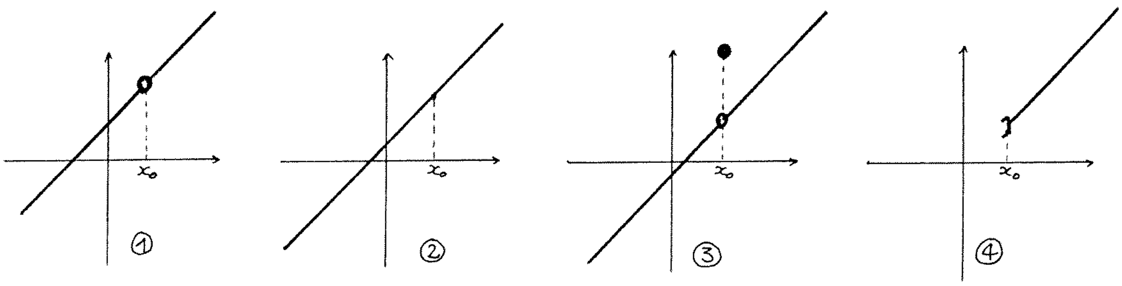
Y' A DES LIMITES

Etienne MEYER

Cet article se veut polémique, provocateur, exagéré et exaspérant. La définition des limites dans l'enseignement secondaire français vient de changer, mais les professeurs de mathématiques, eux, ne changent pas... Toujours aussi pinailleurs, rigoristes, à la recherche des cas pathologiques et tératologiques. Oh, je vois ce que ça va donner, toutes ces mises en garde des élèves contre les cas singuliers, tous ces pièges ; on ne va parler que de ça et puis, plus tard, on donnera les bonnes vieilles recettes de recherche de limite et les trucs pour "lever les indéterminations" (Debout ! les damnés de nos écoles). Et dans tout ça, qu'auront appris les élèves ? Que les maths sont emmerdantes, que les profs de maths sont décidément des gens à part (des gens forts ! ils ont compris des choses tellement difficiles qu'on ne peut les expliquer...) et que les limites, c'est compliqué (ça, par contre, c'est juste : il en aura fallu du temps aux mathématiciens pour parvenir au début du XIXe siècle à une vague notion de limite).

Bon sang ! regardez donc où sont les difficultés ! où sont les erreurs ! $\frac{\to 0}{\to 0} = 1$; $(\to 0) \times (\to +\infty) = 0$; $(\to +\infty) - (\to +\infty) = 0$. (Ne dites pas que c'est écrit de façon incorrecte, je le sais. Mais je sais aussi que vous avez tous compris de quoi je veux parler. Et l'essentiel, c'est de se faire comprendre, non ?) Et bien avant ça, n'avez-vous jamais eu la réflexion suivante : *"mais, Monsieur, la limite n'est jamais égale à 1"* ? Croyez-vous que les questions suivantes vous permettent de comprendre quelque chose à la notion de limite ?



FOR I=1 TO 4 , ETUDIER $\text{LIM}_{x_0}(F)$

C'est vrai que les réponses à ces questions dépendent de la date à laquelle elles sont posées (avant ou après mai 81, oh pardon, septembre 82) et dépendent de la définition précise de f. C'est vrai aussi, que nous, enseignants, devont pouvoir répondre à ces questions. Celles-ci n'ont d'intérêt que pour tester la pertinence de la définition choisie par rapport aux objectifs à atteindre. Mais aller enquiquiner les élèves, qui ne veulent pas tous devenir prof de math, avec ces questions, avant qu'ils ne soient familiarisés avec la recherche de limites dans des cas non triviaux, c'est tout simplement débilitant, déssechant, répugnant. Et je serais à peine moins dur pour les questions du genre $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{x}$ et toutes celles qui s'y ramènent.

Bien plus formateur (passionnant ?) est la recherche des approximations successives de $\frac{1}{1+x}$ au voisinage de o (oui, les développements limités !) ou la recherche de $\lim_{x \to +\infty} \left[(x+3)\sqrt{x+3} - x\sqrt{x}\right]$ (attention, ça c'est désormais pour la terminale...)

Je crois savoir qu'une des raisons pour lesquelles la définition des limites a été changée (les limites, elles, n'ont pas changé) est l'espoir de diriger l'enseignement des maths vers un enseignement plus intelligent, moins truffé de trucs incompris. Eh bien, c'est raté, et en partie à cause de leur fameuse condition sur l'ensemble de définition ($E \cup \{o\}$...) : que de bêtises proférées à ce sujet, et voici que l'on parle de point adhérent, de point d'accumulation, d'application définie sur $\mathbb{Q}$, ...

Ceci dit, comme chacun de nous, si j'avais eu à faire les programmes, j'aurais fait autrement : j'aurais commencé par une notion de continuité globale, puis une définition des limites pour les cas où la question se pose ; une définition bien évidemment différente de celles des anciens programmes et bien différente de celle des nouveaux programmes, ; une définition bien à moi, géniale, qui éliminerait toutes les difficultés, et que les élèves comprendraient du premier coup.

E.M.,

professeur de mathématique