

---

UN EXEMPLE D'UTILISATION DE LA TABLE TRACANTE :  
SIMULATION DE LA DERIVE DES PLAQUES LITHOSPHERIQUES  
DEPUIS 180 M D'ANNEES

Thierry HATT et Nicole VOGEL

---

Ce travail a été réalisé à l'IREM de Strasbourg et au Lycée Fustel de Coulanges sur LX 515 connecté à une table HOUSTON DMP3 programmée sous LSE. Il est le résultat d'un travail d'équipe entre mathématicien et géographe, les élèves de Seconde 11 du Lycée Fustel ayant apporté leur contribution.

C'est d'abord le thème des Projections Cartographiques qui nous a intéressé. Nous avons rédigé un logiciel permettant de réaliser les cartes de la terre pour différents systèmes de projection : PCT (voir figure 1).

C'est à partir de ce logiciel que les élèves ont traité en classe un thème au programme de géographie de la classe de seconde: "la représentation cartographique de la TERRE": recueil et analyse de différents types de cartes, dessins de coupes et de courbes de niveaux à la main et sur table traçante, étude des déformations de la surface terrestre par les systèmes de projection et dérive des plaques lithosphériques.

Ce thème de la dérive a été utilisé comme une illustration des techniques de cartographie automatique. La part des élèves a été très importante, des équipes se sont chargées de faire la saisie au clavier des coordonnées sphériques mises à notre disposition par M. Westphal. Les continents sont représentés par 300 à 600 coordonnées. L'Arabie et le Moyen-Orient ne figurent pas parmi les continents retenus. Le fait de faire effectuer la saisie par les élèves doit être compris comme un exercice pédagogique, les élèves prenant en charge leurs propres données, non comme un moyen d'utiliser une main d'oeuvre à bon marché. La saisie de ces coordonnées par une personne seule habituée à la machine aurait en effet pris infiniment moins de temps que la saisie par équipe des élèves et la correction des très nombreuses erreurs.

Les Sciences de la Terre ont connu une évolution récente passionnante: une théorie nouvelle, dite des plaques tectoniques, a permis de réunir dans un seul corps des recherches apparemment sans rapport sur les séismes, le magnétisme, la paléontologie, la volcanologie, la formation des montagnes ...

### 1) LES PRINCIPES DE LA THEORIE DE LA TECTONIQUE DES PLAQUES

La Terre est formée d'enveloppes concentriques, la partie superficielle "lithosphérique" joue de manière globalement rigide sur la partie inférieure "l'asthénosphère" qui se comporte comme un fluide. Les plaques sont en gros indéformables sauf sur leurs bordures. Ces plaques ne coïncident pas avec la distribution des continents comme le pensait WEGENER, initiateur de la théorie vers 1912. Les preuves de la théorie de la dérive des plaques se sont progressivement accumulées depuis 20 ans.

### 2) LES PREUVES GEOLOGIQUES ET PALEONTOLOGIQUES SONT LES PLUS ANCIENNEMENT CONNUES

Wegener imaginait un continent primitif unique: la PANGEE. On pense aujourd'hui plutôt qu'il y a eu deux ensembles à évolutions différentes, le GONDWANA au Sud et la LAURASIE au Nord. On retrouve sur les morceaux actuellement séparés de cet ancien super-continent des formations glaciaires anciennes communes, des séries fossiles caractéristiques dont l'évolution ne peut s'expliquer que sur une surface unique.

### 3) LES PREUVES SEISMOLOGIQUES

L'étude de la distribution spatiale et en profondeur des séismes, rendue beaucoup plus efficace par le traitement automatique de milliers d'enregistrements, montre plusieurs aspects :

- la dorsale médio-océanique, mise en évidence par les campagnes océanographiques, la plus vaste formation montagneuse du globe: 60 000 km de longueur, 2000 km de large, 1000 à 3000 m d'altitude, est le siège de séismes superficiels et alignés le long d'une grande faille centrale.
- certaines régions du globe au contraire, les FIDJI ou l'ouest de l'Amérique du Sud, concentrent des zones de très forte activité, des séismes profonds (jusqu'à 600 km). On sait maintenant qu'aux séismes superficiels correspondent des zones de distension où se créent les plaques, aux séismes profonds correspondent des zones de compression où les plaques sont détruites par "subduction" dans l'asthénosphère.

