	●	●		●	●	●				
β4	●		●	●				●		●	●				●		●	●	
β5				●	●		●	●			●	●		●	●				
γ1						●	●			●			●	●					
γ2				●		●	●			●			●	●		●			
δ		●					●									●			

Notons encore que les nombres 1 et 2 n'ont pas été étudiés car les préexpériences ont montré que presque tous les sujets réussissaient avec ces nombres, et que les 44 essais auxquels est soumis chacun des sujets sont regroupés, presque au hasard (on met quelques exemples faciles au début), en 4 séries de 11 administrées des jours différents.

Les 108 sujets de l'expérience sont :

- un groupe, noté Mat par la suite, de 24 enfants de maternelle : 12 de 3 ans (âge moyen : 3;7) et 12 de 5 ans (âge moyen : 5;7);
- un groupe, noté Pri par la suite, de 48 enfants de l'école primaire : 12 de 7 ans, 12 de 9 ans, 12 de 11 ans et 12 de 13 ans;
- un groupe, dont nous ne rapporterons pas les résultats, de 24 élèves d'une école professionnelle : 12 de 15 ans et 12 de 17 ans;
- un groupe de 12 sujets adultes dont nous ne rapporterons pas non plus les résultats

Résultats :

Biemüller a fait une double-analyse des résultats : l'une de la restitution du nombre correct de billes indépendamment de la structure restituée, l'autre de la restitution de cette dernière. Nous ne rapportons (partiellement) qu'un de ses nombreux tableaux (son article fait plus de 120 pages !) : celui (p.200) donnant les pourcentages de restitution correcte du nombre de billes, en fonction de ce dernier, de la répartition des billes et du groupe des sujets.

mode de répartition	groupe des sujets	Nombre de billes à restituer 3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
α	Mat	83	12	12	21	0	0	4	8		
	Pri	90	25	21	19	6	6	2	6		
β et γ	Mat	58	47	33	29	19	9	12	17	4	5
	Pri	83	61	28	35	20	20	19	21	17	14
δ	Mat	62	17	8	21	4	0	0	12		
	Pri	83	44	25	23	27	25	23	17		

Commentaires et interprétations :

A propos de son tableau (complet), Biemüller souligne qu'il y a, en général :

- une baisse des restitutions correctes du nombre avec la taille du nombre;
- une augmentation des restitutions correctes du nombre avec l'âge;
- une supériorité des restitutions correctes du nombre dans le mode (β et γ), où le matériel est structuré en gestalts. Le nombre des restitutions est notoirement moindre dans le mode δ, avec un matériel amorphe, relativement disparate; il est encore moindre pour des répartitions dans le mode α, où une qualité du tout domine tellement que les membres et leur nombre cardinal ne jouent absolument plus aucun rôle.

Dans un commentaire plus général de la première partie de son analyse des résultats, Biemüller écrit : "La restitution du nombre (cardinal) de morceaux d'un complexe optique, que l'on a exposé, est absolument indépendante du comptage au sens propre. Nos expériences ont toujours retrouvé que, dans les groupes des sujets les plus jeunes, la restitution correcte du nombre de billes se produisait déjà souvent à un moment où il ne pouvait encore être question d'une capacité de comptage juste. Plus fréquemment, les jeunes enfants disaient, en déposant les billes, un nombre qui ne correspondait pas au nombre de cet essai, mais déposèrent «correctement» (à cet endroit Biemüller renvoie à un exemple qu'il donne ultérieurement). Ceci montre que la restitution des nombres cardinaux dépend non pas d'une appréhension du nombre, mais de l'articulation structurée du matériel de l'essai. La totalité structurée domine ici le diffus non structuré et disparate. La saisie «correcte» du nombre (cardinal) de membres d'un tout articulé est génétiquement antérieure au développement d'une appréhension du nombre." (p. 219)

Critique. Les commentaires et interprétations de Biemüller semblent trop nettement influencés par les thèses de la Gestalttheorie et de la Ganzheit. Prenons le seul exemple précis d'enfant qu'il cite pour illustrer le fait que les jeunes enfants auraient fréquemment réussi en disant un faux nombre. Cet enfant de 3 ans a réussi à restituer le nombre 6 dans le mode $\beta 2$, en disant "Ils étaient quatre, mais ensemble", mais n'a pas restitué la structure rythmique •• •• •• (il a posé les billes côte à côte). A la fois le commentaire verbal de l'enfant et la non-restitution de la structure font davantage penser à une réussite par chance qu'à une réussite grâce à la perception de l'articulation structurée du matériel, comme le propose Biemüller. Prenons maintenant son interprétation de la différence de réussite suivant le mode de répartition : quand les enfants échouent davantage, dans le mode α, c'est parce que le tout dominait les parties et le nombre, mais quand ils réussissent davantage, dans le mode (β et γ), ce n'est pas parce que cette fois-ci les parties auraient dominé le tout, c'est parce que la totalité, structurée cette fois-ci, a dominé le diffus non structuré !

Conclusion (sur l'article de Biemüller). Nous retiendrons essentiellement de l'article de Biemüller que le cardinal des collections linéaires décomposées en sous-groupes objectifs est mieux appréhendé. Par contre, et bien que la conclusion ne nous paraisse pas fausse, sa démonstration d'une restitution du cardinal avant que l'enfant sache dénommer ce dernier ne nous paraît pas convaincante : peut-être les collections linéaires n'étaient-elles pas les mieux appropriées pour une telle démonstration.

Nous retiendrons aussi, et même surtout, un résultat que Biemüller n'a pas souligné mais qui apparaît assez nettement dans le tableau précédent, à savoir la chute des réussites après 3, dans le mode α : dans le groupe Mat, 20/24 réussissent pour 3, contre seulement 3/24 pour 4, et dans le groupe Pri, 43/48 réussissent pour 3, contre seulement 12/48 pour 4. Le deuxième résultat montre en outre que, sans instruction explicite, les 3/4 des enfants de 10 ans en moyenne n'ont probablement pas "vu" qu'il y avait 4 billes (sinon on peut penser que ces enfants, qui devaient savoir compter, auraient au moins restitué le nombre, à défaut de la structure ou de l'emplacement exact).

2.1.3 Conclusion

La Gestalttheorie a attiré notre attention sur le fait que l'enfant était capable de percevoir et/ou reproduire des gestalts et/ou des structures, et donc (mais à notre avis non intentionnellement et non consciemment) le nombre de leurs parties, avant de savoir compter. Dans la perspective de notre étude sur la dénomination des nombres, cette perception initiale de gestalts pose deux problèmes que les gestaltistes n'ont pas, à notre connaissance, vraiment résolus, à savoir :

Comment l'enfant arrive-t-il à associer un nom de nombre à certaines formes ?

et surtout :

Comment l'enfant arrive-t-il à savoir qu'à deux formes, aussi différentes que par exemple ∴ et •••, est associé le même nom de nombre ?

Ces questions non résolues nous donnent envie de conclure (succinctement) :

Perception de gestalts ? Soit. Mais perception de gestalts tant qu'on voudra, ce qui nous intéresse c'est l'essence de la dénomination, que la perception de gestalts n'épuise pas.

2.2 La théorie de l'intégration des aptitudes (= skills) de Schaeffer

> "... les perceptions unitaires - i.e, ces phénomènes psychologiques au cours desquels un sujet reconnaît immédiatement un objet-stimulus par un simple acte d'attention -, sont représentées dans les aires gnosiques du cortex cérébral sous forme d'unités séparées que nous avons appelées perceptives ou gnosiques."
>
> J. Konorski, 1967.

2.2.1 Introduction

Koffka (1925, p.253) avait remarqué, sur l'exemple de Hilde, la fille des psychologues Stern, qui à 3;7 comptait correctement ses cinq doigts mais n'était pas encore capable d'en conclure qu'elle en avait cinq, que le comptage au sens faible, i.e sans le principe cardinal, peut précéder le comptage au sens fort. Il avait aussi repris (p.252) une remarque de Wertheimer (1912, p.326) selon laquelle les enfants sont souvent étonnés lorsqu'ils trouvent que le domino-cinq correspond au cinq de la suite 1, 2, 3, 4, 5. Le rapprochement de ces deux observations peut conduire à l'idée que c'est en comptant l'un ou l'autre pattern, déjà connu et dénommé numériquement par lui, que l'enfant, étonné par la coïncidence du dernier mot de comptage et du nom du pattern, découvre le principe cardinal. Mais une telle idée n'a été explicitée, à notre connaissance, qu'un demi-siècle plus tard, par Schaeffer et al. (1974). La découverte du Pca, ou de la règle cardinale (=Rca) comme l'appellent Schaeffer et al., est en effet un exemple de base de la théorie de l'intégration des aptitudes de Schaeffer (1975). Selon cette dernière, le développement est un processus d'intégration d'aptitudes hiérarchisées : les aptitudes A et B sont intégrées pour former l'aptitude C, les aptitudes C et D sont intégrées pour former l'aptitude E, et ainsi de suite. Deux (ou plus) aptitudes peuvent être intégrées quand elles se généralisent à la même situation stimulus et, parce qu'elles sont suffisamment automatisées, sont mises en oeuvre simultanément dans la mémoire de travail. Ainsi, l'enfant intégrerait la procédure de comptage (au sens faible) et la reconnaissance des petits nombres comme patterns pour former la règle cardinale : par exemple, l'enfant reconnaît une collection comme "trois", compte les trois objets, et note que le nom auquel il était arrivé via la reconnaissance de pattern est le même que le dernier nombre nommé durant le comptage. Précisons encore que Schaeffer et al. (1974) et Schaeffer (1975) ne se limitent évidemment pas à ce seul exemple, et que Schaeffer (1975) présente une description théorique de l'automatisation s'appuyant sur la théorie des unités gnosiques de Konorski (1967 : voir épigraphe).

2.2.2 L'expérience de Schaeffer et al.(1974)

a) Description. 65 enfants de 2;0 à 5;11 sont soumis aux 6 tests suivants :

Test 1 : comptage du nombre de frappers sur un tambour

Le nombre maximum de frappers est 10. E adapte sa vitesse de frapper à la vitesse comptage de l'enfant. Si échec, on recommence une fois. C'est le plus grand nombre émis par l'enfant qui est retenu. Il s'agit essentiellement de tester la récitation de la suite conventionnelle des mots de nombre. Notons que E va jusqu'à compter à 3 ou 4 lui-même pour faire "démarrer" l'enfant.

Test 2 : Reconnaissance des petits nombres comme patterns.
On présente à l'enfant des collections de bonshommes, dans l'ordre 2, 3, 1, 4. Si l'enfant compte, E lui demande de ne pas compter ou pointer, mais de dire simplemen le nombre. Si l'enfant ne comprend pas, E répond à une ou deux questions et reteste l'enfant. La réponse est notée reconnaissance s'il n'y a pas eu comptage ou pointag

Test 3 : Placer de bonbons
On demande à l'enfant de prendre n bonbons d'un tas et de les placer dans une coupe n varie de 1 à 7, chaque nombre étant présenté deux fois.

Test 4 : Frapper du tambour
On demande à l'enfant de frapper n fois le tambour, avec n variant de 1 à 7, chaque nombre étant présenté deux fois.

Test 5 : Règle cardinale
L'enfant doit compter n jetons en ligne, n variant de 1 à 7. Après le comptage, E couvre la collection et demande combien il y a de jetons cachés. Chaque nombre est testé deux fois.

Test 6 : Choix d'un nombre
E demande à l'enfant combien il veut de bonbons, en lui proposant le choix soit entre x et x+1, soit entre x et x+4. Pour la première comparaison, x varie de 1 à 10, ce qui fait 9 choix proposés chacun deux fois. Pour la seconde, x varie de 1 à 6, ce qui fait 6 choix proposés également chacun deux fois.

Etude consécutive : 16 des enfants qui ne connaissaient pas Rca (âge moyen : 3;3) ont été resoumis aux tests 5, 4 et 3 dans cet ordre.

b) Résultats

Sur la base du résultat au comptage de 5 à 7 jetons (test 5 en partie), les enfants sont classés en quatre stades :

stade I : aucun comptage (au sens faible) correct

stade II : un ou plusieurs comptages corrects, mais pas application de la Rca pour une majorité d'entre eux

stade III : comptage et Rca corrects pour une majorité de collections

stade IV : âge auquel $x < x+1$ est maîtrisée

Tableau des résultats en fonction du stade :

		stade	I	II	III	IV
		nombre de sujets	13	20	15	17
		âge moyen	3;8	3;5	4;2	5;6
		âges extrêmes *				
Test 5	comptage de 1 à 4 jetons	% identification init.	51	89	100	100
		% application de Rca	38	31	100	100
	comptage de 5 à 7 jetons	% identification init.*	0	71	91	99
		% applications de Rca	0	0	99	99
Test 1 : nombre moyen atteint			3.85	8.25	10.00	10.00
Test 2	% de patterns reconnus		69	46	86	96
	% de patterns comptés		8	34	5	3
Test 3 : % de placers corrects			40	51	87	99
Test 4 : % de frappers corrects			19	32	75	98

Résultats de l'étude consécutive. Pour les 16 enfants, tous du stade II, de cette étude, Schaeffer et al. ont observé, au cours du test 5, que :

- dans 30% des essais, ils ont reconnu comme patterns les nombres de 2 à 4 et les ont dénommés correctement une fois cachés;
- dans 32% des essais, ils ont compté correctement avant, mais ont recompté (correctement) les jetons cachés;
- dans 9% des essais, il y a eu comptage et application de Rca;
- dans 5% des essais, il ont reconnu comme patterns les nombres, mais les ont dénommés incorrectement une fois cachés;
- dans 5% des essais, ils ont compté mais dénommé incorrectement, ou reconnu initialement et recompté correctement ensuite.

2.2.3 Commentaires sur l'apprentissage de la règle cardinale

Schaeffer et al. n'excluent pas une aide extérieure pour l'apprentissage de la règle cardinale. Mais, selon eux, les acquis antérieurs doivent jouer un rôle majeur. Ainsi ces auteurs soulignent qu'au stade II les enfants ont deux aptitudes numériques :

- le comptage (au sens faible) : 71% des collections de 5 à 7 jetons sont comptées correctement; aussi 8.25 frappers (sur 10) au test 1;
- la reconnaissance de patterns : 46% des collections de 1 à 4 sont reconnues comme patterns.

Ces résultats, joints aux observations sur le comportement des enfants, conduisent les auteurs à décrire la découverte de la règle cardinale par l'intégration de ces deux aptitudes.

* par identification initiale, les auteurs entendent un comptage au sens faible ou une reconnaissance comme pattern.

Schaeffer et al. soulignent également que la règle cardinale ne semble pas présente en action avant sa verbalisation : les enfants du stade II frappent correctement les nombres de 1 à 4 à 48% des essais lors du test 4, mais seulement à 10% des essais pour les nombres de 5 à 7 (dans l'étude consécutive, les pourcentages analogues sont respectivement de 47% et de 13%); de même, ils placent correctement les bonbons pour les nombres de 1 à 4 à 75% des essais lors du test 3, mais seulement à 19% des essais pour les nombres de 5 à 7 (dans l'étude consécutive, les pourcentages analogues sont respectivement de 67% et 6 %).

2.2.4 Critique

a) Le regroupement a priori des nombres de 1 à 4.

Schaeffer et al. ont regroupé a priori les nombres de 1 à 4 et ceux de 5 à 7. Bien entendu, les résultats obtenus semblent parfois justifier a posteriori ce découpage :

- au test 5, les enfants du stade I identifient initialement 51% des collections de 1 à 4 jetons, et 0% des collections de 5 à 7 jetons;
- aux tests 4 et 3, l'opposition entre les nombres de 1 à 4 et ceux de 5 à 7 est également très nette : voir ci-dessus.

Mais les oppositions ci-dessus n'auraient-elles pas été tout aussi nettes - voire plus nettes - si l'on avait opposé les nombres de 1 à 3, ou de 1 à 2, aux autres ? Trois exemples précis peuvent inciter à le penser :

- au test 3, les enfants du stade I ont placé correctement les bonbons à 40% de leurs essais, mais 60% des placers corrects concernent les nombres 1 et 2 (p. 372). Or il y avait 14 essais par enfant (les nombres de 1 à 7, chacun deux fois), donc 182 essais pour les 13 enfants. On peut en déduire le nombre total d'essais corrects - 73 -, et le nombre d'essais corrects - 44 - pour les nombres de 1 à 2. On a donc un taux de réussite de .85 pour les nombres de 1 à 2, et de .22 pour les nombres de 3 à 7;
- au test 4, un calcul analogue conduit à un taux de réussite de .52 pour les nombres de 1 à 2, et de .06 pour les nombres de 3 à 7, toujours pour les enfants du stade I;
- au test 4, mais pour les enfants du stade II cette fois-ci, nous avons calculé un taux de réussite de .60 pour les nombres de 1 à 3, et de .11 pour les nombres de 4 à 7.

De plus, si l'on fait l'hypothèse que, au test 5 rapporté ci-dessus, les enfants du stade I ont presque toujours identifié les nombres 1 et 2, les 51% de réussite pour les nombres de 1 à 4 conduisent à la conclusion qu'ils n'ont presque jamais identifié les nombres 3 et 4. Si notre hypothèse est vraie, on voit donc que le résultat annoncé (p.371) par Schaeffer et al., à savoir que les enfants du stade I ont identifié correctement, et essentiellement par reconnaissance de pattern, les nombres de 1 à 4 lors du test 5 (collections de jetons alignés), est quelque peu trompeur : ce sont essentiellement les collections 1 et 2, et elles seules, qui ont été identifiées.

b) Les faiblesses du test 2 (reconnaissance des petits nombres comme patterns).

La description du test fait apparaître que :

- il n'y a pas eu limitation du temps d'exposition : il est donc difficile d'exclure un comptage intériorisé;
- E, pour aider certains enfants à comprendre la consigne, pouvait aller jusqu'à "donner" les réponses à 2 des (seulement) 4 dénominations sollicitées. Si l'on rajo te que parmi les deux restantes figure le nombre 1, une bonne performance à ce test ne traduit pas nécessairement une reconnaissance des petits nombres comme patterns;
- enfin, et ceci rejoint le a) où nous avons souligné le caractère arbitraire de la limite à 4, aucun nombre > 4 n'a été proposé.

Regrettons aussi que Schaeffer et al. ne donnent pas une description précise des patterns proposés aux enfants.

c) La reconnaissance des nombres comme patterns auditifs ou kinesthésiques

S'appuyant sur le fait que les enfants du stade I n'ont pour la plupart jamais comp té extérieurement, ni apparemment de manière intériorisée, Schaeffer et al. disent que leurs réussites aux placers et frappers sont déterminées par des reconnaissance de patterns (primitivement visuels, mais aussi auditifs et peut être kinesthésiques).

Parlons d'abord des patterns auditifs. C'est certainement le test 4 - frapper du tambour - qui se prêtait le mieux à une reconnaissance du nombre comme pattern auditif. Or, a propos de la réussite des enfants du stade I à ce test, nous avons déjà souligné que le taux de réussite n'était que de .52 pour les nombres de 1 à 2 et de .06 pour ceux de 3 à 7. Il ne peut donc guère y avoir eu reconnaissance de patterns auditifs que pour 1 et 2. Et si l'on fait l'hypothèse d'une réussite pres que totale pour 1, le taux de .52 permet de conclure à un échec presque total pour 2. Cependant, notre hypothèse semble contredite par un commentaire des auteurs qui écrivent que les enfants du stade I étaient seulement capables de frapper 1, 2 et quelquefois 3. Néanmoins nous pouvons conclure que la reconnaissance des nombres comme patterns auditifs ne dépasse pas, avant l'apprentissage du comptage, le nomb 2.

Parlons maintenant des patterns kinesthésiques. Les deux tests - frapper et placer - se prêtaient à une reconnaissance kinesthésique du nombre. Le fait que l'un des deux - les placers - est significativement mieux réussi par les enfants du stade I que l'autre - les frappers -, ajouté au fait que ce dernier n'est presque pas réussi par ces mêmes enfants, suggère que cette reconnaissance kinesthésique du nombre ne joue pas un grand rôle, du moins avant l'apprentissage du comptage.

2.3 L'opposition entre les théories de Klahr et Wallace et de Gelman et Gallistel

> "Gelman (1972), dans une revue d'ensemble des investigations empiriques sur les concepts primitifs de nombre, est arrivée à des conclusions diamétralement opposées aux nôtres sur la relation entre les développements du subitizing et du comptage."
>
> D. Klahr et J.G. Wallace, 1976.

2.3.1 Les deux théories

Celle de Klahr et Wallace (1976) découle de leur théorie générale du développement cognitif vu du point de vue du traitement de l'information. Ces auteurs postulent l'existence de trois opérateurs de quantification numérique : le subitizing, le comptage et l'estimation. Voici quelques points précis de leur théorie :

1.L'émergence des opérateurs de comptage et d'estimation dépend de celle, génétiquement antérieure, de l'opérateur de subitizing (p.67). Il en résulte que ce dernier joue un rôle essentiel pour donner au comptage mécanique, transmis socialement, un statut d'indicateur d'une information quantitative (p.68);

2.Le jugement de la numérosité relative (de deux collections) est un processus de faible niveau, simple et interne (p.76);

3.Le développement de l'opérateur de subitizing se fait grâce aux expériences que peut avoir l'enfant avec des collections d'objets identiques (p.211).

A l'inverse, la théorie de Gelman et Gallistel (1978) soutient la prééminence du comptage, le phénomène de subitizing pouvant alors s'expliquer par des stratégies de comptage rapide (non extériorisé). Pour situer leur théorie dans un cadre plus général, précisons que Gelman et Gallistel*, ou plus explicitement Gelman (1982), adhèrent à la théorie de l'évolution et de l'accès à l'inconscient cognitif de Rozin (1976), une théorie qui, partant de l'idée qu'une quantité significative des choses que l'on veut apprendre se trouve déjà dans la tête, soutient qu'un problème pertinent est alors de décrire les circonstances et principes sous-tendant l'accès à cet inconscient cognitif. Gelman et Gallistel ont proposé un modèle du comptage dans lequel sont distingués 5 principes (voir p.3). Ils ont alors fait une étude génétique du développement de ces principes et sont arrivés à la conclusion qu'ils sont déjà présents, au moins sous une forme rudimentaire, chez de très jeunes (2 ans) enfants, et qu'ils forment un schème dans la mesure où, tout à la fois, ils guident et motivent le développement de la compétence en comptage de l'enfant. Voici maintenant également quelques points précis de la théorie de Gelman et Gallistel :

*Gallistel est le mari de Gelman (cf. Gelman, 1978). Il ne semble avoir joué qu'un rôle mineur dans l'élaboration de la théorie : il a aidé à éditer les 10 premiers chapitres de Gelman et Gallistel (1978), a écrit le 11ème, et a collaboré à la rédaction de certaines parties du 12ème et dernier chapitre.

1.Les enfants préscolaires (i.e avant la scolarité obligatoire) développent une aptitude à utiliser des stratégies perceptives (pour appréhender le nombre) lorsqu'ils deviennent sûrs des résultats de la procédure de comptage (p.220);
2.Dans la méthode de l'enfant préscolaire, le jugement d'équivalence numérique est possible seulement après qu'il a trouvé une représentation des numérosités (p.198);
3.Même des enfants très jeunes appliquent le principe d'abstraction (p.243);
4.Initialement les enfants ne savent pas raisonner sur les nombres sans référence aux représentations de leurs numérosités spécifiques. Ces représentations sont obtenues par comptage (p.244);
5.Entre 2 ans 1/2 et 4 ou 5 ans il se produit un certain développement conceptuel pour ce qui concerne le principe d'ordre indifférent. Au second de ces stades, l'enfant a une connaissance explicite du principe (p.218);
6.Les enfants inventent leurs propres listes*. Ces dernières sont une manifestation des fonctions de motivation et de guide du schème de comptage constitué par les principes. Elles peuvent être utilisées par les enfants pour compter (ceci est une composition faite à partir de plusieurs conclusions, p.243 à 245).

2.3.2 Examen des "preuves" empiriques de Klahr et Wallace

Remarque préliminaire : Dans ce paragraphe (resp. le paragraphe suivant) nous examinons quelques-unes des principales "preuves" empiriques avancées par Klahr et Wallace (resp. Gelman et Gallistel) en faveur d'une antériorité génétique du subitizing sur le comptage (resp. du comptage sur le subitizing).

a) L'étude de Chi et Klahr (1975)

Chi et Klahr (1975) ont étudié les TR de 12 enfants de 5;0 à 6;5 (moyenne : 5;8) à une épreuve de subitizing où les nombres variaient de 1 à 8 et étaient représentés par des collections de points répartis au hasard. Leurs résultats semblent montrer (voir fig. 2a ci-après) une discontinuité après 3 ce qui, d'après la définition du subitizing, correspond à un subitizing des nombres jusqu'à 3 inclus.
Klahr et Wallace (1976) soulignent que ces résultats sont consistants avec le développement hypothétique qu'ils proposent (voir fig. 2b ci-après).

*Gelman et Gallistel qualifient ces listes d' "idiosyncrasiques". De plus, ils insistent beaucoup sur le fait que certains jeunes enfants "comptent", par exemple, une collection de trois objets en disant "deux, six, dix" ou "A, B, C", et que ces suites idiosyncrasiques sont utilisées systématiquement. Notons d'ailleurs que, dans ce fait, Gelman et Gallistel voient une similitude avec le développement du langage tel que le décrit Chomsky : les enfants disent (ou font) des choses qu'ils n'ont jamais entendues (ou vues). Notons aussi que cette insistance est en accord avec l'inspiration "rozinienne" de leur théorie.

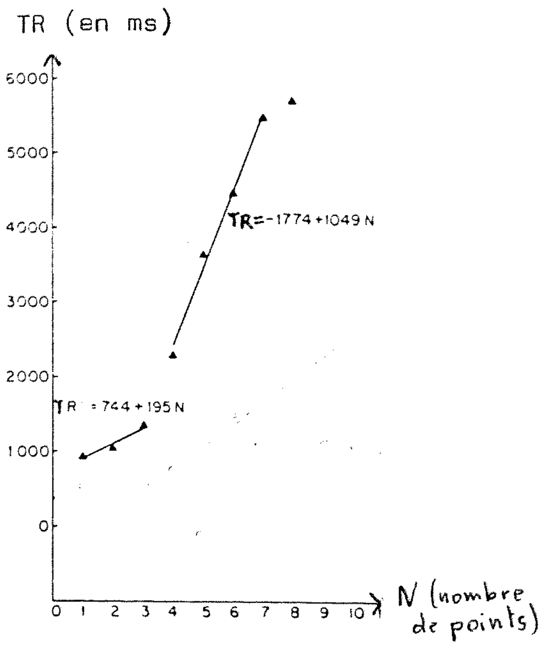


Figure 2a :

TR en fonction du nombre (Chi et Klahr, 1975 : enfants de 5;8 ans)

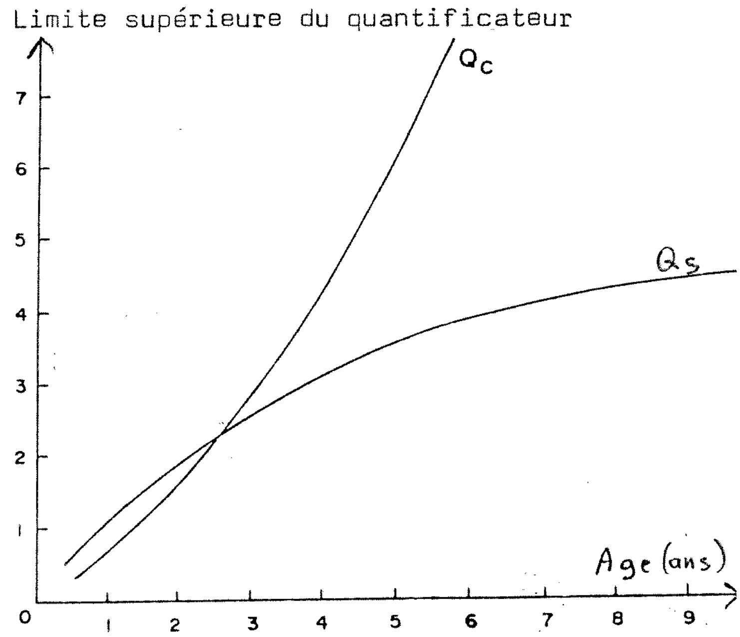


Figure 2b :

Développement hypothétique des quantificateurs de comptage (Qc) et de subitizing (Qs) (Klahr et Wallace, 1976 p.68)

b) L'étude de Beckmann (1923)*

Beckmann (1923) a étudié les proportions de comptage et de "subitizing" en fonction du nombre à dénommer et de l'âge des enfants. Dans le groupe d'âge des plus jeunes enfants - entre 4;0 et 4;6 - distingué par lui, il a trouvé pour le nombre 2, 25% de comptages et 75% de subitizings : ce résultat est inconsistant avec le point de vue de Gelman (1972a) qui y voit une possible exception à la prééminence du comptage Comme Gelman s'était appuyée sur l'étude de Beckmann pour soutenir son point de vue et il est vrai que pour le nombre 3 les proportions sont quasiment inversées : 71% de comptages et 29% de subitizings - Klahr et Wallace remarquent aussi que :

- les sujets de Beckmann sont trop âgés pour le problème discuté;
- les temps d'exposition n'ont pas été contrôlés par Beckmann et que ceci a pu conduire à une sur - ou sous - estimation du subitizing. Par exemple, Klahr et Wallace soulignent le fait que près de 60% des sujets de 6 ans ont subitisé le nombre 6 dans l'expérience de Beckmann, alors que leurs sujets adultes n'y sont pas arrivés.

A propos de ces deux remarques, nous voudrions nous-même dire que :

- un enfant qui ne maîtrise encore ni le comptage ni le subitizing ne permet pas de voir la relation de développement entre les deux, et dans l'étude Beckmann (p.19)

*Gelman (1972a), et à sa suite un certain nombre d'autres auteurs, se référant explicitement ou non à elle, a daté l'article de Beckmann en 1924. Nous croyons qu'il s'agit d'une simple erreur et, en conséquence, indiquerons toujours Beckmann (1923).

73% des sujets de 3 ans ne savaient ni compter ni subitiser le nombre 2. Soulignons d'ailleurs par un exemple tiré de nos propres observations que les enfants relativement âgés, si évidemment ils ne présentent pas de problèmes particuliers, peuvent être très intéressants à observer. Ainsi, Azade (4;8) qui ne savait pas compter 3 points rouges sur une carte répond "Il y en a pas de trop" à la question Combien ? mais ne sait pas dire combien exactement. Ce qui est intéressant, dans un tel cas, c'est que l'enfant semble donner une réponse "raisonnable" que l'on n'aurait vraisemblablement pas pu obtenir de la part d'un enfant de 2 ans : rappelons par exemple que la jeune Anne (2;6), dans Fischer (1982, p.58), avait répondu 6 (resp. 9) lorsque E lui a demandé combien elle avait d'oreilles (resp. de nez) !

- le fait que le nombre 6 a vraisemblablement été présenté par Beckmann dans la configuration du domino peut expliquer pour l'essentiel la grande proportion de subitizings.

c) L'étude Schaeffer et al. (1974)

Klahr et Wallace (1976) assimilent la reconnaissance des petits nombres comme patterns de Schaeffer et al. (1974 : voir sous-chapitre précédent) au subitizing. Ils soulignent alors que, sur un groupe de 13 enfants de cette étude (= les 13 enfants du stade I) : 12 ont reconnu (sans compter) une collection de 2 objets

12	ont	reconnu	(sans	compter)	une	collection	de	2 objets
7	"	"	"	"	"	"	"	3 "
6	"	"	"	"	"	"	"	4 "

mais que, lorsqu'on a demandé à ces mêmes 13 enfants de compter les collections, 1 seul a pu compter correctement les collections de 2, 3, et 4 objets.

Critique :

α) La référence que font Klahr et Wallace à l'étude de Schaeffer et al. nous semble erronée : les 13 enfants rapportés ci-dessus n'ont pas été soumis au comptage des collections utilisées lors de la reconnaissance des petits nombres comme patterns, et le seul enfant qui aurait su compter d'après Klahr et Wallace est en fait un enfant qui a compté, en dépit des instructions contraires, au cours de l'épreuve de reconnaissance des petits nombres comme patterns.

β) Il nous semble que pour subitiser un nombre il ne suffit pas de trouver ce nombre lorsqu'il est présenté dans une configuration bien particulière: le test 2 de reconnaissance des petits nombres comme patterns de Schaeffer et al. ne peut donc pas être considéré comme une épreuve de subitizing.

Remarque : Néanmoins, si le lecteur accepte notre critique et interprétation de l'étude de Schaeffer et al. du sous-chapitre précédent, ainsi que la "définition" du subitizing ci-dessus, il nous semble que l'on peut conclure que les 13 sujets du stade I - qui ne savaient pas encore, ou mal, compter - de Schaeffer et al. ont subitisé le nombre 2 (mais lui seulement). En effet, 12 sur 13 l'ont reconnu comme pattern lors du test 2, et, en plus, nous avons souligné que lors du test 5 (jetons alignés) les nombres 1 et 2 ont probablement été identifiés (par reconnaissance de pattern le plus souvent) dans beaucoup de cas, au contraire des nombres 3 et 4 : il est donc probable qu'une proportion assez importante des 13 enfants du stade I, a reconnu au moins deux patterns différents représentant le nombre 2, et que, au contraire, la proportion des enfants ayant reconnu deux patterns différents représentant le nombre 4 (ou le nombre 3) doit être assez faible.

d) Preuves indirectes

Klahr et Wallace voient dans l'échec des jeunes enfants au test piagétien de conservation , et dans les possibilités de quantification d'organismes inférieurs - les oiseaux (Koehler, 1949) -, des preuves indirectes en faveur d'une antériorité du subitizing. Notons cependant que, pour les animaux, la notion de subitizing devient difficile à définir puisqu'il n'y peut plus être question de dénomination (il en est d'ailleurs de même sur la figure 2b lorsque Klahr et Wallace démarrent leurs courbes à moins de 6 mois).

2.3.3 Examen des "preuves" empiriques de Gelman et Gallistel

a) L'étude de Beckmann (1923)

Pour Gelman et Gallistel, "Beckmann (1923) a été le premier à suggérer que le jeune enfant compte pour représenter un petit nombre donné avant de tirer profit d'un processus de subitizing ou de groupement" (p.69); ou encore Beckmann a émis l'hypothèse qu' "un nombre doit être compté en premier, même s'il est aussi petit que 2 ou 3 " (p.70). Mais nous venons de voir (b) précédent) que les données du tableau de Beckmann indiquant les proportions de comptages ne conduisent à une telle suggestion que pour les nombres > 2, et que pour 2, elles suggèrent plutôt le contraire.

b) L'étude de Chi et Klahr (1975)

Gelman et Gallistel (p.70) pensent que les enfants de 4 et 5 ans peuvent compter rapidement et sous-vocalement des nombres commes 2 et 3. Ils trouvent un support à cette vue dans l'expérience de Chi et Klahr (1975, voir le a) précédent) : la dénomination correcte de 3 ayant nécessité, chez les sujets de 5;8 ans de cette expérience, en moyenne 195 ms de plus que celle de 2, Gelman et Gallistel pensent qu'une différence aussi large est consistante avec l'hypothèse que les enfants de 5 ans comptent sous-vocalement. Mais il faut dire que Svenson et Sjöberg (1983) ont estimé à plus de 1000 ms le temps nécessaire à des enfants de 7 ans pour compter un "extra-item". En conséquence, et même si l'on admet que ce temps peut varier un peu en fonction de la procédure expérimentale, des sujets, de la méthode d'estimation,...,il nous paraît suffisamment éloigné de 195 ms pour pouvoir rejeter l'argument de Gelman et Gallistel.

c) L'étude de Gelman et Tucker (1975)

α) Description et résultats. Gelman et Tucker (1975) ont présenté des collections d'items alignés à 3 groupes de 48 enfants de respectivement 3, 4 et 5 ans. Pour la moitié des 48 enfants de chaque groupe les collections étaient homogènes, et pour l'autre moitié hétérogènes. Les enfants devaient dire combien d'items ils ont vu.

Les différents nombres d'items étaient 2, 3, 4, 5, 7, 11 et 19, chacun d'entre eux ayant été présenté une fois pendant 1 s, une fois pendant 5 s, et une fois pendant 60 s. Nous avons extrait de leur tableau de résultats (p.170), le tableau des nombres de réussites des 48 sujets de 3 ans (avec entre parenthèses les nombres de comptages observés) suivant :

temps d'exposition \ nombre	2	3	4	5
1 s	33 (14)	28 (10)	9 (11)	8 (11)
5 s	41 (20)	38 (21)	21 (23)	16 (24)

Pour la variable homogénéité-hétérogénéité, Gelman et Tucker ont calculé le χ^2 (ou la probabilité exacte) pour chaque nombre à chaque âge et temps d'exposition : sur les 45 comparaisons (7 nombres X 3 âges X 3 temps d'exposition = 63 comparaisons : très probablement les nombres 11 et 19 n'ont pas été pris en compte), une seule est significative au seuil de .05. Cette exception n'a pas, d'après Gelman et Tucker, grande signification.

Remarque : Le fait que toutes les collections étaient linéaires a rendu difficile une reconnaissance des nombres comme patterns et a peut-être créé un contexte de comptage qui a biaisé les résultats vers le comptage.

β) L'argument de l'augmentation des réussites avec le temps d'exposition. Gelman et Gallistel voient dans l'augmentation générale des réussites avec le temps d'exposition un argument en faveur du comptage. Cet argument nous paraît bon, d'autant qu'il s'accompagne aussi d'une augmentation des comptages observés. Néanmoins, il reste indirect et est un peu moins convaincant pour le nombre 2. En effet, pour ce dernier nombre, on peut soutenir qu'un temps de 1 s, avec en plus (éventuellement) une image consécutive, est déjà suffisant pour permettre le comptage. De plus, pour ce nombre, l'écart trouvé entre les réussites en 1 s et celles en 5 s n'est pas énorme, et est inférieur en tout cas à ceux trouvés pour 3 et (surtout) pour 4. L'augmentation - 6 - du nombre de comptages observés n'est pas énorme non plus (contre respectivement 11, 12 et 13 pour les nombres 3, 4 et 5).

γ) L'argument du non-effet de la variable homogénéité-hétérogénéité. Pour Gelman et Gallistel, un processus d'appréhension direct perceptif devrait être entravé ou empêché par l'hétérogénéité d'une collection, la gestalt d'une telle collection se trouvant détruite (p.71). Cet argument paraît assez faible, d'une part parce que les collections en ligne présentées par Gelman et Tucker n'ont pas beaucoup de gestalt, d'autre part parce que dans le cas du nombre 2 on peut même penser que la structure - un et un (vraiment) autre - se trouve renforcée lorsque les deux items ne sont pas identiques.

d) Remarques

α) L'expérience magique (Gelman, 1972b), qui a "alerté" Gelman du "rôle que le comptage peut jouer dans la façon dont les enfants pensent à propos des nombres", ne permet pas de dire "si les enfants subitisent d'abord, et comptent ensuite" (Gelman et Gallistel, 1978 p.68 et 69), ou inversement.

β) Gelman et Gallistel admettent (p.71 et 72) que, peut-être, à un certain stade, l'enfant peut subitiser sans compter, mais que cela doit être avant 2 ans car "les rudiments du comptage sont clairement présents chez la plupart des 2 ans". Mais à cela on peut objecter que les rudiments du comptage ne suffisent pas pour dénommer les nombres correctement par comptage : il faut appliquer de manière coordonnée les trois principes du "Comment compter" en utilisant la suite conventionnelle des mots de nombres (et non pas une suite idiosyncrasique).

2.3.4 Conclusions

A partir de cet examen critique des preuves empiriques, nous pouvons dégager nos propres et premières conclusions sur la dénomination des nombres par le jeune enfant. Il semblerait que :

- une proportion importante des enfants subitisent le nombre 2 avant de le compter (principalement d'après nos interprétations de Beckmann (1923) et Schaeffer et al. (1974));
- peut-être aussi quelques enfants comptent le nombre 2 avant de le subitiser (principalement d'après Gelman et Tucker (1975));
- les nombres $>$ 2 semblent en général comptés avant d'être subitisés (convergence de nos interprétations des différentes études);
- il peut y avoir reconnaissance de quelques nombres $>$ 2 comme patterns avant le comptage (d'après Schaeffer et al. (1974));
- le subitizing chez les enfants de 6 ans ou moins ne semble pas dépasser 3 (principalement d'après Chi et Klahr (1975)).

Notons que le rôle particulier du nombre 2, qui apparaît assez nettement dans ces conclusions, est en accord avec nos propres observations (Fischer, 1981 p.290) du comptage extériorisé des jeunes enfants. En effet, pour le nombre 2, nous avions trouvé pour les enfants de 3 ans, un taux de réussite par comptage extériorisé de .05, alors que, pour le nombre 3, le taux correspondant était de .64.
Notons aussi, et surtout, l'importance théorique (et aussi pratique si la théorie qu'elle rend possible s'avère bonne) de l'existence de ce nombre - deux - subitisé avant d'être compté par beaucoup d'enfants : elle permet en effet, et à elle seule, de retenir l'idée que la règle cardinale pourrait résulter de l'intégration du comptage au sens faible et du subitizing (de deux).

2.3.5 Remarques sur des écrits récents de Gelman

Dans la théorie de la dénomination des nombres extraite de Gelman et Gallistel (1978), le comptage précède toute identification perceptive des nombres, cette dernière n'étant admise - à un stade ultérieur - que "du bout des lèvres". Gelman (1972a) avait admis la possible exception de 2, mais Gelman (1983) écrit : "Il faut donc compter pour déterminer le nombre cardinal" (p.1384), et a présenté au préalable essentiellement deux arguments :

- elle a découvert que 50% des enfants de 2 ans 1/2 ayant participé aux expériences étaient capables d'identifier le nombre cardinal d'un ensemble de deux éléments et que tous ont pu compter le même nombre quand on le leur a demandé;
- pour trois éléments, 25% seulement des enfants ont su compter et identifier le nombre cardinal.

Analysons-critiquons ces arguments :

- Gelman écrit que le pourcentage absolu de 50% se rapporte aux enfants ayant participé aux expériences : il est donc bon de préciser que 2 enfants (sur 18) n'ont pas participé aux expériences "parce qu'ils ne semblaient avoir aucune idée" de ce que l'on voulait qu'ils fassent (Gelman et Gallistel, 1978 p.131);
- Gelman écrit que les enfants capables d'identifier le nombre 2 étaient capables de le compter : cette observation est en accord avec l'implication (identifier 2) $\Rightarrow$ (compter 2), mais n'exclut pas l'équivalence (identifier 2)$\Leftrightarrow$(compter 2);
- Lorsque Gelman parle "d'être capable de compter", il faut tenir compte du fait qu'elle n'a pas plus que nous - et même moins, puisque Gelman n'a pas, dans ses premières et principales expériences sur l'étude du comptage, utilisé le test de Schaeffer et al. (1974) pour vérifier le principe cardinal - trouvé de méthode convaincante pour attribuer le principe cardinal lors du comptage de nombres aussi petits que 2 ou 3. Rajoutons que Gelman et Gallistel ont admis un critère comportemental - l'intonation du dernier mot du comptage - difficile à vérifier objectivement. De même, Gelman et Gallistel (1978, p.96) ont pris comme critère indirect d'attribution du principe cardinal le fait qu'un enfant indique simplement le cardinal. Avec un tel critère, et si l'on considère que le principe cardinal est plus difficile à respecter que les autres (Fischer, 1981 p.287 et 288), une implication comme (identifier 2) $\Rightarrow$ (compter 2) devient quasiment tautologique.

Une des conséquences de cette affirmation de l'antériorité du comptage sur l'identification perceptive des nombres, sans la moindre exception - même pas 2 -, est que le principe cardinal ne peut être qu'appris (apprentissage extérieur) à l'enfant, ou réinventé par lui. Ou alors ce principe devrait déjà être présent dans sa tête. Gelman penche très nettement pour cette dernière explication. Et Gelman (1982) a défendu la théorie de l'évolution et de l'accès à l'inconscient cognitif de Rozin (1976). Par ailleurs, Gelman et Meck (1983) ont insisté sur l'idée de connaissance implicite des principes du comptage. Or si l'on juge la réponse ou le comportement d'un enfant, il n'y a guère que deux cas : soit il est en accord avec le principe du comptage étudié, soit il ne l'est pas. Dans le premier cas, Gelman pourra conclure que l'enfant a (au moins) une connaissance implicite du principe concerné. Et dans le second cas, elle pourra dire que l'enfant n'a pas encore un accès conscient à ce principe. On voit donc que la théorie de Gelman va être difficilement falsifiable, d'autant que Gelman a toujours aussi la possibilité d'attribuer certains échecs des jeunes enfants à l'incompétence de l'expérimentateur.

