CARRES LATINS ET GRECO-LATINS

Pour avoir travaillé sur des tables de Pythagore de groupe, tout le monde (ou presque) sait ce qu'est un carré latin: un carré de n^2 cases dont chacune contient un symbole choisi parmi n symboles de façon que sur une même ligne ou une même colonne, il n'apparaisse pas deux fois le même. En voici deux exemples pour des carrés de 16 cases:

a	b	c	d
b	a	d	c
c	d	a	b
d	c	b	a

α	β	γ	δ
γ	δ	α	β
δ	γ	β	α
β	α	δ	γ

a^{α}	b^{β}	c^{γ}	d^{δ}
b^{β}	a^{δ}	d^{α}	c^{β}
c^{δ}	d^{γ}	a^{β}	b^{α}
d^{β}	c^{α}	b^{δ}	a^{γ}

Si maintenant on combine ces deux carrés en les superposant, on obtient (figure de droite ci-dessus) un carré dont chacune des cases est occupée par un des n^2 couples possibles, chacun des couples apparaissant exactement une fois. On dit que les deux carrés sont orthogonaux, le carré résultant portant le nom de gréco-latin.

Euler avait démontré l'existence de carrés gréco-latins pour n=3, 4, 5... et d'une façon générale pour $n \neq 4k + 2$. En 1901, en construisant tous les carrés latins d'ordre 6 et en les comparant, G. Tarry démontra qu'il n'existait pas de carré gréco-latin pour n=6.

En 1920, R.Fisher montra l'intérêt des carrés latins et gréco-latins dans la recherche agronomique: Supposons que l'on désire tester 5 engrais différents en éliminant tout biais dû aux variations de la fertilité du sol; on divise la parcelle en un carré de 5 sur 5 et on applique les 5 engrais suivant la structure d'un carré latin d'ordre 5. Alors, les méthodes de l'analyse statistique permettent d'éliminer le biais dû à la variation de fertilité du sol. On peut même aller plus loin en cherchant l'effet des engrais sur 5 variétés de plante en disposant la variable engrais et la variable plante selon la structure d'un carré gréco-latin... Cette méthode a été généralisée à la biologie, la sociologie, la médecine...

On peut chercher à construire un ensemble de carrés latins orthogonaux deux à deux. Cet ensemble contient au plus n-1 éléments. On peut effectivement construire 6 carrés latins d'ordre 7 deux à deux orthogonaux, ce qu'on appelle un ensemble complet. L'existence d'un ensemble complet d'ordre n est équivalent à l'existence d'un plan projectif fini d'ordre n (c'est-à-dire à $n^2 + n + 1$ points). On n'a pas encore trouvé, ne serait-ce que 3 carrés latins d'ordre dix, orthogonaux deux à deux, mais on sait qu'il existe des carrés gréco-latins pour toutes les valeurs de n sauf 2 et 6.

J. LEFORT.

ERRATA DU N° 25

* C'est en 1880 (et non en 1980 !) que Heawood montra que Kempe s'était trompé dans sa "démonstration" du théorème des 4 couleurs. Nous aurait-il pardonné de l'avoir catapulté à la fin d'un siècle où on se permet de faire prouver des théorèmes à des ordinateurs ?

* L'étude passionnante consacrée à la "chasse aux groupes finis" (p.10) est due à Paul BOREL, du département de mathématiques de l'Université Louis Pasteur.
  Qu'il trouve ici toutes nos excuses pour l'omission regrettable de sa signature.

* p.29 - Quel jour sommes-nous ?
  Dans les exemples proposés pour appuyer la formule donnant le nom du jour d'une date donnée, il faut bien lire a = 99 et s = 19 (et non pas a = 00 et s = 20 comme nous l'ont signalé d'attentionnés lecteurs) pour le 1er janvier 2000: la numération des mois se fait en partant du mois de mars. Janvier et février, qui portent les numéros 11 et 12 sont donc à placer dans l' année précédant leur année réelle.

* p. 53 - Le nombre d'arêtes d'un tétraèdre est bien sûr 6 et le nombre de ses faces, 4.