#### 4) LES PREUVES PALEOMAGNETIQUES

Les laves émises par les volcans (sur la dorsale ou les continents) sont aimantées à haute température. Lorsqu'elles passent en-dessous de  $600^{\circ}$ , elles fixent le pôle magnétique du moment et jouent le rôle de boussole bloquée. La mesure de l'orientation des laves à différentes époques a permis d'établir un déplacement apparent des pôles, différent pour chaque continent.

Il est tout à fait impossible que le pôle, s'il se déplace, le fasse en suivant plusieurs chemins. Ce sont donc les plaques qui se déplacent.

On a montré d'autre part que les différents chemins parcourus par le pôle pour chaque plaque se ramènent à un seul si l'on recolle les continents comme sur la figure 6.

Le dipôle terrestre a changé plusieurs dizaines de fois d'orientation depuis quelques millions d'années. L'étude de ces inversions du champ magnétique combinée à la datation radio-chronologique des laves du plancher océanique permet de retracer l'histoire de la création du fonds océanique à partir de la dorsale (anomalie magnétique zéro). Si l'on recolle les anomalies magnétiques de part et d'autre de la dorsale, on arrive à emboîter les plaques avec d'excellents résultats. Ceci a été fait en particulier pour l'Atlantique Nord et l'Inde.

#### 5) LES PREUVES TOPOGRAPHIQUES

Sir Bullard a présenté en 1965 une preuve très convaincante de la dérive: à l'aide d'un programme informatique et d'une table traçante, il a réalisé l'emboîtement des continents de part et d'autre de l'Atlantique (voir figure 3 et 4).

Ce n'est pas le trait de côte qui a été retenu comme critère de l'emboîtement mais les coordonnées du plateau continental à différentes profondeurs. Ce sont les profondeurs à 500 et 1000 brasses qui donnent les meilleurs résultats (voir figure 5 et 6).

A. HALLAM a réalisé le même type de travail pour l'océan Indien (voir figure 6).

Chaque preuve séparément peut être contestée, les erreurs de mesure sont parfois telles que les résultats sont difficiles à interpréter, mais les faisceaux de démonstrations convergentes établis depuis plusieurs années ont emporté l'adhésion d'un nombre croissant de scientifiques.

Fig. 1

LOGICIEL P.C.T.

PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES SUR TABLE TRACANTE

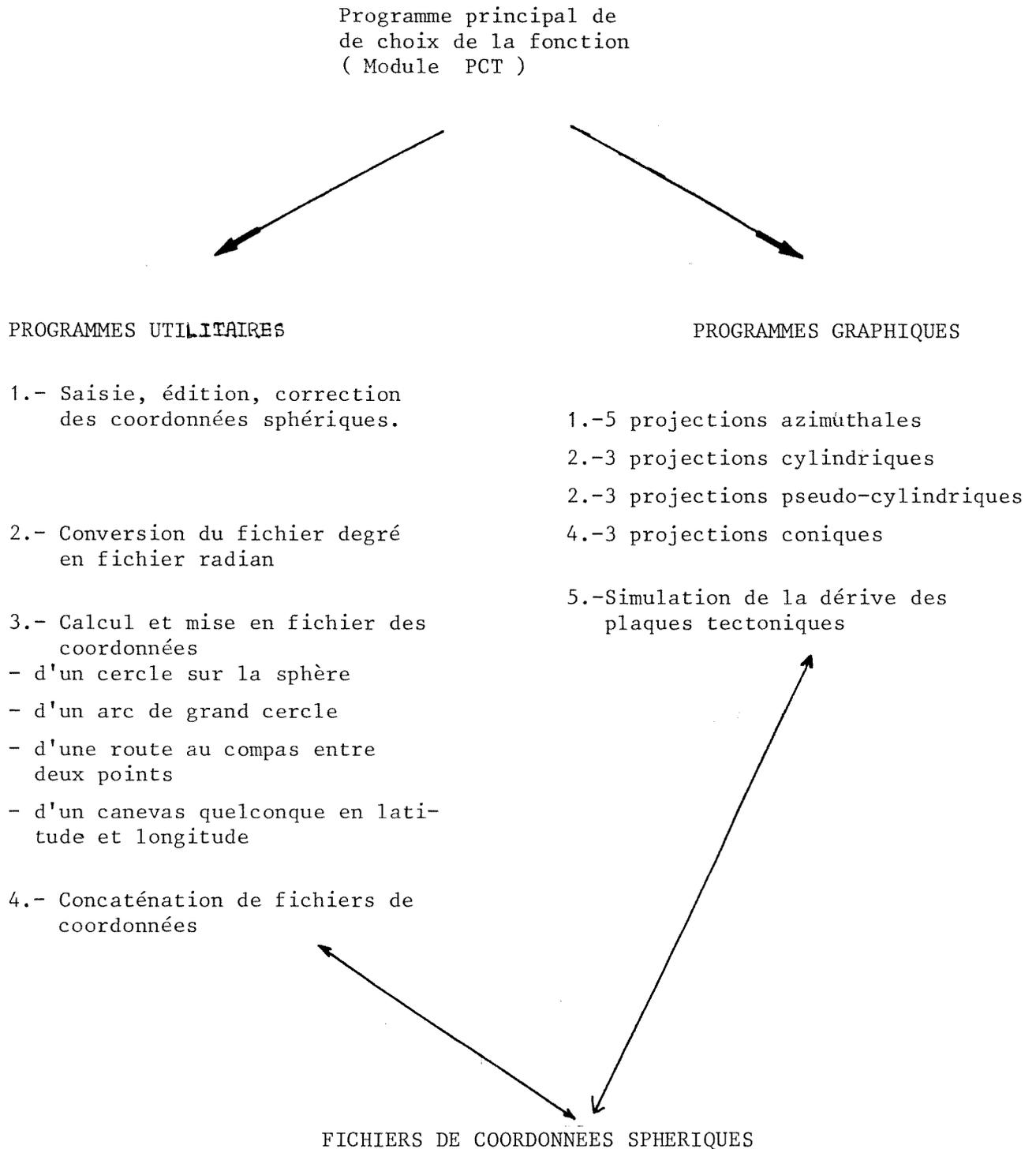


Fig. 2

SIMULATION DE LA DERIVE DES PLAQUES LITHOSHERIQUES SUR TABLE TRACANTE  
ETAPES DU DESSIN

Saisie des coordonnées sphériques des limites des continents sur table à numériser