Mais, bien entendu, la "preuve" la plus convaincante en faveur d'une telle théorie sera de trouver chez de très jeunes enfants - plus ils sont jeunes, moins ils peuvent être soupçonnés d'avoir appris (surtout extérieurement) ces principes - des comportements ou réponses en accord avec ces principes. Ceci explique pourquoi Gelman essaie de maximaliser les performances des jeunes enfants. Et les résultats qu'elle peut trouver sont parfois très nettement supérieurs à ceux que peuvent trouver d'autres chercheurs. Par exemple, Gelman et Meck (1983) ont repris un test de jugement de comptages non habituels de Briars et Siegler (1982). Comme nous-même (voir description et résultat dans le 3. 6) avons aussi proposé un tel jugement à nos sujets de l'expérience principale, il nous paraît intéressant - même si cela nous conduit à anticiper sur les résultats de cette dernière - de donner un tableau comparatif des résultats trouvés (en taux de réussite):

Age \ Expérience		Briars et Siegler	Gelman et Meck	Fischer
3 ans	3;3 – 3;9	.65	.96	
4 ans	4;3	.35	.96	.43
	4;9			.25
5 ans	5;3	.465		.48
	5;9			.57

Il paraît inutile de souligner longuement la supériorité des réussites dans l'expérience de Gelman et Meck. Par contre, il est intéressant de noter certaines convergences entre les résultats des deux autres expériences : d'abord au niveau des résultats absolus (le fait que nous n'avons retenu que les sujets sachant compter 5 objets a peut-être compensé une différence entre les possibilités de comptage de nos sujets et ceux américains de Briars et Siegler); ensuite au niveau de la tendance des jeunes enfants à accepter, davantage que les plus grands, les comptages non habituels. Gelman et Meck (p.349) donnent deux explications à la supériorité (par rapport à ceux de Briars et Siegler) de leurs taux de réussite. D'une part, un manque d'attention par suite des nombreux essais dans l'expérience de Briars et Siegler. D'autre part, le fait que, dans leur propre expérience, l'essai a été recommencé chaque fois qu'un enfant a répondu avant que le comptage non habituel soit terminé. La première de ces explications est peu convaincante par suite de la meilleure réussite des plus jeunes enfants (voir tableau). La seconde nous amène à nous demander si on ne favorise pas trop la réussite dans un test, où il n'y a que deux réponses possibles, en reposant la question à un enfant qui vient d'échouer, fût-ce en répondant trop hâtivement (si les enfants ont jugé tout de suite le comptage, c'est probablement qu'ils croyaient pouvoir le faire !). De plus, aucune de ces deux explications ne vaut pour la différence avec notre propre expérience. Nous pouvons certes très facilement imaginer plusieurs autres explications, mais tenons à en souligner une, dont Hunt (1975) a montré qu'elle pouvait avoir des effets significatifs sur les performances des jeunes enfants : l'attente ou l'espérance (= expectancy) de l'expérimentateur.

Chapitre 3 :

EXPERIENCE PRINCIPALE : Hypothèses, description et résultats.

> "Les racines de la décision
> devront désormais résider en
> l'examen de la compatibilité
> entre ces hypothèses générales
> et les résultats de la recherche
> empirique."
>
> J.F. Le Ny

3.1 Hypothèses

3.1.1 Formulation

Comme annoncé dans le paragraphe 1.1, nous formulons nos hypothèses à partir de quelques points précis extraits de la théorie de Gelman et Gallistel (1978). Ces points ont eux-mêmes été explicités dans le paragraphe 2.3.1. Voici les hypothèses qui en sont issues :

Hypothèse 1a (Subitiser $\Rightarrow$ Compter) : Un enfant qui subitise un nombre est aussi capable de le compter.

Hypothèse 1b (Ecart Comptage $\Rightarrow$ Ecart Subitizing) : Un écart, entre deux échantillons d'enfants, dans l'aptitude à compter, s'accompagne d'un écart, dans le même sens, dans l'aptitude à subitiser.

Hypothèse 2 (Choix) : Un enfant qui ne sait pas compter ne sait pas choisir la plus nombreuse entre deux collections.

Hypothèse 3 (Homogénéisation) : Un enfant qui commence son apprentissage du comptage et à qui l'on demande de compter une rangée d'objets non homogène la compte "normalement".

Hypothèse 4 (Raisonnement $\Rightarrow$ Représentation) : Un enfant qui ne sait pas trouver une représentation de la numérosité spécifique ne sait pas non plus raisonner numériquement.

Hypothèse 5 (Ordre Indifférent) : Un enfant de 4 ou 5 ans juge correct un comptage correct mais non habituel.

Hypothèse 6 (Propriétés Suites Idiosyncrasiques) : Les suites idiosyncrasiques sont stables, opérationnelles, et ne reflètent pas des insuffisances ou des difficultés dans la mémorisation ou la restitution de la suite conventionnelle.

Avant de passer à la description de notre propre expérience, il nous paraît important - par un examen aussi systématique que possible de la littérature existante - de regarder si quelqu'un a déjà vérifié expérimentalement de telles hypothèses.

3.1.2 Hypothèse 1a (Subitiser $\Rightarrow$ Compter)

Nous avons déjà vu, dans le paragraphe 2.3, que Beckmann (1923) n'a pas, contrairement à ce que semble écrire Bryant (1974, p.120), montré que c'est seulement après que les enfants savent compter n qu'ils sont capables de reconnaître le nombre absolu d'un groupe de n objets : les résultats de Beckmann suggèrent seulement une telle assertion pour $n \geq 3$.

McLaughlin (1935) a conclu que le comptage rationnel est une condition sine qua non de la reconnaissance d'agrégats (p.67), ou encore que le processus de comptage apparaît avant celui de la reconnaissance des groupes (p.135). Mais dans les tableaux (p.50-53) qu'elle donne, tous les enfants savent compter rationnellement au moins jusqu'à 2 : aucun d'entre eux ne pouvait donc contredire l'hypothèse que le comptage rationnel précède la dénomination par reconnaissance de groupes. De plus, McLaughlin n'a apparemment pas vérifié - pour ce qu'elle appelle comptage rationnel - la règle cardinale qui, précisément, pose le plus de difficultés aux jeunes enfants (voir Fischer, 1981 p.287 et 288).

Silverman et Rose (1980) ont essayé de comparer les performances en comptage et subitizing de 32 enfants de 3 ans. Pour les nombres étudiés - 2, 3 et 4 -, aucune différence nette n'est apparue, hormis une supériorité du comptage pour les collections de 4 objets. Les auteurs en concluent que leurs résultats ne supportent pas le modèle développemental de quantification proposé par Klahr et Wallace (1976). Néanmoins, il convient de remarquer que, dans cette recherche, le comptage a pu être favorisé par les critères de codage (non vérification du principe cardinal, suites idiosyncrasiques - même avec répétition d'un même mot - admises), par le matériel (collections toujours linéaires), et par l'échauffement de l'épreuve de subitizing (celui-ci s'est fait avec une collection de 5 objets en ligne : plutôt que d'entraîner les enfants au subitizing, il a donc probablement induit le comptage !). Comme le subitizing* a peut-être lui aussi été favorisé par la durée non limitée de l'exposition des collections, on voit donc que des considérations d'ordre méthodologique empêchent toute conclusion nette.

Kingma et Roelinga (1982) ont administré des tests de cardination (comparaison de la numérosité relative de deux ensembles sur la base de leurs cardinaux) à 525 enfants de 4 à 7 ans. Pour certains de ces tests, ils ont en plus demandé aux enfants d'expliciter leur stratégie. Dans les différents types de tests, le comptage a été la stratégie favorite ($\sim$ 80%) quand les réponses données étaient bonnes. D'autres stratégies ont rarement été utilisées pour obtenir des réponses correctes, bien que le subitizing ait fréquemment été utilisé. En particulier, les enfants les plus âgés ont utilisé cette stratégie. Les auteurs concluent que le subitizing est un phénomène ou aptitude lié à l'expérience. Mais, comme ils l'ont d'ailleurs remarqué (p.1035), l'analyse des stratégies n'a été faite qu'à partir de tests portant sur des ensembles de 5 objets : aucune conclusion n'est donc possible pour les nombres $<$ 5, et aucune conclusion générale sur le subitizing ne peut donc être tirée de cette expérience.

*Il ne s'agit pas de la procédure de subitizing ici, mais des résultats à l'épreuve de subitizing.

Russac (1983), dans son expérience 2, a posé un test de subitizing (sans contrôle du temps d'exposition) et, ensuite, un test de comptage (sans vérification du Pca) à 24+12 enfants de 2 ans. Les collections étaient constituées par des points - de 1 à 4 - alignés et régulièrement espacés. Si l'on exclut les résultats pour 1 (pour ce dernier nombre il semble difficile de distinguer subitizing et comptage), Russac a trouvé 3 enfants subitisant 2 alors qu'aucun n'a réussi à compter 2 (curieusement, un des enfants a réussi à compter 4).

Revenons enfin sur Gelman et Gallistel (1978). Page 123, ces auteurs argumentent en effet en faveur de l'hypothèse qu'un enfant qui indique directement le cardinal sait aussi obtenir ce dernier par comptage. Mais leur argumentation reste théorique et liée à l'expérience (au magnétoscope) commentée. Néanmoins, le fait qu'ils arrivent ensuite à attribuer le principe cardinal à tous les enfants ayant indiqué directement le cardinal (en se basant sur d'autres comptages) donne un support expérimental à leur argumentation. De plus, les 5 (resp. 4) enfants de 3 (resp. 4) ans qui ne savaient pas compter 2 (et avaient donc la possibilité de contredire l'hypothèse 1a) n'ont pas non plus su indiquer directement le cardinal (mais le contexte et la formulation des consignes ne les ont peut-être pas suffisamment incités à le faire).

3.1.3 Hypothèse 1b (Ecart Comptage $\Longrightarrow$ Ecart Subitizing)

A propos de cette hypothèse 1b nous voudrions d'abord remarquer que si, pour beaucoup d'autres tests de psychologie cognitive, il serait assez utopique d'envisager un "renversement", i.e que les sujets d'un premier groupe soient supérieurs à ceux d'un second groupe à un test et que ceux du second soient supérieurs à ceux du premier dans un autre test, le comptage semble jouir d'un statut un peu particulier. Illustration :

> Lemoyne (1984) rapporte une recherche, faite au Canada, dans laquelle les élèves de 5-6 ans et provenant de milieux socio-culturels et économiques défavorisés qui constituaient le groupe A, se sont révélés nettement (notons cependant que les effectifs sont trop faibles pour que ces observations puissent être statistiquement significatives) supérieurs à ceux d'un groupe B, constitué d'élèves du même âge mais provenant de milieux favorisés, dans (entre autres) une tâche de comptage, alors que les seconds se sont révélés supérieurs aux premiers dans (par exemple) l'estimation du prix des voitures.

Pour ce qui concerne maintenant plus spécifiquement notre hypothèse, nous voudrions souligner que la théorie de Klahr et Wallace (1976), ou celle de Schaeffer et al. (1974), peut mener à une hypothèse opposée : en effet, si un mécanisme même limité - le subitizing (ou la reconnaissance de patterns avec les mots de Schaeffer et al.) - se développe avant le comptage, on peut soutenir que le non-apprentissage du comptage va favoriser une extension du subitizing, et donc qu'un écart, entre deux échantillons, en comptage, sera accompagné d'un écart, mais en sens inverse, en subitizing.

3.1.4 Hypothèse 2 (Choix)

De nombreux tests, analogues à notre épreuve 6 de choix (voir le 3.8), ont été proposés à de jeunes enfants. Rappelons ceux célèbres - par la controverse (Beilin, 1968; Piaget, 1968; Mehler et Bever, 1968) et la théorie de l'apprentissage par désapprentissage (Mehler, 1974 et 1982) qu'ils ont engendrées - de Mehler et Bever (1967) et de Bever, Mehler et Epstein (1968). Ces tests avaient montré que les enfants très jeunes (2 ans) possédaient une capacité à juger la numérosité relative - à conserver ? -, mais que cette dernière disparaissait vers 4 ans et ne reparaissait définitivement que vers 6 ans. Plus récemment, Estes (1976), dans une étude sur 230 enfants de 4 à 6 ans auxquels on a appris (non verbalement) à choisir la carte avec le plus ou le moins d'éléments, a trouvé que l'apprentissage est plus rapide lorsque la carte avec "plus" d'éléments est celle à choisir. Un tel résultat est à rapprocher de l'antériorité de la compréhension du sens du mot "plus" sur celle du mot "moins". Il peut être attribué en partie - selon Estes - à une préférence initiale des enfants pour "plus". McLaughlin (1981) a conclu son étude sur 60 enfants de 3 à 7 ans entraînés par renforcement à sélectionner la plus nombreuse de deux rangées de carrés en soulignant que les enfants préopératoires ne sont pas capables de baser leurs jugements de la numérosité relative seulement sur le nombre. Enfin, signalons les travaux récents de Siegel sur le rôle des facteurs perceptifs et linguistiques dans le développement des concepts de quantité :

- Siegel, Lees, Allan et Bolton (1981) n'ont pas trouvé de différence significative entre des enfants de 3 à 5 ans à langage altéré et des enfants du même âge à langage normal, dans une tâche de choix de la rangée la plus nombreuse entre deux rangées de même longueur (alors que dans des tâches numériques plus complexes une différence significative a été observée entre ces deux groupes);
- Siegel (1982), en conclusion d'une série d'études, souligne la prépondérance des opérations perceptuelles non linguistiques dans les concepts initiaux de quantité, et le rôle croissant du langage dans la solution de tâches impliquant des notions élémentaires de quantité.

D'après cette courte revue de la littérature, c'est donc le fait d'essayer de relier la capacité à juger la numérosité relative - typiquement mise à l'épreuve dans les tests de choix - à celle d'obtenir une représentation de la numérosité absolue qui confère un peu d'originalité à notre hypothèse 2. Un peu, car Russac (1983) a déjà constaté dans son expérience 1 qu'aucun des enfants de 2 ans, qui avaient discriminé 2 et 3, n'était capable de dériver la valeur cardinale de la collection par comptage et alors utiliser cette valeur pour des comparaisons numériques (mais les tests de comptage pratiqués avec une collection de 11 objets peuvent avoir masqué certaines habiletés quantitatives de ces jeunes enfants).

3.1.5 Hypothèse 3 (Homogénéisation)

Siegel (1974) et Gelman et Tucker (1975; voir aussi le 2.3.3) ont, dans des conditions quelque peu différentes, étudié l'influence de l'hétérogénéité d'une collection sur l'appréhension du nombre. Leurs conclusions sont opposées, la première soutenant que le jeune enfant a des difficultés à comprendre que la composition des items de la collection n'entre pas en compte pour la dimension numérique. Siegel (1982), en se référant à de nouvelles expériences, confirme que les enfants éprouvent des difficultés à abstraire le nombre dans le cas de collections hétérogènes, tandis que Gelman (1980) a, de son côté, observé que des enfants de 3 à 5 ans comptaient volontiers des ensembles aussi hétérogènes que "toutes les choses dans la chambre".....

Mais c'est Gast (1957) qui est le seul, à notre connaissance, à avoir demandé explicitement à ses jeunes sujets de compter - au sens où nous l'entendons - des collections hétérogènes. Rappelons par exemple deux des nombreux résultats expérimentaux obtenus par Gast :

- lorsqu'il a demandé à des enfants de 3 ou 4 ans de compter une rangée d'objets différant par leur forme, leur couleur ou leur espacement, ils ont fait des comptages rythmés du type "1, 2, 3, rouges; 1, 2, 3, verts; 1, 2, 3, rouges" ou "1, 2, 1, 2, 1, 2,.." ou, plus rarement, "2, 2, 2,..." ou "2 et 1, 2 et 1,.." ou "6, 8, 9; 2 rouges; 6, 8, 9; 2 rouges..." ou encore "1, 1, 1,...", le 1 désignant, dans ce dernier comptage, deux objets regroupés. De manière plus statistique, Gast a relevé chez les enfants de 4 (resp. 5) ans, 18 (resp. 1) tels comptages rythmés, contre 2 (resp. 20) comptages "normaux" (p.51);
- lorsqu'il a demandé de compter une rangée dans laquelle figurait un "intrus", Gast a observé, chez les 20 (resp. 21) enfants de 4 (resp. 5) ans, que 17 (resp. 0) enfants ne l'ont pas compté, alors que 1 (resp. 18) a (resp. ont) compté "normalement" (p.54).

On voit donc que, si ces résultats expérimentaux de Gast sont en accord avec l'hypothèse 3 chez les enfants de 5 ans, ils la contredisent très nettement chez ceux de 4 ans.

Précisons d'ailleurs que nous-même, au cours des préexpériences, avions observé l'un ou l'autre comptage "original". Par exemple, Christophe (4;5) , pour la collection ○○●○○ avait commenté : "2 jaunes, 1 rouge, 2 jaunes". Voici la suite de l'entretien : Essaie-voir de les compter ! "1, 2, 1, 3, 4" (en pointant d'un côté vers l'autre : tout se passe donc comme si Christophe avait compté isolément la pastille rouge centrale en plein milieu du comptage des pastilles jaunes) - Essaie-voir de les compter tous (ensemble) ! "Mais je les ai tous comptés !" - Alors combien tu en as trouvés ? "Je sais plus !" - Alors recompte-les ! " 1, 2, 3-4, 10, 11" (cette fois-ci, Christophe dit deux mots de nombres pour la seule pastille centrale rouge).

3.1.6 Hypothèse 4 (Raisonnement ⇒ Représentation)

Starkey et Gelman (1982) rapportent une étude au cours de laquelle ils ont posé de petits problèmes arithmétiques, additifs et soustractifs, à 16 + 16 + 16 enfants de 3, 4 et 5 ans. Les problèmes portaient sur des pièces de monnaie présentes aux yeux de l'enfant, mais Starkey et Gelman ont fait en sorte que l'enfant ne voit pas simultanément la collection initiale et la collection ajoutée ou enlevée (la collection réponse n'était bien entendu pas non plus visible). L'analyse des résultats conduit Starkey et Gelman à distinguer trois groupes d'enfants : le premier est formé par ceux qui comptaient ouvertement; le deuxième, par ceux qui ne comptaient pas ouvertement, mais donnaient des réponses justes à des problèmes portant sur des grands nombres (ex. : 14 + 1); enfin, le troisième est formé par les enfants qui ne comptaient pas non plus ouvertement mais qui, contrairement à ceux du deuxième, n'arrivaient pas à résoudre les problèmes impliquant des grands nombres. Starkey et Gelman se demandent ensuite si les enfants du troisième groupe utilisaient des algorithmes de comptage (non extériorisé) ou des résultats mémorisés. Nous pensons pour notre part que le comptage est peu probable car, s'agissant surtout des enfants les plus jeunes, il aurait conduit à des indices extérieurs qui n'auraient pas échappé à Starkey et (surtout) Gelman. D'ailleurs nous avions nous-même observé (Fischer, 1982 p.114) que, pour les problèmes avec données très petites, l'hypothèse d'une résolution par comptage n'était peut-être pas très pertinente. Mais nous pensons également que l'utilisation de sommes élémentaires mémorisées (Number- Facts) - l'autre alternative suggérée par Starkey et Gelman - est peu probable. Ceci pour au moins deux raisons. D'une part, parce que Ashcraft et Fierman (1982) ont montré - avec des sommes en "moyenne" plus grandes (Ashcraft et Fierman ont utilisé les 100 sommes élémentaires de deux nombres à un chiffre), il est vrai - que le passage du comptage au rappel de sommes mémorisées ne se fait qu'au niveau de la troisième année d'école. D'autre part, parce que Hughes (1981) a observé que très peu d'enfants (de 3, 4 et 5 ans) arrivaient à résoudre des problèmes posés dans le code arithmétique formel (ex. : Combien font un et deux ?), alors qu'ils arrivent beaucoup mieux - surtout pour les petits nombres - à résoudre de tels problèmes présentés dans une situation concrète, hypothétique ou réelle. En conclusion, nous pensons donc que les enfants de ce troisième groupe distingué par Starkey et Gelman, ont pu arriver au résultat correct (dans le cas des problèmes avec petits nombres), non pas en passant par une représentation symbolique (usuelle) du cardinal des collections (initiales et ajoutées ou enlevées), mais en se "contentant" d'une représentation (imagée par exemple) des collections elles-mêmes, une représentation rendue possible par le nombre réduit d'objets que contenaient ces dernières. D'où l'intérêt de notre hypothèse 4 qui pose précisément la question de l'existence d'un raisonnement arithmétique qui se passerait des représentations spécifiques des numérosités des collections en présence.

3.1.7 Hypothèse 6 (Propriétés des Suites Idiosyncrasiques)*

Siegler et Robinson (1982) ont analysé les récitations - ou, plus exactement, les relevés de ces récitations par leur expérimentatrice** - de 13+19+10 enfants de 3, 4 et 5 ans, en 4 occasions espacées d'environ 10 jours. Ils se sont intéressés aux points d'arrêt, aux omissions, aux répétitions, aux nombres non standards et à la stabilité. Beaucoup des résultats trouvés semblent tout à fait "logiques". Notons cependant qu'une hypothèse plus originale des auteurs - à savoir que les enfants s'arrêtent fréquemment à 29, 39,... mais pas à 19 - semble s'être confirmée.

Fuson, Richards et Briars (1982) ont fait une étude longitudinale sur 33 enfants de 3, 4 et 5 ans, et une étude transversale sur 87 enfants (dont ceux de l'étude longitudinale ayant l'âge requis) de 3;6 à 5;11. Précisons d'abord que leur étude ne confirme pas pleinement l'hypothèse de Siegler et Robinson (1982 : voir ci-dessus). Pour Fuson et al., la forme de la suite (jusqu'à 30) la plus commune est: une partie de la suite conventionnelle (ex.: 1, 2, 3, 4, 5), puis un groupe de mots qui dévie de la suite conventionnelle mais est produit avec consistance par un enfant donné (ex.: 7, 9, 10, 12), enfin un groupe de mots final qui a peu de consistance au cours de productions répétées (ex.: 14, 18, 13, 16, 20). De plus, ces auteurs soulignent que :

- les portions stables sont essentiellement les mots de la suite dans leur ordre conventionnel mais avec des omissions;
- les parties non conventionnelles stables ont été retrouvées, au moins en partie, 5 mois plus tard chez 6 enfants sur 10.

Enfin, en conclusion de cette étude des parties non conventionnelles stables, Fuson et al. estiment que le qualificatif "idiosyncrasiques" utilisé par Gelman et Gallistel (1978) est trop fort : les parties non conventionnelles stables ne sont guère des créations idiosyncrasiques.

* L'hypothèse 5 (Ordre Indifférent) n'a pas été oubliée : nous avons en fait déjà rapporté et discuté les deux principales recherches - Briars et Siegler (1982) et Gelman et Meck (1983) - qui s'y rapportent (voir pages 26 et 27). Il n'y a donc pas lieu d'y revenir.

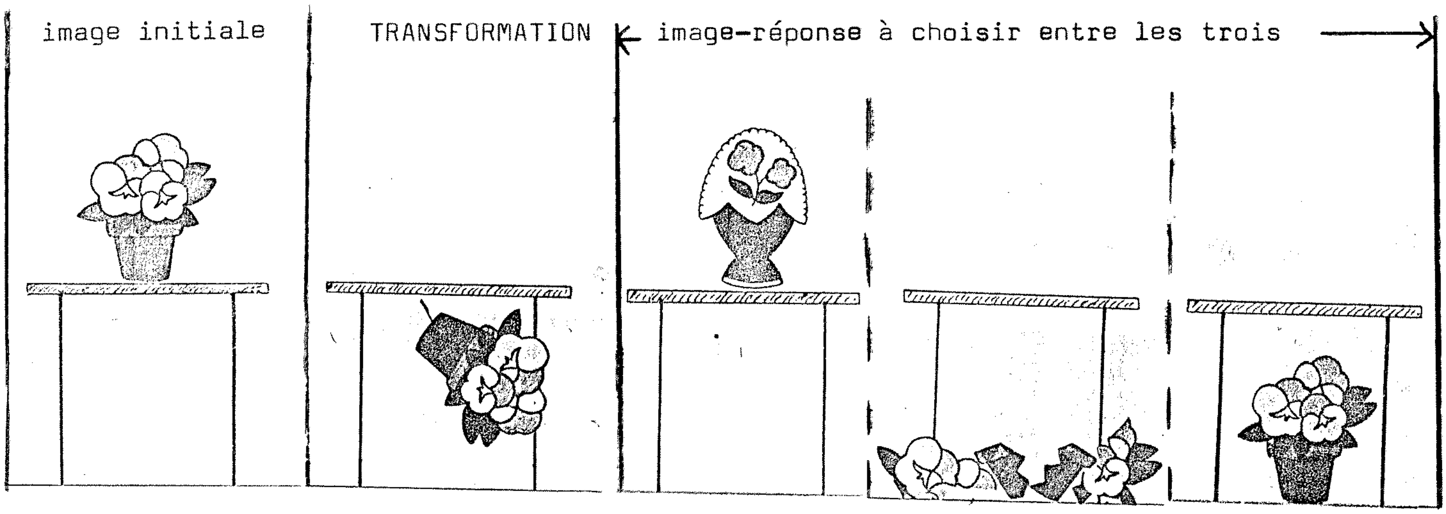
** Une assistante des auteurs dont il n'est pas précisé si elle connaissait l'hypothèse principale de ces derniers, à savoir les arrêts fréquents à 29, 39,... mais pas à 19. Et il aurait été intéressant de le savoir, car c'est elle qui incitait les enfants à continuer après les arrêts spontanés (non rapportés) de ces derniers.

3.2 Economie générale de la recherche

Chaque enfant a été soumis, en totalité ou en partie, aux 6 épreuves suivantes : problèmes imagés, jeux numériques (les enfants de 5 ans seulement), dénomination de nombres après brève exposition, comptage, récitation de la suite des nombres, choix.

3.2.1 L'entraînement

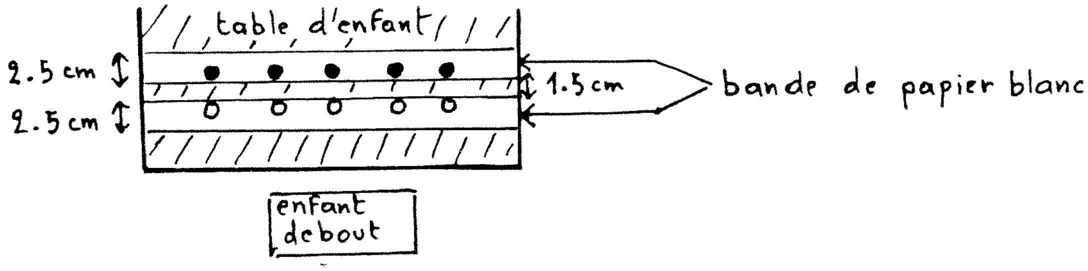
Les épreuves 1 (problèmes imagés) et 6 (choix) nécessitaient une, éventuellement deux, séance d'entraînement. Au cours de cette, ou ces, séance, l'enfant était entraîné avec des problèmes imagés non numériques analogues à ceux proposés par Gelman, Bullock et Meck (1980). Donnons un exemple :



Les images sont disposées sur un présentoir : les deux premières, images initiale et transformation, sont posées par E (=Expérimentateur) qui demande alors à l'enfant de terminer l'histoire en choisissant l'une des trois images-réponses (que E a posées au pied du présentoir, en variant bien entendu d'un problème à l'autre la place de la bonne image-réponse) et en la posant à l'emplacement prévu à cet effet sur le présentoir. Ensuite, l'enfant est invité, et si nécessaire aidé, à raconter l'histoire qu'il a fabriquée, de la gauche vers la droite et en respectant les trois étapes (état initial, transformation, état final).

Si, au cours de la première séance d'entraînement, l'enfant réussit (pour définir une réussite, on ne tient compte que le l'image-réponse choisie par l'enfant, pas de l'histoire racontée) au moins 5 des 6 problèmes, il est retenu pour l'expérience complète. Dans le cas contraire, il est soumis à une deuxième séance d'entraînement : s'il réussit cette fois-ci au moins 5 des 6 (nouveaux) problèmes, il est retenu aussi. Sinon, il n'est pas retenu pour l'épreuve des problèmes imagés, mais est néanmoins soumis aux autres épreuves.

De plus, à la fin d'une séance d'entraînement, l'enfant est invité à choisir entre deux rangées de bonbons identiques et régulièrement espacés, les deux rangées différant au moins en couleur. La figure ci-dessous schématise le dispositif utilisé pour présenter les bonbons.



3.2.2 <u>Les épreuves</u>

Les différentes épreuves sont passées en deux séances, avec au moins un jour et au plus une semaine d'intervalle entre les deux (sauf pour 2 enfants). Lors de la première séance, on propose à l'enfant, dans l'ordre : une moitié des 14 problèmes numériques imagés (si l'enfant passe cette épreuve); les 9 jeux numériques dans un certain ordre (pour les enfants de 5 ans seulement); un premier choix d'une rangée de smarties (parfois proposé seulement après les dénominations); la dénomination après brève exposition des 10 cartes dans un certain ordre, puis dans l'ordre inverse; les comptages successifs d'une collection hétérogène, puis homogène, de 5, et, en cas de réussite à ce dernier comptage, le jugement d'un comptage non habituel; deux récitations, presque consécutives, de la suite des nombres; enfin, un deuxième choix d'une rangée de smarties.
Lors de la seconde séance, on lui propose (le cas échéant) : l'autre moitié des 14 problèmes numériques imagés; les 9 jeux numériques dans un ordre inversé par rapport à celui de la première séance; un troisième choix d'une rangée de smarties; la dénomination, après brève exposition, des 10 cartes dans le dernier ordre ci-dessus d'abord, puis dans l'ordre inverse; le comptage de 7 ou 3 suivant qu'il avait réussi 5 ou non, puis, s'il a échoué à 3 on lui fait compter 2, s'il a réussi 7 on le soumet à un test d'ordre indifférent; une troisième récitation de la suite des nombres; un quatrième choix d'une rangée de smarties.

3.2.3 <u>Les sujets</u>

Les 144 enfants de 4;0 à 5;12[*] qui ont participé à cette expérience, se regroupent en quatre G.A (=Groupes d'Age) de 36 enfants chacun : le G.A 4;3 (resp. 4;9, 5;3, 5;9) comprend les enfants âgés de 4;0 à $4;6^{-}$ (resp. de $4;6^{+}$ à 4;12, de 5;0 à $5;6^{-}$, de $5;6^{+}$ à 5;12). Par enfants de 4 ans (resp. 5 ans), nous entendons les enfants

[*] Les âges sont arrondis au mois le plus proche. Aux passages d'années, 4;12 (par exemple) signifie entre 4 ans 11 mois 15 jours et 5 ans tout juste, et 5;0 signifie entre 5 ans tout juste et 5 ans 15 jours. Aux autres frontières de Groupes d'Age, $4;6^{-}$ (par exemple) signifie entre 4 ans 5 mois 15 jours et 4 ans 6 mois, et $4;6^{+}$ signifie entre 4 ans 6 mois et 4 ans 6 mois 15 jours.

ayant entre 4;0 et 4;12 (resp. 5;0 et 5;12).
Sur les 36 enfants du G.A 4;3 (resp. 4;9, 5;3, 5;9), 24 ont été retenus après l'entraînement pour l'épreuve des problèmes imagés, 5 (resp. 10, 0, 1) ont été éliminés de cette dernière épreuve après avoir subi deux entraînements non convaincants, 7 (resp. 2, 12, 11) complètent* l'effectif à 36.
Pour chaque G.A nous avons une moyenne d'âge qui correspond exactement à sa désignation, ainsi qu'un équilibre du point de vue du sexe (sauf pour le G.A 4;9 qui comprend 22 garçons et seulement 14 filles).
Précisons aussi que c'est le même expérimentateur - l'auteur de la présente étude - qui a interrogé tous les enfants, individuellement, en prenant des notes éventuellement complétées par une réaudition ultérieure au magnétophone, et que les enfants proviennent de 4 écoles maternelles différentes (3 de la banlieue de Metz, et 1 de la proche campagne) et sont en général issus d'un milieu socio-culturel moyen, voire modeste.

3.2.4 Les contrôles statistiques

Nous travaillons au seuil de .05 et notons :

χ^2_n le chi-deux** classique à n degrés de liberté;

χ^2_M le chi-deux** de McNemar;

i.i. l'indice d'implication de Gras (1980), et a $\underset{q}{\Longrightarrow}$ b la quasi-implication de b par a;

z le test de la somme des rangs (Leach, 1979), utilisé en "one tailed" (o.t.) ou en "two tailed" (t.t.) suivant que le sens de la différence était prévu ou non;

z(A-B) ou χ^2_n(A-B) le test de la somme des rangs ou le chi-deux pratiqué entre A et B (qui désignent des groupes d'âge), ces tests permettant alors de rejeter ou non l'hypothèse nulle d'une non-différence entre A et B.

* sans avoir été soumis aux entraînement et épreuve des problèmes imagés

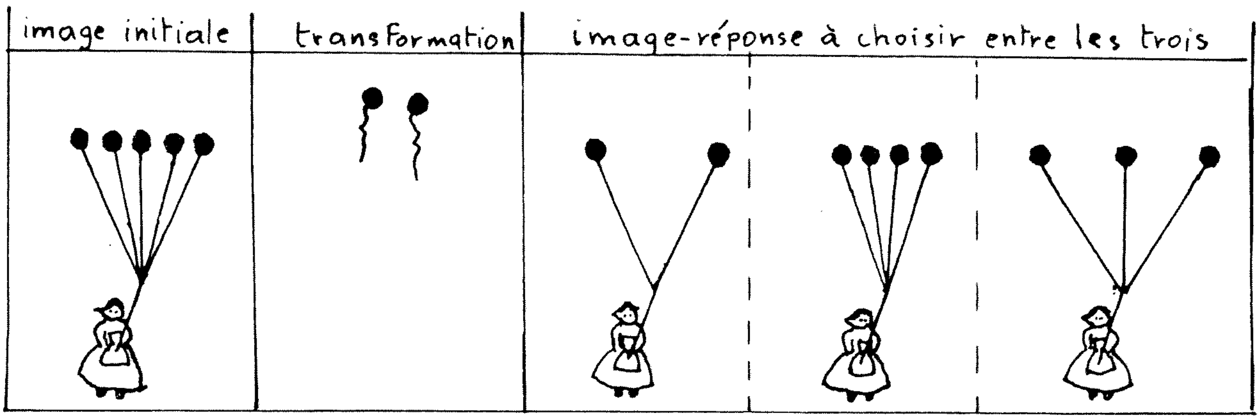
** corrigé si nécessaire

3.3 Epreuve 1 : Problèmes imagés

3.3.1 Description

Stimuli. 4 types de problèmes ont été posés aux enfants. Présentons-les brièvement
$Oeu^+(n,1)$ désigne le problème additif pour lequel : sur l'image initiale on voit n oeufs de Pâques; sur l'image transformation on voit un lièvre de Pâques avec un autre oeuf de Pâques (on explique à l'enfant que le lièvre vient mettre cet autre oeuf de Pâques dans le nid, avec les premiers); l'enfant a le choix entre 3 images-réponses sur lesquelles figurent respectivement n, n+1, n+2 oeufs de Pâques.
$Pom^+(n,2)$ désigne le problème additif pour lequel : sur l'image initiale on voit un pommier avec n pommes à son pied; sur l'image-transformation, on voit 2 autres pommes qui sont en train de tomber du pommier; l'enfant a le choix entre 3 images-réponses sur lesquelles on voit le pommier avec respectivement n+1, n+2, n+3 pommes à son pied.
$Noi^-(n,1)$ désigne le problème soustractif pour lequel : sur l'image initiale on voit n noisettes; sur l'image-transformation on voit un écureuil qui mange une noisette; l'enfant a le choix entre 3 images-réponses sur lesquelles figurent respectivement n, n-1, n-2 noisettes.
$Bal^-(n,2)$ désigne le problème soustractif pour lequel : sur l'image-initiale, on voit une petite fille qui tient n ballons; sur l'image transformation on voit 2 ballons qui s'envolent; l'enfant a le choix entre 3 images-réponses sur lesquelles la petite fille tient respectivement n-1, n-2, n-3 ballons.
Précisons que : n varie de 1 à 4 (resp.1 à 3, 2 à 5, 3 à 5) pour le type Oeu^+ (resp. Pom^+, Noi^-, Bal^-); les oeufs (resp. pommes, noisettes, ballons) sont toujours placés en ligne horizontale et régulièrement espacés; sur l'image-réponse correcte, lorsque cela est possible, la ligne d'objets est plus courte (resp. longue) que sur l'image initiale dans le cas des problèmes additifs (resp.soustractif), de manière à ce que un enfant qui augmente (resp. diminue) la longueur au lieu du nombre ne puisse pas réussir.

Nous illustrons ci-dessous le problème $Bal^-(5,2)$ et renvoyons à l'Annexe 1 pour une illustration des 3 autres types de problèmes.



Procédure. Les problèmes d'un même type ne sont pas présentés consécutivement, mais répartis sur les deux séances de manière à obtenir un maximum de variété pour l'enfant.
A l'intérieur de chaque G.A, l'ordre de présentation des problèmes d'un même type est systématiquement varié : ceci explique les 24 = 4! enfants de chaque G.A.
Pour les choix de l'enfant, la position de l'image-réponse correcte est variée systématiquement.
Enfin, après son choix de l'image-réponse, l'enfant doit raconter l'histoire qu'il a fabriquée.

3.3.2 Tableau 1a des réponses aux problèmes imagés (en nombres, 24 sujets par G.A)

Pb / G.A	Noi⁻				Oeu⁺				Bal⁻			Pom⁺			Total
	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	
4;3	14	6	1	7	11	13	5	10	10	6	4	8	12	7	114
	4	14	16	13	9	7	13	8	9	15	15	12	7	11	153
	6	4	7	4	4	4	6	6	5	3	5	4	5	6	69
4;9	13	9	7	4	17	18	9	6	12	12	11	14	11	5	148
	5	12	13	17	4	3	9	11	9	9	12	6	9	10	129
	6	3	4	3	3	3	6	7	3	3	1	4	4	9	59
5;3	19	15	10	7	21	21	15	13	17	13	7	19	15	12	204
	3	5	13	14	3	2	7	6	6	7	10	3	5	6	90
	2	4	1	3	0	1	2	5	1	4	7	2	4	6	42
5;9	20	16	16	14	20	23	17	14	16	13	14	17	16	12	228
	2	4	8	8	4	0	4	6	7	5	4	2	3	3	60
	2	4	0	2	0	1	3	4	1	6	6	5	5	9	48
Ens	66	46	34	32	69	75	46	43	55	44	36	58	54	36	694
	14	35	50	52	20	12	33	31	31	36	41	23	24	30	432
	16	15	12	12	7	9	17	22	10	16	19	15	18	30	218

Lecture. Dans chaque case du tableau sont portés trois nombres : le nombre (haut de la case) de réponses numériquement exactes; le nombre (milieu) de réponses qui correspondent à une transformation numérique maximale, et le nombre (bas) de réponses qui correspondent à une transformation numérique minimale (ou à l'absence de transformation). Par exemple, dans la case 4;9 - Bal⁻(5,2) on peut lire que 11 enfants du G.A 4;9 ont choisi, pour le problème Bal⁻(5,2), l'image-réponse avec 3 ballons, 12 ont choisi celle avec 2 ballons (qui correspond à une transformation numérique maximale) et 1 seul a choisi celle avec 4 ballons (qui correspond à une transformation numérique minimale).

Contrôle statistique. Pour l'ensemble des enfants et pour chacun des problèmes, à l'exception de Pom⁺(3,2), nous avons vérifié que les réponses à ce problème s'écartent significativement du hasard (on notera cependant que les "contributions" des différents G.A aux résultats pour l'ensemble des enfants peuvent être très variées).

Remarque. Le tableau 1a permet de voir que beaucoup d'enfants (qui échouent) choisissent l'image-réponse qui réalise la transformation numérique maximale. Ce fait est particulièrement net pour les transformations négatives: ainsi, dans le G.A 4;9 et au problème Noi⁻(5,1), où la distribution des réponses s'écarte significativement du hasard ($\chi^2_2 = 13.09$), 17 enfants sur les 24 ont répondu 3 et seulement 4 ont répondu 4 (la réponse numériquement exacte). Nous pensons qu'un tel comportement reflète l'existence d'un raisonnement déjà "quantitatif" mais pas encore numériquement exact, un raisonnement non dénué parfois d'un certain pragmatisme (et facilité, dans le cas des transformations négatives, par le fait que la collection-réponse la plus petite est facilement identifiable) comme le révèle la justification de Stéphane (4;0) qui, à un problème du type Pom⁺, avait donné une réponse maximale, et a expliqué ainsi comment on devait faire le choix : "On en met assez" !

3.3.3 Tableau 1b des dénominations spontanées sur l'image initiale

Nous nous intéressons ici aux dénominations spontanées du nombre d'objets de l'image initiale qu'ont pu produire les enfants au cours de leur récit de l'histoire (consécutivement au choix d'une image-réponse). Dans le tableau 1b nous indiquons les taux de dénomination, correcte ou non, et, entre parenthèses, les taux d'erreur. Précisons aussi que le nombre d'enfants par G.A est 24, et que l'ensemble des enfants d'un G.A a eu au total 48 (respectivement 72, 96, 72, 48) possibilités de dénommer 1 (resp. 2, 3, 4, 5).

Nombre / G.A	1	2	3	4	5
4;3	.83 (.02)	.61 (.07)	.37 (.36)	.25 (.83)	.21 (.80)
4;9	.87 (.00)	.71 (.02)	.48 (.11)	.33 (.62)	.35 (.65)
5;3	.90 (.00)	.82 (.08)	.61 (.08)	.49 (.31)	.40 (.26)
5;9	.98 (.00)	.83 (.02)	.72 (.01)	.51 (.16)	.37 (.44)

3.3.4 Tableau 1c des dénominations spontanées sur l'image finale

Dans le tableau 1b ci-dessus, chacun des 96 enfants a eu le même nombre d'occasions pour dénommer un nombre donné sur les images initiales. Par exemple, chaque enfant a eu 4 occasions de dénommer le nombre 3. Par contre, sur les images finales (choisies par l'enfant), cette "équité" dans les occasions de dénommer un nombre donné n'est plus nécessairement respectée : il est (théoriquement) possible qu'un enfant ait eu 10 occasions de dénommer 3, et, un autre, aucune. Mis à part cette importante réserve, le tableau 1c est analogue au tableau 1b.

Nombre / G.A	1	2	3	4	5
4;3	.86 (.00)	.64 (.00)	.64 (.21)	.37 (.72)	.27 (.82)
4;9	.96 (.00)	.86 (.01)	.79 (.07)	.67 (.39)	.53 (.35)
5;3	.98 (.00)	.88 (.01)	.75 (.02)	.67 (.22)	.40 (.19)
5;9	.91 (.00)	.91 (.00)	.90 (.03)	.76 (.06)	.40 (.57)

Remarque. Le tableau 1c fait apparaître, presque systématiquement, des taux de dénomination supérieurs, et des taux d'erreur inférieurs, à ceux du tableau 1b précédent. Ayant commenté et interprété cette observation dans Fischer (1984) nous renvoyons le lecteur intéressé à cet article.

3.3.5 Tableau 1d des modèles de dénomination spontanée correcte (en nombres)

Dans un même type de problèmes, par exemple Noi$^-$, un enfant a pu dénommer les images initiales 2 et 3, mais dire "des" (ou se tromper) pour 4 et 5 : on dira alors que cet enfant suit le modèle 2,3,n,n (n pour non-dénomination correcte). Si un enfant dénomme (au moins) un nombre, alors qu'il n'a pas dénommé (au moins) un nombre plus petit que ce dernier, on dira qu'il suit un modèle irrégulier (ex. : 2,3,n,5).

Type prob.	Modèle	G.A. 4;3	4;9	5;3	5;9
Oeu$^+$	n,n,n,n	3	0	2	0
	1,n,n,n	10	8	3	1
	1,2,n,n	6	8	5	5
	1,2,3,n	3	2	5	6
	1,2,3,4	1	2	7	7
	irrég.	1	4	2	5
Pom$^+$	n,n,n	4	1	1	0
	1,n,n	4	3	2	2
	1,2,n	9	7	9	3
	1,2,3	6	8	10	17
	irrég.	1	5	2	2

Type prob.	Modèle	G.A. 4;3	4;9	5;3	5;9
Noi$^-$	n,n,n,n	8	5	6	2
	2,n,n,n	8	6	4	2
	2,3,n,n	5	8	3	7
	2,3,4,n	0	1	4	3
	2,3,4,5	0	2	5	5
	irrég.	3	2	2	5
Bal$^-$	n,n,n	18	12	10	8
	3,n,n	4	8	5	6
	3,4,n	1	1	2	4
	3,4,5	0	1	4	3
	irrég.	1	2	3	3

Contrôle statistique. Nous avons calculé, en ne tenant pas compte des irréguliers et pour chaque type de problème, z(4 ans - 5 ans) : les 4 valeurs trouvées sont supérieures à la valeur critique (en o.t.).

3.4 Epreuve 2 : Jeux numériques

3.4.1 Procédure

Chaque enfant de 5 ans joue deux fois à 9 jeux différents que nous noterons $Jeu^-(3,2)$, $Jeu^-(4,4)$, $Jeu^-(5,3)$, $Jeu^-(3,1)$, $Jeu^-(4,3)$, $Jeu^-(5,5)$, $Jeu^-(3,3)$, $Jeu^-(4,2)$ et $Jeu^-(5,4)$. Le jeu, noté $Jeu^-(a,b)$, consiste à présenter à l'enfant a jetons orange, de diamètre 1.5 cm, dans une boîte cylindrique (très basse), de diamètre 5.5 cm, après avoir agité la boîte de manière à ce que les jetons se répartissent au hasard (sans se recouvrir). La durée de cette présentation est environ une seconde (au jugé de E). Puis E enlève, avec sa main gauche et derrière un écran, a-b jetons de la boîte, secoue à nouveau cette dernière, et la remontre aussitôt à l'enfant (sans limiter cette fois-ci la durée de présentation), en même temps que sa main gauche fermée. L'enfant, qui voit donc les b jetons, doit alors dire combien il y a de jetons dans la main gauche de E. Après que l'enfant a répondu, E ouvre sa main gauche pour lui permettre de vérifier.
L'ordre de présentation des jeux est l'ordre ci-dessus au cours d'une séance, et l'ordre inverse au cours de l'autre, la moitié des enfants ayant suivi l'ordre ci-dessus au cours de la première séance.
Précisons encore qu'avant d'administrer le premier bloc de jeux, l'enfant est entraîné avec trois jeux - $Jeu^-(2,1)$, $Jeu^-(2,0)$ et $Jeu^-(2,2)$ -, mais qu'aucune preuve de la compréhension du jeu n'est exigée de sa part.