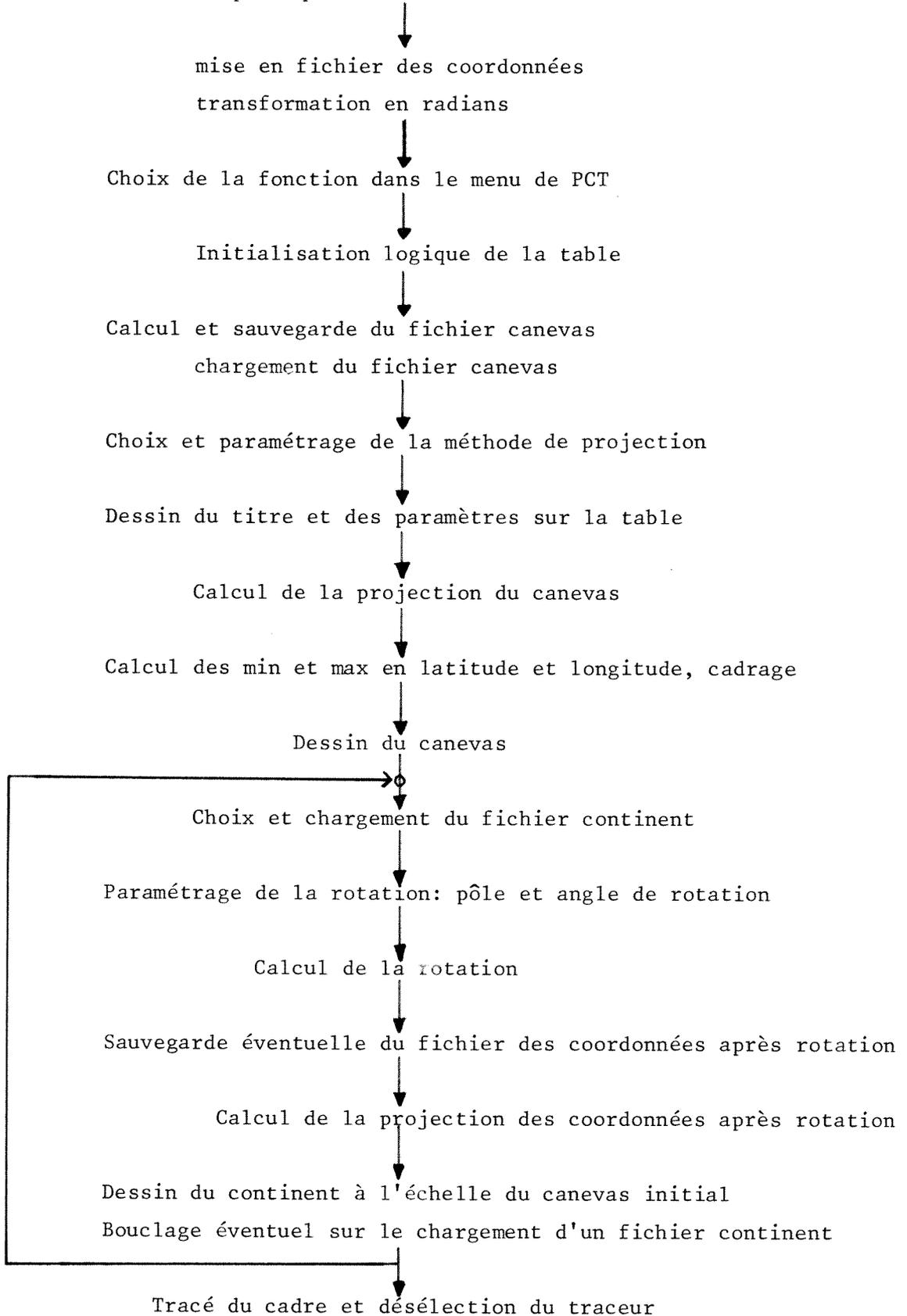


Fig. 3

### LA METHODE D'AJUSTEMENT DE SIR BULLARD

Elle suppose l'utilisation d'un ordinateur pour éviter un emboîtement subjectif des talus continentaux, pour que puisse être mesurée une erreur d'ajustement et que l'on puisse tenir compte de la projection cartographique par le calcul.

- On suppose que les contours de côtes numérisées se déduisent l'un de l'autre par une rotation.
- on calcule par rapport à un pôle de rotation hypothétique les coordonnées d'un certain nombre de points des contours.
- on cherche pour chaque point du premier contour le point du deuxième qui a même latitude.
- on calcule la différence de longitude entre ces deux points, la moyenne et la variance de ces différences.
- on recherche par une méthode itérative le pôle donnant la variance la plus faible (seul des 5 points le dernier est bien expliqué dans Bullard).

Un certain nombre de points techniques parfois difficiles doivent être résolus : variations de latitude non monotones, longueurs de profils non identiques, variances ne décroissant pas...

## ASPECT MATHEMATIQUE DU PROBLEME DE LA DERIVE

Euler a remarqué que tout déplacement sur une sphère équivaut à une rotation autour d'un diamètre. Les extrémités de ce diamètre sont appelées pôles de rotation. Il n'y a pas de translation sur la sphère, seulement des rotations puisque le centre de la sphère est invariant.

Pour utiliser ces principes dans le domaine de la dérive, deux problèmes sont à résoudre :

- on connaît les positions initiales et finales d'une plaque à la surface du globe, on veut déterminer le pôle et l'angle de rotation.
- connaissant le pôle et l'angle, on veut calculer la nouvelle position d'une plaque.

Un "déplacement" de plaque correspond à une isométrie positive de la sphère, donc à une rotation.

On prend un repère orthonormé direct de référence,  $O \vec{i} \vec{j} \vec{k}$ , défini ainsi :

$$\begin{aligned} O & \text{ est le centre de la sphère} \\ \vec{i} &= \vec{OI} \quad , \text{ I étant le point de latitude } 0, \text{ de longitude } 0. \\ \vec{j} &= \vec{OJ} \quad , \text{ J étant le point de latitude } 0, \text{ de longitude } 90^\circ \text{ E.} \\ \vec{k} &= \vec{ON} \quad , \text{ N étant le pôle Nord.} \end{aligned}$$

Une rotation est définie par un point A de la sphère qui détermine l'axe  $\vec{OA}$  de la rotation, et par un angle  $\alpha$ , angle de la rotation.

Le point A est donné par ses coordonnées sphériques :

latitude  $\theta_A$ , longitude  $\varphi_A$ .

Les coordonnées cartésiennes de A sont donc :

$$(\cos \theta_A \cos \varphi_A, \cos \theta_A \sin \varphi_A, \sin \theta_A)$$

On construit une base  $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{OA})$  orthonormée directe :

$$\vec{u} (\sin \varphi_A, -\cos \varphi_A, 0) \text{ est orthogonal à } \vec{OA} \text{ et unitaire}$$

On prend  $\vec{v} = \vec{OA} \wedge \vec{u}$  et on trouve :

$$\vec{v} (\sin \theta_A \cos \varphi_A, \sin \theta_A \sin \varphi_A, -\cos \theta_A)$$

Les angles  $(\varphi_A, \theta_A, \alpha)$  sont les fameux "angles d'Euler".

D'où la matrice orthogonale de changement de base :

$$M = \begin{pmatrix} \sin \varphi_A & \sin \theta_A \cos \varphi_A & \cos \theta_A \cos \varphi_A \\ -\cos \varphi_A & \sin \theta_A \sin \varphi_A & \cos \theta_A \sin \varphi_A \\ 0 & -\cos \theta_A & \sin \theta_A \end{pmatrix}$$

La matrice de rotation dans  $(u, v, OA)$  est :

$$r = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D'où la matrice de rotation dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) =$

$$R = M \times R \times {}^tM$$

$R =$

$$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta_A \cos^2 \varphi_A (1 - \cos \alpha) + \cos \alpha & \sin \varphi_A \cos \varphi_A \cos^2 \theta_A (1 - \cos \alpha) - \sin \alpha \sin \theta_A & \sin \alpha \sin \varphi_A \cos \theta_A + \sin \theta_A \cos \theta_A \cos \varphi_A (1 - \cos \alpha) \\ \cos^2 \theta_A \sin \varphi_A \cos \varphi_A (1 - \cos \alpha) + \sin \alpha \sin \theta_A & \cos^2 \theta_A \sin^2 \varphi_A (1 - \cos \alpha) + \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \varphi_A \cos \theta_A + \sin \theta_A \cos \theta_A \sin \varphi_A (1 - \cos \alpha) \\ -\sin \alpha \sin \varphi_A \cos \theta_A + \cos \theta_A \sin \theta_A \cos \varphi_A (1 - \cos \alpha) & \sin \alpha \cos \theta_A \cos \varphi_A + \cos \theta_A \sin \theta_A \sin \varphi_A (1 - \cos \alpha) & \sin^2 \theta_A (1 - \cos \alpha) + \cos \alpha \end{pmatrix}$$

Extraits d'un programme LSE de dérive :

Dans ce programme, les longitudes Est ont été considérées négatives, et les angles de rotations dans le sens des aiguilles d'une montre, positifs.

Par conséquent, par rapport aux calculs précédents, il faut remplacer  $\sin \alpha$  par  $-\sin \alpha$  pour obtenir la matrice utilisée dans le programme.

Dans les lignes 130 à 980,  $\alpha$ ,  $\theta_A$  et  $\varphi_A$  sont notés ALPHA, THO, PHO.

X, Y, Z sont les coordonnées cartésiennes d'un point courant M de coordonnées sphériques TH, PH.

XM, YM, ZM sont les coordonnées cartésiennes de l'image de M, et PH1, TH1 les coordonnées sphériques de l'image.

La ligne 181 prend les coordonnées de A (en degrés), et l'angle ALPHA.  
 841 convertit les angles de degrés en radians.  
 850 à 891 calculent la matrice de rotation.  
 901 à 971 calculent les nouvelles coordonnées sphériques de tous les points déplacés.

Les coordonnées (latitude et longitude) sont dans le tableau T à No éléments et 2 colonnes.