3.4.2 Tableau 2 des réussites (en nombres) aux jeux

Précisons d'abord le codage : Pour a-b = 1 (resp. 2) l'enfant doit répondre "un" (resp. "deux") pour réussir; pour a-b = 0, la réponse "zéro" ainsi que toute autre réponse (ex. : "Il y en a pas", "rien",...) indiquant l'absence de jetons est codée comme réussite.
Remarquons ensuite que si un enfant répond systématiquement à chaque jeu l'un des nombres 0, 1 ou 2, choisi chaque fois au hasard, la probabilité qu'il réussisse 10 jeux ou plus est .043. En conséquence, nous distinguerons, dans le tableau des réussites ci-dessous, deux classes d'enfants : celle, notée C_{dix}, des enfants ayant obtenu 10 réussites ou plus (enfants pour lesquels le raisonnement ci-dessus permet de rejeter l'hypothèse d'un ensemble de réussites au hasard), et celle, notée C_{inf}, des enfants ayant obtenu moins de 10 réussites.

Jeu^- / classe	(3,2)	(3,1)	(4,3)	(4,2)	(5,5)	(4,4)	(5,4)	(5,3)	(3,3)
C_{dix} (N=36)	64	64	57	56	48	49	40	42	50
C_{inf} (N=36)	32	23	30	27	28	21	30	22	11
Ens. (N=72)	96	87	87	83	76	70	70	64	61

Note : Chaque enfant (de 5 ans) ayant répondu deux fois à chacun des Jeu^-, les nombres de réussites figurant dans les cases du tableau se rapportent à 72 réponses, sauf évidemment dans les cases de la dernière ligne où ils se rapportent à 144 réponses.

3.5 Epreuve 3 : Dénomination

3.5.1 Stimuli

Les 10 cartes, présentées avec les grands côtés horizontaux, sont des fiches bristol uni de 14.8 X 10.5 cm blanches sur lesquelles on a posé des pastilles rouges autocollantes de diamètre 1.5 cm. Les 10 cartes peuvent être partagées en 5 cartes-lignes et 5 cartes-constellattions : sur les cartes-lignes, les pastilles sont régulièrement espacées sur une ligne horizontale, avec des intervalles de 1.5 cm; sur les cartes-constellations les pastilles sont disposées suivant les figures régulières ci-contre :

(↔ = 1.5 cm)

Nous noterons les cartes-lignes 1l,...,5l, et les cartes-constellations 1c,...,5c (1l et 1c sont identiques).

3.5.2 Procédure

Les cartes sont toujours présentées à environ 1.50 m, à hauteur d'yeux, de l'enfant assis. On demande à ce dernier, en début d'épreuve et chaque fois que c'est nécessaire par la suite (par exemple si l'enfant compte sans conclure son comptage), de dire juste combien il a vu. La durée de présentation de chaque carte est d'environ une seconde (au jugé de E). Le rythme des différentes présentations est adapté à chaque enfant ou, le cas échéant, à E qui note en abrégé les comportements extérieurs de l'enfant (en général, il n'y a que quelques secondes entre deux présentations).
A une moitié des enfants, les cartes sont présentées dans l'ordre 1l, 3c, 5l, 2l, 4c, 3l, 1c, 5c, 4l, 2c, puis dans l'ordre inverse lors de la première séance; dans l'ordre inverse, puis dans l'ordre ci-dessus lors de la deuxième séance. Pour l'autre moitié, on commence par l'ordre inverse lors de la première séance et on suit le même type de variations.
Lors de la première séance, avant le début de cette épreuve, l'enfant est entraîné avec trois (si nécessaire) cartes : 2 (en diagonale), 1 et à nouveau 2.

3.5.3 Codages

Pour dénommer correctement une collection, l'enfant doit donner la dénomination verbale usuelle de son cardinal.

Pour réussir à une carte, il doit avoir dénommé correctement au moins 3 fois (sur les 4 présentations de cette carte) la collection qui y figure.

Pour réussir à un nombre, l'enfant doit avoir réussi aux deux cartes (une carte-ligne et une carte-constellation) qui représentent ce nombre.

Nous dirons qu'un enfant dénomme les nombres jusqu'à n, avec $1 \leq n \leq 5$, s'il a réussi tous les nombres $\leq n$, mais aucun (s'il y en a) nombre $> n$. S'il n'a réussi aucun nombre, nous conviendrons de dire qu'il dénomme les nombres jusqu'à 0. Enfin, si pour un enfant il n'existe pas de nombre n, $0 \leq n \leq 5$, tel que l'on puisse dire, avec les conventions précédentes, qu'il dénomme les nombres jusqu'à n, nous le classerons "irrégulier".

3.5.4 Tableau 3a des réussites en fonction du nombre

G.A \ nombre	1	2	3	4	5
4;3 (N=36)	34	30	13	0	0
4;9 (N=36)	36	30	19	2	2
5;3 (N=36)	36	33	26	9	5
5;9 (N=36)	36	36	34	11	4
Ens (N=144)	142	129	92	22	11

3.5.5 Tableau 3b des réussites en fonction des cartes

G.A \ carte	1l	1c	2l	2c	3l	3c	4l	4c	5l	5c
4;3 (N=36)	35	34	32	30	14	16	5	3	2	0
4;9 (N=36)	36	36	32	30	21	23	3	10	5	8
5;3 (N=36)	36	36	34	34	28	29	10	19	6	19
5;9 (N=36)	36	36	36	36	35	34	12	27	9	26
Ens (N=144)	143	142	134	130	98	102	30	59	22	53

3.5.6 Tableau 3c des limites supérieures de dénomination

G.A \ dénomme jusqu'à	0	1	2	3	4	5	Irrégulier
4;3	1	4	17	13	0	0	1
4;9	0	5	12	15	1	1	2
5;3	0	3	7	16	5	4	1
5;9	0	0	2	22	8	3	1

Contrôles statistiques. Dans le tableau 3c ci-dessus, si l'on ne tient pas compte des irréguliers, z(4;3-4;9) = .943, z(4;9-5;3) = 2.185, et z(5;3-5;9) = 1.506. Seul le deuxième résultat est significatif (en o.t.).

3.6 Epreuve 4 : Comptage

3.6.1 Description

Stimuli. Les collections à compter sont des pastilles autocollantes posées sur des cartes, comme sur les cartes-lignes (voir l'épreuve de dénomination précédente). Pour les collections homogènes, les pastilles sont de couleur rouge. Pour la collection hétérogène de 5, la pastille centrale seulement est rouge, les 4 (deux de part et d'autre de la rouge) autres étant jaunes.

Procédures. Pour le comptage de la collection hétérogène, on demande d'abord à l'enfant (qui n'a encore été soumis à aucune autre épreuve de comptage) s'il sait déjà compter. S'il répond non (ce qui est rare), on affirme qu'il sait quand même un peu, et on l'encourage à essayer avec le doigt. S'il répond oui, on lui demande : "Tu sais compter tous ceux-là (avec le doigt) ?" en lui présentant la carte avec la collection hétérogène (la connaissance du Pca n'est pas vérifiée).

Dans les différents comptages des collections homogènes, on vérifie, si nécessaire, le principe cardinal par un test cardinal (Schaeffer, Eggleston et Scott, 1974) : aussitôt après un comptage non conclu on cache la collection et on demande à l'enfant "Alors il y en a combien ?". Pour ces comptages, en cas d'échec, l'enfant est invité à recommencer.

Le jugement d'un comptage non habituel est proposé à l'enfant après le premier comptage réussi de la collection homogène de 5 pastilles. On lui dit : "Toi tu les as comptées comme ça (E répète le comptage de l'enfant) - Mais avant un camarade a compté comme ça (E compte correctement en sautant d'un côté à l'autre de la ligne, terminant ainsi par la pastille centrale) : Est-ce que c'est juste comme il a compté ? (Est-ce qu'on a le droit de compter comme ça ?)"

Pour l'étude de la prédiction du résultat d'un comptage en sens inverse, la procédure suivie est la suivante : On rappelle à l'enfant, qui vient nécessairement de réussir le comptage de la collection homogène de 7 pastilles rouges, qu'il les a comptées "comme ça (E répète le début du comptage de l'enfant)", et on lui demande combien il a trouvé (si nécessaire, on le lui rappelle). Une fois qu'il a répondu "sept", on lui dit : "Maintenant si tu commences ici (E pointe le jeton* par lequel l'enfant avait terminé son comptage) et si tu les comptes tous comme ça (E commence un comptage-pointage en sens inverse de celui de l'enfant et, sans terminer sa phrase, incite l'enfant à essayer) - Essaie voir ! (L'enfant commence à compter et E l'arrête après 2 ou 3) - Si tu les compte tous comme ça (E survole du doigt le restant non compté de la collection et cache rapidement les 6 premiers), qu'est-ce que tu vas dire pour celui-là (le septième, le seul encore visible) ?". En cas d'échec, on recommence les dernières explications et on repose la question.

3.6.2 Codages

Pour la collection hétérogène, un comptage est codé "réussi" si l'enfant compte-pointe ensemble, de droite à gauche ou de gauche à droite, avec des mots de nombres mais éventuellement dans une suite non conventionnelle, les 5 pastilles. En particulier, il ne faut pas que l'enfant fasse deux comptages séparés, celui des jaunes et la rouge, du type "1, 2, 3, 4 jaunes et 1 rouge".
Pour les collections homogènes, un comptage est réussi si l'enfant, avec la coordination nécessaire, utilise la suite conventionnelle des nombres-mots en respectant le principe de correspondance terme à terme et le principe cardinal.
Pour le jugement du comptage non-habituel et pour la prédiction du résultat d'nn comptage en sens inverse, la définition des réussites est évidente.

*les pastilles étaient appelées ronds, jetons, pions,... par les enfants (ceci explique l'utilisation tantôt du féminin, tantôt du masculin).

3.6.3 Tableau 4 des réussites (en taux) aux épreuves de comptage

G.A \ Comptage	de 2 (1)	de 3 (1)	de 5	de 7 (1)	coll. hété.	non-habituel (2)	sens inverse (2)
4;3	.72	.64	.39	.17	.86	.43 (14)	.17 (6)
4;9	.78	.67	.44	.39	.92	.25 (16)	.43 (14)
5;3	.97	.97	.86	.75	.97	.48 (31)	.56 (27)
5;9	.97	.97	.97	.89	1.00	.57 (35)	.59 (32)

Notes. (1) On suppose, ici et dans d'autres tableaux, qu'un enfant qui sait compter n, sait aussi compter tous les nombres $< n$, et qu'un enfant qui ne sait pas compter n, ne sait pas non plus compter les nombres $> n$.
(2) Le nombre d'enfants à partir duquel sont calculés les taux de cette colonne variant d'un G.A à l'autre, nous l'avons indiqué entre parenthèses. Pour toutes les colonnes sans (2), il est de 36.

Contrôle statistique. Pour le comptage de 5, χ^2_1 (4;9 - 5;3) = 13.79 sign.

3.6.4 Remarque

Il est intéressant de comparer les résultats de cette expérience (datée 1984 dans le tableau ci-dessous) à ceux obtenus antérieurement (datés en 1981). Voici le tableau comparatif des taux de réussite (32 enfants par G.A pour l'expérience 1981, et 36 pour la présente expérience) à différents tests de comptage.

G.A	Expérience	COMPTAGE de 3	de 5	de 7	sens inverse
4;3	1981	.59	.50	.34	.00
	1984	.64	.39	.17	.17
4;9	1981	.78	.56	.38	.11
	1984	.67	.44	.39	.43
5;3	1981		.88	.63	.35
	1984	.97	.86	.75	.56
5;9	1981		.97	.78	.48
	1984	.97	.97	.89	.59

Comme nous ne reviendrons pas sur ce tableau, précisons que ces résultats nous paraissent en général comparables, et que la supériorité, à tous les âges, des sujets de la présente étude pour le test de prédiction du résultat d'un comptage en sens inverse, s'explique probablement par la technique différente qui a été utilisée. Néanmoins, et bien que cette dernière soit inspirée de Gréco (1962b),

nous n'avons pas tout à fait retrouvé le niveau des résultats de ce dernier. En effet, nous n'avons qu'un taux de réussite de .55 pour l'ensemble de nos sujets (âgés de 4;6 à 5;12 et ayant su compter 7), contre .83 (à la question la plus comparable à la nôtre) pour les 23 sujets (de 4;6 à 5;8 et chez qui la numération était assurée) de Gréco (p.158-159).
Rajoutons à cela que, pour le comptage de 5 et avec des critères d'attribution simplifiés par rapport à ceux de Fischer (1981, p.286), nous avons également retrouvé le fait que le principe cardinal est postérieur aux deux autres principes du Comment compter : le Pca a été significativement moins souvent respecté que le principe d'ordre stable dans le G.A 4;3 ($\chi^2_M = 4.00$) et que le principe de correspondance terme à terme chez les enfants de 4 ans ($\chi^2_M = 16.69$).

3.7 Epreuve 5 : Récitation

3.7.1 Notations

Nous disposons pour presque chacun des 144 enfants de trois récitations que nous noterons R1, R2 et R3, la récitation R2 ayant été obtenue quelques dizaines de secondes après R1, et R3 quelques jours après. Précisons que les enfants qui s'arrêtaient sans s'être trompés dans leur récitation ont été encouragés à continuer, mais que nous ne tenons pas compte des parties non conventionnelles qu'a pu produire un enfant après ces encouragements, ni non plus de quelques récitations pour lesquelles l'enfant n'était visiblement pas allé au bout de ses possibilités.

Nous noterons aussi :

Si la suite maximale parfaite contenue dans Ri;

n_i le dernier nombre-mot de Si ($n_i = 0$ si la récitation de l'enfant ne commence pas par un);

Max = maximum(n_1, n_2, n_3);

card(p.n.c.) le cardinal de la partie (ordonnée) non conventionnelle stable respectivement de R1 à R2, de (R1 ou R2) à R3 et de (R1 et R2) à R3.

Analysons par exemple les 3 récitations de Céc(5;8) :

R1 : 1,......, 18, 21, 22, 23, 24, 26.

R2 : 1,......, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26.

R3 : 1,......, 18, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 40.

Nous avons : S1 (=S2 = S3) est la suite 1,......,18; $n_1=n_2=n_3=18$; Max = 18; card(p.n.c. stable de R1 à R2) = 4; card(p.n.c. stable de (R1 ou R2) à R3) = 6, et card(p.n.c. stable de (R1 et R2) à R3) = 4.

3.7.2 Tableau 5a des répartitions (en nombres) des maxima de récitation

G.A. \ Max	≤ 5	>5 et ≤ 10	>10 et ≤ 15	>15 et ≤ 20	>20 et ≤ 30	>30
4;3	15	11	8	1	1	0
4;9	11	6	13	3	1	2
5;3	4	6	12	6	4	4
5;9	2	4	12	3	6	9
Ens.	32	27	45	13	12	15

Contrôles statistiques. z(4;3-4;9) = 1.798 sign. (o.t.), z(4;9-5;3) = 2.284 sign. (o.t.), et z(5;3-5;9) = 1.511 non sign. (o.t.).

Remarque. Dans le G.A 4;3, les plus grandes valeurs de Max ont été obtenues par des filles. En conséquence, nous avons calculé également z(filles de 4;3 - garçons de 4;3) = -2.522 sign. (t.t.).

Remarquons que cette supériorité significative des filles dans la récitation de la suite des mots de nombres va dans le sens de l'une des rares différences psychologiques bien établies (cf. Chiland, 1979 p.130) entre sexes, à savoir une supériorité verbale des filles, ou, plus précisément ici, une moindre précocité dans le développement du langage chez les garçons (cf. Chiland et Lebovici, 1981 p.65).*

3.7.3 Tableau 5b des distributions (en nombres) des cardinaux des p.n.c stables (en fonction de l'âge et des modalités de stabilité)

Card	Partie non conventionnelle stable de R1 à R2			(R1 ou R2) à R3			(R1 et R2) à R3		
G.A.	0	1,2,3	≥ 4	0	1,2,3	≥ 4	0	1,2,3	≥ 4
4;3	20	9	7	17	10	9	23	8	5
4;9	18	8	9	19	7	10	26	4	5
5;3	23	6	5	25	3	6	27	3	4
5;9	25	4	2	24	4	7	25	4	2
Ens.	86	27	23	85	24	32	101	19	16

*Dans les tableaux de Maccoby et Jacklin (1974) - un livre de référence dans le domaine -, nous n'avons pas trouvé de comparaison filles-garçons pour la récitation de la suite des mots de nombres : les épreuves d'énumération (p.88) du tableau des habiletés quantitatives sont des épreuves de pointage (sans comptage).
Dans ce dernier livre - ou, plus spécifiquement, dans Harris (1977) - on trouvera aussi des considérations sur les explications de la différence.

3.8 Epreuve 6 : Choix

3.8.1 Description

Matériel. Les enfants ont à choisir entre deux rangées de smarties (1.4 cm de diamètre) toujours (sauf pour le choix 1-2) présentées de telle manière que la rangée la plus longue (13.5 cm) dépasse l'autre (11 cm) des deux côtés, tout en contenant un bonbon de moins. Sinon, la présentation est analogue à celle (décrite dans le paragraphe 3.2.1) de l'entraînement.
En tout, six choix ont été proposés : les choix 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6, et 6-7. Pour un choix donné, tous les bonbons ont la même couleur, mais cette dernière peut varier d'un choix à l'autre (toutes les couleurs habituelles des smarties ont été utilisées).

Procédure. Lors de la première séance, l'enfant fait deux choix, non consécutifs : 3-4 et 4-5. S'il réussit* 2 (resp. 1, 0) de ces choix, on lui propose les choix 5-6 et 6-7 (resp. 2-3 et 5-6, 1-2 et 2-3) lors de la deuxième séance. Pour chaque choix, et chaque G.A, un quart des enfants fait ce choix en premier (lors d'une séance) avec la rangée gagnante à l'avant. En permutant l'ordre des deux choix et la position de la rangée gagnante, on obtient les modalités du choix pour les trois autres quarts. E dit à l'enfant : "Tu vois, j'ai de nouveau fait deux rangées : une comme ça (E survole une des rangées avec son index) et une comme ça (E survole l'autre rangée). Alors regarde bien : laquelle tu voudrais ?"

3.8.2 Tableau 6 des choix "réussis"

choix / G.A	1 - 2	2 -3	3 - 4	4 - 5	5 - 6	6 - 7
4;3	6/6=1.00	22/24=.92	26/36=.72	16/36=.44	13/30=.43	8/12=.66
4;9	2/4= .50	20/22=.91	25/36=.69	21/36=.58	22/32=.69	11/14=.79
5;3	1/1=1.00	8/9 =.89	35/36=.97	27/36=.75	26/35=.74	18/27=.67
5;9	0/1= .00	13/15=.87	30/36=.83	26/36=.72	27/35=.77	17/21=.81
Ens.	9/12=.75	63/70=.90	116/144=.81	90/144=.62	88/132=.67	54/74=.73

Note : Vu la procédure suivie, seules les colonnes 3-4 et 4-5 sont strictement comparables.

Contrôles statistiques :

- pour le choix 3-4 : χ^2_1(4ans - 5 ans) = 8.69 sign.
- pour le choix 4-5 : χ^2_1(4ans - 5 ans) = 7.59 sign.
- enfin, pour l'ensemble des enfants, nous avons vérifié que tous les choix, hormis le choix 1-2, s'écartent significativement du hasard.

*Par commodité, et parce que nous croyons que les tentatives de choisir le plus grand nombre devraient être statistiquement les plus fréquentes, nous disons qu'un enfant a réussi un choix s'il a choisi le plus de smarties. Mais, bien entendu, aucune conclusion ne peut être tirée, au niveau individuel, de la simple "réussite" (ou de l' "échec") à un (ou plusieurs) choix au cours de cette épreuve.

3.8.3 Patterns de choix

Nous appelons réussite totale les quatre choix réussis d'un même enfant (d'après la procédure suivie, il s'agit nécessairement des choix 3-4, 4-5, 5-6 et 6-7, pas nécessairement dans cet ordre), et pattern numériquement irrégulier le pattern des choix d'un enfant qui a réussi (au moins) un choix numériquement supérieur à un autre (au moins) auquel il a échoué.

Avec ces définitions, nous avons dénombré :

- 5 réussites totales et 13 patterns numériquement irréguliers dans le G.A 4;3
- 9 " " " 18 " " " " " " 4;9
- 15 " " " 7 " " " " " " 5;3
- 16 " " " 12 " " " " " " 5;9

(rappelons qu'il y avait 36 enfants par G.A).

Chapitre 4 :

EXPERIENCE PRINCIPALE : Discussion des hypothèses, commentaires et conclusions.

"Je conçois combien préférables seraient des connaissances intuitives, spontanées, acquises sans nulle peine, par simple bavardage, sans souci de contradictions. Le malheur est que de telles connaissances n'existent pas : on brasse le néant."

P. Couderc

4.1 Examen des hypothèses initiales

4.1.1 Hypothèse 1a : Subitiser $\Rightarrow$ Compter

Comme l'hypothèse est formulée avec le verbe "subitiser", il nous faut d'abord remarquer que l'épreuve de dénomination ne peut pas être considérée comme une épreuve de subitizing, puisque les temps de réaction n'ont pas été contrôlés. D'ailleurs certains enfants ne se sont pas privés de compter extérieurement et ont donc pu réussir la dénomination d'un nombre sans subitiser ce dernier. Néanmoins, la formulation de la consigne - on demande à l'enfant de juste dire combien il a vu - et la limitation du temps d'exposition ont fait que cette épreuve a été perçue comme une épreuve de subitizing par beaucoup d'entre eux. De plus, et surtout, un enfant qui ne réussit pas à dénommer un nombre, logiquement ne le subitise pas non plus. Cette dernière considération nous permet donc malgré tout de faire un certain nombre de remarques sur le subitizing.

Pour tester l'hypothèse 1a, nous pouvons regarder si un enfant qui réussit la dénomination d'un nombre n lors de l'épreuve de dénomination, sait aussi compter ce nombre. Construisons donc, pour les enfants de 4 ans (car ceux de 5 ans ont tous su, à 4 exceptions près, au moins compter 3 et dénommer 2), les tableaux 7a (pour n=2) et 7b (pour n=3) suivants, ainsi que, pour l'ensemble des enfants, le tableau 7c (pour n=4, en admettant compter 5 $\Rightarrow$ compter 4) :

		a su compter 2	
		oui	non
a su dénommer 2	oui	50	10
	non	4	8

Tableau 7a

		a su compter 3	
		oui	non
a su dénommer 3	oui	28	4
	non	19	21

Tableau 7b

		a su compter 5	
		oui	non
a su dénommer 4	oui	22	0
	non	74	48

Tableau 7c

Pour le tableau 7a, nous pensons que les 4 contre-exemples à l'implication logique (compter 2) $\Rightarrow$ (dénommer 2) correspondent davantage à des comportements instables ou inadéquats (pour une analyse détaillée, voir Annexe 2) de certains de nos sujets au cours de l'épreuve de dénomination, qu'à l'existence d'une route, passant par le comptage, pour arriver à la dénomination de 2. Comme i.i = -1.67, nous pouvons donc admettre la quasi-implication

(compter 2) $\underset{q}{\Rightarrow}$ (dénommer 2).

Pour le tableau 7b, par contre, nous pensons que sur les 4 contre-exemples à l'implication logique (dénommer 3) $\Rightarrow$ (compter 3), 2 au moins sont, avec notre codage, indiscutables (voir ci-après). Comme de plus, par suite d'une insuffisance de notre test cardinal (voir remarques ci-après), 4 risque de n'être qu'un minorant du cardinal de l'ensemble des enfants sachant dénommer 3 mais ne sachant pas le compter, une décision statistique, au vu du tableau 7b, de l'admissibilité de la quasi-implication (dénommer 3) $\underset{q}{\Rightarrow}$ (compter 3), pourrait être trompeuse et/ou illusoire : nous l'éviterons donc.

Enfin, le tableau 7c paraît d'une rare éloquence : aucun enfant, qui n'a pas par ailleurs réussi à compter 5, n'a dénommé 4.

Regardons maintenant si les 10 (resp. 4) enfants du tableau 7a (resp. 7b) qui ont réussi à dénommer 2 (resp. 3) sans savoir aussi le compter, sont des contre-exemples convaincants à l'hypothèse 1a, étant entendu que le 0 trouvé dans le tableau 7c était prédit par cette dernière :

- sur les 10 enfants du tableau 7a, 3 ont échoué seulement au test cardinal lors du comptage de 2, alors que les 7 autres n'utilisaient pas la suite conventionnelle lors de ce dernier. Exemples :

  Sop(4;6$^-$), qui a dénommé correctement les huit collections 2, compte-pointe ce dernier nombre : "Deux, deux" - (E lui demande :) Alors il y en combien ? "Deux" - Mais c'est comme ça qu'on compte ? "Il y en a deux" - Comment on compte ? (elle les recompte-pointe :) "Trois, deux" - Alors il y en a combien ? "Trois, deux" - Avec lequel on commence pour compter ? "Avec trois, deux" - Non : avec un on commence ! (Sop spontanément :) "Il y en a deux";

  Jao(4;1) a pour sa part dénommé correctement sept des huit collections 2. Il compte-pointe 2 : "Un, huit" - Alors il y en a combien ? "Deux". Deuxième essai pour compter-pointer 2 : "Huit, sept" - Alors il y en a combien ? "Treize" - Tu crois ? (pas de réponse. E enlève alors sa main qui couvrait les deux pastilles à compter et insiste :) Il y en a treize là ? C'est treize ça ? Il y en a combien ? "Deux" - Alors compte-les bien ! "Huit, treize" - Alors combien ? "Deux".
- sur les 4 enfants du tableau 7b, 2 ont dénommé "trois" plusieurs des collections supérieures à 3 : on ne peut donc guère dire qu'ils subitisent 3, mais il faut plutôt penser qu'ils ont une fausse définition (tout ce qui est supérieursà 2) de 3; un autre a seulement échoué au test cardinal lors du comptage de 3 (pour cet enfant, nous ne pouvons cependant pas exclure une reconnaissance du nombre passant par les doigts d'une main), et le dernier semble avoir fait des caprices lors du comptage de 3.

L'examen de ces 12 enfants (2 appartiennent à la fois aux 10 et aux 4) montre donc que la plupart des 10 enfants du tableau 7a sont des contre-exemples assez convaincants à l'hypothèse 1a, mais que les 4 enfants du tableau 7b le sont beaucoup moins. En conséquence, et en conclusion de cette discussion de l'hypothèse 1a, nous dirons que nos résultats sont en accord avec un modèle de la dénomination des premiers nombres qui donnerait à 1 et 2 (et peut-être 3) un statut particulier* et qui, pour les nombres supérieurs à 2 (ou en tout cas 3), rejoindrait l'hypothèse 1a.

Remarques :

Dans nos analyse et interprétation des tableaux 7a et 7b ci-dessus, nous essayons de tenir compte du fait qu'une réussite à notre test cardinal (voir le 3.6.1) ne donne pas une preuve convaincante qu'un enfant qui subitise déjà un nombre, disons 2, connaît la règle cardinale. En effet, un tel enfant pourrait, lors du test cardinal pour le comptage de 2, répondre 2, non pas en déduisant sa réponse de son comptage, mais en se rappelant le nombre qu'il avait subitisé initialement. Par contre, nous ne pensons pas que la netteté du tableau 7c puisse être attribuée, ne serait-ce qu'en partie, à cette insuffisance du test cardinal.

Markman (1979) ayant trouvé une différence de réussite significative suivant que l'on présente l'ensemble à compter et la question cardinale en termes de classe (dans notre cas la question cardinale serait : Combien y a-t-il de ronds ?) ou en termes de collection (dans notre cas : Combien y a-t-il de ronds sur la carte ?), nous voudrions préciser : d'une part, que notre question cardinale (Alors il y en a combien ?) laissait l'enfant libre de l'interpréter en termes de classe ou de collection; d'autre part, que les sujets de Markman qui échouent lorsque la question est posée en termes de classe, typiquement, recomptent les objets, alors que nous-même avons "découragé" un tel recomptage en cachant les objets.

*L'important écart - 1 an 3 mois - trouvé dans Fischer (1981) entre les dénominations de 2 et 3, opposé aux 4 mois de différence seulement entre celles de 3 et 5, nous inciterait à limiter ce statut particulier à 1 et 2. Notons d'ailleurs que Filbig (1923, tableau p.167) avait lui aussi trouvé un écart de 10 mois entre l'appréhension simultanée de 2 et celle de 3.

4.1.2 Hypothèse 1b : Ecart Comptage ⟹ Ecart Subitizing

Une comparaison avec les expériences de Gelman et Gallistel (1978, p.128-129) et de Cuneo (1982, p.30) montre que les sujets de 3 ans (resp. 3;10) de Gelman et Gallistel (resp. Cuneo) ont réalisé des performances en comptage à peu près comparables (resp. supérieures) à celles de nos sujets de 4 ans. Et le fait qu'à 5 ans les résultats se rejoignent s'explique probablement par un effet plafond (tous les taux sont supérieurs à .80). L'écart en comptage confirmé, nous pouvons maintenant donner le tableau 8 (comparaison des performances en dénomination), en précisant que, pour des raisons de meilleure comparabilité, nons n'avons tenu compte, dans la présentation de nos propres résultats (= F), que de la première présentation des collections en ligne.

Exp.	âge moyen	nombre sujets	nombre à dénommer 2	3	4	5
G	3;7	48	.69	.58	.19	.17
C	3;10	20	.90	.95	.20	.50
G	4;5	48	.92	.77	.48	.35
F	4;6	72	.89	.53	.17	.12
C	4;8	20	1.00	1.00	.80	.45
G	5;3	48	.98	.90	.69	.48
F	5;6	72	.99	.90	.29	.25
C	5;9	20	1.00	1.00	.85	.80

Tableau 8 : Comparaison des performances en dénomination

Sur le tableau 8, on voit que les sujets de 3;7 de Gelman et Tucker (1975, p. 170 : = G) réalisent, sauf pour 2, des performances comparables, voire supérieures, à celles de nos sujets de 4;6. Les sujets de 3;10 de Cuneo (1982, p. 30 : = C), quant à eux, réalisent des performances systématiquement, et parfois nettement, supérieures à celles de nos sujets de 4;6. Remarquons d'ailleurs que, dans ce tableau 8, on retrouve bien, au niveau des enfants de 5 ans et lorsque les taux ne sont pas tous supérieurs à .80, c'est-à-dire pour les nombres 4 et 5, un écart important entre nos sujets et ceux de Gelman et Tucker ou Cuneo.

Vu les écarts importants observés dans le tableau 8, et malgré la difficulté de ce genre de comparaisons, nous pensons pouvoir conclure que l'hypothèse 1b est confirmée, et donc que l'idée que les enfants qui apprennent à compter plus tardivement que d'autres seraient supérieurs à ces derniers dans une épreuve favorisant une appréhension perceptive du nombre, ne s'est pas révélée exacte.

4.1.3 Hypothèse 2 : Choix

Il n'aura échappé à personne que l'hypothèse 2 est formulée de manière très générale, alors qu'elle est testée dans des conditions particulières permettant notamment une comparaison directe, parfois facile comme dans le cas du choix 2-3. Dans ces conditions, il était relativement aisé de prévoir* que la quasi-totalité de nos sujets de 4 ou 5 ans allait réussir ce dernier choix.
Nous tenons donc à souligner que Gelman et Gallistel :

- d'une part (p.222), pour illustrer leur perplexité au sujet d'une procédure basée sur la reconnaissance de formes dans l'estimation numérique, se sont précisément référés au fait que l'enfant arrive à trouver la rangée la plus nombreuse entre une rangée de 2 et une rangée, plus courte, de 3. Ils admettent donc implicitement que, même pour des nombres aussi petits, l'enfant passe par une représentation absolue du nombre pour réussir une telle comparaison;
- d'autre part (p.165-166), après avoir analysé, juste auparavant, la comparaison de collections simultanément présentes, concluent bien que en "comparant des petites collections les jeunes enfants reconnaissent si leurs numérosités sont égales ou non", et poursuivent : "Si les ensembles ne sont pas numériquement équivalents, alors les enfants raisonnent comme suit : Si $x > y$, alors l'ensemble avec x objets est plus nombreux; si $y > x$, alors l'ensemble avec y objets est plus nombreux", en rajoutant : "Les représentations x et y semblent obtenues par une procédure de comptage".

Ainsi, il nous semble que l'infirmation de l'hypothèse 2, c'est-à-dire le fait de trouver des enfants n'ayant pas su compter un nombre n et ayant néanmoins réussi certains choix dans lesquels au moins un nombre supérieur ou égal à n est impliqué, serait une objection sérieuse à leur théorie. Or, précisément,

*Ceci justifie également, du moins pour le choix 2-3, le fait que les probabilités que nous indiquons par la suite sont des probabilités d'obtenir, au hasard, au moins autant de réussites (plutôt que d'obtenir une distribution au moins aussi dissymétrique), tout comme on utilise un test en one-tailed lorsqu'on a prévu la direction du résultat.
Pour le choix 6-7 on pouvait également pronostiquer la réussite, car tous les enfants à qui ce choix a été proposé avaient réussi, au cours de la séance antérieure, les choix 3-4 et 4-5. Enfin, pour le χ^2 un tel problème ne se pose pas : il est, de manière inhérente, two-tailed.

nous avons trouvé que : les enfants de 4 ans n'ayant pas su compter 2 ont réussi le choix 2-3 (resp. 6-7) mieux que le hasard (probabilité = .01 (resp. .03)); les enfants n'ayant pas su compter 5 ont réussi le choix 5-6 (resp. 6-7) mieux que le hasard (χ^2_1 = 4.33 (resp. probabilité = .01)); les enfants n'ayant pas su compter 7 ont réussi le choix 6-7 mieux que le hasard (χ^2_1 = 7.35). Notons également que, sur les 20 enfants n'ayant pas su compter 2, 6 sont auteurs de réussites totales à cette épreuve. Nous pensons donc que <u>l'hypothèse 2</u>, dans sa généralité, <u>peut être rejetée</u>.

<u>Remarque</u>. D'autres résultats obtenus à l'épreuve de choix seraient compatibles avec l'hypothèse que les enfants utilisent une procédure de comptage. En particulier, les faits que :

- le nombre de réussites diminue significativement (χ^2_M= 11.66) en passant du choix 3-4 au choix 4-5;
- le taux des réussites totales (= .39) des enfants ayant su compter 7 est significativement (χ^2_1 = 5.20) supérieur à celui (= .22) des autres enfants;
- le taux de réussite .73 (resp. .76) des enfants ayant su compter 5 (resp. 7) est significativement (χ^2_1= 13.33 (resp. 13.51)) supérieur à celui .42 (resp. .46) des autres pour le choix 4-5;
- la proportion de patterns irréguliers (qui pourraient s'interpréter comme des erreurs de comptage) est relativement importante.

Mais tous ces derniers faits sont également compatibles avec d'autres hypothèses, par exemples l'utilisation d'heuristiques perceptives (Mehler, 1971), de stratégies perceptives (Siegel, 1982), ou encore de règles (Cuneo, 1982). Et ces dernières hypothèses ont l'avantage d'être également compatibles avec les premiers résultats mentionnés, ainsi qu'avec nos observations directes des enfants. Celles-ci nous ont en effet permis de remarquer que seul l'un ou l'autre brillant sujet a compté au cours de cette épreuve de choix. Et ceci laisse penser que d'autres sujets, moins brillants et n'ayant pas extériorisé de comptage, n'ont pas non plus compté de manière intériorisée.
Par contre, les affirmations de Piaget (1968, p.976), à savoir que "à un stade antérieur (au stade de la conservation opératoire), les enfants jugent une collection plus nombreuse qu'une autre aussitôt que la ligne formée est de plus grande longueur", et que c'est une "dominance de considérations ordinales qui sous-tend les évaluations quantitatives de et par la longueur entre les âges de 3-4 et 6-7", sont nettement contredites. En effet, si elles étaient vraies (dans leur généralité), nous aurions dû trouver beaucoup d'enfants échouant d'abord à 3-4 et 4-5, puis échouant encore à 2-3 et réussissant à 1-2 : nous n'en avons trouvé qu'un seul (sur les 144 qui auraient pu suivre un tel pattern) !

4.1.4 Hypothèse 3 : Homogénéisation

Le tableau 4 (voir le 3.6.3) montre que les réussites au comptage de la collection hétérogène sont, dans tous les G.A, supérieurs au taux de .85 : Les enfants ont donc presque tous compté "normalement", i.e d'un côté vers l'au- et sans introduire de noms de couleurs. Précisons que sur les neuf échecs, quatre enfants ont "compté" en indiquant (correctement ou non) pour chaque pastille sa couleur, deux se sont contentés d'indiquer les deux couleurs en présence, un a commencé à compter avec des noms de nombres mais a terminé (à partir de la pastille rouge) en indiquant la couleur des trois dernières pastilles, un a commencé son comptage par la pastille rouge, enfin une dernière a dit ne pas arriver à les compter. De plus, il faut dire que tous ces neuf enfants semblaient vraiment au début de leur apprentissage du comptage (deux seulement d'entre eux savaient réciter la suite des mots de nombres au-delà de trois) et éprouvaient en général des difficultés analogues pour compter la collection homogène de 5 : il n'est donc pas sûr que ce soit spécifiquement le principe d'abstraction qui leur faisait défaut.
En conclusion, on peut donc dire que l'hypothèse 3 est largement confirmée, et que, dans nos conditions expérimentales, les observations de Gast (voir le 3.1.5) n'ont pas été retrouvées. En effet, aucun de nos sujets de 4 ans (ni des autres d'ailleurs) n'a fait des comptages rythmés semblables à ceux typiques des sujets de 3-4 ans de Gast (1957).

4.1.5 Hypothèse 4 : Raisonnement $\Rightarrow$ Représentation

Pour discuter l'hypothèse 4, nous nous appuierons sur les résultats aux épreuves 1 et 2. En effet, une analyse des problèmes imagés ou des jeux numériques montre qu'il n'est pas nécessaire, pour les réussir, d'extraire les numérosités absolues des différents nombres impliqués (sauf 1 et 2 dans les jeux numériques : mais presque tous les enfants de 5 ans, seuls concernés par cette épreuve, les connaissaient). Autrement dit, un enfant qui ne sait pas trouver une représentation de la numérosité spécifique - ou qui se trompe comme dans l'exemple suivant - peut très bien, si l'hypothèse 4 n'était pas bonne, réussir à ce type d'épreuves. Exemple :

> Flo(4;4) a réussi le problème $Oeu^{+}(2,1)$ en posant l'image avec 3 oeufs, mais raconte (en confondant oeufs et noisettes) :
>
> "Il y a deux noisettes.
> Le lapin arrive : il en met une autre.
> Et après il y en a deux."
>
> Tu es sûr ? "Oui : il y en avait deux." - Et après ? "Il y en a pareil, mais il y en a un autre." - Et alors ? "Ca fait deux."

D'où les questions : Y a-t-il des enfants qui ont réussi de manière significative aux problèmes imagés (resp. jeux numériques) sans avoir montré aussi certaines capacités à l'épreuve de comptage (resp. dénomination) ?
Avant d'essayer d'y répondre, précisons que la discussion de la réussite aux problèmes imagés (resp. jeux numériques) en fonction des capacités de comptage (resp. dénomination) est induite par la procédure suivie dans l'épreuve des problèmes imagés (resp. jeux numériques) où, rappelons-le, l'enfant avait tout le temps de répondre et donc de compter (resp. n'avait pas le temps de compter la première collection présentée).
Donnons maintenant, pour les 96 enfants ayant participé à l'épreuve 1 des problèmes imagés, les tableaux 9a et 9b suivants :

a réussi au moins 9 problèmes imagés	a su compter 7 : oui	a su compter 7 : non
oui	28	4
non	26	38

Tableau 9a

a réussi au moins 10 problèmes imagés	a su compter 7 : oui	a su compter 7 : non
oui	25	1
non	29	41

Tableau 9b

Le tableau 9a permet de vérifier que la quasi-implication (réussir 9 problèmes imagés) $\underset{q}{\Longrightarrow}$ (savoir compter 7) est admissible (i.i = -2.67). Mais ce qui est peut-être encore plus intéressant, c'est le fait que, si l'on est un peu plus exigeant quant à la signification des réussites aux problèmes imagés, i.e si l'on exige que le nombre total de réussites d'un enfant soit au moins 10 (ce qui correspondrait à un choix de .01 comme seuil de signification), alors le tableau 9b montre qu'un seul des 96 enfants a réussi 10 problèmes ou plus sans avoir su également compter 7.
Pour les 72 enfants de 5 ans ayant participé aux jeux numériques, nous en avons relevé 12 qui ne sont pas arrivés à dénommer les nombres jusqu'à 3 au moins (dont 3, il est vrai, ne sont même pas arrivés à 2) : aucun de ces 12 enfants n'a réussi 10 jeux ou plus (sur 18). Nous n'avons donc pas trouvé, dans cette épreuve et parmi ces 72 sujets, de contre-exemple convaincant à l'hypothèse 4. En conséquence, les résultats aux épreuves 1 et 2 semblent converger en faveur d'une <u>acceptation de l'hypothèse 4</u>.

4.1.6 Hypothèse 5 : Ordre indifférent

En regardant le tableau 4 (voir le 3.6.3) on est en premier étonné par le fait que le taux de réussite des enfants du G.A 4;3, au test de jugement d'un comptage non habituel, est supérieur (l'hypothèse nulle ne peut toutefois être rejetée : p = .259 avec un test de Fisher) à celui des enfants du G.A 4;9. Un tel résultat peut, peut-être, trouver une explication dans la procédure expérimentale (seuls les enfants ayant su compter 5 ont été soumis à ce test) et dans la tendance générale, mise en évidence par Briars et Siegler (1982, p. 8), des plus jeunes enfants à juger (davantage que les grands) corrects des comptages non habituels.

Néanmoins, et en nous limitant aux enfants de 5 ans, on peut dire que le taux de réussite (= .53) de ces derniers est encore loin (d'autant que 6 enfants, qui n'avaient pas su compter 5, n'ont pas été soumis à ce test) du taux de .75 souvent admis comme critère d'acquisition. De plus, ces réussites ne s'écartent pas significativement du hasard. Nous en concluons que l'hypothèse 5 qui prédisait que les enfants, au moins ceux de 5 ans, jugent correct un comptage non habituel, peut être rejetée.

Remarque. Il faut dire que certains enfants ont probablement jugé l'aspect pratique du comptage non habituel. En témoignent cette réponse embarrassée de Son(5;9) : "Oui (= c'est juste), mais il faut faire comme ça (elle refait un comptage standard d'un côté vers l'autre)", ou encore celle de Cat(5;5) : "Non (= c'est faux)" - Pourquoi ? " Parce que j'aime pas quand on compte (elle répète le comptage non habituel de E)" - Mais c'est juste quand même ? "Un petit peu". Mais il faut dire aussi que, à une ou deux exceptions près, aucun enfant n'a su justifier sa réponse correcte par référence à un principe du comptage. De plus, certains ont donné l'explication insuffisante (et logiquement fausse) consistant à dire que le comptage est juste parce que le résultat auquel il conduit l'est.

4.1.7 Hypothèse 6 : Propriétés des suites idiosyncrasiques

Stabilité. Le tableau 5b montre une différence, entre les enfants de 4 ans et ceux de 5 ans, dans les parties non conventionnelles (p.n.c) stables : cette différence est significative pour la stabilité de R1 à R2 ($\chi^2_2 = 6.26$) et pour celle de (R1 ou R2) à R3 ($\chi^2_2 = 7.21$), mais ne l'est plus pour la stabilité de R1 à R2 et R3 ($\chi^2_2 = 1.27$).

Structure. Nous avons relevé que :

- sur les 421 valeurs de n_i (voir définition dans le 3.7.1), quatorze est d'assez loin (devant quinze que nous avons trouvée 35 fois) la plus fréquente (nous la retrouvons 62 fois);
- 4 p.n.c stables suivent une suite parfaite jusqu'à 14 et commencent par 16, et 4 autres suivent une suite parfaite jusqu'à 15 et commencent par 17 (sur un total de 35 p.n.c stables de R1 à R2 et R3);
- les 3 cardinaux de p.n.c stables de R1 à R2 et R3 les plus importants sont, en grande partie, la conséquence d'une omission* de nombres-mots se terminant par 9. Ainsi, Oli(5;5) a récité :

  1,......,18,20,...,28,30,...,38,30,...,38,30,.. lors de R1

  Céd(5;4) : 1,....,14,5,16,17,18,20,...,28,40,...,48,40,.. lors de R2

  Fer(4;11) : 1,.......,38,40,...,48,50,...,58,40 lors de R3,

  ces trois enfants ayant bien entendu reproduit, pour une grande part, les mêmes erreurs lors de leurs trois récitations.

*Nous avions déjà remarqué (Fischer, 1981 ou 1982) cette fréquente omission des mots de nombres se terminant par neuf. Hendrickson (1979, p.10) a également relevé cette particularité de la récitation chez un enfant qui sautait de 28 à 30 et de 38 à 40. Mais en général ce phénomène ne semble guère avoir été remarqué, et donc analysé, par les psychologues de l'enfant. Par contre, Nairne et Healy (1983) ont récemment observé un phénomène comparable (à notre avis) chez des adultes : en récitant la suite des nombres à l'envers, une erreur systématique de ces derniers a été l'omission des mots de dizaines (par exemple, ils passaient de 81 à 79 et sautaient donc 80). A la recherche de la dizaine précédente les adultes semblent fréquemment oublier le dernier nombre (dont l'écriture se termine par 0) de la dizaine actuelle, tout comme les jeunes enfants à la recherche de la dizaine suivante oublient le dernier nombre (se terminant par 9) de la dizaine qu'ils sont en train de réciter.