### PROGRAMME LSE

```

131 *
141 *
151 *
161 CHAINE F;F_L'';FAIRE 251 TANT QUE F# 'FIN'
171 &CHARG(T,NPR,NO,NREG,F,' CONTINENT ')
181 &PARAM(CHX,TIT,LAPO,LOPO,ALPHA)
191 SI ALPHA=0 ALORS ALLER EN 231
201 &MAT(LAPO,LOPO,ALPHA)
211 &ROTA(T,1,NO)
221 &GAR(T)
231 &MERC(T,NO)
241 &DES1(T,NPR,NO,NREG,IDX,IMY,MINX,MAXX,MINY,MAXY)
251 * FIN

820 *
821 *
822 *
831 PROCEDURE &MAT(THO,PHO,ALPHA) LOCAL ALPHA,PHO,THO,CS,A,B,C,D,E,F
841 PI_3.1415927;THO_THO*PI/180;PHO_PHO*PI/180;ALPHA_ALPHA*PI/180
851 AFFICHER 'CALCUL DE LA MATRICE DE ROTATION'
861 CS_COS(THO);A_SIN(PHO)*CS;B_CS*COS(PHO);C_COS(ALPHA);D_SIN
(ALPHA);E_1-C;F_SIN(THO)
871 M11_B*B*E+C;M12_F*D-A*B*E;M13_B*F*E+A*D
881 M21_-A*B*E-D*F;M22_A*A*E+C;M23_B*D-A*E*F
891 M31_B*E*F-A*D;M32_-A*E*F-B*D;M33_F*F*E+C;RETOUR
892 *
893 *
894 *
901 PROCEDURE &ROTA(T,A,B) LOCAL B,A,X,Y,Z,XM,YM,PH1,RC,TH1
911 AFFICHER 'CALCUL DE LA ROTATION'
921 FAIRE 961 POUR LA JUSQUA B;TH_TCI,1];PH_TCI,2]
931 CTH_COS(TH);X_CTH*COS(PH);Y_-CTH*SIN(PH);Z_SIN(TH)
941 XM_M11*X+M12*Y+M13*Z;YM_M21*X+M22*Y+M23*Z;ZM_M31*X+M32*Y+M33*Z
951 PH1_ATG(-YM/XM);SI XM<0 ALORS SI YM>0 ALORS PH1_PH1-PI SINDN PH1_PH1
+PI;RC_RAC(1-ZM*ZM);TH1_ATG(ZM/RC)
961 TCI,1]_TH1;TCI,2]_PH1
971 RETOUR
980 *

```

Fig. 5 et 6

Ce sont les traits de côte qui ont été numérisés pour la cartographie. Ils n'ont pas été utilisés pour le calcul des emboîtements, ce sont les isobathes à 1000 brasses qui ont servi de critère . Pour que les dessins soient complets, il faudrait les faire figurer pour montrer les zones de chevauchement et de lacunes.

De nombreuses tentatives ont été faites, aucunes n'ont été aussi rigoureuses que les reconstitutions de Bullard et Hallam. Certaines retouches ont été proposées, toujours de détail.

Les recollements topographiques sont confortés par d'autres preuves (paléomagnétiques en particulier)

( voir pages suivantes)

Fig. 5

DERIVE DES PLAQUES (MERCATOR) - 180 M (-60,60; - 70,80)

Pôles de rotation calculés par Sir Bullard (1965) par emboîtements des talus continentaux à mille brasses.

L'Amérique centrale est récente, ce qui peut expliquer la superposition avec l'Amérique du Sud. Le delta du Niger est quaternaire.