Opérationnalité. Nous pouvons d'abord remarquer que, sur les 6 enfants qui ont une p.n.c stable de R1 à R2 et R3 et une partie parfaite inférieure à 5, aucun n'a réussi à compter 5 (au sens fort, i.e avec Pca) avec la suite idiosyncrasique (abréviation : s.i) relevée lors des récitations. Intéressons-nous maintenant exclusivement à l'épreuve 4 de comptage. Lors du comptage de 5, 32 enfants n'ont pas compté avec la suite conventionnelle jusqu'à 5. Mais 11 seulement d'entre eux ont compté correctement (i.e respecté les principes de correspondance terme à terme et cardinal) avec une s.i : nous dirons que leur s.i a été opérationnelle. Exemples :

> Seb(4;4) compte les 5 pastilles "1, 2, 3, 6, 7" - Alors il y en a combien ? "7", puis au deuxième essai "2, 3, 4, 6, 7" - Alors il y en a combien ? "7";
>
> Sté(5;3) compte "1, 2, 3, 4, 11" - Alors il y en a combien ? "11", puis au deuxième essai "1, 2, 3, 11, 12" - Alors il y en a combien ? "12".

En analysant alors les s.i produites lors du comptage de 5, et aussi, de manière analogue, celles produites lors des comptages de 7, 3 et 2, nous avons trouvé que :

- pour le comptage de 7, 8/10 = .80 des s.i ont été opérationnelles
- pour le comptage de 5, 11/32= .34 des s.i ont été opérationnelles
- pour le comptage de 3, 1/16 = .06 des s.i a été opérationnelle
- pour le comptage de 2, 0/13 = .00 des s.i a été opérationnelle

Il semble donc que ce soient surtout les enfants déjà bons compteurs (rappelons que seul les enfants ayant su compter parfaitement 5 ont été soumis au comptage de 7), mais qui n'ont pas encore une partie de suite conventionnelle suffisamment longue, qui produisent des s.i opérationnelles. Exemples (pour le comptage de 7) :

> Lae(4;5) compte "1, 2, 3, 4, 5, 6, 8" - Alors combien ? "8", et pareil au deuxième essai;
>
> Phi(5;9) compte "1, 2, 3, 4, 5, 14, 17" - Alors combien ? "17", et pareil au deuxième essai.

De plus, comme l'illustrent les exemples que nous avons choisis, nous avons pu vérifier que 5 des 8 s.i opérationnelles pour le comptage de 7 sont stables à très court terme (deux comptages consécutifs), alors que celles opérationnelles pour les comptages de 5 et 3 ne le sont guère.

Conclusions. Nous avons donc pu vérifier que :

- certaines s.i ont des parties non conventionnelles stables sur plusieurs jours. Mais cette stabilité n'implique pas leur opérationnalité. Si l'on n'exige pas une stabilité complète, elles semblent plus fréquentes chez nos sujets de 4 ans que chez ceux de 5 ans;
- certaines s.i sont opérationnelles : les enfants savent compter avec leur suite. Mais cette opérationnalité n'implique pas, même à très court terme, leur stabilité;
- bon nombre de s.i, en particulier celles qui ont une longue partie non conventionnelle stable, ou celles qui sont opérationnelles, proviennent de difficultés (par exemple d'ordre psycholinguistique : voir aussi Fischer, 1981 p.285 et 286) ou d'insuffisances dans la restitution ou la mémorisation de la suite conventionnelle.

4.2 Réflexions sur le subitizing

Nos résultats et observations de l'expérience principale nous permettent de préciser le phénomène de subitizing. Mais avant de le faire, il nous paraît important de rappeler que le subitizing, tel que nous l'avons défini, implique la dénomination (verbale) usuelle du nombre. En effet, il est possible que chez de jeunes enfants la difficulté de subitiser les très petits nombres soit essentiellement une difficulté de la dénomination. Nos assertions, en particulier la première, sur le subitizing doivent donc être prises avec cette importante réserve.

4.2.1 Le subitizing des nombres $>$ 2 (ou 3) n'est pas un phénomène de bas niveau

Remarquons d'abord que subitiser un nombre aussi petit que 3 (resp. 4) est une opération difficile pour nos sujets de 4 (resp. 5) ans. Ainsi, le tableau 3c (voir le 3.5.6) montre que la majorité de nos sujets de 4 (resp. 5) ans n'arrive pas à dénommer (donc pas non plus à subitiser) les nombres jusqu'à 3 (resp. 4). Et l'étude des dénominations spontanées confirme cette difficulté, d'autant que ces dernières ont pu être le résultat d'un comptage antérieur : dans le tableau 1b (voir le 3.3.3) on peut observer que la chute du taux de dénomination spontanée, correcte ou non, est la plus forte entre 2 et 3 pour tous les G.A, sauf pour le G.A 5;9 où c'est entre 3 et 4 que l'on trouve la chute la plus forte; sur le même tableau, on peut aussi voir que le taux d'erreurs (= .36), pour 3, est déjà important dans le G.A 4;3, et que pour 4, hormis peut-être dans le G.A 5;9 où il vaut .16, ce taux n'est plus "acceptable", atteignant même .83 dans le G.A 4;3. Enfin, l'étude des modèles de dénomination spontanée correcte (voir le tableau 1d du 3.3.5) montre que, par exemple, chez les enfants de 4 (resp. 5) ans, 16 (resp. 11) qui ont dénommé correctement 1 et 2 (resp. 1, 2 et 3) sur l'image initiale des problèmes Pom$^+$ (resp. Oeu$^+$) renoncent à, ou se trompent dans, la dénomination de 3 et 4 (resp. 4).

Essayons maintenant de montrer que le subitizing des nombres supérieurs à 2, ou en tout cas 3, n'est pas un phénomène perceptif primitif. Bien entendu, notre conclusion de la discussion de l'hypothèse 1a est un argument très important pour soutenir une antériorité génétique du comptage des nombres supérieurs à 2 (ou 3) sur leur subitizing. Nous n'y reviendrons pas. Donnons simplement un exemple de comportement confirmant que même pour 3 l'un ou l'autre enfant a besoin de compter : Chi(5;7) avait dénommé 2 et 1 (échauffement et première carte de l'épreuve de dénomination) quasi-instantanément. A la présentation immédiatement suivante de la carte 3c elle dit : "Ça je sais pas", et se met aussitôt à compter : "Un, deux, trois : trois". Notons cependant que de tels cas (à l'âge de Chi surtout) sont rares.

Un deuxième résultat intéressant est que la très populaire constellation 5c (resp. 4c) n'est dénommée correctement que par 1 (resp. 2) enfant (s) n'ayant pas su compter 5, alors que 44 (resp. 39) enfants ayant su compter 5 ne l'ont pas dénommée correctement. Une reconnaissance figurale - quinconce = 5 (resp. carré = 4) - des nombres 5 (resp. 4) semble donc en général précédée par le comptage de 5. D'ailleurs quelques enfants ont dénommé correctement 5c (resp. 4c) en la comptant (a posteriori puisque le temps d'exposition était limité à une seconde) : certains pointaient en direction de la carte déjà retirée, d'autres comptaient un quinconce (resp. carré) imaginaire sur la table. Notons en outre qu'au niveau des enfants de 4 ans, la dénomination de 5c (resp. 4c) n'est guère (χ^2_M non calculable) mieux réussie que celle de 5l (resp. 4l), alors qu'au niveau des enfants de 5 ans, les différences sont significatives ($\chi^2_M = 20.02$ (resp. 18.89)) : la dénomination de 5c (resp. 4c) par reconnaissance figurale semble donc se développer assez tardivement.

Un troisième argument intéressant concerne l'observation directe des enfants au cours du récit qu'ils font après avoir répondu à un problème imagé. En effet, si les enfants ne subitisent pas des nombres comme 4 et 5, il est prévisible que certains "imprudents" (i.e qui n'avaient pas compté, ou retenu le résultat de leur comptage, avant de commencer leur phrase) se retrouveront, en plein récit, devant un nombre qu'ils veulent dénommer mais qu'ils n'arrivent pas à subitiser. Or nous avons effectivement observé de tels enfants : certains d'entre eux ont alors compté explicitement, d'autres ont trouvé un ersatz à la dénomination usuelle du nombre. Exemples*:

Nat(5;2) a réussi le problème $Pom^+(3,2)$ et raconte :
- il y a des pommes qui sont tombées
- et après il y a le vent : 2 pommes qui sont tombées à côté des autres
- et après ça en fait ....(long silence), et après toutes les pommes sont tombées.

Nat(5;3) a également réussi le problème $Pom^+(3,2)$ et raconte:
- il y a des pommes : ils sont tombés
- après 2 pommes est tombé
- après ça fait.....

Comme elle ne termine pas, E lui demande : Après ça fait quoi ? "Ça fait : il y en a 2 de plus".

D'autres encore ont essayé d'être discrets, ne comptant pas extérieurement et utilisant la fonction phatique de notre langue pour faire patienter E. Exemples :

*Dans tous les exemples qui vont suivre, les trois tirets correspondent respectivement aux trois étapes - image initiale, image-transformation et image-réponse - du récit de l'enfant.

Myr(5;12) a répondu 4 (i.e posé l'image-réponse avec 4 ballons) au problème Bal$^-$(5,2), et raconte :
- la dame elle tient euh (tire sur le euh : 1.5 s)....1.5 s....5 ballons
- il y en a 2 qui s'arrachent
- elle en a....1.5 s....plus que, plus....3.5 s....4

Emm(5;4) a réussi le problème Oeu$^+$(4,1), et raconte :
- il y a des oeufs de Pâques
- le lapin de Pâques il en rapporte un autre
- et puis ....2 s.... après....2.5 s....il en reste....2 s....5

Jul(5;2) a réussi Noi$^-$(5,1), et raconte :
- là il y a (marque un très court temps d'arrêt)..beaucoup de noisettes
- puis il en mange une
- puis il en reste....6 s....il en reste que....3 s....que....3 s....il en reste plus que 4

Pour le problème Bal$^-$(5,2) auquel il a répondu 4, ce même Jul a trouvé 4 un peu plus rapidement. Il a terminé son récit ainsi : "Là il en reste plus queeeeee (prolonge le e de que pendant 3 s) 4".

Rég(4;11) a répondu 4 au problème Pom$^+$(3,2), et raconte :
- 3 pommes qui sont tombées
- 2 qui vont tomber avec
- alors il y en aaaa (tire sur le a)....3.5 s....4 : il y en a 4.

Remarquons que les temps indiqués sont compatibles avec le fait que ces enfants ont compté un par un, certains semblant s' y être pris deux fois. D'ailleurs quelques enfants à qui nous avons demandé comment ils ont trouvé disent avoir compté. Exemple :

Sab(5;10) a trouvé 3 pour l'image-réponse avec 3 pommes en 2.5 secondes. E lui demande alors comment elle a fait pour voir qu'il y en a 3 : "J'ai compté" - C'est vrai ? "Oui" - Mais je t'ai pas entendue ! "Je compte dans ma tête" (pour l'un ou l'autre exemple supplémentaire, voir le paragraphe suivant).

Notons enfin, pour terminer cette série d'arguments en faveur de notre première assertion, que les enfants qui ont réussi à dénommer (au cours de l'épreuve de dénomination et sans extérioriser de comptage) les nombres jusqu'à 4 au moins, semblent déjà avoir des connaissances numériques autres que les trois premiers principes du comptage du modèle de Gelman et Gallistel (voir le 1.2). Ainsi, au test consistant à prédire le résultat d'un comptage en sens inverse que nous avons proposé aux enfants qui ont réussi à compter 7, nous avons pu vérifier que ceux qui ont dénommé les nombres au moins jusqu'à 4 ont un taux de réussite (.88) important et supérieur ($\chi^2_1 = 9.76$) à celui (.41) des autres. Là encore, un exemple peut illustrer ces connaissances numériques :

Ber(5;9) a dénommé correctement les nombres jusqu'à 4 au cours de l'épreuve de dénomination. Pour 41, il explique que c'est 4 "parce que 2 et 2 ça fait 4". Au cours de l'entraînement, il a même trouvé 5 pour l'image initiale de Bal$^-$(5,2) en 4 secondes. E lui a alors demandé comment il a fait : "J'ai dit 3 et 2 : j'ai dit 3, 4, 5". - Tu as pas commencé à 1 ? "Non: comme ça, ça fait plus court".

4.2.2 Le subitizing est un mécanisme différent du comptage

Un argument important en faveur de cette assertion apparaît dans le tableau 8 du 4.1.2 : on peut en effet observer, dans ce tableau, une chute impressionnante (= .61) du taux des dénominations correctes entre les nombres 3 et 4 (représentés par les cartes 31 et 41) chez nos sujets de 5 ans. Comme, dans ce tableau 8, nous nous sommes limité aux premières dénominations des collections en ligne, il faut dire que cette chute après 3 se retrouve presque aussi nettement (chute du taux = .56) si l'on considère l'ensemble des dénominations des collections en ligne (avec le critère 3 dénominations correctes sur 4). On peut d'ailleurs noter, toujours dans le tableau 8, qu'elle se retrouve aussi, un peu moins (resp. plus) nettement, dans les résultats des 3 ans de Gelman et Tucker (resp. Cuneo). En outre, elle est corroborée par la forte augmentation du taux d'erreurs dans les dénominations spontanées (tableau 1b du 3.3.3), entre 3 et 4 et pour tous les G.A, et se traduit, au niveau des enfants de 4 ans, par le fait que 3 apparaît comme une barrière quasiment infranchissable (voir le tableau 3c du 3.5.6). Or presque tous nos sujets de 5 ans savaient compter 4, et même des nombres plus grands : s'ils utilisaient donc un mécanisme unique de comptage, intériorisé ou non, le taux des dénominations correctes devrait décroître assez régulièrement de 1 à 5. Tel n'étant pas le cas, nous pensons que ces enfants de 5 ans utilisent, pour les nombres ≤ 3, un mécanisme d'identification, perceptif (i.e sans comptage ni calcul) et immédiat, mais immédiat dans l'instant où il opère, ce qui n'empêche pas que "des élaborations antérieures peuvent être intégrées dans sa structure présente sans en compromettre l'unité" (Wallon, 1941 p.173). Remarquons que la valeur 3 que nous avons trouvée est en accord avec les valeurs calculées par Chi et Klahr (1975) et Svenson et Sjöberg (1978) à partir des temps de latence relevés sur des enfants âgés de 5-6 ans pour les premiers, et 7-8 ans pour les seconds. Elle semble également compatible, ou en continuité ontogénétique, avec le nouveau nombre magique "4 ± 0" proposé par Atkinson, Campbell et Francis (1976) et retrouvé par Simons et Langheinrich (1982), ou, encore plus nettement, avec l'analyse des composantes du subitizing par Mandler et Shebo (1982). Rappelons cependant ici que le subitizing de 3 peut être précédé (dans l'ordre chronologique d'apparition), chez le jeune enfant, par son comptage. Rajoutons aussi que cette limite à 3 a été observée, parfois depuis fort longtemps, par des méthodes plus cliniques (voir Annexes 4 à 7). D'ailleurs certains psycho-pédagogues ont essayé d'en tenir compte dans leur méthode d'apprentissage des premiers nombres. Par exemples, Canac (1955 p.18) prévient qu'à partir de quatre* "il est difficile à un enfant de saisir une

*inclus (d'après le contexte).

collection d'objets alignés sans retomber à la routine du dénombrement"; et Delaunay (1955, p.39) que, dans le cas d'unités en ligne, la perception enfantine est "au maximum" de 2 à 3, à 6 ans (Delaunay se réfère à un article de Wallon paru dans le Bulletin de la Société Française de Pédagogie en 1923). Ou encore, Galperin (1969) distingue l'apprentissage (intuitif) des nombres inférieurs ou égaux à 3 de celui des suivants, l'orientation intervenant entre les deux.

Les commentaires ou explications de certains de nos sujets nous fournissent un deuxième argument en faveur de l'existence d'un mécanisme de dénomination des petits nombres autre que le comptage. Exemples :

Chi(5;7), que nous avons déjà citée dans le paragraphe précédent, dit qu'elle ne sait pas lors de la première présentation de la carte 3c, alors qu'elle sait très bien, après les avoir comptés, dire qu'il y en a 3 : si l'on ne veut pas que la remarque de Chi soit contradictoire, il faut donc supposer qu'elle voulait dire qu'elle ne sait pas trouver le nombre autrement qu'en comptant.

Bru(5;7), avant la deuxième partie de l'épreuve de dénomination, prévient E : "Si t'en mets plein, je ne sais pas" - E l'encourage : il faut quand même essayer de trouver ! Il réplique : "Ou alors je compte". Bru laisse donc clairement sous-entendre qu'il a une autre manière de répondre, quand il n'y en a "pas plein", que compter.

Dav(5;9) avait trouvé 5 pour les 5 ballons de l'image initiale de $Bal^{-}(5,2)$. E lui demande alors : Comment t'as fait pour voir qu'il y en a 5 ? pas de réponse - Tu as compté ? Dav fait signe que oui - Mais j'ai pas vu comment tu as compté ! "Je compte dans ma tête" - Compte voir à haute voix comme tu as compté ! "1, 2, 3, 4, 5". Mais ensuite, pour les 3 pommes de l'image initiale de $Pom^{+}(3,2)$, Dav dit instantanément 3. E lui demande : Tu as compté aussi ? Dav fait signe que non - Alors comment t'as fait pour savoir qu'il y en a 3 ? "Je les vois".

Emm(4;11), un brillant sujet pour son âge, avait dit, pour les 5 oeufs de l'image-réponse de $Oeu^{+}(4,1)$, avoir compté dans sa tête. E lui demande alors : Tu comptes toujours comme ça qu'on ne le voit pas ? "Euh oui : mais quand je le vois j'ai pas besoin de compter". Pour 5c, que Emm avait dénommée instantanément, E demande après l'épreuve 3 : Tu voyais ou tu avais compté ? "Là j'avais pas compté" - Mais il y en a 5 aussi ! "Oui mais il y en a encore un au milieu, tandis que s'ils sont l'un à côté de l'autre, on voit pas très bien".

Vir(4;9), pour 5l, répond : "Trois - Non : les deux je sais pas". Elle semble donc avoir décomposé la collection 5l en deux groupes : si la dénomination du premier groupe résultait d'un comptage, on voit mal pourquoi Vir aurait limité ce dernier à 3, alors qu'elle a clairement perçu les deux autres pastilles.

Lau(5;9) a répondu 4 à $Pom^{+}(3,2)$ et raconte : "Ici (=image initiale) 3 pommes est tombé. Encore (= pour l'image-transformation) 2 pommes est tombé", mais ne termine pas l'histoire. E lui demande : Et alors ? "On va les (= pommes de l'image-réponse) compter : 1, 2, 3, 4 - Il y en a 4 ". Et là (= image initiale) tu as vu combien il y en avait sans compter ? "3". Comment tu as su que c'était 3 sans compter ? "Et ben je me souviens".

Cette existence d'un mécanisme d'appréhension du nombre autre que le comptage n'est évidemment pas un résultat très nouveau. Sans donner d'autres références (on pourra en trouver quelques-unes dans Fischer, 1982), soulignons simplement que Vygotsky (cité par Steiner et Souberman, 1978 p.127) - qui parlait de perception quantitative immédiate - avait suggéré que c'est le comptage sur les doigts qui a servi (dans la phylogenèse) de pont entre les deux mécanismes.

4.3 Conclusions

Notre expérience principale se situant dans une perspective critique par rapport à la théorie de Gelman et Gallistel (1978), et ayant l'occasion de revenir sur le subitizing (en particulier la discontinuité après 3) par la suite, nous centrons nos conclusions de l'expérience principale sur trois points directement liés à nos hypothèses.

4.3.1 L'importance du comptage

Sans le comptage, et même s'ils ne l'utilisent pas toujours directement, la plupart des enfants semblent incapables de dénommer, donc a fortiori de subitiser, les nombres supérieurs à 2 (ou en tout cas à 3), et de raisonner numériquement. Ceci est confirmé par notre discussion de l'hypothèse 1a (Subitiser $\Rightarrow$ Compter) et par l'acceptation des hypothèses 1b (Ecart Comptage $\Rightarrow$ Ecart Subitizing) et 4 (Raisonnement $\Rightarrow$ Représentation). Et ceci nous paraît un point essentiel. D'une part, parce que la théorie prépondérante (Piaget et Szeminska, 1941) durant ces dernières décades l'avait certainement sous-estimé, voire ignoré. D'autre part, parce que dans des théories récentes (autres que celle de Gelman et Gallistel, 1978) il semble encore insuffisamment souligné. Par exemple, Schaeffer et al. (1974), en fixant à 4 la capacité à subitiser (avant de compter), surestiment probablement cette dernière. Il en est de même pour Von Glasersfeld (1982), ce dernier auteur laissant entendre que les enfants subitisent les nombres jusqu'à 5 (d'après les exemples qu'il donne) avant d'apprendre à compter.

Néanmoins, cette importance du comptage ne doit pas conduire à négliger d'autres moyens, en particulier non verbaux, dont disposent les jeunes enfants pour appréhender les nombres ou les quantités. Par exemple, ils peuvent comparer de petites collections, 2-3 et 3-4 dans nos conditions expérimentales, sans probablement les compter, ni non plus passer par la comparaison de leurs cardinaux respectifs. Ceci est confirmé par le rejet de l'hypothèse 2 (Choix). Ils peuvent aussi arriver, à 5 ans approximativement dans notre population expérimentale, à dénommer les nombres ≤ 3 ou représentés par des configurations familières (4 en carré, 5 en quinconce) sans les compter. Mais, et ce sont peut-être là deux des raisons pour lesquelles Gelman et Gallistel (1978) ne leur ont accordé que peu d'intérêt, d'une part, ces moyens ne sont pas toujours primitifs, d'autre part, ils sont assez limités comme en attestent les chiffres que nous venons de rappeler. Ils permettent cependant de dire que même sans le comptage l'enfant n'est pas, numériquement ou au moins quantitativement, totalement démuni. Et cela rend un certain nombre d'observations faites par d'autres que nous et a priori étonnantes, beaucoup plus compréhensibles. Nous pensons en particulier :

- aux petites capacités "numériques" des enfants de moins de un an récemment mises en évidence (pour une revue de la littérature sur ce sujet, voir Fischer, à paraître). Notons d'ailleurs que Starkey et Cooper (1980) - les premiers à avoir mis en évidence de telles capacités - ont suggéré que c'est le subitizing qui les sous-tend;
- aux expériences de Gast (1954) et Mehler et Bever (1967) au cours desquelles les enfants les plus jeunes ont mieux réussi, que leurs camarades un peu plus âgés, à des tests de jugement de la numérosité relative.

4.3.2 La relation de développement entre comptage et subitizing

Les conclusions (paragraphe 2.3.4) que nous avons tirées de l'examen des supports empiriques des principales théories de la dénomination semblent s'être confirmées : nous avons trouvé d'une part quelques enfants qui ont dénommé le nombre 2 sans avoir su le compter (voir le tableau 7a et les citations de la page 54), d'autre part un grand nombre d'enfants qui ont su compter le nombre 5 sans être arrivés à dénommer le nombre 4 (voir le tableau 7c) brièvement exposé. Soulignons d'ailleurs que ce dernier résultat, déjà très net, l'est encore davantage si nous tenons compte du fait que certains enfants ont pu compter (i.e n'ont pas subitisé) au cours de l'épreuve de dénomination : ainsi, et en ne tenant compte que des seuls comptages extériorisés, nous avons 78 enfants qui ont su compter 5 sans avoir subitisé 4. Bien que ces résultats soient liés à notre codage, en particulier à nos critères d'attribution du principe cardinal (= Pca)*, ils sont suffisamment nets pour rejeter un modèle de la dénomination qui soutient que le comptage précède tout subitizing (Gelman, 1983), ou un autre qui soutient que le subitizing des nombres jusqu'à 4 (Schaeffer et al., 1974) ou 5 (Von Glasersfeld, 1982) précède tout comptage (au sens fort). Par contre, pour le nombre 3, nos résultats expérimentaux paraissent moins décisifs : d'une part, l'un ou l'autre enfant a pu réussir à dénommer ce nombre en dénommant trois tout nombre > 2, d'autre part l'un ou l'autre enfant a pu réussir le comptage de ce nombre (le Pca plus précisément) en "profitant" du fait qu'il avait subitisé initialement le nombre. De plus, la discontinuité après 3 apparue au niveau des enfants de 5 ans suggère que la difficulté à subitiser 3 pourrait essentiellement être une difficulté de

*A propos des critères d'attribution du Pca, Wilkinson (1984, p.59) souligne que Gelman et Gallistel (1978) ont pris en considération plusieurs critères dont certains sont vraiment généreux, alors que Schaeffer et al. (1974) ont utilisé un standard (que nous avons nous-même repris) qui peut être considéré comme plus strict.

de dénomination et, en conséquence, pose le problème de l'existence d'un subitizing non verbal. Mais revenons sur le statut particulier du nombre 2 (éventuellement 3 aussi) dont nous avons déjà (dans le 2.3.4) souligné l'importance. Nous y voyons en effet plus qu'une exception (Gelman, 1972a p.128). Non seulement 2 pourrait bien être dénommé initialement par perception d'un ensemble structuré (un et un autre) ou d'un groupement naturel (une paire), perception dont l'antériorité génétique a été soutenue par les gestaltistes (en particulier Wertheimer, 1912 p.358), mais aussi cette dénomination initiale et sans comptage de 2 pourrait jouer un rôle important dans le développement même du comptage, en particulier dans la découverte par l'enfant de la règle cardinale. Pour illustrer cette dernière hypothèse, déjà soutenue par Schaeffer et al. (1974) et par Klahr et Wallace (1976), rapportons une observation complémentaire que nous avons faite sur Cla(4;9) :

> Cla avait échoué systématiquement au test cardinal mais avait compté-pointé correctement (au sens faible, i.e sans le Pca) 3 et 2. Juste après qu'elle a échoué au test cardinal pour le comptage de 2, E lui montre la carte 2, en l'air (comme lors de l'épreuve de dénomination), et lui demande : Tu vois pas combien il y en a là ? Comme elle répond "deux", E lui propose de les compter sur la table : cette fois-ci non seulement Cla compte-pointe correctement "un, deux", mais réussit également au test cardinal.

Cette dernière réussite de Cla suggère donc bien qu'en comptant (au sens faible) et subitisant un même nombre - deux ici - un enfant peut découvrir la règle cardinale de lui-même. Rajoutons à cela que c'est précisément sur ce problème de l'émergence du Pca que la théorie de Gelman et Gallistel nous paraît le plus insatisfaisante (en tant que théorie) : elle n'offre en effet pas d'explication - autre que celle consistant à dire qu'il est déjà dans la tête de l'enfant - à la découverte et à la compréhension du principe cardinal par l'enfant, un principe qui pour être naturel* n'en résulte pas moins d'une convention verbale.

4.3.3 <u>Les principes du comptage</u>

Nous ne reviendrons pas sur le Pca que nous venons de discuter. Rappelons donc d'abord que nos sujets de 4 et 5 ans ont réussi à faire abstraction, dans leur procédure de comptage, de la couleur (différente pour l'une d'entre elles) des 5 pastilles à compter (acceptation de l'hypothèse 3: homogénéisation). Un tel résultat semble de portée limitée. En effet, il se peut que les enfants ne

*Dans la mesure où le dernier mot de nombre utilisé lors d'un comptage est un compte-rendu complet de ce dernier.

comptent pas, initialement et spontanément, des collections hétérogènes. De plus, la définition d'une collection hétérogène pose clairement un problème. Néanmoins, ce résultat laisse augurer la fonction d'homogénéisation ou d'abstraction intentionnelle (Robert, Cellerier et Sinclair, 1971) que pourrait jouer le comptage spontané de l'enfant, le "numérique étant la seule façon de dépouiller les éléments de leurs différences" (Robert et al., p.296) et l'homogénéisation apparaissant comme une condition nécessaire de la cardinalisation (Mosimann, Bovay, Dällenbach et Droz, 1982 p.136).
Rappelons maintenant que nos sujets n'ont pas réussi, de manière convaincante, à juger correct un comptage non-habituel qui l'était. Nous en déduisons qu'ils n'avaient pas une connaissance explicite du principe d'ordre indifférent. Est-ce là une objection importante à la théorie de Gelman et Gallistel qui, rappelons-le, attribue cette connaissance explicite aux enfants de 4 ou 5 ans ? Comme Gelman et Gallistel ont souligné (p.148) que pour avoir clairement conscience de l'indifférence de l'ordre les enfants devaient déjà être de "bons compteurs", on peut penser que nos sujets n'avaient pas une expérience suffisante en comptage. Mais alors, si pour avoir un "accès conscient" (Gelman et Gallistel p.219) au principe d'ordre indifférent il faut beaucoup compter, ne devient-il pas impossible de décider si ce principe est présent bien avant que l'enfant n'y ait un "accès conscient", ou si ce principe n'est pas simplement le fruit des expériences (logico-mathématiques) de comptage de l'enfant (comme le suggère Piaget, 1972) ?
Enfin, disons quelques mots sur les suites idiosyncrasiques (hypothèse 6 : propriétés des suites idiosyncrasiques). Gelman et Gallistel voient dans ces suites une manifestation du schème que forment les principes du comptage. Mais n'est-il pas quelque peu réducteur d'affirmer que ce schème "structure" (p. 208), "guide et motive" (p.243) le développement du comptage de l'enfant, en jouant pour ce dernier le rôle d'un "tuteur personnel" (p.209). En effet, bien d'autres facteurs qui, manifestement, contribuent au développement du comptage se trouvent ainsi être éclipsés. Nous nous contenterons d'en rappeler trois. D'abord le milieu technique et domestique où baigne l'enfant (Wallon, 1959 p. 28) : ainsi, les performances des sujets de Gelman et Gallistel pourraient s'expliquer en partie par l'émission de télévision "Sesame Street". Ensuite, la pression de l'entourage (Meljac, 1979 p.150 et 216), illustrée par Son(5;9) qui nous a raconté comment elle apprend à compter à son neveu :

> "Moi quand il vient mon neveu ben j'apprends à compter jusqu'à ce qu'il parte. Mais quand on mange, j'arrête. Maintenant il sait compter jusqu'à dix".

Enfin, le désir et la fierté de l'enfant de s'insérer dans la communauté des adultes, désir et fierté joliment traduits dans cette confidence spontanée, d'Alexandra (4;7) :

> "Moi j'étais petite. J'arrive pas à compter : j'étais bébé. Et puis maintenant je suis grande : j'arrive à compter un, deux, trois, six, sept, huit, neuf, un, deux, trois, six, sept, quatorze, vingt et un, vingt-deux, vingt-trois, vingt-cinq."

Chapitre 5 :

EXPERIENCE COMPLEMENTAIRE

"Nous devrons payer un prix que nous ne pouvons encore deviner, si nous voulons réintroduire le déterminisme."

P. Dirac

5.1 Introduction et description

Expérim. : Comment tu as su (qu'il y en a 3, pour 3c)?
Phe(6;9) : "Parce que ça faisait un triangle et on peut les mettre un peu n'importe comment pour le trois."

5.1.1 Introduction

La chute brutale des réussites apparue dans l'épreuve de dénomination entre 31 et 41 est-elle simplement due à l'âge de nos sujets, ou a-t-elle une cause plus générale ? Cette dernière est-elle une insuffisance des connaissances en calcul ?
Une préexpérience de comparaison entre gauchers et droitiers, non spécifiquement destinée à répondre aux questions ci-dessus, nous a apporté quelques éléments de réponse. Mais du fait qu'il s'agissait d'une préexpérience, les résultats ne seront pas toujours assurés statistiquement. De plus, d'un point de vue méthodologique, cette préexpérience n'était pas parfaite non plus (non contrôle des temps d'exposition, contrôle peu précis des TR,...). Néanmoins, les faits que :

- même avec seulement 24 sujets certains résultats d'ensemble trouvés sont déjà très nets;
- quasiment tous les comportements individuels sont en accord avec ces résultats d'ensemble;
- les résultats obtenus étaient prévisibles après notre expérience principale,

nous incitent à rapporter cette préexpérience comme une expérience complémentaire à l'expérience principale précédente.

Remarque. On peut également nous objecter que l'échantillon de sujets était un peu particulier, puisque composé pour moitié d'enfants gauchers (critère : écriture de la main gauche), alors que les gauchers ne constituent qu'environ 10% de la population*. Mais le fait qu'aucune de nos hypothèses** sur une différence gauchers-droitiers - pour ce qui concerne l'appréhension du nombre - ne s'est confirmée plaide en faveur de la non-importance d'une telle objection.

*Une statistique de Porac et Coren (1981, p.36) indique 88% de droitiers (critère : main préférée) dans une population de plus de 5000 personnes ayant répondu à un questionnaire. Notons cependant que près de 15000 autres personnes, également sollicitées, n'ont pas répondu (complètement).

**L'hypothèse principale, fort simple et inspirée de Guiard (1981), était qu'un expérimentateur expert doit arriver à distinguer les gauchers des droitiers à leur seule manière d'appréhender le nombre. Ayant été nous-même expérimentateur, le lecteur comprendra pourquoi nous ne tenons pas à expliciter les conclusions que l'on peut tirer de la non-confirmation de notre hypothèse !

D'ailleurs, et un peu paradoxalement, le fait que l'expérience était axée sur une comparaison gauchers-droitiers confère à notre confirmation de la discontinuité à 3 une certaine garantie d'objectivité : en effet, complètement "absorbé" par les problèmes méthodologiques que pouvait poser une telle comparaison (l'expérience a été conduite en aveugle, i.e sans que E connaisse la latéralité des sujets) et par nos hypothèses sur une différence entre gauchers et droitiers, nous n'avons peut-être pas cherché (inconsciemment ?) à retrouver à tout prix cette discontinuité.

5.1.2 <u>Description</u>

Les sujets sont 24 enfants de CP (= Cours Préparatoire) d'une école recrutant dans un milieu en moyenne favorisé. Leur moyenne d'âge est 6;9, les âges extrêmes sont 6;2 et 7;4. Ils ont été interrogés vers la fin du deuxième trimestre de l'année scolaire. Le sous-ensemble des 12 enfants gauchers est constitué par tous les gauchers trouvés dans trois classes, celui des 12 enfants droitiers étant constitué par des droitiers appariés, i.e fréquentant la même classe et ayant l'âge le plus voisin du gaucher auquel ils correspondent respectivement*. Ces sujets ont été successivement soumis à :

- un test classique de conservation pratiqué avec sept jetons bleus et sept jetons orange. La question initiale (constat de l'équivalence) est : Qui en a le plus ?, et la question de conservation, après que E a écarté la rangée de l'enfant : Et maintenant (qui en a le plus) ?
- une épreuve de subitizing avec un temps d'exposition réduit au minimum (moins d'une seconde). On présente successivement les cartes, reprises (ou analogues) de l'expérience principale

échauffement 4c 21 5c 41 6c 31 2c 51 3c

puis ces mêmes cartes dans l'ordre inverse.
Quand l'enfant répond correctement à 41 (resp. 51), E essaie de lui faire dévoiler sa procédure en le questionnant : Comment tu as su qu'il y en a 4 (resp. 5) ? etc...
Si nécessaire, l'enfant est encouragé à répondre vite pour le subitizing.

- une épreuve de calcul. Après un échauffement avec 1+1, on pose successivement 1+4, 2+2, 6+2, 2+3, 4+1, 3+3, 2+6, 3+2. On encourage l'enfant à répondre vite, mais juste.

L'entretien complet est enregistré sur magnétophone et, au cours de l'épreuve de subitizing, E laisse une trace sonore au moment précis de l'exposition de la carte. Cette trace est destinée à une mesure grossière du TR de l'enfant.

* Nous n'avons pas tenu compte du sexe des enfants : 11 des 12 gauchers étaient des garçons. Notons que cette répartition s'écarte significativement du hasard (dans l'ensemble de la population, il semble que les gauchers soient légèrement plus souvent de sexe masculin : cf. Porac et Coren, 1981 p.36).

5.2 Résultats et commentaires

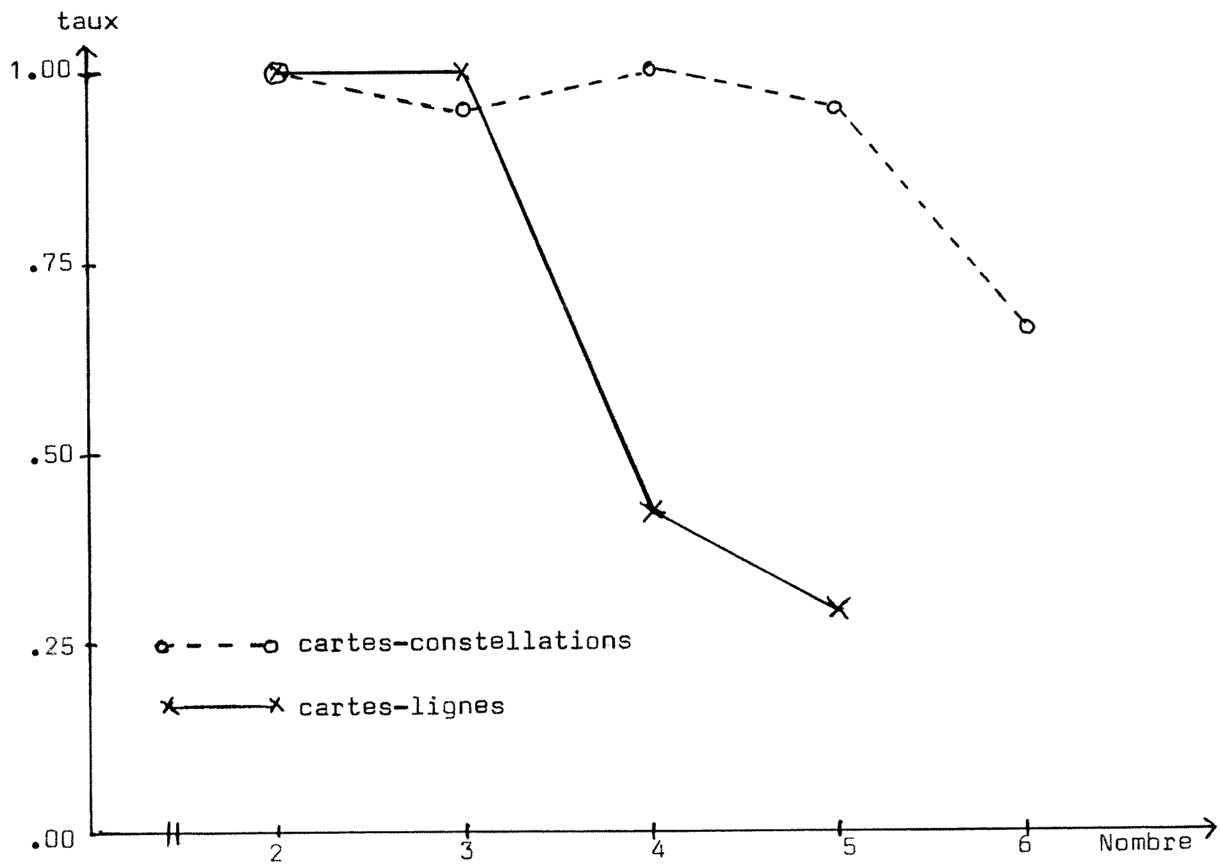
Expérimentateur : Comment tu as vu que c'était quatre (pour 41) ?
Stéphanie (6;4) : "...Tous ensemble j'ai vus en ligne droite. Alors j'en ai vu deux de chaque côté : alors c'est quatre."

5.2.1 Epreuve de subitizing

a) Analyse des réponses

Nous dirons qu'un enfant a réussi la carte 41 (par exemple) s'il a répondu "quatre" à chacune des deux présentations de cette dernière. Si, en plus, les deux réponses ont été rapides (TR $<$ 2s)*, nous dirons qu'il a subitisé le nombre de points de la carte 41.

Représentation graphique du taux des réussites (24 enfants)



*Ce choix est bien entendu un peu arbitraire. Une des raisons qui nous a incité à choisir 2 secondes est que les réponses donnant une impression de quasi-instantanéité (voir suite) correspondent, avec notre technique de chronométrage, à un TR proche de 1 s. Précisons aussi que pour les quelques TR proches de 2 s nous avons fait la moyenne de 5 mesures.

Remarque. Pour les cartes 21 et 31 nous n'avons pas systématiquement mesuré les TR : nous avons eu l'impression que tous les enfants ont répondu quasi-instantanément. Par contre, pour les cartes 41 et 51 et en cas de réponse correcte, une telle mesure a été faite systématiquement. Malgré l'imprécision de cette mesure, cela nous permet d'identifier quelques enfants qui ont répondu "quatre" (resp. "cinq") pour 41 (resp. 51), mais n'ont probablement pas subitisé le nombre pour autant. Par exemple, l'explication de Dav (7;1), qui a mis près de 7 secondes pour répondre correctement à 41, confirme nettement que le nombre n'a pas été subitisé :

"Je les ai pas bien vus, alors j'ai réfléchi dans ma tête." - Mais comment tu as réfléchi ? "J'ai compté dans ma tête parce que... (ne termine pas). J'ai compté dans ma tête et puis j'ai dit quatre : C'est faux ou juste ?" - Et tu les a comptés comment : un, deux, trois, quatre, dans la tête ? "D'abord quand vous me les avez montrés je les ai vus; puis après je savais pas combien combien ils étaient : alors je les ai remis dans la tête." - Et tu les as comptés dans la tête alors ? "Oui." - Et comment tu les as comptés ? Un, deux, trois, quatre ? "Un, deux, trois, quatre (en 2s environ)."

b) Analyse des explications

15 enfants ont répondu au moins une fois correctement pour 41. Les explications sollicitées qu'ils ont données à la suite de leur première réponse correcte à cette carte semblent montrer que :

- 10 sont passés par la décomposition 2 et 2. Donnons les 10 explications :

Mél(7;1) : "J'ai vu qu'il y en a 4." - Mais comment tu le vois ? "J'en ai vu 2 de chaque côté."

Phi(6;8) : "Parce qu'il y en avait 2 là (pointe en l'air avec le doigt) et 2 de l'autre côté."

Mur(6;4) : "Il y en avait 2 et 2 : je sais que 2 et 2 ça fait 4."

Max(7;2) : "Ils étaient en ligne." - Alors comment tu sais qu'il y en a 4 ? "Parce qu'il y en a 2 de chaque côté."

Bar(6;10): "Parce que j'ai bien regardé." - Et qu'est-ce que tu as vu ? "Qu'il y en avait 4." - Mais comment tu l'as vu ? "Je l'ai vu vite." - Mais tu les as comptés ? "Euh...oui." - Oui ou non ? "Non." - Mais alors comment tu as fait ? "Ben j'ai regardé : j'ai mis 2 boules avec 2 boules, et puis j'ai vu que ça faisait 4."

Mic(6;11): "Parce que j'ai compté." - Mais comment tu as compté ? "En ligne." - C'est vrai ? "Hum." - Mais tu avais pas le temps de compter ! "Parce que je les avais vus 2 là (pointe en l'air d'un côté) et 2 là (pointe en l'air de l'autre côté)."

Seb(6;9) : "Parce qu'il y en avait 2 sauf qu'ils étaient en ligne." - Oui, mais il y en avait pas 2 ! Il y en avait..."4" - Oui ! Mais alors comment tu as vu qu'il y en avait 4 ? "Il y en avait 2 et puis encore 2 : alors j'ai tout de suite vu. Sans réfléchir j'arrive."

Cél (7;2) : "Parce qu'il y en a 2, puis il y en a encore 2."

Rém (6;7) : "Parce qu'il y en avait 2 là et 2 là (pointe la table)."

Séb (6;8) : "Parce que j'avais vu 2 qui sont en haut et 2 qui sont en bas, tandis qu'avant c'était un carré." - Mais tu es sûr qu'ils étaient en haut, et 2 en bas ? "Hum : ils étaient sur la même ligne en longueur, en hauteur plutôt."

- 3 sont passés par le comptage 1 à 1. Parmi eux figure Dav(7;1), cité précédemment. Notons également qu'aucun de ces trois enfants n'a subitisé d'après nos critères.
- 2 n'ont pas suffisamment conscience de la procédure suivie. L'un d'eux - Nic (6;9) - finit par dire qu'il a deviné.

Pour la carte 51, les 9 enfants qui ont répondu "cinq" au moins une fois donnent des explications plus variées : décompositions diverses (2 et 3; 2, 2 et 1; 4 et 1), reconnaissance figurale (2 de chaque côté et 1 au milieu), comptage, procédures mixtes (décomposition plus comptage). L'un des enfants, - Nic (6;4) - dit qu'il a inventé.

c) Remarque 1

Nous avons cité explicitement les 10 explications des enfants semblant avoir décomposé la collection 41 en 2 et 2 pour montrer que l'idée de Gelman et Gallistel (1978) - à savoir que le subitizing pourrait être un comptage rapide intériorisé - n'est pas vraie en général. En effet, et bien que pour l'un ou l'autre des 10 enfants - par exemple Séb(6;8), un gaucher qui semble avoir des problèmes d'orientation - on puisse penser qu'il s'agit d'une explication a posteriori et non pas de la procédure effectivement suivie, ces explications nous paraissent suffisantes pour montrer qu'un autre mécanisme que le comptage existe bien. Cet autre mécanisme peut certes être le comptage 2 par 2, par exemple chez les enfants qui typiquement expliquent avoir vu "2 puis encore 2", mais il pourrait aussi être une vision globale initiale, suivie d'un découpage en deux, par exemple chez les enfants qui typiquement expliquent avoir vu "2 d'un côté et 2 de l'autre". Cette dernière procédure semble celle mise en oeuvre par Stéphanie (6;4) - interrogée au cours d'une préexpérience et citée en épigraphe - qui décrit très bien les différentes phases de sa perception du nombre 4 lors de la présentation de la carte 41, et mérite d'être réécoutée :

"...Tous ensemble j'ai vus en ligne droite. Alors j'en ai vu 2 de chaque côté : alors c'est 4."