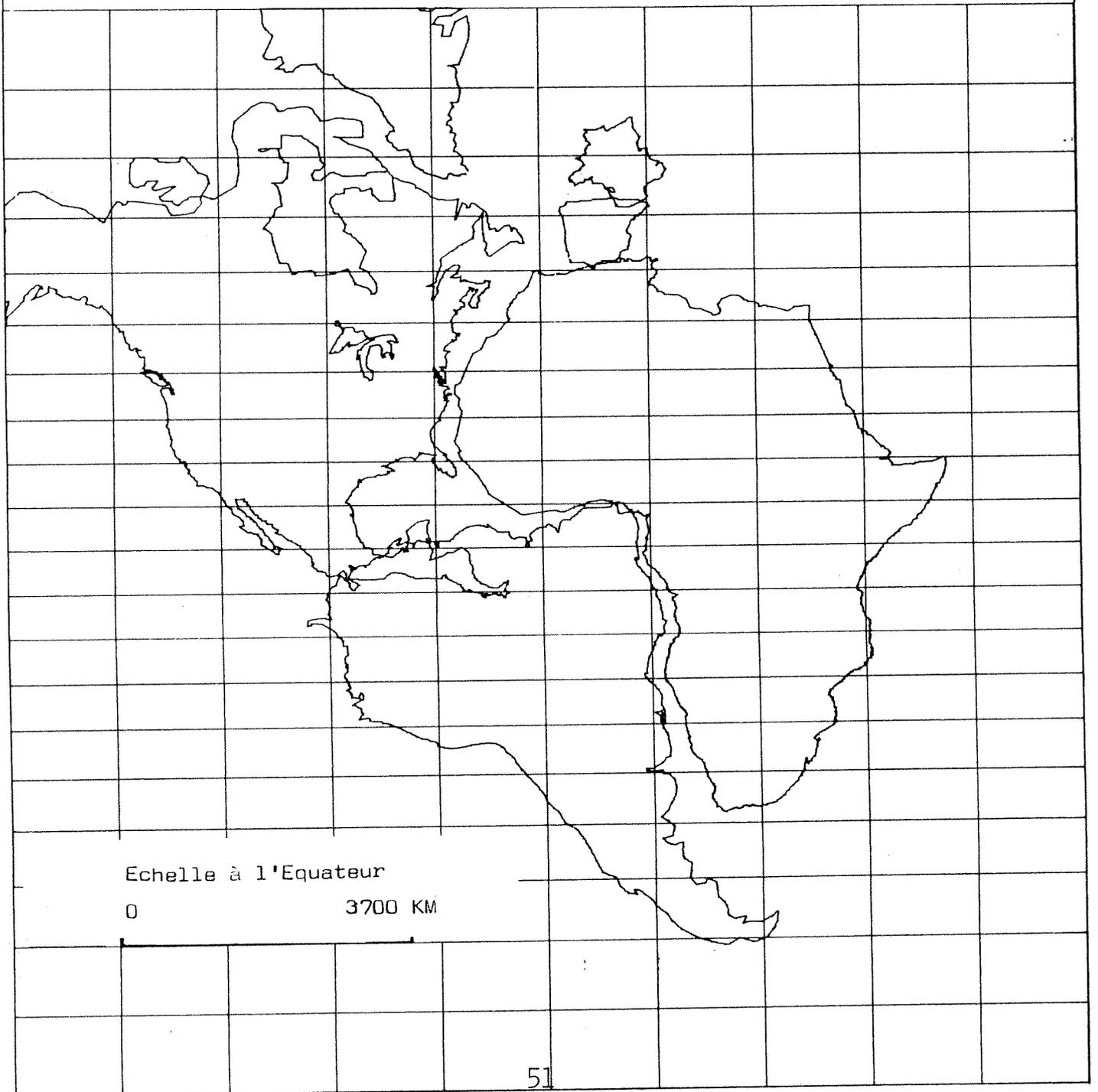
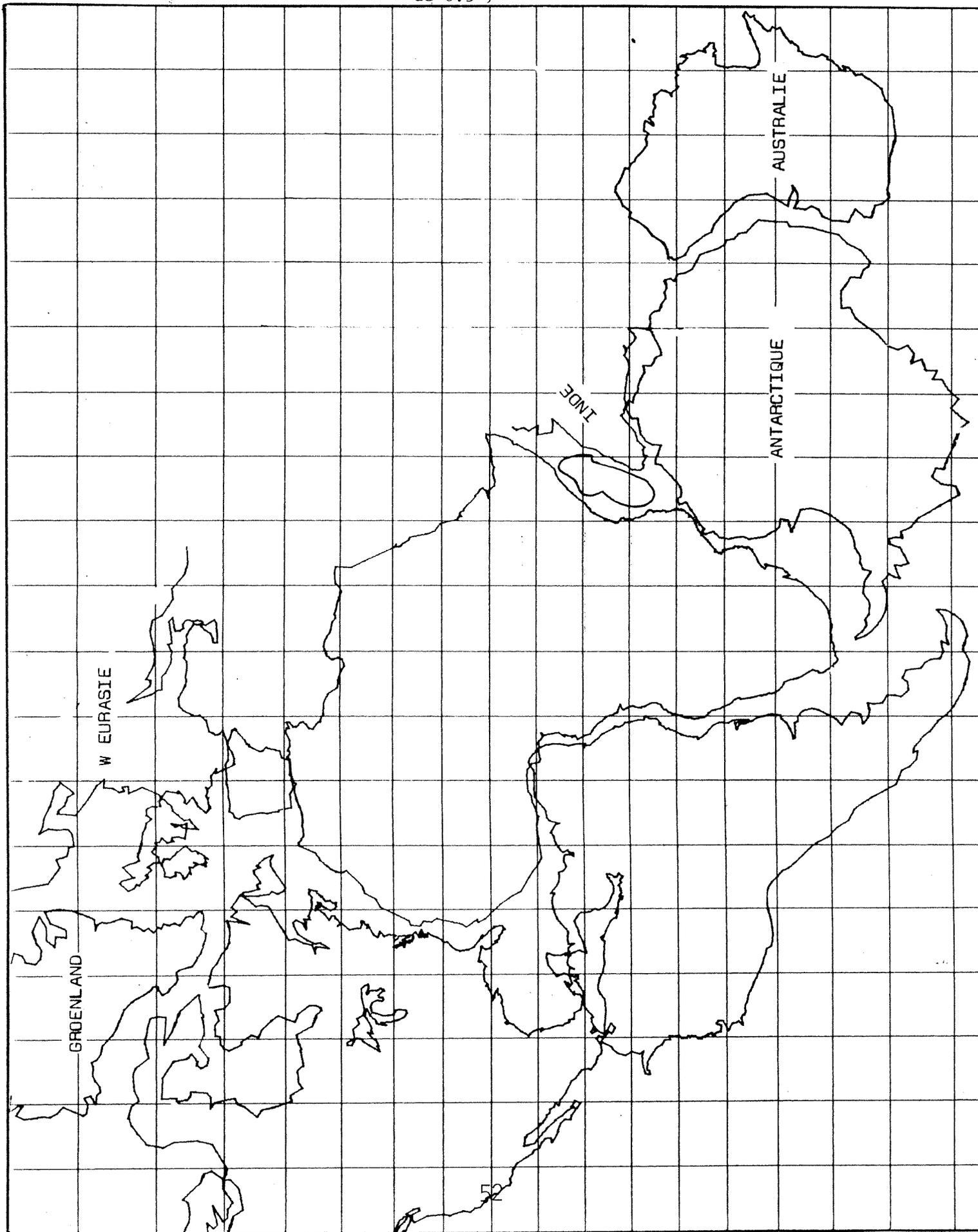