Néanmoins, nous n'écartons pas l'hypothèse que certains enfants comptent rapidement et intérieurement. Par exemple, Nic(6;9), alors qu'il venait de répondre correctement et quasi-instantanément à 51, explique :

> "Parce que j'avais bien regardé." - Et qu'est-ce que tu as vu alors ? "5 jetons rouges." - Comment tu voyais qu'il y en avait 5 ? "Parce que je comptais rapidement dans la tête." - Non : tu n'avais pas le temps de compter, aussi vite ! Ca je te crois pas ! Tu as compté 1, 2, 3, 4, 5 comme ça ? "Oui, mais très vite." - C'est vrai ? "Hum." - Tu sais compter aussi vite ? "Oui." - Compte voir (= récite) aussi vite que tu peux ! "1, 2, ...,8" (en 1.5 s).

Deux autres observations rendent possible le fait que Nic a bien compté. D'une part, juste après cette explication pour 51, et pour 3c, E lui demande s'il a compté aussi. Il répond : "Non : je l'ai vu." D'autre part, en complément d'expérience, E cache 5 jetons alignés sous sa main, et propose à Nic de dire aussi vite que possible combien il y en a, sans les compter, lorsqu'il les découvrira. Nic répond presque instantanément, après avoir balayé la ligne de gauche à droite : "5". - Comment t'as fait maintenant ? "Parce que j'ai compté très rapidement." - C'est vrai ? "Oui." - Un, deux, trois, quatre, cinq comme ça ? "Oui." E le fait alors réciter encore une fois la suite des nombres le plus vite possible : il arrive à 10 en 1.8 seconde à peu près, un temps qui ne nous permet pas d'exclure que Nic a effectivement compté.

d) <u>Remarque 2</u>

Il nous semble utile de faire ici une remarque sur l'introspection. Entre autres parce que, historiquement, c'est un exemple d'arithmétique élémentaire qui a porté un coup presque fatal à la méthode introspective. Rappelons en effet que Külpe, au début de ce siècle, avait proposé à ses sujets d'additionner, par exemple, 6 et 4, et de dire ensuite comment ils ont fait. Et l'expérience révéla qu'ils ne savaient pas quoi dire ! (d'après Hebb, 1980 p.18). Aussi parce que Neisser (1967, p.43) a souligné que l'introspection est un piètre guide pour les processus cognitifs très rapides. Nous ferons donc remarquer que ces expérience ou réflexion soulignent essentiellement une faiblesse de la méthode introspective, à savoir qu'elle ne nous renseigne pas sur tous les processus cognitifs. Mais, dans le cas de nos sujets, beaucoup donnent assez rapidement une explication précise : le problème soulevé par Külpe ne se pose donc pas pour eux. De plus, on a du mal à croire qu'un enfant de 6 ans qui aurait par exemple compté 1 par 1 les 4 points puisse expliquer après qu'il y en avait 2 et 2. Par contre, et bien entendu, pour des enfants comme Nic(6;9) qui, pour 41, dit avoir deviné, ou Nic(6;4) qui, pour 51, dit avoir inventé, le problème se pose bien. Il se pose d'autant plus qu'il s'agit là de deux sujets qui ont, parfaitement pour le premier* et presque parfaitement pour le second, réussi aux autres épreuves. Notons d'ailleurs que Nic(6;4), déjà sujet d'une expérience antérieure (Fischer, 1982 p.37), avait, à l'âge de 3 ans 7 mois, des connaissances numériques nettement supérieures à celles de la plupart de ses camarades d'âge comparable : il récitait la suite des nombres jusqu'à 19, avait acquis les principes du comptage, savait résoudre de petits problèmes numériques posés verbalement, et avait dénommé les 4 premiers nombres**. Remarquons en outre que ces deux cas suggèrent que ce n'est qu'à partir d'un certain niveau que l'enfant n'a plus conscience de la procédure utilisée.

e) <u>Remarque 3</u>

Douglass (1925), dans des conditions à peu près analogues aux nôtres - points alignés et régulièrement espacés, temps d'exposition (non mesuré) suffisant pour voir mais pas pour compter -, mais avec 40 enfants un peu plus jeunes (entre 4;6 et 6;0) et un codage plus sévère (5 réussites sur 5 essais), avait obtenu lui aussi une chute impressionnante des réussites après 3, ces dernières passant de 85% pour 3 à 15% pour 4 (pour 1 et 2, 100% de réussites, et pour 5 ou plus, 0%).

*Nous rapportons le test de conservation de Nic(6;9) dans la présentation du chapitre suivant (ce même Nic est aussi cité dans la remarque précédente).

**les seuls testés. Il est également intéressant de noter qu'à 3;7, Nic(6;4) n'avait pas encore subitisé le nombre de jetons (présentés en triangle) d'une collection de 3 (voir Fischer, 1981 p.292 ou 1982, p.103), mais l'avait compté.

5.2.2 Epreuves de conservation et de calcul

Codage. Pour le test de conservation nous utilisons le classement en trois niveaux classique : niveau I = échec, niveau II = intermédiaire, et niveau III = réussite.

Pour le calcul nous utilisons également un classement en trois niveaux :

- niveau I : 2 erreurs ou plus
- niveau II : au plus une erreur, mais moins de 4 réponses quasi-instantanées (TR $<$ 2s)
- niveau III : au plus une erreur et au moins 4 réponses quasi-instantanées.

Tableaux des réussites à l'épreuve de subitizing pour 41 et 51 :

- en fonction du niveau de conservation:

réussite à / conservation	41		51	
	oui	non	oui	non
niveaux I et II	4	7	1	10
niveau III	6	7	6	7

p = .473 p = .059

- en fonction du niveau en calcul :

réussite à / calcul	41		51	
	oui	non	oui	non
niveaux I et II	3	8	0	11
niveau III	7	6	7	6

p = .185 p = .005

Commentaires. La seule différence significative, au seuil de .05, apparaît, pour 51, dans la comparaison entre les niveaux I ou II, et le niveau III, en calcul. En outre, aucun enfant ayant le niveau I ou II en calcul n'a réussi la carte 51. Le calcul rapide et juste apparaît donc comme une condition nécessaire pour réussir 51, a fortiori subitiser son cardinal.

Ce dernier commentaire nous conduit à regarder si les 3 enfants de niveau I ou II en calcul et qui ont néanmoins réussi 41 sont des contre-exemples nets à l'hypothèse qu'un bon niveau en calcul est nécessaire même pour réussir 41. Or tous ces 3 enfants ont répondu correctement et quasi-instantanément à 2+2, deux d'entre eux - Séb(6;9) et Max(7;2) cités dans le 5.2.1.b - semblant d'ailleurs avoir utilisé cette décomposition pour trouver 4, tandis que le troisième - Dav(7;1) cité dans le 5.2.1.a - n'a, à l'évidence, pas subitisé. Ces 3 enfants ne semblent donc pas contredire l'hypothèse ci-dessus.
Pour la conservation enfin, il n'y a pas grand chose à dire : la différence faiblement significative trouvée pour 51 va dans le sens que l'on pouvait attendre.

5.2.3 Etude de quelques comportements individuels

La discontinuité entre 31 et 41 peut être illustrée par les cas suivants :

- Aur(6;2) est une enfant qui redoublera le CP. Au test de conservation, elle fait une erreur de comptage pour justifier sa réponse non-conservante. A l'épreuve de calcul, elle ne répond que si E lui répète plusieurs fois la question. Mais à l'épreuve de subitizing, elle trouve quasi-instantanément tous les nombres, sauf pour 41 et 51 (et 6c à la première présentation), cartes pour lesquelles elle reste muette.
- Kar(6;10), également faible au test de conservation, se trompe deux fois dans les calculs dont aucun ne semble mémorisé (pour 2+2, le calcul le plus rapide, elle met près de 3 s). A l'épreuve de subitizing, elle répond quasi-instantanément à toutes les cartes (pour 6c la réponse est fausse), sauf 41 et 51 pour lesquelles elle ne répond pas.
- Jer(7;4), un redoublant, niveau II en conservation et 2 erreurs de calcul, répond quasi-instantanément à toutes les cartes. Toutes ses réponses sont justes, sauf les 2X2 réponses à 41 et 51.
- Pas(6;10) et Phi(6;5) n'ont fait chacun qu'une erreur de calcul, mais ne semblent pas encore avoir mémorisé le moindre résultat. Comme pour Jer, toutes leurs réponses sont quasi-instantanées. Et toutes justes, sauf les 2X2X2 réponses à 41 et 51. Rajoutons encore que Pas, à qui nous avions proposé en complément de regarder encore une fois une collection pour laquelle il s'était trompé, a commenté spontanément : "Cette fois je vais essayer de la compter", ce qui confirme bien que durant l'expérience elle-même, il avait essayé de subitiser.

5.3 Conclusion et remarque

Expérimentateur : Et là (pour la carte 51, à laquelle il venait de répondre 6), comment t'as fait ?
Alexandre (6;6) : "J'ai essayé de compter en vitesse, mais ça a pas été."

5.3.1 Conclusion

Quelques-uns des principaux résultats ou observations, à savoir :

- la chute des réussites, d'un taux de 1.00 à un taux de .42, entre 31 et 41, chute encore plus importante si l'on tenait compte des TR;
- les explications des réponses correctes à 41;
- les comportements individuels rapportés,

confirment la différence de difficulté, décisive quant à la réussite si l'on présente les collections très brièvement, entre 31 et 41, pour les enfants de 6 ans, et suggèrent que cette différence peut être due à la quasi-nécessité de passer par un calcul au moins implicite pour subitiser le cardinal de la collection 41. En outre, nous avons vérifié que la réussite significativement supérieure des enfants ayant un bon niveau en calcul à la seule collection 51, ne contredit pas cette conclusion.

5.3.2 Remarque

Dans cette expérience, et dans les observations préliminaires, il est apparu que certains enfants gauchers avaient quelques difficultés à comprendre nos consignes ou questions. Plutôt pour leur beauté ou intérêt propre que pour soutenir l'hypothèse d'une différence entre gauchers et droitiers, il nous plaît de rapporter ci-après quelques-unes de ces difficultés.

a) Au test de conservation

Entretien avec Alexandre (6;6). Alexandre a choisi les jetons orange. Pour les jetons en correspondance terme à terme optique, il répond : "On en a égal". E écarte les jetons orange de telle manière que la ligne formée par ces derniers dépasse des deux côtés la ligne des jetons bleus, les 5 jetons orange du milieu ayant à peu près la même longueur que les 7 bleus. Question de conservation : Et maintenant, qui en a le plus ? "Les bleus." - Pourquoi ? "Parce que t'en as enlevé deux." - T'es sûr : Où il sont les deux ? (il montre les deux jetons orange aux extrémités) - Ah ! Mais je les ai pas enlevés: ils sont encore là, ils sont dans ta rangée ! Tu as dit les orange ils sont à toi : ils sont toujours de ton côté ! Alors qui c'est qui en a le plus ? "On a égal." - Pourquoi ? "Puisque ils sont de mon côté." - Oui ! Mais ça

fait rien si ça dépasse : toi tu en as plus long là, alors tu en as pas plus ? "J'en ai plus." - Ah ! T'en as beaucoup plus que moi ? "Non il y en a égal." - Ah ! Mais avant tu avais dit qu'il y en avait plus : alors il y en a plus ou égal ? "Egal." - Pourquoi ? Comment tu sais qu'il y en a égal ? "Parce qu'il y en a 7 partout." - Ah bon ! Mais tu les avais comptés ? "Non." - Mais comment tu sais alors qu'il y en a 7 ? "Parce que je savais combien que ça fait : et il y en a 4 et 3 ça fait 7."
Pour vérification, E écarte alors les bleus : Alexandre rechute, soutenant que c'est lui qui en a plus "parce qu'il y en deux là" (= les deux bleus qui dépassent). E essaie de réexpliquer que même si les jetons sont plus loin ils restent quand même à lui. Pour une dernière vérification, il écarte à nouveau les jetons orange. Alexandre est toujours hésitant, croyant que les deux jetons ont été "mis de côté". Lorsqu'il semble enfin convaincu qu' "il y a égal", il l'explique par le fait que les jetons "sont en ligne", voulant probablement dire par là que les jetons sont restés dans la ligne, et n'ont donc pas été enlevés.
Commentaire : A aucun moment de l'entretien le problème logico-numérique de la conservation ne semble s'être posé à Alexandre, exclusivement préoccupé par la question de savoir si les deux jetons qui dépassaient, appartenaient encore ou non au jeu. Précisons qu'Alexandre avait un niveau, scolaire et en calcul, supérieur à la moyenne, mais avait cependant quelques problèmes de langage (sa maman ne parlant pas le français).

Entretien avec Dav(7;1). Dav compte pour répondre à la question initiale. Mais pour la conservation elle-même, il ne compte plus, et n'arrive pas à s'en sortir. En fin d'entretien, sur suggestion de E, il compte et conclut : "Egaux", en commentant : "Mais quand vous les écartez, on dirait que vous vous en avez plus." E lui fait alors remarquer qu'on pouvait le savoir sans compter. Voici la suite de l'entretien :
Pourquoi on pouvait le savoir même sans compter ? "Euh..." - Tu avais bien vu au début "Oui" qu'on avait le même nombre tous les deux ? "Oui." - Tu les avais même comptés ! "Ouais." - Quand on en enlève pas et qu'on en rajoute pas, on change pas le nombre ! "Et si j'aurais toujours dit égaux, et ben ce serait pas la peine." (Rire de E) - Mais tu aurais pu dire toujours égaux, parce qu'ils étaient toujours égaux ! "Hum (peu convaincu)" - Nouveau rire de E, et commentaire spontané de Dav : "Cela était un peu drôle quand on en ajoute" (transcription incertaine car couverte par le rire de E).

b) Au test de subitizing

E103(6;6), à qui nous attribuons ailleurs (paragraphe 7.2.5) un type verbal, ne manque évidemment pas de ressources pour décrire la procédure qui lui a permis de répondre quasi-instantanément "cinq" à la carte 51 : "J'ai vu qu'il y avait 4 et j'ai vu qu'il y en avait encore 1 qui était mis : alors je me suis dit que ça fait 5." - Mais comment t'as vu qu'il y en avait 4 ? "J'ai vu qu'il y en avait 4 parce que après que t'as recaché l'étiquette du 5 j'ai regardé dans ma tête renouveau ce que vous avez montré, et alors j'ai vu qu' il y en avait 4 et il y en avait encore 1." - Mais comment t'as vu qu'il y en avait 4 (avec insistance) ? "Et ben j'en ai vu qu'il y en avait 4 parce que j'ai essayé de voir 2 et 2, alors j'ai vu 2 et 2 dans ma tête, et j'ai vu encore un autre. Alors j'en étais sûr que c'était 5."*

E112(6;4), à qui nous avions donné pour consigne de juste dire combien il a vu, répond "Une fois" à la présentation de la première carte (= 4c), i.e répond le nombre de présentations de la carte ! Par la suite, lorsque nous lui faisons remarquer, après sa réussite à la carte 1, que c'était facile, il réplique : "Ben non : parce que c'est le deuxième, parce que après zéro il y a un." !

Virginie (6;2), quant à elle, trouve quasi-instantanément 41 en rajoutant : "Comme un i." En lui faisant expliciter cette comparaison, il s'avère que Virginie a perçu les trois premiers points de •••• comme "un bâton", et donc vraisemblablement le quatrième comme un point sur le bâton, le tout ressemblant alors à un i "en long" !
Mais Virginie nous avait surtout surpris en début d'épreuve, en dépit du fait que nous étions déjà averti par E112 d'une possible difficulté de compréhension de la consigne initiale de l'épreuve de subitizing. En effet, lors de la présentation de la première carte (= 4c), elle répond : "Zéro." - Voici la suite de l'entretien : C'est vrai ? "Hum." - Tu as rien vu ? "Si, quatre pions en-dessous." - Alors pourquoi tu dis zéro ? "Parce que je voulais t'attraper!" - (Rire de E) Mais non ! "Je fais toujours des farces comme ça à mon papa".

*Le contenu de la description que donne E103 semble un peu contredire le type verbal que lous lui attribuons. Mais notre interprétation du reportage de E103 est qu'il y a eu balayage, probablement terminé sur une après-image, de la ligne (et non pas une vision globale initiale, suivie d'une décomposition).

Chapitre 6 :

DENOMINATION ET CONSERVATION

"On peut presque dire que ce que l'on ne nomme pas, n'existe pas,..."

H. Laborit

<u>Présentation</u>. Les enfants soumis aux tests de conservation - les classiques, i.e ceux où il y a constat initial de l'équivalence et ensuite transformation de l'une des collections - ont, en général, entre 3 et 8 ans, avec un âge moyen de 5 ou 6 ans où semblent se poser les problèmes les plus intéressants. Pour ces âges-là, on peut penser que le comptage est le moyen essentiel de dénomination du nombre d'objets - noté n par la suite - d'une rangée, sauf, évidemment, si n est très petit. Soulignon cependant, et entre parenthèses, deux points. Le premier est que certains enfants peuvent déjà, à ces âges, utiliser des décompositions additives pour trouver rapidement n : voir le cas de Alexandre (p. 86). Le second est qu'il est tout à fait possible que l'enfant connaisse n sans le manifester extérieurement. Rapportons une observation incidente illustrant ce point :

> Nic (6;9) est soumis à un test classique de conservation pratiqué avec 7 jetons orange (les siens) et 7 bleus (ceux de E). Après que E a mis les jetons en correspondance terme-à-terme optique, il lui demande : Qui en a le plus ? "On est à égalité" répond Nic.
> E recommande alors : Regarde bien ce que je vais faire , et écarte les jetons orange de l'enfant de telle manière qu'ils dépassent des deux côtés la rangée de jetons bleus. Il pose la question de conservation : Et maintenant, qui est-ce qui en a le plus ? "On est toujours à égalité" - Pourquoi ? "Parce que on les a écartés mais on en a pas enlevés".
> E écarte ensuite de la même manière que précédemment les jetons bleus et demande Et maintenant ? "On est toujours à égalité" - Pourquoi ? "Parce que on les a écartés mais on les a toujours pas bougés"- Si on les a bougés ! Mais on n'a pas ... "On en a pas enlevés".
> Le test de conservation, ici intégralement rapporté, est terminé, et E range les jetons hors de la vue de l'enfant. Ce dernier est alors soumis à un test de subitizing au cours duquel il dénomme correctement la collection •••••, en expliquan qu'il a "vu", puis qu'il "savait". Pour connaître sa manière de "savoir," E veut lui prouver qu'on ne peut pas, sans plus, "savoir" le nombre. A cette fin, E remet les 14 jetons utilisés au cours du test de conservation sous les yeux de l'enfan et lui fait remarquer : Là tu sais pas combien il y en a ! Mais Nic répond presque instantanément : "Je crois qu'il y en a quatorze".

Après cette parenthèse, disons donc que ce sont les deux principales procédures de dénomination dont semble disposer l'enfant soumis aux tests de conservation, à savoi le comptage et le subitizing (ce dernier pour n très petit), qui expliquent le découpage en deux de ce chapitre, la ligne de partage ayant été fixée à n = 4.

Pour le premier paragraphe, intitulé "comptage et conservation", nous n'avons pas voulu, vu l'abondance de la littérature et vu que nous avions déjà traité antérieurement (Fischer, 1982 p.161 et ss) le sujet, faire une revue de question. Nous nous sommes, en conséquence, limité à la présentation-critique de deux études, l'une datant des années 1970, l'autre très récente, des études que nous avons choisies parce que, entre autres, le comptage semblait y être envisagé dans un état d'esprit différent.

Pour le second paragraphe, intitulé "l'effet petit nombre", nous avons, par contre, essayé de faire un bilan de 12 recherches sur la conservation des nombres inférieurs ou égaux à 4.

6.1 Comptage et conservation

> "..il peut être intéressant de se demander si les données qui ont été prises ne reflètent pas imparfaitement ou mal les phénomènes auxquels elles se rapportent."
>
> F. Pluvinage, 1980.

6.1.1 L'étude de Rauh (1972)

Rauh publie, en 1972, une étude impressionnante - plus de 400 pages, et aussi plus de 400 travaux cités en référence - , dont le sous-titre est "Le concept de nombre chez les enfants de 4 à 7 ans", le titre lui-même étant très général : "Analyse psychogénétique des processus cognitifs". Mais très vite on se rend compte que ce n'est pas le concept de nombre qui est l'objet de l'étude : c'est seulement la conservation du nombre qui y est traitée. Il est vrai qu'elle l'est à peu près sous tous les angles, y compris (p.198) la façon de boire des enfants non-conservants comparativement aux conservants : les non-conservants ont bu plutôt goulûment significativement plus souvent que les conservants ($p < 2\%$, calculé par chi^2) ou que les conservants partiels ($p < 1\%$). Le comptage, quant à lui, n'est donc envisagé qu'en perspective de la conservation : il n'est étudié que dans des prétests (p.187 et ss) à des tests de conservation, ou (p.327 et ss) comme moyen d'apprentissage de la conservation. Nous nous intéresserons aux résultats que l'auteur a dégagés à partir de ces prétests de comptage et tests de conservation.

a) Résumé.

Le prétest de comptage (p.188). On demande aux enfants de compter, à voix haute, 9 baguettes vertes en tas, et, de même, 9 jaunes. Le cas échéant, on dit à l'enfant qu'il peut déplacer les baguettes pour mieux les compter. Pour le codage des résultats , on distingue 4 catégories :

(a) au moins un des tas est compté correctement
(b) la suite des mots de nombres est connue, mais il y a eu erreur de bijection
(c) la bijection est correcte, mais il y a eu erreur dans la suite des mots de nombre
(d) à la fois erreur de bijection et suite des mots de nombres pas bien connue.

Les tests de conservation. Les enfants sont soumis à 7 tests de conservation, dont 3 du nombre. Ces 3 tests sont pratiqués respectivement avec deux rangées de 5, 6 et 7 objets chacune, et en opérant respectivement 2, 2 et 6 transformations. Pour le codage des résultats, on ne tient compte que des réponses, et non des explications; sont classés conservants, les enfants qui ont répondu correctement au moins aux 3 dernières transformations du troisième test.

Tableau des répartitions en taux des conservants, non-conservants et "non-compteurs"*, dans les 4 catégories du comptage :

catégorie de comptage / conservation	(a)	(b)	(c)	(d)	N
non	.83	.15	.02	.00	148
oui	.72	.28	.00	.00	88
"non-compteurs"	.38	.31	.15	.15	13

Commentaire. "Le résultat paradoxal, que les non-conservants ont su mieux compter que les conservants ($z = 1.98$; $p = 2.4\%$), pourrait tenir partiellement au fait qu'une partie des enfants en première année d'école obligatoire qui, à l'évidence, ont été jugés quelque peu plus sévèrement, fait partie des conservants. Toujours est-il que ce résultat montre que le comptage sûr n'est pas un préalable indispensable pour la conservation du nombre", écrit Rauh (p.214).

Tableau des corrélations (non reproduit). On y observe que :

- il n'y a pas de corrélation significative entre le comptage et l'un quelconque des 3 tests de conservation;
- il y a une corrélation significative entre le comptage et l'âge des enfants : le comptage fut jugé plus sûr chez les enfants plus jeunes (Rauh, p.216).

b) Critique. Au vu des résultats trouvés, notamment des faits que les non-conservants ont mieux compté que les conservants et que les plus jeunes enfants ont été plus sûrs dans le comptage, on peut penser qu'il y a eu artefact.
A propos du premier résultat - le fait que les non-conservants ont mieux compté que les conservants - Rauh en indique une source probable : la non-uniformité de l'application du test de comptage. D'après les commentaires de Rauh, il semble que les enfants de première année d'école, c'est-à-dire les plus âgés de l'échantillon et aussi ceux où l'on trouve vraisemblablement la plus grande proportion de conservants, ont été beaucoup moins (ou même pas du tout) encouragés à déplacer les baguettes pour mieux les compter que les enfants plus jeunes. A notre avis, cette source a dû être importante et a aussi influencé le deuxième résultat, à savoir la plus grande sûreté des enfants plus jeunes dans le comptage. Et les effets ont certainement été amplifiés par la facilité de l'épreuve de comptage : en effet, du fait que seule une faible proportion (même pas un quart) des enfants a échoué à l'épreuve de comptage, la proportion des échecs "injustes"

* Les non-compteurs sont des enfants qui ont fait preuve d'insuffisances notoires, soit en comptage, soit dans la compréhension de l'addition et de la soustraction (test non rapporté), ou d'insuffisances légères dans les deux. La dénomination "non-compteur" est quelque peu trompeuse, puisque 5 des 13 non-compteurs savaient compter !

s'est trouvée automatiquement accrue dans l'ensemble des échecs. Ils ont également été amplifiés, pour le premier résultat annoncé du moins, par la distinction d'une classe "non-compteurs" introduite par Rauh : en éliminant un certain nombre d'échecs "justes" au test de comptage de la comparaison conservants-non-conservants, le poids des échecs "injustes" s'est également accru.
En conclusion, ayant suffisamment bien identifié sa source et son amplification, nous pensons pouvoir confirmer qu'il y a eu artefact (cf. Pluvinage, 1980 p.16) : les résultats (ceux que nous venons de discuter) qui apparaissent dans les tableaux de Rauh ne sont probablement pas dus aux phénomènes observés - le comptage et la conservation du nombre chez les enfants -, mais ont été "fabriqués" par elle-même (et ses expérimentateurs).

c) Remarques

α) Notre "démonstration" ci-dessus est, par défaut d'argument quantitatif, insuffisante : on pourra toujours dire que nos critiques n'expliquent que partiellement les résultats de Rauh, et donc que ces derniers restent partiellement "vrais". Nous ferons donc remarquer :

- d'abord que les décisions statistiques qui ont été prises relèvent du tout ou rien et ne peuvent donc être partiellement justes;
- ensuite que si l'on fait la seule hypothèse - à notre avis très raisonnable - que les "non-compteurs" n'étaient pas conservants, cela suffit pour ôter toute signification statistique à la différence en comptage entre conservants et non-conservants. En effet, en intégrant les non-compteurs dans la catégorie des non-conservants du tableau p.92, nous avons trouvé z(corrigé) = 1.12 , donc une différence non-significative (même au seuil de .10).

β) Rauh (et nous-même, juste ci-dessus, aussi !) a utilisé le test de la somme des rangs (noté U-test par elle) de manière douteuse car les catégories de comptage qu'elle distingue ne sont, de manière naturelle, que partiellement ordonnées. De plus, les valeurs précises z = 1.98 et p = 2.4% indiquées par elle, montrent que ce test a été utilisé (sans la correction pour continuité suggérée par Leach, 1979) en one-tailed : il aurait donc fallu expliquer pourquoi le résultat "paradoxal" que les non-conservants savent mieux compter que les conservants avait été prévu !

6.1.2 L'article de Fuson, Secada et Hall (1983)

Introduction. Dans Fischer (1982, p.177) nous avions présenté l'étude "Quantité et Quotité" de Gréco (1962a) comme la plus importante de l'école piagétienne sur le comptage et ses conséquences. Or, récemment, nous avons trouvé dans la revue Child Development un article de Fuson, Secada et Hall (1983), qui, en introduction, soulignait qu'il apparaissait plausible que, dans cette étude de Gréco, les effets positifs du comptage sur les jugements de conservation aient été sous-estimés. Nous avons donc lu cet article avec intérêt. Nous nous proposons d'en résumer la partie qui concerne le comptage dans un premier temps, d'en faire un commentaire critique dans un second.

a) Présentation. L'article décrit deux expériences :

Dans l'expérience 1, 45 enfants de 4;6 à 5;5 ont été soumis à un test de conservation dans 3 conditions :

- la condition standard : une rangée de 7 animaux, à comparer avec une rangée de 7 cacahuètes, est allongée, et la question est : "Y a-t-il plus d'animaux que de cacahuètes, le même nombre d'animaux et de cacahuètes, ou plus de cacahuètes que d'animaux ?"
- la condition comptage : identique à la condition standard mis à part que, après avoir écarté les animaux, on demande à l'enfant de compter chacune des rangées, en l'aidant si besoin, et on lui fait rappeler les résultats de ses comptages.
- la condition bijection : non rapportée.

Résultats. Pour les réponses correctes en fonction de la condition, nous avons le tableau* 10a suivant :

condition (N) \ jugement correct d'équivalence	oui	non
comptage en premier (16)	11	5
standard en premier (14)	2	12

$\chi^2_1 = 9.02$ $(p < .01)$

Pour justifier sa réponse correcte, l'enfant peut, dans les conditions comptage ou bijection, se référer au comptage dans le premier cas, à la bijection dans le second : nous parlerons de justification identique à la condition. Nous avons le tableau 10b suivant :

condition (N) \ justification identique à la condition	oui	non
comptage (11)	10	1
bijection (12)	6	6

$\chi^2_1 = 4.54$ $(p < .05)$

* La présentation des résultats sous forme de tableaux a été faite par nous. Par contre, les contrôles statistiques, aux notations près, sont repris tels quels de l'article original. Notons d'ailleurs que le χ^2 semble avoir été utilisé dangereusement (effectif théorique < 5 dans au moins une des cases pour 10b, 10c et 10 e), voire abusivement (pour 10d, les 2 groupes comparés pourraient ne pas être disjoints)

Pour le transfert, nous avons le tableau 10c suivant :

condition standard \ jugement correct d'équivalence	oui	non
précédée immédiatement par le comptage	7	1
en premier	2	12

$\chi^2_1 = 11.29$
$(p < .01)$

Dans l'expérience 2, les 28 enfants sont un peu plus âgés - entre 5;0 et 5;11 - et issus d'un milieu un peu plus favorisé, l'une des hypothèses étant que c'est à cet âge, lorsque les enfants de ce milieu sont à un stade transitoire, que les enfants peuvent conserver par comptage tout en n'étant pas encore capables de donner les justifications piagétiennes. Une autre hypothèse a pour origine la distinction classes - collections faite par Markman (1979; voir aussi p. 55). Cette deuxième hypothèse est que la formulation en termes de collections va favoriser des stratégies empiriques comme le comptage et, en conséquence, la conservation. Cette fois-ci le test de conservation est posé avec 6 voitures bleues et 6 jaunes, chaque enfant ayant droit à 6 essais (on varie la transformation). Dans la condition classe, on parle simplement de "voitures bleues" et de "voitures jaunes", alors que dans la condition collection les deux rangées sont décrites comme représentant des courses de voitures et on parle de "voitures dans la course bleue" et de "voitures dans la course jaune". La question d'équivalence est toujours posée dans l'ordre suivant : 1.la rangée jaune est-elle supérieure en numérosité; 2.les rangées sont-elles équivalentes en numérosité; 3.La rangée bleue est-elle supérieure en numérosité.

Résultats. Au total, 13 des 28 enfants ont compté à au moins un essai. Si l'on considère les explications piagétiennes (à au moins un essai), ces 13 enfants diffèrent significativement des 19 qui ont donné une réponse perceptive (à au moins un essai). Voici le tableau 10d obtenu :

stratégie pour au moins un essai \ explication piagétienne à au moins un essai	oui	non
comptage (13 enfants)	9	4
perception (19 enfants)	5	14

$\chi^2_1 = 5.78$
$(p < .05)$

Pour la différence entre les conditions classe et collection, on a le tableau 10e :

condition \ jugement correct à tous les 6 essais	oui	non
collection	6	8
classe	1	13

$\chi^2_1 = 4.76$ $(p < .05)$

Précision complémentaire : Tous les 7 enfants ayant eu des performances parfaites ont compté à au moins un essai.

b) Commentaires critiques. Pour ce qui concerne l'expérience 1, il faut d'abord se demander quelle peut être - pour un enfant de 4 ou 5 ans -, la force de leurre d'une transformation effectuée, dans la condition comptage, peut-être une minute avant la question de conservation, et avec, entre temps, deux comptages de 7 objets, deux questions de E et deux réponses de sa part (et, le cas échéant, encore deux rectifications de E) ? La réponse évidente nous incite à penser qu'avec une telle procédure on n'éprouve plus la conservation : on l'évacue.

D'ailleurs, une argumentation d'ordre neuropsychologique nous conduit à un constat analogue. En effet, Kraft, Mitchell, Languis et Wheatley (1980), ont enregistré l'électroencéphalogramme chez des enfants au cours de tâches de conservation (pas du nombre, mais il semble raisonnable de penser qu'il en est de même pour ce dernier), dans le but d'évaluer le traitement de l'information par les deux hémisphères. Et ils ont trouvé une supériorité de l'hémisphère droit au cours de la transformation (encodage de l'information) et de l'hémisphère gauche au cours de l'explication (rappel et expression verbale/logique de l'information). De plus, le fait que les explications logiques sont en relation avec un traitement interhémisphérique ou bilatéral suggère, d'après ces auteurs, que les tâches de conservation sont des mesures comportementales de l'intégration interhémisphérique. En conséquence, on peut penser que la procédure suivie par Fuson et al. dans la condition comptage (et aussi la formulation de la question de conservation), en "détachant" aussi nettement la transformation de la réponse et de son explication, en favorisant une inférence verbale du type

$$\left.\begin{array}{l}\text{sept animaux}\\ \text{sept cacahuètes}\end{array}\right\} \longrightarrow \text{même nombre d'animaux que de cacahuètes}$$

et en se contentant d'une explication faisant référence au comptage (10 des 11 enfants du tableau 10a ont donné une telle explication), rend cette intégration interhémisphérique improbable et en fait disparaître la nécessité. Si c'est donc bien elle qui est à l'origine de la difficulté des tests de conservation, il en résulte que cette difficulté disparaît également.

Pour en revenir à notre point de départ - l'étude de Gréco (1962a) -, soulignons que ni l'idée que cette dernière sous-estime les effets positifs du comptage sur la conservation, ni surtout son explication - l'oubli par les enfants des résultats de leurs comptages - ne nous paraissent des plus heureuses. Et cela pour plusieurs raisons :

- l'étude de Gréco n'était pas centrée sur la question de l'influence directe du comptage sur la conservation, mais sur la question des estimations correctes de la quotité à part de la quantité. En conséquence, c'eût été une erreur méthodologique que de faire compter systématiquement les enfants avant les tests de conservation de la quantité;

- pour éprouver la quotité, Gréco demande à l'enfant de dénombrer seulement une des rangées et de prévoir le nombre d'objets de l'autre (qui n'est déjà plus en correspondance terme à terme optique). Si donc l'enfant avait oublié le résultat de son dénombrement, il ne conserverait pas la quotité. Et la recherche de Gréco est, précisément, connue pour avoir montré qu'à un certain niveau de son développement l'enfant conservait la quotité sans encore conserver la quantité !
  De plus, Gréco indique bien (p.24) qu'en cas de réponse non cohérente on fait préciser à l'enfant <u>une fois de</u> plus les données et les jugements, entre autres le nombre d'objets de la rangée dénombrée;
- enfin, et peut-être surtout, lorsque Gréco a étudié directement l'influence du comptage (comme Fuson et al., en faisant compter les deux rangées avant la question de conservation), à la fin de l'épreuve D en particulier, il décrit la procédure suivie ainsi : "Après avoir <u>fait répéter</u> le nombre trouvé pour A et le nombre (égal) trouvé pour B' on demande...." (p.24), et a trouvé que la conservation est "<u>beaucoup plus</u> fréquemment" (p.56) admise. Peut-on alors écrire que son étude sous-estime les effets (directs) du comptage sur la conservation, et surtout qu' "aucun effort n'a été fait pour s'assurer que les enfants se souvenaient des informations obtenues par comptage au moment de leur jugement d'équivalence " (Fuson et al., p.92) ?

<u>Conclusion</u>. Nous nous contenterons, dans ce sous-chapitre sur le comptage et la conservation, des présentations (partielles) résumées et commentaires critiques (ponctuels) de ces deux étude ou article. Le lecteur pourra peut-être nous le reprocher. Nous avons donné une explication dans l'introduction de ce chapitre. Une autre est peut-être, tout simplement, que nous n'avons rien d'original à dire sur le sujet. Certains chercheurs (Saxe, 1983; Baroody et White, 1983) continuent en effet à trouver que le comptage (et certaines de ses applications) précède la conservation : ceci ne nous paraît plus très original*. Et nous n'avons pas non plus la force d'imagination de cet autre auteur récent (Boyle, 1982) qui écrit (p.298) que "si quelqu'un adhérait à une convention selon laquelle le nombre change avec l'ordre de comptage, alors le nombre ne serait pas constant". Mais cet auteur a-t-il lui-même suffisamment d'imagination pour imaginer ce qui adviendrait à son évaluation <u>négative</u> de "Piaget and Education", si quelqu'un adhérait à une convention selon laquelle le négatif est positif ?

*Notons cependant la population non classique - des enfants de Papouasie (Nouvelle Guinée) - sur laquelle Saxe (1983) a établi son résultat.

6.2 L'effet "petit nombre " ($n \leq 4$)

"Les études devraient s'axer sur le rôle du signe verbal dans le processus de l'abstraction et, par conséquent, dans l'organisation de la perception et de l'appréhension conceptuelle de la réalité".

A. Schaff, 1964.

Remarque préliminaire : Outre les expériences classiques de conservation (voir présentation de ce chapitre), nous incluons* dans le présent bilan deux expériences de conservation de l'identité, i.e des expériences où une seule collection est impliquée mais dans lesquelles il y a bien transformation.

6.2.1 Introduction

L'étude de la conservation des petits nombres permet une discussion de la théorie piagétienne. Notons cependant d'emblée, et que l'effet petit nombre, i.e une meilleure conservation des petits nombres, existe ou non, que la théorie piagétienne ne pourra sortir qu'affaiblie d'une telle discussion. En effet, s'il s'avère que les enfants de 5 ans conservent le nombre 2, cela n'est guère prévu par la théorie. Mais s'il s'avère qu'ils ne le conservent pas, il faudra une fois de plus soulever le problème d'un pur et simple malentendu, car on a du mal à croire qu'un enfant de 5 ans qui voit deux objets pense, après qu'on les a écartés ou resserrés un peu, qu'il y en a plus ou moins. Mais l'intérêt de l'étude de la conservation des petits nombres ne réside pas seulement dans la discussion de la théorie piagétienne. En effet, des théories comme celles de Klahr et Wallace (1976) ou de Siegler et Robinson (1982) font jouer un rôle essentiel - dans le développement de la conservation - aux petits nombres qui peuvent être subitisés. D'après la première de ces théories par exemple, les petites numérosités des collections, initiale et transformée, pouvant être subitisées, l'enfant, grâce aux innombrables expériences de transformations qu'il peut avoir, classe ces dernières en trois types distincts, suivant que l'opérateur de subitizing (voir p.18) donne le même résultat (resp. un résultat inférieur, un résultat supérieur) avant et après la transformation. L'enfant arriverait ainsi d'abord à la conservation de l'identité, puis à celle de l'équivalence. On voit donc que cette théorie implique, outre le fait que la conservation de l'identité doit précéder celle de l'équivalence, que la conservation des petits nombres soit plus facile.

6.2.2 Tableau synoptique de 12 recherches

*Par contre, nous n'incluons pas des expériences - comme par exemple celle de Young et Mc Pherson (1976) - dans lesquelles on a demandé explicitement aux enfants de dénommer le (petit) nombre.

(a) Référence	petit (b) nombre	Réussite : (c) taux absolu	comparaison avec (d)	différence (e) significative	sujets : (f) nombre et âge	conservation : Question et Evaluation (g)
Cowan (1979)	2	1.00	5 15	p < .01 p < .01	18 de 5;0 à 5;11	Q : plus ou même nombre (inverse une fois sur 2) E : réponses (g1)
		habituel .97	5 15	p < .01 p < .01	18 autres de 5;0 à 5;11	
		caché .79	5 15	p < .02 p < .01		
Winer (a1) (1974)	2 et/ou 3	.69 (16ss) (c1)	5 et/ou 6	p < .05	32 de 4;0 à 4;11	Q : plus ou plus, ou même nombre (inverse 1 fois sur 2) E : réponses (g2) (codage complexe)
Winer (a2) (1975)	2 et/ou 3	.50 (12ss) (c2)	7 et/ou 8	p < .05	36 d'âge moyen 5;8	
Zimiles (a3) (1966)	3	.75 (36ss) .76 (38ss) .82 (50ss)	7 7 7	p < .02 non p < .01	72 de 5;3-6;3 74 de 6;3-7;3 98 de 6;3-7;3	Q: plus, plus, même nombre E: réponses
Murray (1970)	3	—	6	non	33 d'âge moyen 6;3	Q: même nombre ou nombre différent E: réponses (g3)
Gelman (a4) (1972b)	3	.05 .45 (.05) (c3)	—	—	10 de 3 ans 10 de 4 ans	Q: même ou différent E: 1. rép. 2. explic.
Bartmann (1969)	3, 4 et 7	.00 (.60) .90 (1.00) .80 (1.00) .80 (.80)	—	—	10 de 5 ans 10 de 6 ans 10 de 7 ans 10 de 8 ans	Q: pareille, plus petite ou plus grande E: 3 niveaux
Vogelsang (1958)	4	.30 (.50)	—	—	20 de 4;11 à 6;10	Q: plus ici ou ici E: 3 niveaux
Beilin (a5) (1968)	4	.14 .15 .19 .15 .09	—	—	7 de 3;0-3;3 16 3;4-3;7 21 3;8-3;11 16 4;0-4;3 15 4;4-4;7	Q: même ou différent (formulation précise non rapportée) E: réponses
Bever et al (1968) (a6)	4	habituel .80 .50 .64	—	—	10 de 2ans 16 de 3ans 11 de 4 ans	Q: même nombre ou une a plus E: réponses
		caché .48 .35 .29		—	37 de 2 ans 34 de 3 ans 35 de 4 ans	
Miller et al. (1975) (a7)	4	—	8	p < .10 pour les réponses non pour les explications	64 de 3, 4 et 5 ans	Q: non précisée E: 1. réponses 2. explications
Miller et Heller (1976)	4	.83 (.67)	8	p < .001 pour les réponses p < .0001 pour les explicat.	86 d'âge moyen 5;8	Q: même nombre ou plus (et inverse) E: 1. réponses 2. explications

Notes :

(a) Les notes a_i sont plutôt destinées aux vérifications qu'à la lecture du tableau nous y indiquons, lorsque cela n'est pas tout à fait évident, la partie de l'expérience référée dont nous avons extrait les résultats présentés.

(a_1) le prétest seulement

(a_2) l'entraînement seulement

(a_3) le premier essai seulement

(a_4) expérience contrôle

(a_5) l'essai A seulement

(a_6) la transformation 1a ⟶ 1b (paradigmes A et B) seulement

(a_7) les tests 6 et 7 seulement

(b) Lorsque nous indiquons deux ou trois nombres c'est que, dans l'article concerné les résultats ont seulement été rapportés globalement.

(c) Nous indiquons entre parenthèses :

- soit le nombre de sujets (= ss) à partir duquel le taux a été calculé, lorsque ce nombre diffère de celui indiqué dans la colonne nombre de sujets;
- soit , lorsque les sujets ont été classés en 3 niveaux piagétiens, le taux des enfants ayant un niveau 2 ou 3 (intermédiaire ou réussite), alors que le premier taux - non entre parenthèses - est celui des enfants ayant un niveau 3 (réussite);
- soit, pour les expériences ayant procédé à une évaluation séparée des réponse et des explications, le taux de réussite pour les explications.

Enfin, lorsque nous précisons habituel (resp. caché) c'est par opposition à une version cachée (resp. la version habituelle) du test de conservation : dans cette version cachée, l'enfant ne voit ni la transformation, ni son résultat.

(c_1) la réussite est définie par au moins une réponse juste à l'un des 4 tests

(c_2) la réussite est définie par au moins 3 réponses correctes successives au cours des 12 tests posés à des enfants non conservants (voir le 6.2.3.d ci-après)

(c_3) seulement les explications piagétiennes sont codées réussite

(c_4) les recomptages sont exclus des réussites pour les explications

(d) Remarque analogue à celle de (b).

(e) Lorsque nous indiquons la probabilité, la différence est évidemment toujours en faveur du petit nombre.

(f) La plupart des auteurs indiquent, au mois près, des âges révolus.

(g) La formulation de la question (= Q) a évidemment été abrégée. Pour l'évaluation (= E) nous distinguons les auteurs qui ne tiennent compte que des réponses (essentiellement 2 possibilités : juste ou faux) de ceux qui tiennent aussi compte des explications (dans ce cas,soit on retrouve les 2 possibilités, soit on a 3 niveaux).

(g_1) conservation de l'identité

(g_2) les résultats globaux incluent aussi des tests de conservation de l'inégalité

(g_3) conservation de l'identité et de l'équivalence

6.2.3 Commentaires

a) La colonne des taux absolus de réussite fait apparaître des taux assez forts (Zimiles, Cowan) pour les enfants de 5 et 6 ans, lorsqu'on se contente d'évaluer le réponses. Précisons que le taux plus faible obtenu par Winer (1975) peut s'expliqu par le fait que les enfants conservants ont été éliminés de l'étude. Néanmoins, si on classe les enfants par niveaux (Bartmann, Vogelsang), les réussites parfaites semblent encore rares à 5 ans.

En dessous de 5 ans, les résultats de Gelman et Beilin montrent qu'il n'y a pas enco re conservation : les taux de réussite ne dépassent pas - dans aucun des groupes qu' ils ont distingués - ceux d'une réussite par chance. Et le taux de .69 de Winer (1974) ne contredit pas vraiment cette conclusion : il a en effet été obtenu avec un critère de réussite très généreux (1 réponse au moins correcte sur 4 possibles). Par contre, les résultats au test habituel des sujets de Bever et al. semblent la remettre en question. Mais, s'agissant de résultats obtenus sur de très jeunes enfants avec une procédure de réponse forçée à seulement deux possibilités, il nous paraît essentiel de vérifier si l'on peut écarter l'hypothèse de réussites au hasar Or, pour chacun des trois groupes d'âge distingués par Bever et al., la probabilité d'obtenir au hasard un nombre de réussites $\geqslant$ à celui observé est $>$ à .05. De plus, ces auteurs, au contraire de Beilin, ne tiennent pas compte de la réponse initiale. Il se peut, en conséquence, que parmi les enfants ayant "réussi", certains avaient affirmé la non-équivalence des deux collections initialement présentées en correspondance terme-à-terme optique : nous pensons qu'on ne peut pas conclure que de tels enfants conservent le nombre. En dépit du taux de .80 obtenu par les sujets de deux ans de Bever et al. - taux pour lequel l'hypothèse d'une réussite au hasard peut être rejetée au seuil de .10 -, nous pensons donc ne pas pouvoir conclure, à partir des taux absolus ici rapportés, que les enfants de 2 ans, et plus généralement ceux de moins de 5 ans, ont tendance à conserver les petits nombres davantage que les grands. Toutefois, il faut remarquer, surtout en regard de notre problématique, que les deux recherches sur les enfants de moins de 5 ans que nous venons de discuter concernent n = 4, un nombre que l'enfant de moins de 5 ans ne subitise pas en général. Notre conclusion négative ne doit donc pas être généralisée.

Enfin, disons aussi un mot sur la comparaison entre les versions habituelle et cachée du test de conservation. Les résultats sont toujours supérieurs dans la version habituelle où l'enfant voit la transformation et la collection transformée : un tel résultat est compatible avec le fait que certains enfants arrivent à un jugement correct de conservation en retrouvant, pour la collection transformée, le même nombre que celui qu'ils avaient attaché à la collection initiale (conservation de l'identité), ou avec le fait que certains enfants vérifient, en extrayant les représentations respectives des numérosités des deux collections, qu'elles sont encore égales après transformation (conservation de l'équivalence).

b) La colonne des différences significatives fait apparaître que les chercheurs ayant comparé la conservation d'un petit nombre (≤ 4) et d'un grand (> 4) ont en général trouvé une différence significative en faveur du petit. La recherche de Murray (1970) - le seul chercheur n'ayant pas trouvé (au moins partiellement) une telle différence - ne semble pas d'un poids suffisant pour remettre en cause la généralité du résultat. En effet, elle ne concerne que 33 enfants, dont 13 ont plus de 7 ans et risquent donc, pour la plupart, de conserver le nombre quelle que soit sa taille. De plus, dans cette recherche les tests de conservation du petit et du grand nombre ont été posés aux mêmes enfants : on peut donc aussi craindre que l'effet stabilisant ou uniformisant*, mis en évidence dans les recherches de Zimile (1966) et Miller et al. (1975) et révélateur d'une faible variabilité intra-sujet, a contribué à la non-apparition d'une différence significative.

c) La colonne Question et Evaluation montre que les chercheurs ayant fait des comparaisons entre petit et grand nombre et indiquant de manière suffisamment précise la formulation de la question de conservation, ont toujours formulé cette dernière ave le mot "nombre". Comme ils ont aussi toujours utilisé une évaluation à partir des seules réponses, on peut certes penser que cette manière de formuler la question correspondait essentiellement a un souci de non-ambiguïté. Mais il n'en demeure pas moins que cette formulation a dû attirer l'attention des enfants sur le nombre, qu'ils pouvaient subitiser dans la condition petit nombre, et donc favoriser les réponses de conservation, en particulier pour les petits nombres. Rappelons d'ailleurs à ce sujet que Piaget et Szeminska (1941) formulait la question de conservation typiquement ainsi : "C'est encore la même chose ?" et, en cas de réponse négative à cette première question : "Où il y en a le plus ?"; ou encore que Gréco (1962a) demandait : "maintenant, il y a plus de A ou de B ?". On voit donc que le mot nombre n'a pas été utilisé. De plus, on peut penser que la question de conservation formulée avec le mot nombre concerne davantage la conservation de la quotité que celle de la quantité numérique, du moins si l'on se réfère aux définitions piagétiennes de ces dernières.

d) Disons enfin quelques mots sur le cas limite n = 2. Une seule recherche - Cowan (1979)-a étudié ce nombre isolément. Les résultats plaident très nettement, à première vue, en faveur de l'effet petit nombre, puisque, outre les réussites significativement supérieures à celles trouvées pour n = 5 et n = 15, Cowan obtient également 100% de réussites à l'expérience 1 et 97% à l'expérience 2. Mais ces résultats, en particulier les résultats absolus, sont moins convaincants si l'on considère qu'il s'agit d'une conservation de l'identité, que la question de conservation est formul

*les enfants qui ont répondu correctement (resp. incorrectement) au premier test, répondent aussi correctement (resp. incorrectement) aux suivants.

avec le mot nombre, et que tous les enfants ont déjà 5 ans. Résumons-commentons aus- si les deux recherches de Winer qui a pratiqué des tests de conservation de l'équiva lence et de l'inégalité avec n = 2 et/ou 3.

Winer (1974), dans le prétest, pose 4 tests de conservation à 16 enfants de l'un de: deux groupes qu'il veut comparer :

.le premier avec 2 objets

.les deux suivants avec 2 et 3 objets (conservation d'une inégalité)

.le quatrième avec 3 objets

5 des 16 enfants, qui ont entre 4;0 et 4;11, échouent à tous les 4 tests : nous avons vérifié que l'on peut rejeter l'hypothèse de réponses au hasard pour explique cet ensemble d'échec complets. Il semble donc que certains enfants de 4 ans réponde systématiquement incorrectement à la question de conservation, même pour n= 2 ou 3.

Winer (1975) réalise une expérience d'apprentissage. A partir de 59 enfants d'école maternelle, il en élimine 23 qui conservent déjà lors du prétest pratiqué avec n = 7 ou 8. Il en reste donc 36 d'âge moyen 5;8 qu'il répartit, au hasard, en trois groupes de 12. L'un des groupes est entraîné avec 12 tests de conservation pratiqué avec n = 2 (les 4 premiers), 2 et 3 (les quatre suivants : il s'agit d'une conser vation de l'inégalité), et 3 (les quatre derniers). Or 6 des 12 enfants ne conser- vent pas de manière consistante, i.e ne donne pas au moins trois réponses successiv correctes au cours des 12 essais : on voit donc que même pour des enfants de 5, voi re 6, ans la conservation des petits nombres, même du plus petit possible, peut po- ser des problèmes.

6.2.4 Conclusions

L'effet petit nombre, au moins au niveau des réponses correctes, existe bien. Les co paraisons directes entre la conservation d'un petit nombre et celle d'un grand auto risent une telle conclusion : par exemple, Zimiles (1966), dans l'une de ses expé- riences et au premier essai, a obtenu des taux de réussites (calculés sur une cin- quantaine d'enfants chacun) de .82 pour le petit nombre et de .38 pour le grand. Ra pelons aussi les 100% (resp. 97%) de réussite des sujets de 5 ans de l'expérience (resp. 2) de Cowan (1979) à un test de conservation (de l'identité) pratiqué avec n = 2. Remarquons d'ailleurs que Piaget, dans un dernier ouvrage avec Garcia (Piaget et Garcia, 1983 p.21), cite l'exemple de "la non-conservation initiale du nombre lorsque l'on modifie sans plus la disposition spatiale de sept à dix objets", et semble donc implicitement se méfier d'un tel effet.

Mais l'effet petit nombre est limité. Ainsi est-on surpris de voir qu'il est "balayé" par l'effet stabilisant du premier exercice dans la recherche de Zimiles (1966). Ou aussi que, parmi d'autres variables favorisant la conservation, la tail du nombre ne semble pas se distinguer particulièrement (Miller et al., 1975). De plus, principalement à cause de la formulation de la question de conservation, sa "démonstration" laisse à désirer.

Quelles conclusions plus générales pouvons-nous tirer de cette conclusion mitigée sur l'effet petit nombre ?
Peut-être, et principalement, que le passage par la dénomination des numérosités de collections n'est pas la seule voie pour le jeune enfant d'arriver à des jugements corrects de conservation. A ce sujet, il est intéressant de noter que Gelman, qui avec Gallistel (Gelman et Gallistel, 1978), soutenait le point de vue contraire, a, plus récemment (Gelman, 1982), présenté des résultats expérimentaux montrant que de enfants de 3 et 4 ans à qui l'on a "appris" que des ensembles en correspondance ter me-à-terme ont des valeurs cardinales spécifiques égales, pouvaient réussir, i.e juger et expliquer correctement, à des tests de conservation avec n supérieur à leur capacité de comptage. Et elle en a conclu que ces jeunes enfants devaient avoi accédé à une habileté disponible, bien qu'implicite, à utiliser la correspondance terme-à-terme; ou, plus généralement, que l'idée que les jeunes enfants peuvent uti liser la correspondance terme-à-terme, et l'utilisent, pour juger les relations d' équivalence, est probablement correcte.
Peut-être aussi, et secondairement, peut-on voir dans ce manque de netteté de l'eff petit nombre un argument indirect en faveur de "la nature relativement non-immédiat de l'identification perceptive du nombre " (Wohlwill, 1963; voir aussi Fischer, 198 p. 97).

6.1.5 Remarque complémentaire

Une recherche de Silverman et Briga (1981), non rapportée ci-dessus parce qu'elle concerne une conservation de l'inégalité, paraît néanmoins très intéressante à résumer dans le cadre du présent sous-chapitre et, plus généralement, dans le cadre de cette étude. Silverman et Briga, dans des conditions piagétiennes par ailleurs standard, ont en effet fait varier systématiquement la taille des nombres : 2-3, 3-4, 4-5, 6-7, 7-8. Le résultat est que les réponses de leurs sujets de 3 ans ne s'écartent significativement ($p \leq .05$) du hasard que pour le test de conservatior de l'inégalité 2-3. Les auteurs insistent d'ailleurs sur le fait que ce résultat est consistant avec celui de Descoeudres (1921), à savoir que les enfants de 3 ans n'arrivent pas à discriminer des combinaisons de nombres plus grands que 2-3. De plus, pour cette dernière taille de nombres, Silverman et Briga ont établi, dans une version cachée du test de conservation de l'inégalité, qu'en cachant un seul objet les enfants conservaient toujours, mais qu'en cachant deux objets ils échouaient. Silverman et Briga interprètent ce résultat par le fait que les enfants essaient de quantifier la collection partiellement cachée (en additionnant la portion non cachée à la portion cachée, mais les enfants n'arrivent pas encore à additionner 2), ce qui prouverait que les enfants de 3 ans ne conservent pas vraiment, i.e en s'appuyant sur un critère logique, les petits nombres.

Cette recherche semble donc confirmer que l'effet petit nombre est plutôt dû à la possibilité de discriminer les petits nombres qu'à un miracle logico-verbal.

Chapitre 7 :

LES PREMIERS APPRENTISSAGES NUMERIQUES A L'ECOLE

"Une fois encore, on ne peut espérer saisir le système sans connaître les propriétés des éléments."

F. Jacob

7.1 L'école de la Ganzheit*

"Malgré tout, le discours des globalistes, paré des plumes d'un paon philosophe, restait creux, et les propos sur la Ganzheit demeuraient sans aucun lien avec la clinique...."

H.Hécaen et G.Lanteri-Laura, 1977.

7.1.1 Introduction

Dans Fischer (1982, chapitre XI), nous avions commencé notre analyse historico-critique de la didactique du comptage par un paragraphe sur l'avant 1940 en Allemagne. La présente étude nous offre l'occasion, en continuité avec cette analyse antérieure, d'écrire un paragraphe supplémentaire sur l'histoire de la didactique des premiers nombres. En effet, l'idée de Ganzheit, dont il est question dans ce sous-chapitre, s'est développée en Allemagne (de l'Ouest après la guerre; aussi éventuellement en Autriche), dans le domaine de la pédagogie, vers 1930, mais surtout après la seconde guerre mondiale.

L'ouvrage Théorie et pratique d'un enseignement analytique-synthétique de J.Wittmann ($1^{ère}$ édition en 1929) est considéré par certains comme la pierre de fondation de l'école de la Ganzheit. Mais Kern (1965, p.2) souligne que le qualificatif global n'est apparu que dans les titres de rééditions ultérieures de ce livre, et, en conséquence, revendique être le premier à avoir parlé, en 1930, de méthode de la Ganzheit. Après le coup d'arrêt dû à la guerre, le mouvement de la Ganzheit a repris avec force dans les années 1950, avec notamment la parution régulière de deux (au moins) revues pédagogiques - Die Ganzheitsschule (=L'école de la Ganzheit) et Der ganzheitliche Unterricht** (=L'enseignement global) -, et de nombreux ouvrages, soit généraux, comme L'idée de Ganzheit en philosophie, pédagogie et didactique (Kern, 1965), soit exclusivement consacrés à la didactique des mathématiques ou du calcul comme par exemples Le calcul par les formes dans l'enseignement global à l'école primaire (Kern et Gieding, 1960), Un nouveau chemin pour le premier enseignement du calcul sur une base globale (Tille et Tille, 1960), ou encore Essence et chemin de l'enseignement global du calcul (Karaschewski, 1966 et 1970).

*Nous ne traduirons pas le vocable Ganzheit (la traduction littérale serait totalité). Par contre, le qualificatif "ganzheitlich" sera traduit par "global", et "das Ganze" par "le tout".

**Parue en addition dans une autre revue.

7.1.2 Les bases psychologiques

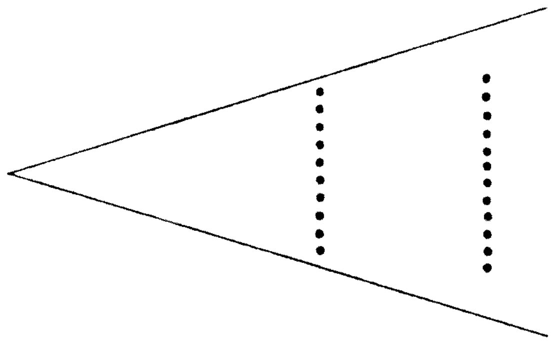
a) Le triple primat du tout (Kern, 1965)

α) phénoménal. La première impression que nous avons, lorsque nous rencontrons une image perceptive, est toujours globale, les parties n'apparaissant que peu à peu, plus ou moins fortement. Exemple : Si l'on montre les figures ci-dessous en exposi-

tion momentanée, peu de gens appréhenderont le nombre de points : ils parleront plutôt d'une image d'étoiles. La première impression est toujours imagée, "physiogno-mique".

β) génétique. Le processus génétique (actuel) est un développement qui, à partir d'un diffus-global (prégestaltiste), conduit de proche en proche à la gestalt finale structurée.

γ) fonctionnel. Le tout exerce une fonction déterminée sur les parties. Exemple : les illusions optiques

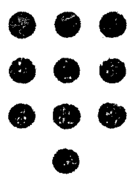


Y a-t-il égalité des nombres de points ?

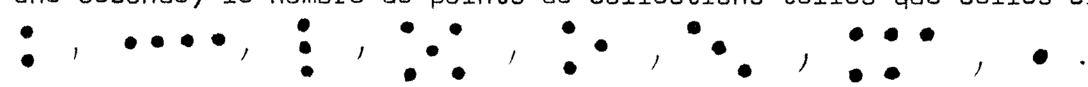
b) Le test de saisie simultanée

Kern a élaboré un test des performances de base pour l'entrée à l'école. Ce test, décrit dans Cordt et Walter (1962), fut appliqué à partir de 1946 à plus de 100 000 élèves tous les ans. Il comprend six items, dont trois concernent notre sujet :

-l'item 3 qui consiste à reproduire la structure de l'ensemble "Dix" ci-dessous :



- l'item 4 qui consiste à extraire un certain nombre d'objets d'un ensemble "amorphe"
- l'item 5 qui consiste à dénommer (sans compter, l'exposition étant éventuellement limitée à une seconde) le nombre de points de collections telles que celles ci-contre :



Pour Kern, l'item 4 est une mesure fine du développement des connaissances en calcul Décrivons plus précisément cet item que nous appellerons test de saisie simultanée dorénavant. Sur la table, E a étalé au maximum 20 objets faciles à saisir et connus de l'enfant (boutons, billes,...). Ils doivent être disposés de manière à pouvoir être saisis sans peine. L'exercice doit être posé sous forme de jeu : "Nous voulons faire un jeu ensemble. Tu as le droit de prendre autant de boutons que je te dis. Prends 2, prends 4 boutons ! Tu peux les saisir avec tes deux mains". Il est important que le testé appréhende simultanément et saisisse sans hésitation. Pour ce faire, il n'a pas le droit de compter, sinon ce test particulier est sans valeur. E change les données jusqu'à ce que le plus grand nombre que l'enfant appréhende simultanément soit déterminé.

c) Commentaires

α) Sur la psychologie de la forme

De manière générale, il semble aujourd'hui, même si les solutions proposées par les psychologues de la forme ne sont plus acceptées par tout le monde (cf. Pomerantz et Kubovy, 1981 p.455), que bien des problèmes soulevés par eux sont le point de départ de nouvelles théories de l'organisation perceptive (par exemple, celle de Palmer, 1982) et demeurent l'objet de débats controversés. Ainsi :

- lorsque Lockead (1972, rapporté dans Lockead, 1979) propose que les objets sont traités initialement de manière holistique, Dykes (1979, p.739) réplique que le modèle de perception global, holistique, ne rend pas compte de ses propres observations, Lockhead (1979, p.753) lui répondant qu'il a tort de croire avoir ainsi montré que le modèle holistique est inadéquat;
- lorsque Navon (1977) pense avoir montré que nous voyons la forêt avant les arbres, Grice, Canham et Boroughs (1983) lui répondent que cela dépend où l'on regarde ! Et Navon lui-même s'interroge (Navon et Norman, 1983) si la priorité du global dépend réellement de l'angle visuel;
- lorsque Pomerantz (1983) rapporte des résultats impressionnants, selon Ward (1983) lui-même, ce dernier rajoute aussitôt que l'interprétation donnée par Pomerantz à ces résultats peut, de bien des manières, contribuer à la confusion entourant présentement la notion de "priorité du global".

Pour ce qui concerne la relation entre les modes holistique et analytique au cours des développements perceptif et cognitif de l'enfant, Kemler (1983, p.99-101) abouti aux conclusions suivantes :

- en général, le mode holistique caractérise les enfants jeunes, les enfants retardé et ceux dont l'apprentissage n'est pas intentionnel, bien que ni les enfants préscolaires ou retardés, ni ceux qui apprennent incidemment ne se restreignent complètement à lui;
- l'appréhension des stimuli comme des touts n'empêche ni la discrimination, ni la formation de classes d'équivalence. Néanmoins la perception holistique limite à la fois la sorte des stimuli qui peuvent être considérés comme équivalents et la flexibilité des opérations d'équivalence, et seul le mode analytique permet la flexibilité du fonctionnement intelligent;
- dans le déroulement normal du développement perceptif et cognitif, la balance se déplace du mode holistique vers le mode analytique.

Plus ponctuellement, à propos du primat fonctionnel du tout, nous noterons que si nous regardons un quadrillage rectangulaire de points, et que nous voyons alterner une organisation en colonnes et une organisation en lignes, nous avons conscience que les parties (élémentaires) restent inchangées quand l'organisation change : il est donc (cf. Pomerantz et Kubovy, 1981 p.451) tout à fait naturel de penser l'organisation comme quelque chose d'additionné aux parties.

β) Sur le test de saisie simultanée

Si le triple primat du tout, qui repose évidemment sur la psychologie de la Forme, pouvait donc, surtout à l'époque de la Ganzheit, être légitimement soutenu par Kern par contre, son test, en particulier le test de saisie simultanée, nous paraît davantage critiquable. En effet, pour nous, la saisie simultanée ou "sans hésitation" n'est pas objectivement contrôlable; de plus, elle n'implique pas l'appréhension simultanée; enfin, l'ordre de présentation* et les critères de réussites sont insuffisamment précisés. Plus généralement, un enfant consciencieux ou scrupuleux risque d'être pénalisé par la condition "sans hésitation"**.
Pour l'un des autres tests numériques (item 5), nous avons également remarqué que son titre - acte de reconnaître ou trouver un nombre - repris de Beckmann (1923) ne correspond pas à la description qu'en a donné ce dernier (voir Fischer 1982, p.5
D'ailleurs l'étude de Beckmann (1923) renforce nos réserves à l'égard du test de saisie simultanée. Elle montre en effet (voir aussi Fischer 1982, p.106) que seul une minorité d'enfants (20% pour les 6 ans : type-groupe de Beckmann) saisit simultanément lorqu'on ne les y oblige pas: on peut donc se demander si les enfants qui saisissent un à un (48% : type-unité) ou par sous-groupes (32% : type-somme) n'utiliseront pas, dans les conditions du test de saisie simultanée, leur procédure préférée de manière rapide et cachée. Pour l'item 5, soulignons encore qu'il est difficile de juger - surtout que la limitation de la durée de l'exposition ne figure qu'en option - si un enfant ne compte pas, ou ne passe pas par une décomposition additive
Précisons d'ailleurs que, d'après Ingenkamp (1964, p.58) il était usuel que les maîtres ne pratiquent qu'une version raccourcie du test de Kern, en supprimant en particulier les items exigeant une passation individuelle, i.e les tests numériques de saisie simultanée et de dénomination, et le test de gribouillage auquel il est fait allusion ci-après.

*Rauh (1972, p.188), qui a utilisé le test de saisie simultanée dans l'une de ses expériences, présentait les nombres dans leur ordre naturel : ceci nous paraît une erreur méthodologique (pas directement imputable au test de Kern).

**dans la même épreuve de saisie simultanée que ci-dessus, Rauh (1972, p.213) a noté que, paradoxalement, les enfants qui n'avaient pas réussi à une épreuve de comptage ou/et à une épreuve de compréhension du principe de l'addition et de la soustraction avaient, davantage que les autres, tendance à saisir simultanément les grands ensembles (4 ou 5), les conservants préférant (p.212) les groupes de trois.

Enfin, nous noterons que Ingenkamp (1964) a lui aussi souligné - et ce bien qu'il qualifie l'idée de Kern de "géniale" (p.58) - les défauts méthodologiques du test de Kern. Ainsi, pour le test (non numérique) de gribouillage (on demande à l'enfant d'écrire une lettre), Ingenkamp (p.61) estime que son évaluation par des non-graphol gues est incertaine et problématique.

7.1.3) Principes didactiques

a) Les 4 points caractéristiques d'un enseignement global (Tille et Tille, 1960)

A quoi remarque-t-on la pensée de Ganzheit dans le premier enseignement du calcul ? Tille et Tille (1960) répondent que c'est essentiellement sur 4 points :

- l'enseignement du calcul débute par des ensembles non structurés, avec des Ganzheiten, pas avec les éléments de la suite des nombres
- la façon globale de travailler entraîne le recul du comptage au profit d'une appr hension simultanée du nombre
- une autre caractéristique du travail global est l'introduction de toutes les opér tions arithmétiques dès le début de l'enseignement du calcul
- la pensée de la Ganzheit souligne consciemment la donnée initiale, globale et naïve, des faits numériques, avant que ces derniers ne soient appréhendés de mani re plus précise par le processus d'analyse.

En illustration, voici comment Tille et Tille présentent les premiers nombres :

- 2 et 3 sont présentés comme des parties globales d'un ensemble plus grand, et non pas comme la somme 1 + 1 ou 1 + 1 + 1
- 4 est le doublement de 2 : il est important de ne pas le présenter comme le résul tat d'un surcomptage
- 5 et 6 sont présentés à partir des dés : 5 c'est 4 avec 1 point au milieu, et 6 c'est deux 3
- 8 et 10 sont présentés avec des dominos comme les doubles respectifs de 4 et 5
- 9 est présenté à partir d'un jeu de quilles : les élèves voient immédiatement la disposition en 3 fois 3, en 6 + 3 et 3 + 6
- 7 enfin est présenté par les dominos.

b) La formalisation de Karaschewski (1966)

Karaschewski (1966) propose une formalisation de la didactique des mathématiques. I énonce et illustre 9 postulats, 10 axiomes et 18 principes. Parmi ces derniers, nou résumons les principes

- .6 (p.116) : au-dessus de 5 les ensembles initiaux doivent être rendus simultanémen appréhendables;
- .8 (p.118) : dans le calcul global, le comptage par groupes est, dès le début, la forme du comptage structuré. Le détour par un comptage "aveugle" doit être évité si l'on veut arriver à de bons résultats en calcul (p. 119);
- .18 (p.159) : appelé principe de la Ganzheit, ce principe énonce 6 conditions, découlant des 10 axiomes, pour que les objets d'enseignement accèdent à la Ganzhei

c) Le principe d'attente (Kern, 1935)

Kern (1935, p.174) érige l'attente en principe d'enseignement. Par la suite (Kern 1962, p.182) il précise même qu'il s'agit d'une attente tranquille.

Pourquoi attendre ? Pour que l'enfant n'arrive pas prématurément à des techniques de calcul dont il ne comprendrait pas le sens.

Que faut-il attendre ? Que l'enfant arrive aux processus génétiques actuels requis pour l'enseignement visé. Par exemple, pour l'enseignement du calcul, il faut surtou attendre que l'enfant appréhende simultanément les nombres jusqu'à 5.

Ce principe d'attente explique probablement la raison d'être du test de performances pour l'entrée à l'école conçu par Kern, et dont nous avons parlé précédemment. Noton aussi que :

- Kern (1960, p.30) estime que, à leur entrée à l'école (âge : 6;0 à 7;0), seul les enfants bien mûrs (= 36%) arrivent à appréhender simultanément les nombres jusqu'à 5; les enfants moyennement mûrs (= 42%) n'arrivent qu'à 4, et ceux peu mûrs (=22%) qu'à 3. En conséquence, Kern rejoint Wittmann qui avait proposé (cf. Cordt et Walter, 1962) de reculer d'une année les débuts de l'apprentissage du calcul à l'école;
- pour l'apprentissage de la numération de position, Kern préconise de le repousser jusqu'au milieu de la troisième année d'école.

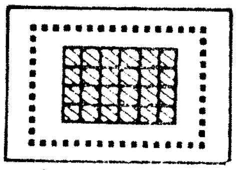
d) La boîte à calcul de Kern

Pour Kern (1960, p.16), il ne peut y avoir d'apprentissage global du calcul sans que l'enfant ait un auxiliaire de calcul à portée de mains. Comme auxiliaire, Kern propose sa boîte de calcul. Décrivons partiellement le matériel, son utilisation et ses mérites (d'après Kern 1960, p.16-17) :

> La boîte à calcul globale facilite et embellit le calcul. Ce dernier n'est pas construit à partir de l'élément, mais au contraire s'occupe des touts, des gestalt Au premier plan ne se trouve pas ici l'ensemble non structuré, mais la gestalt totale avec une structure déterminée par des sous-gestalts qui vont jusqu'à l'unit donc l'ensemble structuré. Ces touts sont des règlettes et des blocs en bois ayant des tailles diverses. Mais là ne réside pas l'originalité de ce nouvel auxiliaire de calcul. Ce qui est déterminant, c'est plutôt le fait que ces gestalts ont eu une structuration riche grâce à 8 couleurs. Ainsi, la règlette dix est décomposée e
> - 5+5 grâce aux couleurs rouge foncé et rouge clair
> - 4+4+2 grâce aux couleurs vert foncé et vert clair
> - 3+3+3+1 grâce aux couleurs jaune foncé et jaune clair
> - 2+2+2+2+2 grâce aux couleurs bleu foncé et bleu clair
>
> enfin en 10 unités grâce à des entailles.
>
> Les règlettes-gestalts 9, 8,7, 6 sont construites d'après les mêmes principes de structuration. Les petites gestalts (blocs-gestalts) 5, 4, 3, 2, 1 abandonnent successivement les couleurs dont le principe de structuration n'est plus visible (ainsi la couleur rouge de la décomposition en 5 a disparu pour le bloc 4).
> Les règlettes ont aussi un haut et un bas marqués avec des couleurs, ce qui permet de les reconnaître à un moment où leur nom n'est pas encore connu. Le bas est marqué avec une couleur foncée, le haut avec une couleur claire.
> Les couleurs sont ainsi composées qu'elles se complètent harmonieusement, mais ne troublent pas le tout par une trop forte prégnance et, entre autres, gagnent un trop grande valeur propre.

Présentons maintenant le déroulement des 5 phases tel que le prévoit et schématise Kern (1960, p.41 et 42) :

But :

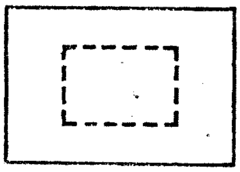


Dans ce schéma, le tout enveloppant doit indiquer le quali tatif, dans lequel repose le quantitatif (mathématique), de façon plus ou moins différenciée.

Déroulement :

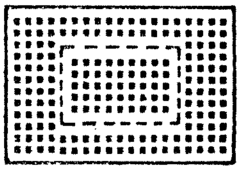
α)Le qualitatif

Phase 1 :



Ce schéma indique la prédominance du qualitatif non-analysé. Les enfants jeunes (école maternelle), également les élèves du CP non mûrs (en retard ou faiblement doués), ne reconnaîtront parmi les règlettes et les bloc que : petit-grand, long-court, plus grand que- plus petit que. Les relations mathématiques restent tout à fa à l'arrière-plan.

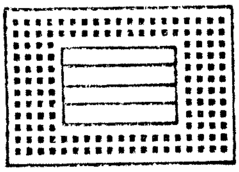
Phase 2 :



Ce schéma indique la première structuration (par les points). Elle consiste dans la distinction clair-foncé sur les règlettes. Cette phase aussi sera déjà maîtrise par les enfants de maternelle. L'élève mûr de CP parcourt très rapidement les phases 1 et 2.

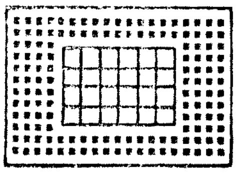
β)Le quantitatif

Phase 3 :



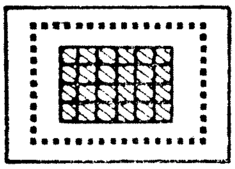
Ce schéma veut indiquer l'émergence du mathématique à partir du fond diffus (il devient figure). Concrètement avec les règlettes : En recouvrant les parties colorées avec des blocs, les "parties" du tout deviennent de plus en plus nettes; elles seront finalement dénommées avec des noms numériques (1-5).La plupart des élèves mûrs connaissent les nombres 1-4 (5) à leur entrée au CP

Phase 4 :



Ce schéma indique la différenciation plus forte dans le domaine mathématique. Concrètement : Les règlettes sont dénommées numériquement (10, 9, 8, 7, 6). Cette étape est déjà abordée durant les six premières semaines par les élèves mûrs, ceux moyennement mûrs ont encore beso de quelques semaines suppémentaires, ceux faiblement mûrs n'entrant que lentement dans cette phase.

Phase 5 :



Ce schéma indique le domaine mathématique davantage structuré : les diverses opérations de calcul font apparaître de plus en plus nettement les relations et structures numériques. Par composition et décomposition, par assemblage visuel de parties déterminées dans le tout, les opérations d'addition, de soustraction, d'inclusion et de division se construisent de plus en plus et deviennent de plus en plus courantes, le concept de nombre devient de mois en mois plus mobile.

7.1.4 Compléments et commentaires critiques

Tille et Tille (1960) introduisent 4 comme double de 2 : le tout 4 est donc défini à partir de deux parties 2. De même, 5 est reconnu comme 4 avec 1 au milieu, i.e à partir de deux de ses parties. Ceci ne semble guère en accord avec les bases psychologique de la Ganzheit. Et le fait d'introduire les premiers nombres presque dans leur ordre naturel ne semble guère non plus en accord avec ce que l'on pourrait attendre de la méthode globale.

Karaschewski (1966, p.187), bien que son principe 6 souligne qu'au-dessus de 5 les ensembles doivent être rendus simultanément appréhendables, limite à 4 les nombres qu'il qualifie de simultanés, et écrit qu' "à partir de 5 et plus les ensembles ne sont simultanément appréhendables que s'ils sont structurés d'une certaine façon". Outre le statut ambigu de 5, notons que Karaschewski attribue aux nombres une propriété - la simultanéité - qui revient en fait à leur perception : par là-même, il nie implicitement le rôle possible de l'apprentissage (car les nombres, au contraire de leur perception, ne sont affectés ni par l'expérience, l'apprentissage, la motivation, ... des sujets, ni par le contexte, la situation,...). Il attribue également à ces nombres simultanés des vertus dont il n'est pas sûr qu'elles leurs reviennent, ou du moins qu'elles reviennent exclusivement à la simultanéité de leur perception. Par exemple, il explique (Karaschewski 1970, p.27) que 38+3 ou 52-4 sont des exercices perçus comme faciles, malgré le passage de la dizaine, parce que 3 et 4 sont des nombres simultanés et sont donc facilement décomposables.

Le principe de l'attente nous suggère les trois remarques suivantes :

- Que se passe-t-il si l'on n'attend pas ? Non seulement, comme pour tout apprentissage prématuré , cela ne profite guère à l'enfant, mais Kern laisse même entendre que cela pourrait avoir des conséquences négatives. Ainsi, à propos de la lecture, il écrit : "Là où l'on analyse déjà après quelques jours ces touts, ces impressions diffuses -globales sont détruites, la Gestalt totale se décompose, l'enfant ne voit plus que des parties isolées"(Kern, 1962 p.180). Or, appliquée à l'apprentissage des premiers nombres, une telle idée pourrait conduire à l'hypothèse que les enfants qui apprennent à compter très ou trop tôt, auront beaucoup plus de mal à appréhender rapidement les nombres que leurs camarades qui apprennent à compter plus tardivement (puisque les premiers n'auront pas cette appréhension simultanée qui, chez les seconds, se sera développée harmonieusement). Nous avons essayé de tester une telle hypothèse (hypothèse 1b, p.31 et 56) : comme on pouvait le prévoir elle semble à rejeter. En conséquence, l'idée de Kern perd de sa crédibilité.
- La proposition - faite par Wittmann mais que Kern semble approuver - de reculer d'un an les débuts de l'enseignement du calcul, a également été faite par l'école piagétienne. Notons d'ailleurs que Kern, en dépit des inspirations gestaltistes de la Ganzheit, accueille avec une satisfaction non dissimulée les thèses de Piaget*. Ainsi Kern (1960, p.30) qualifie l'idée des tests de conservation du nombre d' <u>heureuse</u>, et, plus généralement à propos des tests de conservation, écrit :

  "L'impression momentanée des données perceptives, le tout complexe triomphe avec une sûreté absolue sur le mathématique"(p.31).
- On peut regretter de voir qu'un pédagogue comme Kern, qui attache une si grande importance au fait que les enfants appréhendent simultanément les nombres jusqu'à 5, ne fasse rien pour tenter de le leur apprendre, et se contente de dire, à propos de ceux qui n'y arrivent pas, qu'ils ne sont pas mûrs pour entrer à l'école. Est-

*Nous avons déjà rappelé (p.6) que la thèse de Piaget, dans le domaine des premières acquisitions numériques, était parfois étonnamment gestaltiste : La satisfaction de Kern semble en accord avec notre point de vue.

il en effet besoin de rappeler, comme l'a fait récemment l'Inspecteur Général Belbenoît (1982, p.9), que le trait commun des maîtresses des classes où tous les enfants (ou presque) réussissent est "de croire qu'elles n'ont rien de plus pressant à faire que d'amener tous leurs enfants au terme des apprentissages élémentaires; et qu'au surplus, à de rares irréductibles près, tous en sont capables, pour peu qu'on sache leur apporter le soutien approprié dans le moment même où ils sont en péril de décrocher du peloton...". Mais dans cette attente tranquille que l'enfant appréhende simultanément les nombres jusqu'à 5 on retrouve vraisemblablement l'influence de la Gestaltthéorie, cette dernière étant classiquement accusée d'avoir sous-estimé le rôle des apprentissages et de l'expérience.

Faisons maintenant deux remarques sur la boîte à calcul de Kern :

- En premier, et toujours en tenant compte des inspirations gestaltistes de la Ganzheit, on peut se demander ce qu'aurait pensé Wertheimer, principal[*] fondateur de la Gestalttheorie et qui avait insisté (cf. Wertheimer 1912) sur le rôle des groupements naturels - les doigts des mains en particulier - dans la genèse du nombre, d'un matériel aussi artificiel. Plus particulièrement, de la démonstration de 5+5=10 à partir de la face rouge de l'une de ses règlettes, présentées dans une boîte en bakelit transparent, même si Kern (1960, p.20) souligne qu'une "possibilité idéale" a été exploitée dans le coloriage des faces (rappelons que la même couleur, claire et foncée, sur une face permet de voir les parties sans détruire le tout).
- En second, il faut évidemment se demander si un matériel aussi richement structuré est bien adapté à cette appréhension diffuse-globale initiale de l'enfant, ou à ce travail initial sur des ensembles non structurés préconisé par les pédagogues de la Ganzheit. D'autres, avant nous, ont répondu à une telle question. Ainsi, Harsch (cité par Kern, 1960 p.35) - un concurrent commercial de Kern il est vrai ! - pense que "mettre en évidence, sur les règlettes, d'autres divisions que les unités (partage de 10 en cinq 2 ou en deux 5) est contraire à l'idée d'une démarche globale". Plus généralement, les partisans de Wittmann[**] pensent que Kern "a compris l'enseignement global de travers, en conséquence pas du tout" (d'après Samstag, 1958 p.4

Terminons enfin par un examen de l'attitude des pédagogues de la Ganzheit vis-à-vis du comptage. Le comptage semble faire l'unanimité contre lui. Si les pédagogues de la Ganzheit ne nient pas que les enfants, à leur entrée à l'école, savent compter, ils ont pu souligner qu'il est important de ne pas présenter les nombres comme le résultat d'un comptage (Tille et Tille, 1960), et ont pu le réduire à une manie, une contrainte dont l'enfant ne se libère que peu à peu (Karaschewski, 1966 p.119). No-

[*] En dépit du fait que c'est Koffka qui, réalisant que Wertheimer hésitait à écrire ce qu'il pensait, formula les premiers principes de la Gestalt-psychologie (d'après Köhler, 1967).

[**] Dans cette polémique, Kern ne reste évidemment pas muet. A propos des titres successifs de l'ouvrage de Wittmann auquel nous avons fait allusion, il se demande par exemple si Wittmann ne considérait pas que global et analytique sont synonymes !

tons d'ailleurs que Kern, qui exige des performances de pointe dans le domaine de l'appréhension simultanée des nombres de la part des enfants de 6 ans, pouvait difficilement éviter de leur accorder également quelques connaissances en comptage. Mais, pas plus que d'autres, les pédagogues de la Ganzheit n'ont su éviter les difficultés logiques auxquelles on est confronté si l'on ne considère pas le comptage comme le moyen primitif d'arriver au nombre. Ainsi, Kern (1960, p.48), pour dénommer la règlette "dix", reconnaît que beaucoup d'enfants auront, depuis longtemps et par comptage, trouvé que la règlette la plus longue ou la règlette rouge est la règlette "dix". Le maître en est alors réduit à introduire consciemment (=bewusst) le nom : "Prenez la règlette dix dans la main,...". On voit donc clairement que la consigne suppose que les enfants connaissent déjà dix. Et nous ne croyons pas que la simple consigne du maître aura changé la "conscience" qu'ont les enfants de ce nombre. Ainsi également, Kern (1960, p.51) est ennuyé pour montrer que 10+5=15*. Il explique alors que "si les règlettes dix et cinq sont côte à côte, eh bien il y en a 15. L'assemblage résultant porte ce nom", mais rajoute entre parenthèses : "Si on compte les petits blocs individuels de cet assemblage, on arrive à 15", une parenthèse qui suggère une vérification dont on aimerait savoir si elle est effectivement faite par les enfants.

7.1.5 Conclusion

Nous ne savons pas si les critiques que nous avons pu faire dans les paragraphes 7.1.2 et 7.1.4 sont suffisantes pour parler, comme l'ont fait Hécaen et Lanteri-Laura (1977, p.214) à propos de la Ganzheit en neuropsychologie, d'excroissances idéologiques jardinées autour de la psychologie de la forme. Néanmoins, lorsqu'il nous est arrivé, en feuilletant la revue Ganzheitsschule par exemple, de tomber sur des réflexions du genre : "Le besoin de Ganzheit est tellement originaire et s'exerce tellement durant l'existence humaine, que dans sa croissance en développement il débouche inévitablement sur la projection du tout dans l'infinité, sur l'espérance et la croyance d'une dernière complétion :

> «Ce que nous sommes ici, un Dieu là-bas pourra le compléter
> Avec des harmonies, et un salaire et une paix éternels »
>
> Friedrich Hölderlin " (tra-

duit de Elschenbroich, 1958 p.53), c'est bien l'impression que nous avons eue.

*Il ne pouvait le faire, en première année d'école, à partir des principes de la numération de position, puisque l'apprentissage de ces derniers n'est prévu qu'en troisième année.

7.2 Un exercice de dénombrement au cours préparatoire

> "Le formalisme, conçu par Hilbert et poussé à l'extrême par Bourbaki, veut créer un ordre mathématique dont les commandements sont les suivants : ....
>
> 10° Uniformiser les esprits par l'enseignement des «mathématiques modernes», où on laisse croire aux enfants qu'entourer des petits objets par une ficelle est une activité mathématique au lieu de leur apprendre à compter, à calculer et à examiner les propriétés des figures."
>
> R. Apéry, 1982.

7.2.1 Justifications et description

Justifications. Nous avons vu, au chapitre 5, que les nombres ≤ 3 et certains nombres "figuraux" (4 en carré, 5 en quinconce,..) étaient appréhendés très facilement par l'enfant de CP (= Cours Préparatoire), au moins au second trimestre. La facilité d'appréhension de ces nombres permet alors d'envisager des dénombrements plus complexes s'appuyant sur ces dénombrements élémentaires. Notre hypothèse était que, après apprentissage, les enfants de CP arriveraient à trouver, malgré la brièveté (suffisante pour empêcher le comptage) de l'exposition, le nombre d'éléments d'un ensemble formé par 2 ou 3 sous-ensembles "perceptivement prégnants"* et facilement appréhendables, par exemple d'un ensemble de 9 points ainsi disposés et colorés : 

Bien entendu, s'agissant d'une expérimentation en classe, les activités pratiquées ont été intégrées à l'ensemble de la progression et répondaient à des objectifs définis par les Instructions Officielles pour ce niveau de la scolarité. Ces objectifs sont principalement :

- l'évaluation du nombre des éléments de petites collections sans passage par le comptage;
- l'utilisation du signe + ;
- l'utilisation et la mémorisation de la table d'addition.

Description. L'exercice a été présenté sous deux formes. L'une s'identifie à la présentation classique des constellations : nous l'appellerons exercice-constellations. L'autre est un jeu : nous l'appellerons exercice-jeu. L'exercice-constellations consiste à montrer, durant très approximativement deux secondes, au tableau et à l'ensemble des élèves, des constellations

*Nous utilisons la notion de "prégnance perceptive" comme outil heuristique (une manière de dire que nous ne savons pas la définir !).

fabriquées à partir d'un support rectangulaire en carton sur lequel ont été collées des figures géométriques pleines (ronds, carrés,..). Les constellations ont été diversifiées dans plusieurs autres dimensions, en particulier l'origine de la prégnance perceptive des sous-collections a été variée.
Au total, une vingtaine de constellations ont été utilisées lors des séquences d'environ 20 minutes chacune. Ces séquences ont été suffisamment espacées pour ne pas permettre aux enfants de se souvenir de certaines constellations présentées plusieurs fois (jamais au cours de la même séquence). On demandait simplement aux enfants de trouver le nombre. Ils disposaient d'une feuille de papier ou d'une ardoise pour écrire la réponse et, le cas échéant, le calcul y conduisant. Après chaque réponse, les différents calculs sont recensés oralement, et la constellation est exposée plus longuement pour permettre une vérification.

Pour l'exercice-jeu, on met, dans une corbeille, des cubes en plastique en les regroupant suivant les mêmes principes que ceux ayant régi l'organisation des figures précédentes. La corbeille est placée sur un support suffisamment haut pour que son contenu ne soit pas visible. La classe est partagée en 5 groupes (approximativement) de niveau, de 4 ou 3 enfants chacun. Chaque groupe envoie un éclaireur - chaque enfant jouant au moins une fois le rôle d'éclaireur - voir combien il y a de cubes dans la corbeille. L'éclaireur est soulevé par la maîtresse ou son assistant pour lui permettre de regarder pendant (très approximativement) deux secondes le contenu de la corbeille. L'éclaireur retourne alors dans son groupe, et informe ses camarades de ce qu'il a vu. Le cas échéant (en fait, quasiment toujours), les enfants font le calcul de la somme des nombres rapportés par l'éclaireur, et, lorsqu'il y a consensus, signalent qu'ils ont terminé. On met alors la corbeille sous leurs yeux pour permettre la vérification. Pour cette dernière, certains enfants comptent, d'autres s'assurent que les nombres de leur décomposition additive sont bien perceptibles dans la corbeille*. Si la réponse est juste, un représentant de l'équipe va marquer le nombre de points prévu pour cette décomposition additive dans un tableau général à double entrée (numéro de la décomposition/numéro de l'équipe). Dans le cas contraire, il marque 0. De plus, pour permettre aux enfants de vérifier leurs totaux intermédiaires et le total final, chaque équipe reçoit un nombre de jetons correspondant au nombre de points marqués. Finalement, lorsque les 4 collections prévues ont ainsi été proposées aux enfants, ces derniers font leur total, le vérifie sur les jetons, puis établissent et

*Le fait qu'il n'y a pratiquement pas eu d'erreurs dans l'évaluation des réponses, et aussi le désir de ne pas faire apparaître le comptage comme un moyen plus fiable que le calcul pour dénombrer une collection, nous ont incités à ne pas attirer l'attention des enfants sur certaines "insuffisances" de cette deuxième vérification.

discutent - problème des ex-aequo quand il se pose - le classement. Le jeu complet, avec une collection servant simplement à rappeler son principe, a duré une cinquantaine de minutes.