Fig. 6

RECONSTITUTION DE LA DERIVE DES PLAQUES LITHOSHERIQUES PAR AJUSTEMENT DES  
LIMITES DES PLATEAUX CONTINENTAUX ( 180 M d'années)

D'après BULLARD et HALLAM

Projection Mercator, canevas (60 W, 111 E intervalles de 9°; 50S, 63.5 N int.  
de 6.5°)



Vulgarisation sur le thème de la dérive :

- A. HALLAM Une révolution dans les sciences de la Terre. Point Science, Seuil. 185 pp., 1976. Un ouvrage remarquable pour la présentation de l'histoire de la théorie, par un des artisans de son établissement.
- COLLECTIF La dérive des continents, la tectonique des plaques. Bibliothèque Pour la Science, Belin, 216 pp., sans date.- 16 articles tirés de "Pour la Science" et "Scientific American". Nécessairement des redites, certains articles trop techniques, mais panorama très à jour.

Documents sources pour les pôles de rotations :

- LE PICHON X. Sea Floor Spreading and Continental Drift. J.L. GEOPHYSICAL RESEARCH, 73, 1968, pp. 3661-3697.
- BULLARD E.C. et al. , The Fit of the Continents around the Atlantic. PHIL. TRANS. ROY. SOC. LOND. A 258, 1965, pp. 41-51.
- PITMAN W.C. , TALWANI M., Sea Floor Spreading in the North Atlantic. BULL. SOC. GEOL. AM. 83, 1972, pp. 619-646
- WESTPHAL M. Contribution du paleomagnétisme à l'étude des déplacements continen-  
taux autour de la Méditerranée Occidentale. TH. SC., Strasbourg, 1976.

Utilisation de la table traçante :

- HATT T. et VOGEL N., Les déformations de la surface terrestre par quelques systèmes de projection, IREM, 1981, Strasbourg.
- HATT T. Logiciels pour table traçante, IREM, 1981, Strasbourg.