7.2.2 Les conditions de sa pratique

La progression suivie. Dans cette classe d'application, la maîtresse avait présenté le comptage comme moyen primitif de dénombrement. Non seulement le comptage avait été appris ou "révisé" dès le début de l'année scolaire - avec apprentissage parallèle d'une comptine permettant, dans les cas où cela n'était pas encore fait, une mémorisation parfaite de la suite des premiers mots de nombre -, mais encore certaines opérations fondamentales comme la comparaison des nombres ou leur addition pouvaient se faire - sans évidemment exclure d'autres moyens connus ou trouvés par les enfants - grâce à la suite des nombres : 9 est plus grand que 7 parce qu'il vient après ce dernier dans la suite des nombres; pour trouver 7+2, il suffit d'avancer de 2, après 7, dans la suite des nombres.

Pour favoriser ou renforcer chez les enfants le dépassement de ce moyen primitif d'appréhender le nombre qu'est le comptage, plusieurs mesures ou exercices avaient été programmés. Citons :

- la reconnaissance directe de patterns numériques familiers, les patterns du dé par exemple, le comptage étant dissuadé* par une exposition de très courte durée;
- la fixation de certaines égalités facilement retenues par les enfants - les doubles - par l'affichage d'images dans la salle de classe, par exemple une voiture avec deux roues à l'avant et deux roues à l'arrière pour fixer 2+2=4 (voir Thornton, 1982);
- l'exploitation de situations-problèmes où la bijection (ou l'injection, ou la surjection) permet de résoudre, beaucoup plus économiquement que le comptage, le problème posé. Par exemple, en éducation physique, se demander s'il y a plus de cerceaux que d'enfants (ou mieux : Au retour du gymnase, se demander s'il y avait plus de cerceaux que d'enfants, le comptage direct étant impossible dans ce dernier cas).

C'est donc dans le cadre de ces activités de "dépassement du comptage" qu'a été programmé l'exercice ci-dessus.

Les élèves. Ils étaient au nombre de 21 en début d'année. Trois d'entre eux ayant quitté cette école, nous les avons complètement (sauf dans l'équipe où l'un d'entre eux a pu figurer) éliminés de notre compte-rendu. Parmi les 18 enfants restants, 17 ont l'âge normal, et un redouble le CP.

*Mais pas empêché comme le montrent les enfants (rapportés dans le 4.2.1) qui gardent le pattern visuel dans leur tête et comptent a posteriori.

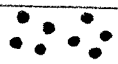
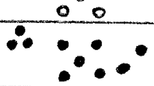
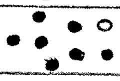
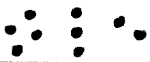
En début d'année scolaire, nous avons, en classe, vérifié leurs possibilités en comptage. L'exercice consistait à compter, individuellement, des collections de respectivement 6, 9, 15 et 19 objets dessinés - hétérogènes et non alignés pour les collections de 6 et 9, homogènes et alignés pour les collections de 15 et 19 - et à sortir respectivement 5, 7, 11 et 14 jetons d'une boîte en contenant 25. Sur les 18 élèves, 10 n'ont fait aucune erreur, 3 en ont juste fait une, et les 5 derniers en ont fait 3 ou plus chacun (les résultats individuels apparaissent dans le tableau de l'Annexe 3), les erreurs se produisant évidemment davantage pour les grandes collections que pour les petites et semblant davantage dues à une insuffisance de la suite des mots de nombres mémorisée (ou à un défaut d'attention) qu'à une méconnaissance des principes du comptage.

7.2.3 Résultats

L'exercice-jeu. Dans le tableau ci-dessous, nous rapportons les résultats des jeux comparables du 11/02 et du 10/05, lés équipes étant restées identiques à un enfant près.

	le 11/02				le 10/05			
collection / équipe n°	3+2+3	3+4+3	4+2+4	2+3+4	3+2+3	3+4+3	4+2+4	2+3+4
1	X	X			X	X	X	X
2	X		X			X	X	X
3	X			X	X	X	X	X
4		X			X	X	X	X
5	X		X		X		X	

L'exercice-constellation. Dans le tableau ci-après, nous rapportons les résultats des 17 enfants présents lors de la séquence du 14/06.
Les collections présentées sont redessinées en essayant de respecter le mieux possible les prégnances perceptives et en représentant la couleur jaune (resp. noire) par un cercle vide (resp. plein).
Dans la deuxième colonne, nous indiquons les principales écritures additives, à l'ordre des termes près, produites par les enfants qui ont réussi.

réussites / constellations		nombres	écritures additives
n° = 1		14	4+3+3 (14 fois)
n° = 2		14	3+2 (9 fois); 5+0 (4 fois)
n° = 3		12	4+4 (10 fois); 8+0 (2 fois)
n° = 4		10	7+0 (5 fois); 5+2 (3 fois)
n° = 5		9	6+0 (4 fois); 5+1 (3 fois)
n° = 6		7	4+3+2 (5 fois); 3+7 (4 fois)
n° = 7		7	7+1 (4 fois); 4+3+1 (2 fois)
n° = 8		7	4+3+2 (5 fois)
n° = 9		7	6+0 (3 fois)
n° = 10		4	2+2+3 (2 fois)

7.2.4 Commentaires

Les résultats individuels à l'exercice- constellations final, donnés en Annexe 3, montrent que deux enfants n'ont réussi à aucune des 10 constellations. L'une des deux se contentait d'écrire (mal) des chiffres sans faire de calcul (au cours de cette dernière séquence, la vérification ne s'est pas faite au fur et à mesure de la présentation, mais seulement à la fin : ceci nous a empêchés de repérer et encourager cette enfant). Précisons que ces deux enfants* redoubleront le CP et qu'ils se retrouvent, au cours de l'exercice-jeu, dans la seule équipe semblant encore avoir eu des difficultés réelles au cours de la dernière séance : Nos résultats présentent une certaine homogénéité.

Le tableau ci-dessus montre qu'un certain nombre d'enfants ont écrit des égalités "inutiles", i.e du type a+0 = a. Ceci va probablement à l'encontre

* Au cours d'une autre séance de présentations de constellations, l'un de ces deux enfants nous a donnés l'occasion de faire une observation incidente très pertinente dans le cadre de la présente étude. En effet, à la présentation d'une constellation formée de 3 sous-groupes - perceptivement prégnants - de 3 objets chacun, il n'a pas pu s'empêcher de s'exclamer : "Oh : trois trois !". Mais, contrairement à la plupart de ses camarades, il n'a pas su tirer profit de cette information essentiellement d'origine perceptive.

de l'un des objectifs assignés à notre exercice, à savoir apprendre aux enfants à utiliser une désignation additive du nombre comme moyen (pratique) de dénombrement. Mais ces écritures ont certainement été favorisées au cours du dernier exercice-constellations par le fait que nous avions encouragé les enfants à écrire leur calcul, même s'il a été fait dans la tête. Elles ont aussi été favorisées par le fait que nous avions l'habitude de recenser les différents calculs : un enfant qui n'en a pas écrit n'avait alors rien à proposer ! De plus, nous avons remarqué que, sur les 6 enfants ayant produit de telles égalités, 5 se retrouvaient aussi être les 5 premiers du classement général : peut-être savaient-ils déjà trop bien ce que nous voulions leur apprendre ! Notons d'ailleurs que cette dernière observation suggère également que les enfants d'un certain niveau ont moins conscience des calculs qu'ils font - et ceci rejoindrait une remarque du 5.2.1.d -, ou alors qu'ils n'en font pas.

L'impossibilité de comparer rigoureusement la prégnance perceptive des sous-collections, la subjectivité - d'autant que les enfants voyaient les constellations sous ses angles visuels différents - même de cette dernière notion, le faible effectif de sujets, et un contrôle insuffisant des temps d'exposition, ne nous autorisent guère à discuter les réussites comme une fonction de cette prégnance perceptive des sous-collections. Néanmoins, il apparaît assez nettement que :

- la constellation n°1, la mieux réussie (à égalité avec la n°2), est aussi celle où la prégnance perceptive des sous-collections (de taille "raisonnable") était la mieux assurée, ceci grâce à la couleur jaune des trois pastilles de la sous-collection centrale, une couleur qui sépare nettement les deux autres sous-collections formées respectivement par 4 et 3 pastilles noires. Et le fait que les 14 sujets ayant réussi à dénombrer cette constellation ont produit, à l'ordre des termes près, la même écriture additive 4+3+3, pourrait être une confirmation de cette prégnance perceptive;

- dans la constellation n°10, la moins bien réussie, aucune sous-collection n'est perceptivement prégnante, les 7 pastilles étant de même couleur et régulièrement espacées;

- dans la constellation n°2, aussi bien réussie que la n°1 et qui, au nombre - cinq - de pastilles près, est identique à la constellation précédente, il n'y a évidemment pas non plus de sous-collection perceptivement prégnante. Ceci semble, a priori, contredire les deux observations précédentes. Mais le fait qu'une majorité des enfants ayant dénombré correctement cette collection ont aussi produit l'écriture 3+2 suggère que le faible nombre d'éléments de cette collection a permis aux enfants de la structurer artificiellement ou de la compter par groupes.

Remarquons enfin que, au total, les enfants ont écrit 132 égalités au cours de l'exercice-constellations final et que seulement 2 d'entre elles sont fausses. De plus, ces 2 égalités fausses sont l'oeuvre du même enfant (l'un des redoublants en fin d'année). Pour la quasi-totalité des enfants, le calcul de la somme de 2 ou 3 nombres suffisamment petits semble donc atteindre un haut degré de fiabilité. Ceci suggère que les enfants peuvent utiliser le calcul, automatisé ou non, avec une sûreté suffisante pour donner l'impression de percevoir immédiatement des nombres supérieurs à 3. D'ailleurs, une comparaison interculturelle de Cole, Gay et Glick (1968) semble mettre en évidence que des sujets de la tribu Kpelle du Libéria, comparativement à des sujets américains, ont des performances inférieures dans l'appréhension rapide des nombres supérieurs à 3 (et inférieurs à 10) : puisqu'à l'évidence les premiers ont moins subi l'influence des apprentissages scolaires que les seconds, ce résultat est en accord avec le rôle du calcul scolaire que nous venons de suggérer.

7.2.5 Etude de quelques cas

En observant, sur le tableau de l'Annexe 3, le classement général et la performance à l'exercice-constellations final de chacun des enfants, nous avons relevé quelques discordances. Commentons d'abord les trois cas les plus nets d'enfants qui ont des performances supérieures à celles que pouvait laisser prévoir leur classement général :

El16 a eu des performances faibles, en début d'année, au test de comptage. Néanmoins, vers la même époque, à 6;1 ans, elle avait un niveau intermédiaire en conservation (test classique) : après un échec initial, elle a en effet donné par la suite une explication de conservation dont la formulation est d'ailleurs un peu plus originale que celle du commun des conservants : "Tu les as bousculés" !
Dans l'exercice-constellations final, El16 - au contraire des 5 enfants de la page précédente - semble utiliser une stratégie "modeste" mais efficace : elle fait assez systématiquement des petits groupes de 2 ou 3. Par exemple, elle dénombre la constellation n°10 en passant par 2+2+3; et pour la constellation n°7, elle est la seule des enfants ayant réussi chez qui 1 ne figure pas dans la décomposition additive (la constellation n°7 est formée par 1 pastille jaune avec 7 noires).

El13 avait, en début d'année, très bien réussi au test de comptage. Cependant, son niveau n'était qu'intermédiaire à un test de conservation. Plus précisément, elle conservait la quotité mais la quantité. De plus, la maîtresse du CP signale des difficultés de compréhension tout au long de l'année. Sa très bonne réussite à l'exercice-constellations final pourrait donc confirmer (voir le 7.2.7 suivant) que, au cours des dernières séquences, notre exercice s'adressait surtout aux facultés d'attention (sélective) et de calcul des enfants. Néanmoins et manifestement, l'enfant avait aussi compris - ou au moins retenu - la stratégie à mettre en oeuvre.

El12 est un enfant gaucher qui a eu des difficultés de langage dans la première enfance. Son acuité visuelle (il porte des lunettes) est diminuée, et son acuité auditive (légèrement) aussi.
Un entretien, en début d'année à 6;4 ans, nous fait penser que El12 est assez nettement de type visuel. En effet, au cours de cet entretien, il nous avait spontanément demandé : "Tu sais comment j'ai fait parce que...(il ne termine pas)" à la suite d'un calcul qu'il venait d'effectuer. Voici la suite de l'entretien : Non je sais pas ! "Moi quand je fais mes nombres, je vois dans mes yeux. Alors je fais le nombre dans mes yeux : ça j'arrive." - Mais lequel tu as fait dans tes yeux ? "Le trois." - Comment tu l'as fait le trois ? "Le trois comme ça (il décrit, en l'air et avec sa main, un chiffre arabe 3)."
De plus, à un test de conservation où, comme un autre enfant gaucher décrit page 86, il a soutenu avec insistance que les deux jetons qui dépassent ne doivent plus être comptés (ils ont été enlevés !), il a aussi fait remarquer que "ça fait un toit", ou encore, par la suite, que ça fait des triangles". En conclusion, nous pensons que le type visuel que nous croyons pouvoir attribuer à El12 pourrait avoir favorisé sa réussite au cours de notre exercice.

Commentons maintenant encore l'un des deux cas les plus nets d'enfants ayant eu une performance relativement inférieure à celle que pouvait laisser prévoir leur classement général (pour l'autre cas - au demeurant le plus net - nous n'avons rien à dire !) :

El03 est également gaucher. Mais sa latéralisation est mal fixée : il mange par exemple avec la main droite. Il semble très nettement de type verbal : faute de place suffisante, nous ne le justifierons pas ! Nous pensons donc que, au contraire de El12, il pourrait avoir été défavorisé au cours de notre exercice.

7.2.6 <u>Conclusions</u>

Deux des enfants semblent, en fin d'année, avoir encore des difficultés avec notre exercice. Mais le classement général montre qu'il ne s'agit pas de difficultés électives. La réussite des autres enfants, en fin d'année, a été proche de la perfection lorsque nos exigences initiales - à savoir la prégnance perceptive de 2 ou 3 sous-collections facilement appréhendables - étaient satisfaites. Ceci fut, à l'évidence (perceptive !), le cas pour les collections de l'exercice-jeu et pour la constellation n°1 de l'exercice-constellations. Et pour cette dernière, nous avons bien obtenu un taux de réussite de 14/15 = .93 pour cette population.
De manière plus prospective, nous pensons que cet exercice montre que le temps d'exposition des collections est une variable didactique intéressante à exploiter dans des situations de dénombrement. Observons d'ailleurs que, si Brousseau (1972) avait proposé une manière d'arriver aux écritures additives à partir de collections très nombreuses, notre exercice en suggère une autre, à partir de collections brièvement exposées, en notant toutefois que dans la situation-problème proposée par Brousseau (p.449) les écritures additives ont

un statut de désignation définitive du nombre, alors que dans notre exercice elles n'ont qu'un statut de désignation intermédiaire, d'outil pour arriver à la désignation définitive (la désignation usuelle). Observons aussi que, à l'avenir, les (micro-)ordinateurs pourraient - en permettant un contrôle facile et rigoureux des temps d'exposition, et en évitant les séquences de présentation de constellations - favoriser l'exploitation de cette variable.

7.2.7 Remarque

Nous n'avons présenté ici qu'un compte-rendu partiel - répondant essentiellement à nos préoccupations dans cette étude sur l'appréhension du nombre - des activités observées. Précisons donc quand même que notre exercice qui n'est plus, pour beaucoup d'enfants et lors des dernières séquences, qu'un exercice d'attention et de calcul, avait donné lieu, lors des premières séquences, à des modification ou/et élaborations intéressantes : La plupart des enfants ont d'abord dû renoncer au comptage, après s'être rendus compte qu'ils n'arrivaient jamais à terminer ce dernier; ils ont ensuite dû trouver les informations pertinentes (pour le résultat recherché) que l'on pouvait extraire rapidement; enfin, ils ont pu remarquer que d'autres informations, la couleur des objets en particulier, n'étaient pas nécessaires. En de trop rares occasions - partiellement à cause des moyens d'observation insuffisants -, nous avons pu observer comment s'effectue ces modifications ou élaborations. Citons cependant le cas de cet éclaireur qui, lors d'un des tout premiers jeux, n'avait rapporté à son équipe que la couleur des objets : ses camarades d'équipe lui ont fait comprendre qu'ils n'avaient que faire de telles informations et que c'étaient les nombres qu'il fallait regarder !

Chapitre 8 :

CONCLUSION

"Douter de ce que l'on voit, douter de la justesse de son raisonnement, douter de ce que les anciens affirmèrent, rester sur le qui-vive au regard d'illusions possibles, voilà ce que j'ai toujours tenu pour la règle essentielle."

J. Hamburger

En abordant leurs parents dans les rues ou les jardins publics de Genève ou La Chaux de Fonds et en les implorant de lui prêter leurs enfants, la psychologue Alice Descoeudres avait pu interroger, au début de ce siècle, plusieurs centaines d'enfants de 2 à 7 ans. Dans le domaine numérique, elle avait remarqué une discontinuité après 2 ou 3 dans l'utilisation et la dénomination des nombres par ses jeunes sujets. Elle avait traduit cette discontinuité par le modèle "1, 2 (ou 3), beaucoup" (voir Annexe 4). Ce modèle attire l'attention sur deux nombres particuliers : 2 et 3.
La présente étude nous a non seulement permis de redécouvrir cette double limitation mais a aussi attiré notre attention sur une possible fonction de ces rôles particuliers que pourraient jouer les nombres 2 et 3.

8.1 Un modèle de la dénomination des premiers nombres

Rappelons d'abord que la dénomination des premiers nombres par l'enfant se fait à peu près dans l'ordre naturel de ces derniers (Fischer, 1982). Pour les nombres - disons inférieurs à sept - nous distinguerons :

- "Un" et "deux" dénommés initialement sans comptage. Mais déjà et parallèlement la suite conventionnelle des mots de nombres commence à être mémorisée. C'est probablement à ce stade que l'on peut rencontrer des enfants qui dénomment numériquement "deux" toute collection de cardinal supérieur à 1, ou "trois" toute collection de cardinal supérieur à 2 (voir Fischer, 1982; voir aussi le 4.1.1). L'ordre de dénomination des nombres 1 et 2 - pour tant est que l'on puisse le déterminer - peut éventuellement être l'inverse de l'ordre naturel (Exemple dans Decroly et Degand, 1912, ou dans Court, 1920);
- "trois" - et éventuellement des cardinaux, supérieurs à 3, de collections familières et/ou figurales (à l'exclusion de celles dont le cardinal a été dit à l'enfant) - est d'abord compté, puis, très rapidement, identifié perceptivement. Rappelons qu'entre la dénomination de 2 et celle de 3 nous avions trouvé (Fischer, 1981) un écart de 1 an et 3 mois. C'est dans cet intervalle que pourrait essentiellement se faire la découverte du principe cardinal;
- "quatre" et les nombres suivants sont comptés, puis calculés notamment en cas d'exposition brève (sauf les collections familières et/ou figurales).

Remarques.

Ce modèle nous paraît suffisamment bien rendre compte non seulement de nos propres résultats (ceux de cette étude, ou ceux de Fischer, 1982), mais aussi des résultats - tels que nous les avons interprétés - des autres études, principalement Descoeudres (1921), Beckmann (1923), Schaeffer et al. (1974), Gelman et Gallistel (1978).

Il est probable que le passage du comptage de 3 à son identification perceptive est très rapide : nous n'avons en effet trouvé qu'assez rarement des enfants qui comptent 3. Cette rapidité s'explique peut-être par la facilité des jeunes enfants à mémoriser certains résultats établis par eux-mêmes. Une telle facilité est joliment illustrée par la "confidence" que nous a faite Virginie (6;2) :

> "Je sais tous les calculs " - Tu sais tout ? "Même deux fois sept, quatorze" - Qui t'a appris ça ? "Je le savais toute seule" - C'est vrai ? "Hum : parce que une fois j'avais compté sur mes doigts, puis je le savais. Pour toujours maintenant je le sais."

Pour fixer les idées, et en ne tenant compte que de nos propres résultats, nous situerons très approximativement le premier stade avant 4 ans, le deuxième durant la 5ème année, et le troisième après 5 ans. De manière plus précise, rappelons par exemple que nous avons atteint le critère de 75% de réussites pour l'attribution des trois principes du "Comment compter" et pour la dénomination de 3 dans le Groupe d'Age 4;9 (Fischer, 1982), et que, dans la présente recherche, ce même critère pour la dénomination de 3 après brève exposition a été atteint dans le G.A 5;3.

A propos de ces âges, il est utile de remarquer que nos deux expériences (Fischer, 1981 ou 1982, et présente étude) ont été conduites au début des années 1980, à un moment où, dans les milieux scolaires, le piagétisme et le bourbakisme des années 1970 faisaient sentir leurs effets, par exemple par l'intermédiaire des Instructions Officielles de l'Ecole Maternelle (voir Fischer, 1982). Rappelons aussi qu'à ce même moment la "grande presse" dissuadait, voire culpabilisait (voir dédicace de la présente étude), les éducateurs d'apprendre à compter aux enfants de moins de 6 ans.

8.2 La découverte du principe cardinal

Essayons, en nous inspirant partiellement du modèle de l'acquisition du langage de Nelson (1982, p.133) de préciser encore un peu une étape essentielle de notre modèle ci-dessus, à savoir la découverte du principe cardinal. Dans le modèle de Nelson, "un" et "deux" - peut-être aussi le "quatre" du domino, le "cinq" des doigts d'une main, ... - pourraient être des notions verbales primitives liées à des notions visuelles, i.e des objets, des personnages,... Quant au tout début de la suite conventionnelle des mots de nombres, elle découlerait essentiellement de la phonation. Les premiers mots de nombres seraient alors appliqués à des objets suivant un principe général de dénomination que l'enfant aurait déjà pu apprendre. Par exemple, lorsque, en regardant un livre d'images, on lui dit le nom de chacun des objets représentés, souvent en le pointant du doigt : d'où aussi une origine possible de l'association initiale comptage-pointage du doigt (voir Fischer, 1982). L'enfant saurait alors compter au sens faible, éventuellement avec une suite idiosyncrasique, et aussi avec des erreurs très fréquentes dues, entre autres, à la difficulté de la coordination entre phonation et pointage, des actes moteurs qui, ne l'oublions pas, font eux-mêmes déjà intervenir des montages neuroniques complexes que la formation d'un grand nombre d'arcs réflexes a permis de bâtir peu à peu.

Une fois que l'enfant compte alors correctement au sens faible, il surgira tôt ou tard un conflit entre sa notion primitive, d'origine visuelle, de "deux" (éventuellement de "quatre", "cinq",...) comme désignation d'un groupe d'objets, et sa notion d'origine plutôt motrice, de "deux" comme désignation d'<u>un</u> objet. Faisons quelques remarques à propos d'un tel conflit :

- Koehler (1960) avait suggéré implicitement que chez les animaux c'est l'absence de langage qui rend difficile la combinaison des deux facultés -voir et exécuter les nombres - qu'ils semblent posséder. Chez l'enfant, nous pouvons donc croire que c'est la présence du langage qui facilite la combinaison entre le comptage-pointage au sens faible (= nombre exécuté) et le nombre "vu".
- Le fait qu'un tel conflit, et sa résolution, passe quasiment inaperçu aux yeux des éducateurs, n'empêche pas qu'une intense activité mentale puisse être son support. En effet, le neurologue Eccles (in Popper et Eccles, 1977) souligne que les efforts faits par l'enfant pour comprendre le monde sont beaucoup plus grands qu'on ne le pense. Et Mlle Monchamp (citée dans Descoeudres, 1921), au début de ce siècle, n'avait pas hésité à dire qu' "avant de franchir le seuil de l'école, l'enfant possède en fait, une notion de nombre qui lui a demandé déjà un travail cérébral d'une intensité telle qu'aucun exercice mathématique ultérieur n'en nécessitera jamais de pareil."

- Un peu plus généralement, soulignons aussi que le fait de compter-pointer à haute voix et de voir simultanément le nombre conduit probablement à une synthèse entre modalités sensorielles (toucher, audition, vision); et cette synthèse peut jouer un rôle non négligeable dans la construction de la signification. Par exemple, selon Eccles (1979, p.213), les informations provenant des trois modalités sensorielles auxquelles nous venons de faire allusion aboutissent au sulcus temporal supérieur, et que "cela fournit vraisemblablement l'occasion d'une synthèse significative."

Ce conflit, l'enfant peut le résoudre en découvrant la règle cardinale. Bien entendu, l'aide extérieure - par exemple lorsque l'enfant entend la formule "1, 2, 3 : il y en a 3" qui souligne explicitement le rôle double du dernier mot utilisé pour le comptage - peut favoriser une telle découverte. D'ailleurs bien d'autres raisons peuvent contribuer à cette dernière. Citons :

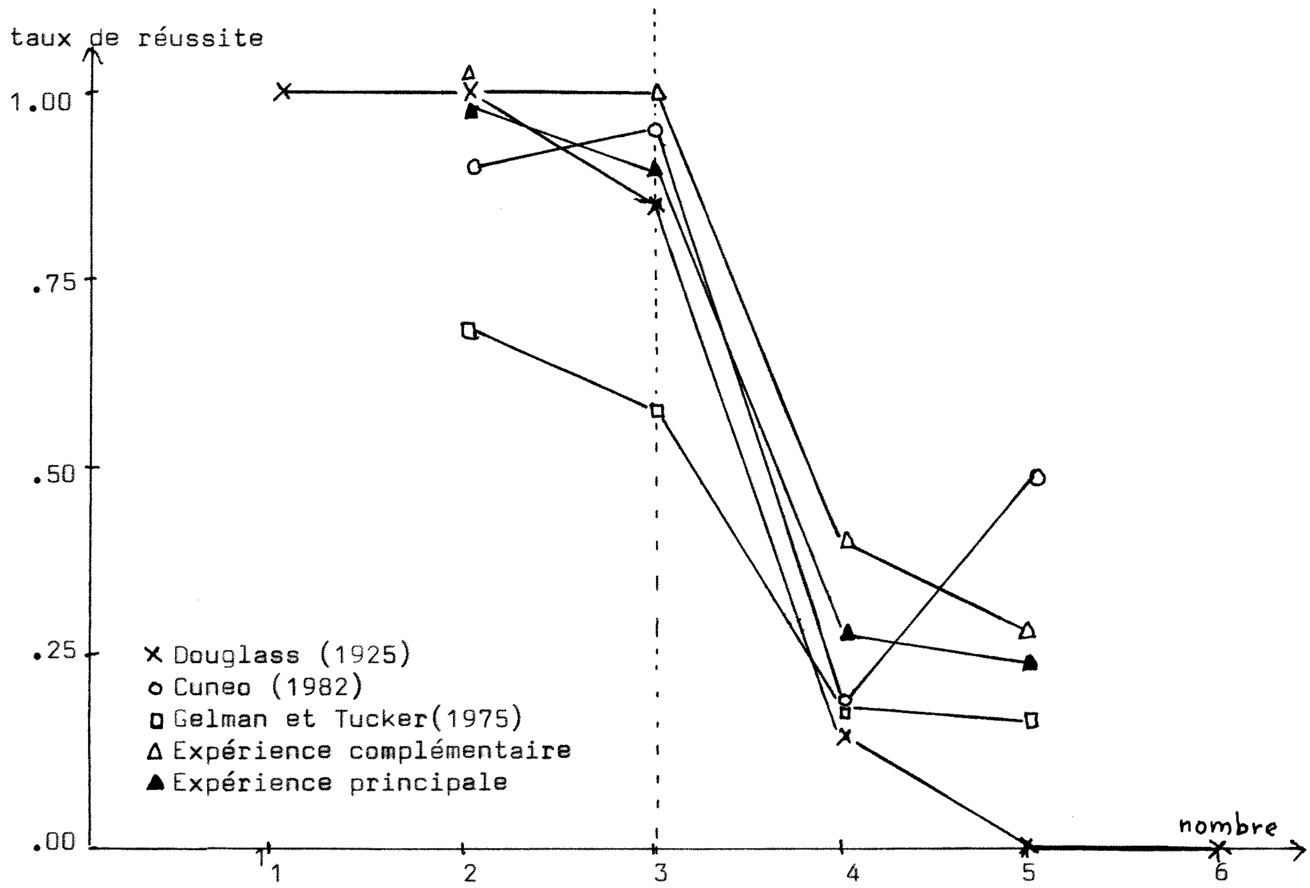
- le fait qu'en comptant un groupe de trois objets, l'enfant, grâce à sa notion verbale primitive, d'origine visuelle, de "un" et de "deux", peut voir qu'il n'y a ni "un", ni "deux". Et donc il choisira assez naturellement "trois" - le seul mot du comptage qui puisse convenir - pour désigner numériquement le groupe;
- un effet de récence : lorsqu'un enfant aura compté (au sens faible) un grand nombre d'objets, et qu'on lui demandera combien il y en a, le dernier mot du comptage sera certainement celui dont il se souvient le mieux;
- le recomptage d'une même collection : en effet, si l'enfant ne se trompe pas, il terminera toujours avec le même mot de nombre.*

Notons enfin que le problème des erreurs de comptage - qui vient de se présenter à nous- renforce l'idée que la découverte du principe cardinal doit se faire de préférence sur de très petits nombres.

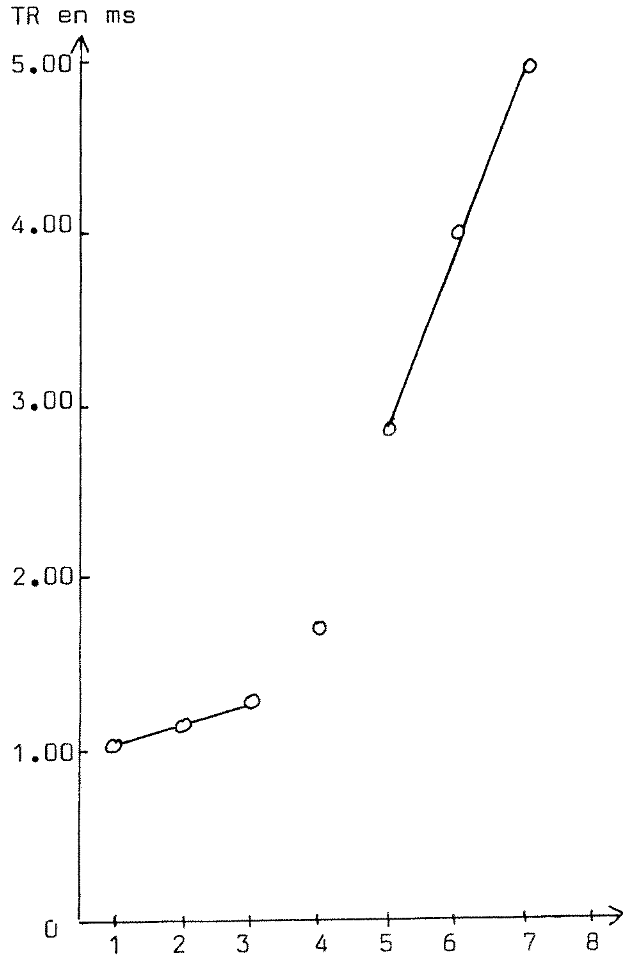
*Selon une spéculation de Scriba (1968), c'est en s'apercevant que pour désigner numériquement, par exemple un groupe de trois objets, avec les doigts, il fallait toujours lever les doigts jusqu'au majeur, que nos lointains ancêtres auraient pu avoir l'idée de ne retenir que le majeur pour désigner le nombre "trois" et dire par exemple : "J'ai majeur objets". Mais nos ancêtres avaient besoin d'inventer le principe cardinal alors que l'enfant actuel peut le découvrir. Néanmoins, vu son caractère naturel, nous n'écartons pas le fait que le principe cardinal puisse être (en partie) réinventé par l'enfant.

8.3 La chute après 3

Dans notre expérience principale, et avec des enfants de 5 ans (moins nettement avec ceux de 4 ans), nous avons observé une chute impressionnante des dénominations correctes après 3 pour les collections linéaires de points régulièrement espacés. Dans une expérience complémentaire avec des enfants de 6, voire 7, ans, dans des conditions plus sévères mais avec les mêmes stimuli, nous avons retrouvé cette chute importante des réussites après 3. De plus, de nombreuses observations cliniques ont confirmé la grande différence de difficulté entre la dénomination du cardinal de ●●● et celle du cardinal de ●●●●, lorsque ces collections sont brièvement exposées.
Nous avons également noté dans les observations cliniques rapportées par d'autres auteurs (voir Annexes 4 à 7), que la "différence inouïe", pour reprendre l'expression (traduite) utilisée par l'un d'entre eux (Oehl, 1935), entre les trois premiers nombres et les autres n'était pas totalement passée inaperçue.
Enfin, nous pouvons relever des chutes importantes, de la réussite après 3, dans les résultats statistiques de Douglass (1925), Gelman et Tucker (1975) et Cuneo (1982), résultats obtenus sur des enfants un peu plus jeunes mais avec des stimuli semblables et dans des conditions qui nous paraissent assez comparables aux nôtres. Visualisons ces différentes chutes :



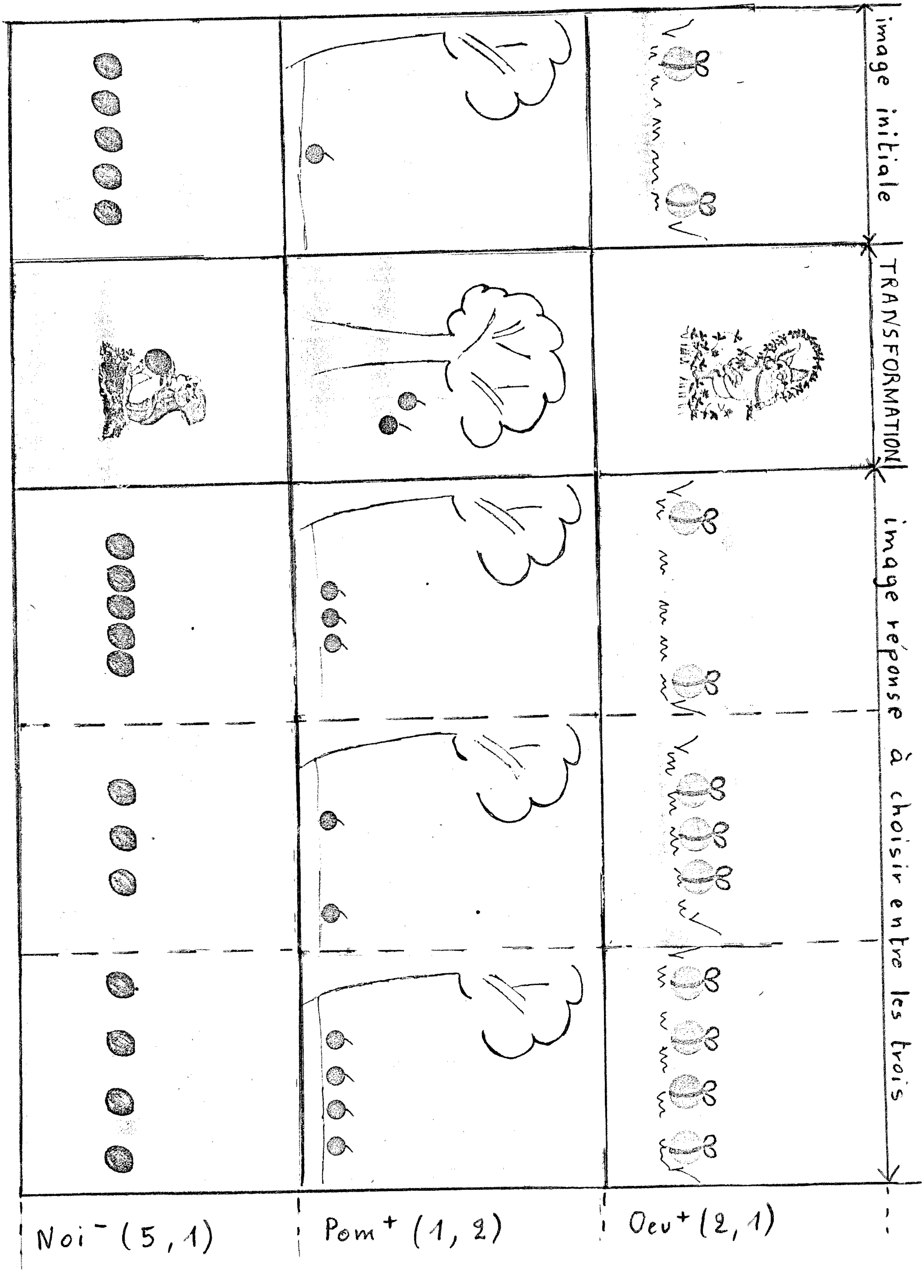
Notons en outre qu'une expérience originale de Biemüller (1932), dans une condition pour laquelle les stimuli étaient somme toute assez semblables à nos collections linéaires, a conduit elle aussi à une chute importante des reproductions du nombre exact de billes d'une collection brièvement observable, même chez des enfants plus âgés.
Mais revenons à notre tâche typique de dénomination pour souligner encore que Svenson et Sjöberg (1978), avec des enfants de 7 ans, ont obtenu une discontinuité de la pente du Temps de Réaction après 3 : cette discontinuité, représentée ci-dessous (représentation adaptée de Svenson et Sjöberg, 1983 p.206), traduit vraisemblablement le même phénomène que la chute des réussites.



Enfin, pour terminer, signalons que le caractère intrigant de cette chute après 3 - intrigant parce qu'un vieil axiome leibnizien veut que la Nature ne fait pas de saut - nous a incité (Fischer, à paraître) à chercher le mécanisme d'appréhension-dénomination du nombre (en particulier son support neurophysiologique) qui pourrait rendre compte de cette chute après 3.

ANNEXES

Annexe 1 : Illustration des problèmes imagés (voir le 3.3.1)



Annexe 2 : Les contre-exemples à l'implication logique (compter 2) $\Rightarrow$ (dénommer 2)

Le tableau 7a du paragraphe 4.1.1 fait apparaître que 4 enfants ont su compter 2 sans avoir su aussi le dénommer (après brève exposition) au cours de l'expérience principale. Nous donnons ci-dessous quelques renseignements complémentaires sur ces 4 enfants, en particulier sur leur "échec" à l'épreuve de dénomination de 2.

Chi(5;1) a dénommé correctement 4 fois (sur 4) la collection 2l et 2 fois (sur 4) la collection 2c. Les 2 réponses erronées pour 2c étaient "trois". Sa réussite au comptage de 5 n'est pas très nette : après un comptage sans problème de la collection hétérogène, il a en effet compté "2,6,7,8,9" et répondu "10" au premier comptage de la collection homogène de 5. Au second essai, il a compté correctement, mais les comptages de 7 (séance suivante) et des comptages complémentaires ont confirmé que tantôt il utilise la suite conventionnelle, tantôt il ne l'utilise pas, et tantôt il applique le principe cardinal, tantôt il ne l'applique pas.

Cho(5;1) n'a réussi que 4 fois (sur 8) la dénomination de 2. Il compte assez sytématiquement "1, 2" pour la collection 2l ou 2c, mais ne répond pas correctement ensuite à la question Combien ?. Par exemple, à l'une des présentations de la carte 2l il a répondu "1, 2" - C'est combien (alors) ? "Ça fait : je sais pas combien que ça fait" - Mais c'est facile ! (E lui remontre la carte et lui demande :) Tu vois combien il y en a là-dessus ? "2" - Ben alors ! "Ça fait 2". De manière plus générale, nous avons noté que Cho n'arrivait pas à se concentrer sur les épreuves proposées (entre deux questions il parlait de Goldorak !).

Aur(4;6+) a dénommé correctement 4 fois (sur 4) la collection 2l et 2 fois (sur 4) la collection 2c. L'un des échecs apparaît, à la lumière d'une question complémentaire, superficiel : alors qu'elle a répondu "3, 4", E lui demande si elle est sûre. Elle répond "Non" et propose "2". Précisons que la réponse "3,4" a été interprétée comme une réponse "4" rectifiant la réponse "3", et non pas comme un comptage, car dans les 30 essais antérieurs de cette épreuve Aur n'avait jamais compté, et, de plus, elle venait d'échouer à la dénomination de 2c en répondant précisément "3".

Syl(4;3) est une enfant dont le milieu familial est très instable. Elle a récité la suite des mots de nombre parfaitement jusqu'à 14 et très vite (environ 3 secondes). Par contre, elle échoue assez nettement à l'épreuve de dénomination de 2 : seulement 2 des 8 réponses sont justes. Les autres fois, Syl semble répondre n'importe quoi (12, 11, 8, 4) avec cependant une prédominance de 12 (trois fois). Sa performance à l'épreuve de comptage n'est d'ailleurs pas pleinement convaincante non plus : elle a échoué au comptage de 5 (non application du principe cardinal), et n'a réussi celui de 3 qu'au deuxième essai.

Conclusion. Les contre-exemples à l'implication (compter 2) $\Rightarrow$ (dénommer 2) semblent au moins 3 fois (Chi, Cho et Syl) sur 4 le fait d'enfants au comportement instable. Notons d'ailleurs que ces enfants n'appartiennent pas nécessairement au G.A 4;3, i.e au groupe de nos sujets les plus jeunes. De plus, 2 de ces 4 enfants (Chi et Aur) ont presque réussi la dénomination de 2 : ils ont globalement atteint 75% de réussites, mais n'ont pas satisfait le critère 75% pour chaque carte représentant le nombre 2; et Aur - la seule des 4 enfants qui n'avait pas eu un comportement manifestement instable - a rectifié (sur sollicitation complémentaire) l'une de ses réponses fausses.

Annexe 3 : Performances individuelles des enfants du CP

Elève	Comptage en début de CP		Exercice-constellations		Classement général (2) (fin de CP)
	note (1) sur 8	rang moyen	note (1) sur 10'	rang moyen	
E101	8	5,5	9	1,5	1
E102	8	5,5	8	4,5	2
E103	8	5,5	6	9,5	3
E104	8	5,5	6	9,5	4
E105	8	5,5	3	15	5
E106	8	5,5	6	9,5	6
E107	8	5,5	absente	7 (3)	7
E108	8	5,5	8	4,5	8
E109	7	12	5	12	9
E110	8	5,5	6	9,5	10
E111	7	12	4	13,5	11
E112	5	14	8	4,5	12
E113	8	5,5	9	1,5	13
E114	4	15	4	13,5	14
E115	7	12	2	16	15
E116	2	17,5	8	4,5	16
E117	2	17,5	0	17,5	17
E118	3	16	0	17,5	18

(1) la note correspond au nombre d'exercices réussis

(2) établi à notre intention par la maîtresse du CP

(3) attribué arbitrairement (nous avons repris le rang de son classement général) pour faciliter les comparaisons

Annexe 4 : Le modèle "1, 2 (ou) 3, beaucoup"

(Descoeudres, 1921)

0) Introduction

L'étude de Descoeudres (1921) sur le développement de la notion de nombre est connue pour avoir mis en évidence que, au-delà de 2 ou 3, nombre de jeunes enfants n'ont qu'une impression de beaucoup. Gelman et Gallistel (1978, p.59 et ss) ont discuté le fait que les enfants ne différenciaient pas les nombres au-delà de 2 ou 3. Et il nous semble effectivement que Descoeudres a, un peu vite, et assez systématiquement, attribué certains échecs au-delà de 2 ou 3 au fait que l'enfant a une impression de beaucoup. Mais là n'est pas vraiment notre propos. Gelman (1972a; aussi Gelman et Gallistel, 1978) ayant traduit le modèle de Descoeudres par "1, 2, 3, beaucoup", nous voulons ici, en retournant à la source du modèle, déterminer :

a) s'il y a seulement une discontinuité après 3 comme le laisse croire Gelman

b) ou s'il y a une discontinuité après 2 chez certains enfants et après 3 chez d'autres

c) ou encore, s'il y a une discontinuité pas très nette après 2, l'enfant réussissant tantôt 3, tantôt échouant à ce même nombre.

1) Les commentaires généraux de Descoeudres

Pour chacun de 5 des 11 tests numériques qu'elle avait pratiqués, Descoeudres a fait un commentaire général qui se rapproche de la formulation du modèle. Citons ces 5 commentaires :

p.213 : "...il est intéressant de voir chez les plus petits que, passé les deux (ou les trois) premiers nombres, c'est l'impression de beaucoup qui l'emporte." (test 1)

p.218 : "...pour plusieurs petits, aux nombres un et deux (parfois aussi trois) succède beaucoup." (test 2)

p.221 : "Nous avons de nouveaux des exemples de beaucoup faisant suite aux deux (ou aux trois) premiers nombres." (test 3)

p.224 : "...l'impression de beaucoup à partir de deux (ou trois) existe aussi bien pour l'oreille que pour l'oeil." (test 4)

p.229 : "Nous retrouvons ici les enfants qui - comme plusieurs tribus de primitifs - n'ont à leur disposition qu'un ou deux noms de nombres et "beaucoup" pour tout ce qui les dépasse." (test 6)

2) Les exemples particuliers

Pour justifier son commentaire général de chacun des tests, Descoeudres s'est appuyée sur des observations particulières. Nous avons relevé toutes celles qui font suite aux commentaires cités dans 1) :

- fille de 3;10 : réussit toujours 1, 2 et 3; met 10 pour 4, 7 pour 4, 8 pour 6 (test 1, p.213);
- fille de 3 ans : réussit 1 et 2; puis aligne 7 pour 3, 6 pour 4 (test 1, p.213);
- garçon de 5 ans : ne manque jamais 1 et 2; 3 est tantôt réussi, tantôt remplacé par 4; ensuite 8 pour 5, 8 pour 6, etc. (test 1, p.213);
- fille avancée de 3 ans 1/2 : réussit toujours 1, 2 et 3; plusieurs fois 8 pour 4 et 5, 10 pour 6, etc.. (test 2, p.218);

- fille de 4 ans : réussit 1 et 2, plusieurs fois 5 pour 3, aussi pour 4; 5 pour 7 aussi (test 2, p.218);
- fille de 4 ans : réussit 1, 5 pour 3, réussit 2, 5 pour 4, réussit 2, 1, 5 pour 3, réussit 1, 5 pour 7 (test 2, p.219);
- fille de 4 ans : réussit 1, 2, 5, 3, 2, 10 pour 8, 5 pour 4, réussit 2, 10 pour 5, réussit 3, 10 pour 6, 5 pour 4, réussit 2, 10 pour 8, 3 pour 4 : la limite est donc 3 (test 2, p.219);
- fille de 3;10 : 1 et 2 toujours justes, 6 pour 3, 8 pour 5 (test 3, p.221);
- fille de 3 ans 1/2 : 1 et 2 réussis, 3 réussi une fois sur 4 (test 3, p.221);
- fille de 4;9 : réussit de 1 à 3, 8 pour 5 (une autre fois 9 pour 5), prend 8 pour 4 mais n'en aligne que 5 (test 3, p.221);
- fille de 4 ans un peu retardée : ne réussit que 1 et 2, 6 pour 3 (test 3, p.221);
- garçon de 2;7 : toujours 1, dès 2 frappe des séries (test 4, p.224);
- garçon de 4 ans : toujours 1, mais 2 n'est réussi que 2 fois sur 5 (test 4, p.224);
- garçon de 4;8 : réussit de 1 à 5, mais 7, 9 ou 10 pour 6 (test 4, p.224);
- bébé de 2;7 : que 1, à partir de 2 c'est beaucoup (test 6, p.229);
- fille de 3;10 : 1 et 2, beaucoup débute à 3 (test 6, p.229);
- bébé de 3 ans 1/2 : sait nommer 1, 2 et 3, mais emploie également 3 pour tous les nombres suivants (test 6, p.230);
- fille de 4 ans un peu retardée : appelle 3 "ceux-là et ceux-là", 4 "comme ça, comme ça, comme ça" (test 6, p.230);
- fillette de 3;5 : sait dénommer le 2 avant le 1, dit beaucoup pour 3 ou 4, nomme correctement le 2 et le 2 seul, et dit "celle-ci" quand on ne lui présente qu'une seule pierre (test 6, p.230);
- fille de 4;9 : son vocabulaire numérique ne dépasse pas 3 (test 6, p.231).

<u>Bilan</u> : Environ les 3/4 des enfants cités semblent des cas de limite franche après 2 ou après 3. De plus, notons que les autres limites ont surtout été obtenues dans un test auditif et sont donc moins pertinentes dans le cadre de la présente étude.

3) <u>Les chutes dans les tableaux de réussites</u> (en pourcentage)

Dans tous les tableaux des pourcentages de réussites en fonction du nombre et du G.A (Groupe d'Age) des tests 1 à 7, nous avons relevé systématiquement les chutes de plus de 50% (en nous limitant aux G.A de plus de 10 sujets) :

- chutes après 1 : aucune
- chutes après 2 : 58% à 2 ans 1/2 (test 1); 81% à 3 ans (test 1); 68% à 3 ans (test 2); 60% à 3 ans (test 3); 56% à 3 ans 1/2 (test 3); 65% à 3 ans (test 6); 56% à 3 ans (test 7); 68% à 3 ans 1/2 (test 7); 57% à 4 ans (test 7)
- chutes après 3 : 54% à 3 ans 1/2 (test 1); 53% à 4 ans (test 1)
- chutes après 4 : 59% à 5 ans 1/2 (test 1); 58% à 5 ans (test 2); 50% à 5 ans (test 6)
- chutes après 5 : 54% à 6 ans (test 6).

4) <u>Conclusions</u>

Le réexamen de Descoeudres (1921) nous conduit donc à rejeter très nettement a), i.e la traduction donnée par Gelman au modèle de Descoeudres, cette traduction ne mettant pas en évidence la discontinuité, la plus nette d'après nos trois sources, après 2.
Par contre, il nous paraît tout à fait possible de retenir b), à savoir une discontinuité après 2 pour certains enfants, et une discontinuité après 3 pour d'autres enfants, et de la préférer à c).

Annexe 5 : Quelques monographies d'enfants

0) Introduction

Plusieurs auteurs nous ont laissé des monographies du développement d'un enfant au cours des premières années de sa vie. Ces monographies peuvent rapporter le développement de l'enfant en général, ou le développement cognitif, ou le développement du langage, ou encore, plus spécifiquement, le développement du langage numérique. Nous avons extrait de quelques-unes d'entre elles les principaux passages qui concernent le développement numérique, particulièrement ceux qui rapportent la dénomination des premiers nombres et peuvent nous renseigner sur la relation de développement entre comptage et perception des petits nombres.

1) Stumpf (1901)

Présentation : C.Stumpf décrit le développement lent et étrange du langage chez son second fils, Félix, né le 3 février 1885 à Halle a. S. En particulier l'utilisation des mots de nombres ou quantités est rapportée de manière assez précise.

Index du vocabulaire"numérique" de Félix à 3 ans (printemps 1888) :
pa = pluralité indéterminée (comme "some" en anglais). Vient probablement de "Paar" (= paire, ou quelques);
krei (le "r" très aigu) = plusieurs. Sans aucun doute de "drei" (= trois);
pa et krei sont également employés en opposition : alors pa = deux;
pour"vraiment beaucoup" il utilisait occasionnellement schiebe (de sieben = sept), ölf (de elf = onze), tölf (de zwölf = douze), un peu plus tard aussi ack (de acht = huit), noi (de neun = neuf), d'après les mots de nombre qu'il avait entendus lors des exercices de calcul de Rudi (son frère). Particulièrement ack fut de plus en plus privilégié. Enfin noche = encore un (dialecte) était une expression très prisée, surtout pour la tasse de lait suivante (noche prullich!). Notons aussi l'utilisation d'une petite suite de mots de nombres : ich da geld, schiebn, ack, noin, ölf = j'ai de l'argent ici, sept, huit, neuf, onze.

Distinction des nombres (passage traduit exactement) : Pour ce qui concerne les nombres, il me sembla, le 20.2.1888, i.e au début de sa 4ième année, qu'il distinguait pour la première fois avec assurance les notions deux et trois. Dans une phrase rapportée ci-dessus, il avait déjà opposé pa et krei, de manière à ce que pa désigne deux, mais krei semblait désigner un nombre plus grand que 2 en général. Mais maintenant il semble avoir acquis la notion du nombre 3 en tant que telle. A table, il dit notamment : wei (de zwei = deux) guckman, drei hapman, et ceci était exact : deux avaient terminé de manger (guckman = spectateur), trois mangeaient encore. Sans doute est-il possible que cette fois aussi il n'ait voulu désigner, avec drei , que la plus grande pluralité. Et même, cette signification indéterminée continua à aller de pair avec une signification plus déterminée.

2) Cramaussel (1908)

Présentation : Cramaussel avait observé quatre enfants, élevés ensemble, sous la surveillance et dans la société à peu près exclusive de leurs parents. Il parle des nombres dans le chapitre sur l'intuition.

Citation (exacte) : L'intuition des nombres n'est pas moins tardive (= que l'intuition de l'étendue). S. au 26e mois, A. au 29e, J. au 22e, ne comptent guère que jusqu'à deux. Au 53e mois S., au 32e J., comptent jusqu'à 5, mais ne voient réellement que 3. A partir de ce moment la numération va beaucoup plus vite, mais elle se fait par d'autres procédés.

3) Decroly et Degand (1912)

Decroly et Degand ont observé une fillette - S. - pendant près de 5 ans :

22 m 14 j : dénomination machinale (sans idée de dénombrement) de 1 et 2
27 m 5 j : dénomination de 2 (yeux,...)
28 ième mois : récitation 1, 2 , 3; 2, 7, 6, 5
29 ième mois : l'activité dénominatrice des nombres se porte exactement et exclusivement sur 2 (jamais 1)
29 m 12 j : dénomination de un
31 ième mois : Combien ? semble comprise (mais pas pour un)
36 m 7 j : Combien ? est réussie pour 1 et 2, mais pas pour 3
38 ième mois : utilisation intense de 2
39 ième mois : se tait pour 3 objets ou, si on insiste, dit un nombre quelconque autre que 1 et 2
42 m 13 j : répond encore au hasard pour 3
44 ième mois : désigne, en plaçant son doigt sur chacun d'eux, les trois premiers objets
46 ième mois : trois et quatre deviennent l'équivalent de beaucoup (mais pas longtemps)
47 ième mois : détermine parfois spontanément le nombre 3, mais encore réponse au hasard à la question Combien ?
51 ième mois : 3 commence à être mieux désigné
54 ième mois : le nombre 3 est connu, appliqué exactement et fréquemment
56 ième mois : distingue d'emblée le groupe 3 et compte avec son doigt pour 4. Exemple : Son papa lui fait un groupe de 3 noyaux de cerises : "Combien, Suzanne ? - 3." Il ajoute un noyau. - Et maintenant, combien ? Et S. de compter 1, 2, 3, 4 noyaux.

4) Court (1920)

S. R. A. Court décrit le développement du nombre chez son fils A., doué ou/et favorisé :

- avant 2 ans : 2 est utilisé avant 1
- 3 ième année : apparition de 1
- à 2;8 : récite de 1 à 10 et répond à Combien ? pour 1 et 2 (au delà dit beaucoup)
- à 2;9 : reconnaît 3 objets en un coup d'oeil. Beaucoup est relégué au-delà de 3
- à 3;0 : récite jusqu'à 12, reconnaît 4 objets en un coup d'oeil, sait compter jusqu'à 6
- entre 3;10 et 4;10 : s'intéresse aux dominos. Commence par compter mais très vite les reconnaît en un coup d'oeil

Annexe 6 : Le journal de "Bubi" (Scupin et Scupin, 1907 et 1910)

Présentation. E. et G. Scupin ont publié un journal avec des notes quasiment journalières sur le développement intellectuel de leur fils "Bubi", né le 16 mai 1904, durant les six premières années de sa vie. Nous avons extrait celles qui se rapportent assez directement au comptage ou au concept de nombre (hormis les signifiants écrits).

Notes extraites :

- à 1;4 : En montant un escalier on lui dit de manière cadencée 1-2-3. Il répète un (=eis), deux (= dei), un (=eis), deux (=ei). Il associe alors un, ou 1-2-3, avec l'acte de monter l'escalier;
- à 1;5 : il saute du trottoir sur la route, et inversement, et compte en même temps : "trois" (=dei);
- à 1;9 : le garçon compte "un, deux (=wei), trois (=dei)" ou aussi "un, trois (= dei)". Le concept de nombre n'est clair pour lui que jusqu'à deux. Quand on lui donne une orange et qu'il voit que le sachet en contient encore plusieurs, il dit : "une orange", la pose, demande encore une et dit : "deux (weie)" ou "trois (=deie) oranges";
- à 1;11 : il montre aujourd'hui sa chaussette : "Ici chaussette", puis l'autre: "ici aussi une chaussette" - peu après il dit spontanément pour la deuxième chaussette : "deuxième (=weie) chaussette"; ce fut la première fois que le concept de nombre "deux" a été appliqué correctement;
- à 2;3 : En regardant l'horloge l'enfant compte souvent : "six, huit, neuf" et rajoute "c'est tard".
  Il appelle argent les fruits (en forme de coeur) d'angélique, en remplit son sac, et mendie : "Veux avoir plus d'argent". Quand il en a vraiment beaucoup sur le giron, il commence à compter :"un, quatre, cinq, six" toutefois sans encore aucune compréhension du concept de nombre.
  Par fréquentation d'autres enfants, le garçon a appris à compter jusqu'à dix, sa mémoire est cependant encore assez faible, de sorte qu'il n'arrive même pas à dire les nombres dans l'ordre jusqu'à cinq. Les cartes (à jouer) - ce sont elles qui donnent lieu le plus souvent à une activité de comptage - sont disposées par lui en rangée et il compte en même temps : "un, trois (=dei), quatre, cinq, huit, dix !", mais compte tellement vite qu'il est déjà arrivé à dix quand il y a au maximum 3 cartes devant lui;
- à 2;4 : Bubi utilise maintenant les nombres avec beaucoup de zèle : "J'ai fait 3 gâteaux !" s'exclame-t-il joyeusement en jouant dans le sable: deux fois c'était effectivement 3 gâteaux, une autre fois 4. Il saisit ses jambes et compte : "4, 3, 1 jambe j'ai". 3 et 4 sont ses nombres préférés, habituellement il dit 3,4, quand il veut dire deux parts. A l'occasion d'un achat, le commerçant lui offrit une image, il désirait en avoir une aussi dans l'autre main et dit avec empressement : "3, 4 images il voudrait avoir, toi !"
- à 2;7 : très fier, il compte de petites monnaies sur la table : "Ici il y a 3, 4, 6 argent ! Tiens ici tu as vingt pfennigs ! va faire des achats!"
- à 2;9 : qu'une authentique activité de comptage était en train de s'instaurer est démontré par l'événement suivant (résumé : l'enfant avait chanté une chanson et demanda s'il devait encore en chanter une. Devant la réponse affirmative il le fit et conclut :) "C'était maintenant la deuxième".
  Pendant qu'il dessinait tout seul avec un crayon sur du papier, il se dit à lui-même : "Bon! ça c'est une fenêtre, un oeil de boeuf!" après une pause : "Bon! ça c'est deux oeil de boeufen".... Ceci démontre qu'il compte déjà avec sûreté jusqu'à deux;

- à 2;10 : il sautait en criant : "1, 2, 3, hop- papa !". Bubi compte présentement et correctement jusqu'à 2, à partir de 3 débute son manque de sûreté, le plus souvent il dit "autant (=soviele)". Alors qu'il s'échappait de la fumée de deux cheminées, il s'écria : "Là je vois deux fumées";
- à 3;1 : il utilise des nombres à deux chiffres pour dénommer des pluralités indéterminées. Fréquemment, pour désigner des ensembles particulièrement grands, il utilise aussi "cent" et "mille";
- à 3;6 : St Nicolas lui demande s'il sait compter. Il récite : "1, 3, 4, 6, 10";
- à 4;8 : pour tester la limite de sa capacité à appréhender le nombre en un coup d'oeil, sa maman lui montre 4 doigts, mais l'enfant ne sait pas combien c'est. Quand elle écarte l'un des doigts, il sait aussitôt : "Trois et encore un". Scupin et Scupin commentent : "La suite des nombres est maîtrisée correctement jusqu'à trois, mais malgré d'infatigables (et librement effectués) comptages de monnaies, haricots, boules et boutons, le doute subsiste à partir de quatre";
- à 4;9 : de sa propre initiative, il compte les boutons de vêtements, les réverbères, les arbres,... A partir de six commence un manque de sûreté. Il récite de 1 à 10;
- à 4;10 : presque en même temps que la suite des nombres jusqu'à dix, il apprend le système de nombres ordinaux "deuxième, quatrième, septième,..."
- à 5;2 : il compte le nombre de jours jusqu'aux vacances d'été sans grande peine : avant-hier c'était encore sept jours, hier c'était encore six jours, aujourd'hui cinq....
  A l'endroit, il compte (=récite ?) correctement jusqu'à 14;
- à 5;6 : il récite jusqu'à 30 et s'interroge jusqu'où sait compter sa maman, son papa, et un géant. Il arrive même à 40, mais se trompe parfois aux passages de dizaines : "dix-dix" (pour vingt), "dix et vingt" (pour trente), "dix et trente" (pour quarante).
  Il lit les dominos de manière originale :
   c'est 1 et 0, i.e dix,  c'est 3 et 4, i.e trente-quatre
  (à partir de 4;12, Bubi s'est beaucoup intéressé aux signifiants écrits de nombres, notamment sur le calendrier).
  Il compte son argent - 53 pfennigs -, mais ne trouve que 31 car il n'a pas tenu compte des valeurs de certaines pièces;
- à 5;7 : mille est conçu comme 10 fois cent;
- à 5;8 : il se pose lui-même de petits calculs (dans la première vingtaine), par exemple 3+6, 8+6, qu'il résout en comptant (pour le dernier) 8 et 1 c'est 9, 8 et 2 c'est 10,..., 8 et 6 c'est 14;
- à 5;11 : il s'est familiarisé avec les fractions 1/4, 1/2, et 3/4.

Remarque. Dans le cadre de la présente étude, l'observation faite par Scupin et Scupin à 4;8 (il s'agit ici d'âges révolus) retient particulièrement notre attention.

Annexe 7 : Quelques observations cliniques d'enfants

Introduction : Outre les monographies avec observation sur plusieurs années et description chronologique, rapportées dans les Annexes 5 et 6 précédentes, certains auteurs peuvent avoir observé des enfants un peu plus longuement qu'il n'est usuel de le faire dans les expériences de type statistique.

1) Binet (1890)

Binet avaient observé deux petites soeurs. A propos de l'ainée - 4;3 ans - , il souligne qu'elle compte (= vraisemblablement dénomme) les nombres exactement jusqu'à 3, mais au-delà dit les chiffres tout à fait au hasard ; pour 4 elle dit 6, ou, une autrefois, 12. A propos du deuxième enfant Binet, dans une expérience consistant à cacher n objets que l'enfant a vu au préalable et à les remontrer ensuite un à un en demandant à chaque fois à l'enfant s'il y en a encore, remarque qu'il peut retenir - à 2 ans 1/2 - le nombre 3 : "il ne se trompe pour ainsi dire pas sur ce nombre; les erreurs qu'il commet sont tout à fait insignifiantes; mais ajoutons une unité de plus, et tout change : le nombre des erreurs devient tout de suite, brusquement, beaucoup plus considérable" (p.81).

2) Oehl (1935)

Oehl avait observé les élèves de première année d'école d'une classe dont il était le maître. Il limite l'appréhension simultanée des ensembles à 3, dans certaines circonstances 4, éléments. Il cite (p.317) le cas de Fritz S. (6;2) :

> L'enfant devait montrer s'il sait s'orienter sur l'échelle."Montre une fois trois traits!" - Il montre d'abord le troisième, ensuite il entoure dans un mouvement tous les traits de 1 à 3. "Montre voir quatre traits!" - Il ne montre que le quatrième. Malgré une demande renouvelée il n'est pas arrivé à entourer les traits de 1 à 4. Ici apparaît clairement la différence inouïe (=krasse) entre les nombres de 1 à 3, qui reposent sur des impressions de groupe simultanément appréhendable, et les autres.
> Le même enfant, toujours sur l'échelle sur laquelle il venait de compter jusqu'à 5 : "Sais tu encore combien il y en a ?" - Avec cela je passe sur les traits de 1 à 5. "Ca ce sont 3 et ça 2" - En même temps il entoure les premiers et les deux traits suivants avec les doigts. Il décompose donc l'ensemble en deux groupes simultanément appréhendables.

3) Droz (1981)

Droz a observé une très jeune enfant, Johanne (2;6). Il a noté (p.47) que Johanne ne fait des comptages effectifs que lorsque le nombre d'objets en jeu est très faible, en fait, elle ne dépasse jamais trois pour un tel comptage. Droz précise, entre parenthèses, qu'il ne sait pas comment elle fait pour distinguer les quotités qui nécessitent un comptage purement verbal de celles qui permettent un comptage effectif.

4) Mosimann et al. (1982)

Alex (4;4), l'enfant observé par Mosimann et al., ne cardinalise jamais plus de 4 éléments et la cardinalisation sur "4" est toujours amorcée par un dénombrement de la collection, ce dernier n'étant pas toujours directement verbalisé (c'est alors une sorte de dénombrement-action).

5) El Bouazzaoui (1982)

El Bouazzaoui a suivi deux classes de cours préparatoire au cours du premier trimestre. Elle souligne (p.415) que les enfants "savaient distinguer au moins des collections à un, deux et trois éléments. Certains ne dépassaient pas ce nombre.", et (p.417) que "tous les enfants de six ans ont la possibilité d'identifier et d'utiliser "un" et "deux" et même "trois" comme traits distinctifs caractéristiques de certaines collections et de nommer ces traits."

REFERENCES

Allport D.A., 1975. Critical Notice : The state of cognitive psychology. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 27, 141-152.

Apéry R., 1982. Mathématique constructive. In F.Guénard, G.Lelièvre (Eds.), *Penser les mathématiques*. Paris : Seuil.

Ashcraft M.H. et Fierman B.A., 1982. Mental Addition in Third, Fourth, and Sixth Graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, 33, 216-234.

Atkinson J., Campbell F.W. et Francis M.R., 1976. The magic number 4±0 : A new look at visual numerosity judgements. *Perception*, 5, 327-334.

Averbach E., 1963. The Span of Apprehension as a Function of Exposure Duration. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 2, 60-64.

Baroody A.J., White M.S., 1983. The development of counting skills and number conservation. *Child Study Journal*, 13, 95-105.

Bartmann T., 1969. Zum Erwerb der Mengenkonstanz bei Kindern im Alter von 5-8 Jahren. *Schule und Psychologie*, 16, 85-93.

Beck J., 1982. Introduction. In J.Beck (Ed.), *Organization and representation in perception*. Hillsdale : Erlbaum.

Beckmann H., 1923. Die Entwicklung der Zahlleistung bei 2-6 jährigen Kindern. *Zeitschrift für Angewandte Psychologie*, 22, 1-72.

Beckwith M. et Restle F., 1966. Process of Enumeration. *Psychological Review*, 73, 437-444.

Beilin H., 1968. Cognitive Capacities of Young Children : A Replication. *Science*, 162, 920-921.

Belbenoît G., 1982. Les Ecoles Normales demain : Mort ou transfiguration. In *Les amis de Sèvres*, 107ème numéro.

Benary W., 1922. Studien zur Untersuchung der Intelligenz bei einem Fall von Seelenblindheit. *Psychologische Forschung*, 2, 209-297.

Bever T.G., Mehler J. et Epstein J., 1968. What children do in spite of what they know. *Science*, 162, 921-924.

Biemüller W., 1932. Wiedergabe der Gliederanzahl und Gliederungsform optischer Komplexe. In F.Krueger, F.Sander (Eds.), *Gestalt und Sinn*. München : Beck.

Binet A., 1890. La perception des longueurs et des nombres chez quelques petits enfants. *Revue Philosophique*, 30, 68-81.

Bourdon B., 1908. Sur le temps nécessaire pour nommer les nombres. *Revue Philosophique*, 65, 426-431.

Boyle D., 1982. Piaget and Education : A Negative Evaluation. In S.Modgil, C.Modgil (Eds.), *Jean Piaget : Consensus and Controversy*. London : Holt, Rinehart and Winston.

Briars D.J. et Siegler R.S., 1982. A Featural Analysis of Preschoolers' Counting Knowledge. (Under editorial consideration, March 16, 1982).

Brousseau G., 1972. Processus de mathématisation. In *La mathématique à l'école élémentaire*. Paris : APMEP.

Bryant P., 1974. Perception and Understanding in Young Children : An experimental approach. London : Methuen.

Canac H., 1955. L'initiation au calcul entre 5 et 7 ans. In F.Brachet, H.Canac, E.Delaunay, *L'enfant et le nombre*. Paris : Didier.

Cattel J.M.K., 1886. Ueber die Trägheit der Netzhaut und des Sehcentrums. *Philosophische*

Studien, 3, 94-127.
Chi M.T.H. et Klahr D., 1975. Span and Rate of Apprehension in Children and Adults. *Journal of Experimental Child Psychology*, 19, 434-439.
Chiland C., 1979. Garçons et filles dans un monde en changement. *Revue de Psychologie Appliquée*, 29, 129-138.
Chiland C. et Lebovici S., 1981. Psychopathologie différentielle des sexes : Evolution au cours des dernières décennies et bilan actuel. *Enfance*, n°1-2, 61-73.
Cole M., Gay J. et Glick J., 1968. A cross-cultural investigation of information processing. *International Journal of Psychology*, 3, 93-102.
Comiti C. et al., 1980. Appropriation de la notion de nombre naturel. Grenoble : IREM.
Cordt W.K. et Walter K., 1962. Die Schulreifeuntersuchung. Düsseldorf : Bagel.
Court S.R.A., 1920. Numbers, time and space in the first five years of a child's life. *Pedagogical Seminary*, 27, 71-89.
Cowan R., 1979. Performance in number conservation tasks as a function of the number of items. *British Journal of Psychology*, 70, 77-81.
Cramaussel E., 1908. Le premier éveil intellectuel de l'enfant. Montpellier : L'abeille.
Cuneo D.O., 1982. Children's Judgments of Numerical Quantity : A New View of Early Quantification. *Cognitive Psychology*, 14, 13-44.
Decroly O. et Degand J., 1912. Observations relatives à l'évolution des notions de quantités continues et discontinues chez l'enfant. *Archives de Psychologie*, 12, 81-121. (Reproduit dans O.Decroly, *Etudes de Psychogénèse*. Bruxelles : Lamertin, 1932).
Delaunay E., 1955. L'initiation au calcul au cours préparatoire. In F.Brachet, H.Canac, E.Delaunay, *L'enfant et le nombre*. Paris : Didier.
Descoeudres A., 1921. Le développement de l'enfant de deux à sept ans. Neuchatel : Delachaux Niestlé, 1946.
Douglass H.R., 1925. The development of number concept in children of pre-school and kindergarten ages. *Journal of Experimental Psychology*, 8, 443-470.
Droz R., 1981. Psychogenèse des conduites de comptage. *Bulletin de l'Académie Nationale de Psychologie*, mai 1981, 45-49.
Dykes J.R., 1979. A Demonstration of Selection of Analyzers for Integral Dimensions. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 5, 734-745.
Eccles J.C., 1979. Le mystère humain. Bruxelles : Mardaga, 1981.
El Bouazzaoui H., 1982. Etude de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération. Relations entre divers caractères de ces situations et le sens, la compréhension de l'apprentissage de ces notions. Université de Bordeaux (thèse).
Elschenbroich H., 1958. Im Ganzen. *Ganzheitsschule*, 7, 49-57.
Estes K.W., 1976. Nonverbal Discrimination of More and Fewer Elements by Children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 21, 393-405.
Filbig J., 1923. Untersuchungen über die Entwicklung der Zahlvorstellung im Kinde. *Zeischrift füf Pädagogische Psychologie*, 24, 105-113 et 156-168.
Fischer J.P., 1981. Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2, p.277-302.
Fischer J.P., 1982. L'enfant et le comptage. Strasbourg : IREM.
Fischer J.P., 1984. L'appréhension du nombre par le jeune enfant. *Enfance*, n°2, 167-187.

Fischer J.P., à paraître. Etude complémentaire sur l'appréhension du nombre (ou : Eléments pour une neuropsychologie du nombre et des opérations numériques élémentaires). Strasbourg : IREM.

Fuson K.C., Richards J. et Briars D.J., 1982. The Acquisition and Elaboration of the Number Word Sequence. In C.J.Brainerd (Ed.), *Children's Logical and Mathematical Cognition*. New York : Springer, 1982.

Fuson K.C., Secada W.G. et Hall J.W., 1983. Matching, Counting, and Conservation of Numerical Equivalence. *Child Development*, 54, 91-97.

Galifret-Granjon N., 1981. Naissance et évolution de la représentation chez l'enfant. Paris : PUF.

Galperin P.Y., 1969. Stages in the Development of Mental Acts. In M.Cole, I.Maltzman (Eds.), *Handbook of Contemporary Soviet Psychology*. New York : Basic Books.

Gast H., 1954. Zur Frage der Mengenunterscheidung bei drei- bis achtjährigen Kindern. *Zeitschrift für Psychologie*, 157, 106-138.

Gast H., 1957. Der Umgang mit Zahlen und Zahlgebilden in der frühen Kindheit. *Zeitschrift für Psychologie*, 161, 1-90.

Gelb A. et Goldstein K., 1918. Analysis of a case of figural blindness. In W.D.Ellis, *A Source Book of Gestalt Psychology*. London : Routledge&Kegan, 1950.

Gelman R., 1972a. The nature and development of early number concepts. In H.Reese (Ed.), *Advances in child development and behavior, Vol. 7*. New York : Academic Press.

Gelman R., 1972b. Logical capacity of very young children : Number invariance rules. *Child Development*, 43, 75-90.

Gelman R., 1978. Counting in the Preschooler : What Does and Does Not Develop. In R.S.Siegler (Ed.), *Children's Thinking : What Develops ?* Hillsdale : Erlbaum.

Gelman R., 1980. What children know about numbers. *Educational Psychologist*, 15, 54-68. (Cité dans Greeno, Riley et Gelman, 1984).

Gelman R., 1982. Accessing one-to-one correspondence : Still another paper about conservation. *British Journal of Psychology*, 73, 209-220.

Gelman R., 1983. Les bébés et le calcul. *La Recherche*, 14, 1382-1389.

Gelman R., Bullock M. et Meck E., 1980. Preschoolers' Understanding of Simple Object Transformations. *Child Development*, 51, 691-699.

Gelman R. et Gallistel C.R., 1978. *The Child's Understanding of Number*. Cambridge : Harvard University Press.

Gelman R. et Meck E., 1983. Preschoolers' counting : Principles before skill. *Cognition*, 13, 343-359.

Gelman R. et Tucker M.F., 1975. Further Investigations of the Young Child's Conception of Number. *Child Development*, 46, 167-175.

Gras R., 1980. Deux méthodes d'analyse de données didactiques : classification implicative et classification hiérarchique. Chamrousse : Cours de l'Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques.

Gréco P., 1962a. Quantité et quotité. In P.Gréco, A.Morf , *Structures numériques élémentaires*. Paris : PUF.

Gréco P., 1962b. Une recherche sur la commutativité de l'addition. In P.Gréco, A.Morf, *Structures numériques élémentaires*. Paris : PUF.

Greeno J.G., Riley M.S. et Gelman R., 1984. Conceptual Competence and Children's Counting. *Cognitive Psychology*, 16, 94-143.

Grice G.R., Canham L. et Boroughs J.M., 1983. Forest before trees ? It depends where you look. *Perception & Psychophysics*, 33, 121-128.

Guiard Y., 1981. Sport : les avantages des gauchers. *La Recherche*, 12, 894-896.

Harris L.J., 1977. Sex Differences in the Growth and Use of Language. In E.Donelson, J.E.Gullahorn, *Women : A psychological perspective*. New York : Wiley.

Hebb D.O., 1980. Essay on Mind. Hillsdale : Erlbaum.

Hécaen H. et Lanteri-Laura G., 1977. Evolution des connaissances et des doctrines sur les localisations cérébrales. Paris : Desclée de Brouwer.

Hendrickson A.D., 1979. An inventory of mathematical thinking done by incoming first-grade children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10, 7-23.

Hughes M., 1981. Can Preschool Children Add and Subtract ? *Educational Psychology*, 1, 207-219.

Hunt T.D., 1975. Early Number "Conservation" and Experimenter Expectancy. *Child Development*, 46, 984-987.

Ingenkamp K., 1964. Psychologische Tests für die Hand des Lehrers. Weinheim : Beltz.

Karaschewski H., 1966. Wesen und Weg des ganzheitlichen Rechenunterrichts (tome 1). Stuttgart : Klett.

Karaschewski H., 1970. Wesen und Weg des ganzheitlichen Rechenunterrichts (tome 2). Stuttgart : Klett.

Kaufman E.L., Lord M.W., Reese T.W. et Volkmann J., 1949. The discrimination of visual number. *American Journal of Psychology*, 62, 498-525.

Keil F.C., 1981. Constraints on Knowledge and Cognitive Development. *Psychological Review*, 88, 197-227.

Kemler D.G., 1983. Holistic and Analytic Modes in Perceptual and Cognitive Development. In T.J.Tighe, B.E.Shepp (Eds.), *Perception, Cognition, and Development : Interactional Analysis*. Hillsdale : Erlbaum.

Kern A., 1935. Genetische Ganzheitspsychologie als wesentliche Grundlage einer anhebenden grundsätzlichen Unterrichtsreform. *Zeitschrift für Jugendkunde*, 5ème année. (Reproduit dans Kern, 1965).

Kern A., 1960. Allgemeine Grundlagen. In A.Kern, H.Gieding, *Gestaltrechnen im ganzheitlichen Unterricht der Volksschulunterstufen*. Freiburg : Herder.

Kern A., 1962. Der Ganzheitsgedanke im Unterricht. *Westermanns Pädagogische Beiträge*, Heft 2. (Reproduit dans Kern, 1965).

Kern A. (Ed.), 1965. Die Idee der Ganzheit in Philosophie, Psychologie, Pädagogik und Didaktik. Freiburg : Herder.

Kern A. et Gieding H., 1960. Gestaltrechnen im ganzheitlichen Unterricht der Volksschulunterstufen. Freiburg : Herder.

Kingma J. et Roelinga U., 1982. Cardinal equivalence of small number in young children. *Perceptual and Motor Skills*, 54, 1023-1037.

Klahr D. et Wallace J.G., 1976. Cognitive Development : An information processing view. Hillsdale : Erlbaum.

Koffka K., 1925. Die Grundlagen der psychischen Entwicklung : Eine Einführung in die Kinderpsychologie. Osterwieck am Harz : Zickfeldt.

Koehler O., 1949. Vorsprachliches Denken und "Zählen" der Vögel. In E.Mayr, E.Schüz (Eds.), *Ornithologie als biologische Wissenschaft*. Heidelberg : Winter.

Koehler O., 1960. Le dénombrement chez les animaux. *Journal de Psychologie Normale et Pathologique*, 57, 45-58.

Köhler W., 1918. Simple structurals functions in the chimpanzee and in the chicken. In W.D.Ellis, *A Source Book of Gestalt Psychology*. London : Routledge & Kegan, 1950.

Köhler W., 1967. Gestalt Psychology. *Psychologische Forschung*, 31, 18-30.

Konorski J., 1967. Integrative Activity of the Brain : An Interdisciplinary Approach. Chicago : The University of Chicago Press.

Kraft R.H., Mitchell O.R., Languis M.L. et Wheatley G.H., 1980. Hemispheric asymmetries during six- to eight- year-olds performance of piagetian conservation and reading tasks. *Neuropsychologia*, 18, 637-643.

Leach C., 1979. Introduction to Statistics : A Nonparametric Approach for the Social Sciences. New York : Wiley.

Lemoyne G., 1984. Rapport sommaire d'études sur la compréhension des nombres naturels, chez les enfants de 5 à 7 ans. (Papier présenté au séminaire de didactique des mathématiques. Strasbourg, février 1984).

Lockead G.R., 1979. Holistic Versus Analytic Process Models : A Reply. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 5, 746-755.

Maccoby E.E. et Jacklin C.N., 1974. The Psychology of Sex Differences. Stanford : Stanford University Press.

Mandler G. et Shebo B.J., 1982. Subitizing : An Analysis of Its Component Processes. *Journal of Experimental Psychology : General*, 111, 1-22.

Markman E.M., 1979. Classes and Collections : Conceptual Organization and Numerical Abilities. *Cognitive Psychology*, 11, 395-411.

McLaughlin J.A., 1981. Development of Children's Ability to Judge Relative Numerosity. *Journal of Experimental Child Psychology*, 31, 103-114.

McLaughlin K.L., 1935. A study of number ability in children of ages three to six. Chicago : The University of Chicago Libraries.

Mehler J., 1971. Le développement des heuristiques perceptives chez le très jeune enfant. In H.Hécaen (Ed.), *Neuropsychologie de la perception visuelle*. Paris : Masson.

Mehler J., 1974. Connaître par désapprentissage. In E.Morin, M.Piatelli-Palmarini, *L'unité de l'homme : 2. Le cerveau humain*. Paris : Seuil.

Mehler J., 1982. Unlearning : Dips and Drops - A Theory of Cognitive Development. In T.G.Bever (Ed.), *Regressions in mental development*. Hillsdale : Erlbaum.

Mehler J. et Bever T.G., 1967. Cognitive Capacity in Very Young Children. *Science*, 158, 141-142.

Mehler J. et Bever T.G., 1968. Reply. *Science*, 162, 979-981.

Meljac C., 1979. Décrire, agir et compter : l'enfant et le dénombrement spontané. Paris : PUF.

Miller P.H., Heldmeyer K.H. et Miller S.A., 1975. Facilitation of Conservation of Number in Young Children. *Developmental Psychology*, 11, 253.

Miller P.H. et Heller K.A., 1976. Facilitation of Attention to Number and Conservation of Number. *Journal of Experimental Child Psychology*, 22, 454-467.

Mosimann O., Bovay M., Dällenbach J.F. et Droz R., 1982. Les nombres d'Alex : Les comptages d'un enfant de quatre ans. *Archives de Psychologie*, 50, 91-164.

Murray F.B., 1970. Stimulus mode and the conservation of weight and number. *Journal of Educational Psychology*, 61, 287-291.

Nairne J.S. et Healy A.F., 1983. Counting Backwards Produces Systematic Errors. *Journal of*

Experimental Psychology : General, 112, 37-40.
Navon D., 1977. Forest Before Trees : The Precedence of Global Features in Visual Perception. *Cognitive Psychology*, 9, 353-383.
Navon D. et Norman J., 1983. Does Global Precedence Really Depend on Visual Angle ? *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 9, 955-965.
Neisser U., 1967. Cognitive Psychology. New York : Appleton.
Nelson P., 1982. Neuro-physiologie des instincts et de la pensée. Paris : Maloine.
Oehl W., 1935. Psychologische Untersuchungen über Zahlendenken und Rechnen bei Schulanfängern. Leipzig : Barth.
Palmer S.E., 1982. Symmetry, Transformation, and the Structure of Perceptual Systems. In J.Beck (Ed.), *Organization and Representation in Perception*. Hillsdale : Erlbaum.
Piaget J., 1968. Quantification, Conservation, and Nativism. *Science*, 162, 976-979.
Piaget J., 1972. Remarques sur l'enseignement des mathématiques. (Communication présentée au congrès d'Exeter).
Piaget J. et Garcia R., 1983. Psychogenèse et histoire des sciences. Paris : Flammarion.
Piaget J. et Szeminska A., 1941. La genèse du nombre chez l'enfant. Neuchatel : Delachaux et Niestlé, 1967.
Pluvinage F., 1980. Données et codages. In *Analyse des données : Tome I*. Paris : APMEP (non daté).
Pomerantz J.R., 1983. Global and Local Precedence : Selective Attention in Form and Motion Perception. *Journal of Experimental Psychology : General*, 112, 516-540.
Pomerantz J.R. et Kubovy M., 1981. Perceptual Organization : An Overview. In M.Kubovy, J.R.Pomerantz (Eds.), *Perceptual Organization*. Hillsdale : Erlbaum.
Popper K. et Eccles J.C., 1979. The self and its brain. Heidelberg : Springer.
Porac C. et Coren S., 1981. Lateral Preferences and Human Behavior. New York : Springer.
Rauh H., 1972. Entwicklunspsychologische Analyse kognitiver Prozesse : Der Zahlbegriff bei 4- bis 7-jährigen Kindern. Weinheim : Beltz.
Resnick L.B. et Ford W.W., 1981. The Psychology of Mathematics for Instruction. Hillsdale : Erlbaum.
Robert M., Céllerier G. et Sinclair H., 1971. Une observation de la genèse du nombre. *Archives de Psychologie*, 41, 289-301.
Rozin P., 1976. The Evolution of Intelligence and Access to the Cognitive Unconscious. In J.M.Sprague, A.N.Epstein (Eds.), *Progress in Psychobiology and Physiological Psychology, vol. 6*. New York : Academic Press.
Russac R.J., 1983. Early Discrimination among Small Object Collections. *Journal of Experimental Child Psychology*, 36, 124-138.
Saltzman I.J. et Garner W.R., 1948. Reaction time as a measure of span of attention. *Journal of Psychology*, 25, 227-241.
Samstag K., 1958. Eine Festschrift zum 70. Geburtstag von J. Wittmann. *Ganzheitsschule*, 7, 42-45.
Saxe G.B., 1983. Culture, counting and number conservation. *International Journal of Psychology*, 18, 313-318.
Schaeffer B., 1975. Skill Integration During Cognitive Development. In A.Kennedy, A.Wilkes (Eds.), *Studies in Long Term Memory*. New York : Wiley.
Schaeffer B., Eggleston V.H. et Scott J.L., 1974. Number Development in Young Children. *Cognitive Psychology*, 6, 357-379.

Schaff A., 1964. Langage et connaissance. Paris : Anthropos, 1969.

Schmidt S. et Weiser W., 1982. Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern : Zählen und der kardinale Aspekt natürlicher Zahlen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 3, 227-263.

Scriba C.J., 1968. The Concept of Number : A Chapter in the History of Mathematics, with Applications of Interest to Teachers. Mannheim : Bibliographisches Institut.

Scupin E. et Scupin G., 1907. Bubis erste Kindheit : Ein Tagebuch über die geistige Entwicklung eines Knaben während der ersten drei Lebensjahre. Leipzig : Dürr, 1933.

Scupin E. et Scupin G., 1910. Bubi im vierten bis sechsten Lebensjahre. Leipzig : Grieben.

Siegel L.S., 1974. Heterogeneity and Spatial Factors as Determinants of Numeration Ability. *Child Development*, 45, 532-534.

Siegel L.S., 1982. The Development of Quantity Concepts : Perceptual and Linguistic Factors. In C.J.Brainerd (Ed.), *Children's Logical and Mathematical Cognition*. New York : Springer.

Siegel L.S., Lees A., Allan L. et Bolton B., 1981. Non-verbal Assessment of Piagetian Concepts in Preschool Children with Impaired Language Development. *Educational Psychology*, 1, 153-158.

Siegler R.S. et Robinson M., 1982. The development of numerical understandings. In H.W.Reese, L.P.Lipsitt (Eds.), *Advances in child development and behavior, vol.16*. New York : Academic Press.

Silverman I.W. et Briga J., 1981. By What Process Do Young Children Solve Small Number Conservation Problem ? *Journal of Experimental Child Psychology*, 32, 115-126.

Silverman I.W. et Rose A.P., 1980. Subitizing and Counting Skills in 3-Year-Olds. *Developmental Psychology*, 16, 539-540.

Simons D., 1981. Vergleichende Betrachtung über die Genese des Zahlbegriffs. *Psychologische Beiträge*, 23, 595-617.

Simons D. et Langheinrich D., 1982. What is Magic About the Magical Number Four ? - *Psychological Research*, 44, 283-294.

Starkey P. et Cooper R.G., 1980. Perception of Numbers by Human Infants. *Science*, 210, 1033-1035.

Starkey P. et Gelman R., 1982. The Development of Addition and Subtraction Abilities Prior to Formal Schooling in Arithmetic. In T.P.Carpenter, J.M.Moser, T.A.Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction : A Cognitive Perspective*. Hillsdale : Erlbaum.

Steiner V.J. et Souberman E., 1978. Afterword. In L.S.Vygotsky, *Mind in Society : The Development of Higher Psychological Process (Eds.:M.Cole, V.J.Steiner, S.Scribner, E.Souberman)*. Cambridge : Harvard University Press.

Stumpf C., 1901. Eigenartige sprachliche Entwickelung eines Kindes. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie und Pathologie*, 3, 419-447.

Svenson O. et Sjöberg K., 1978. Subitizing and counting processes in young children. *Scandinavian Journal of Psychology*, 19, 247-250.

Svenson O. et Sjöberg K., 1983. Speeds of subitizing and counting processes in different age groups. *Journal of Genetic Psychology*, 142, 203-211.

Taves E.H., 1941. Two Mechanisms for the Perception of Visual Numerousness. *Archives of Psychology*, N° 265.

Thornton C.A., 1982. Doubles Up - Easy ! *Arithmetic Teacher*, 29(8), 20.

Tille J. et Tille A., 1960. Ein neuer Weg im Erstrechenunterricht auf ganzheitlicher Grundlage. Wien : Hölder.

Vogelsang K., 1958. Untersuchung zur Mengenauffassung bei Kindern. *Ganzheitsschule*, 7, 25-28.

Von Glasersfeld E., 1982. Subitizing : The role of figural patterns in the development of numerical concepts. *Archives de Psychologie*, 50, 191-218.

Von Szeliski V., 1924. Relation between the quantity perceived and the time of perception. *Journal of Experimental Psychology*, 7, 135-147.

Wallon H., 1941. L'évolution psychologique de l'enfant. Paris : Colin, 1968.

Wallon H., 1959. Entretien avec Henri Wallon. In Enfance (numéro spécial), *Henri Wallon : Ecrits et souvenirs*, 1968.

Ward L.M., 1983. On Processing Dominance : Comment on Pomerantz. *Journal of Experimental Psychology : General*, 112, 541-546.

Wertheimer M., 1912. Über das Denken der Naturvölker: I. Zahlen und Zahlgebilde. *Zeitschrift für Psychologie*, 60, 321-378.

Wilkinson A.C., 1984. Children's Partial Knowledge of the Cognitive Skill of Counting. *Cognitive Psychology*, 16, 28-64.

Winer G.A, 1974. Conservation of Different Quantities among Preschool Children. *Child Development*, 45, 839-842.

Winer G.A., 1975. Analysis of the relation between conservation of large and small quantities. *Psychological Reports*, 36, 379-382.

Wohlwill J.F., 1963. The learning of absolute and relational number discriminations by children. *Journal of Genetic Psychology*, 101, 217-228.

Young A.W. et McPherson J., 1976. Ways of making number judgments and children's understanding of quantity relations. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 328-332.

Zimiles H., 1966. The development of conservation and differentiation of number. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 31(6), Serial N° 108.

Table des matières