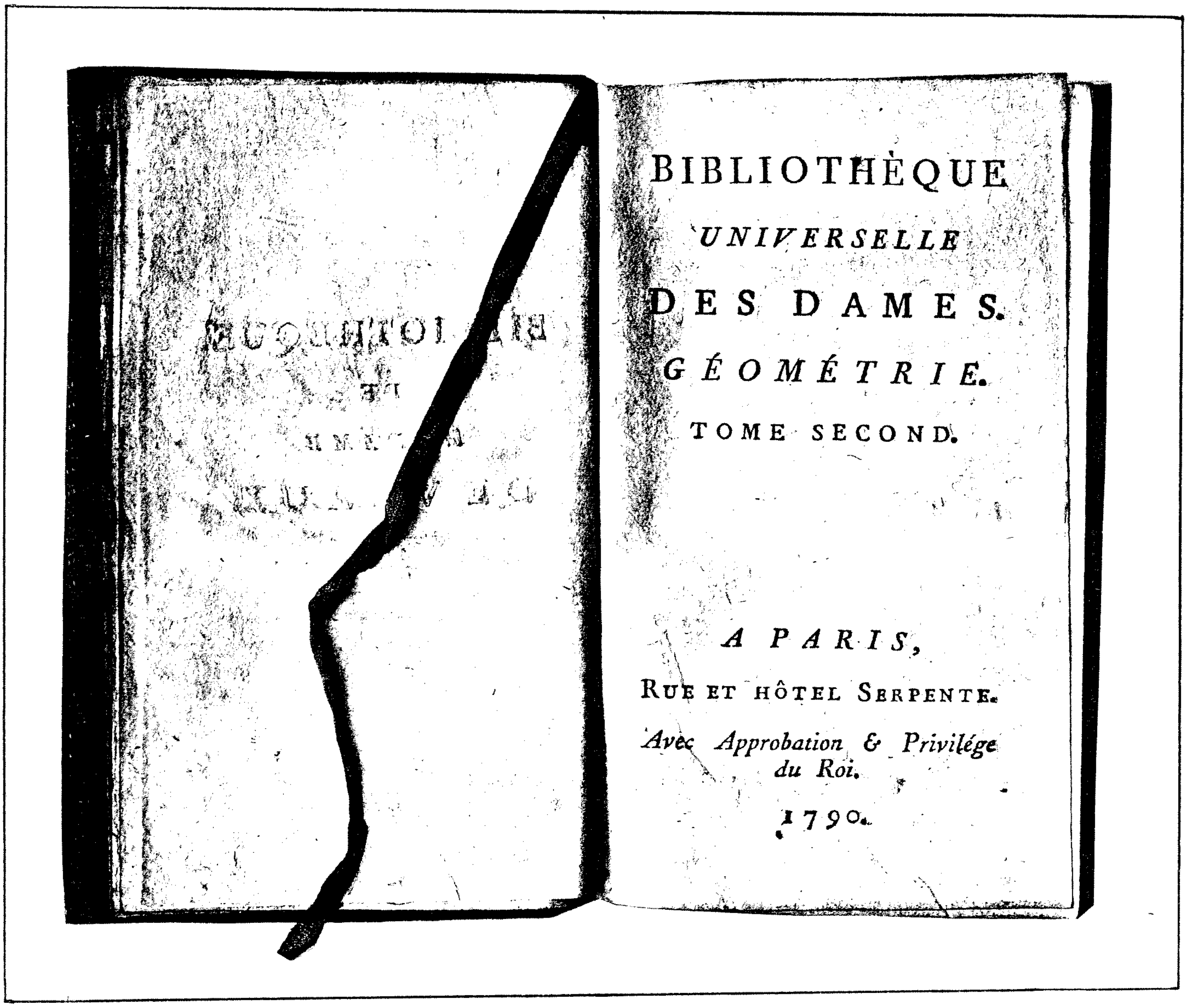
OUVRAGE DE DAME

UN MANUEL MONDAIN DU XVIIIE SIECLE

Le XVIIIe siècle a vu paraître de nombreux manuels de mathématiques destinés à un public cultivé, mais ignorant des mathématiques.

Les jeunes femmes constituaient-elles un public privilégié pour les pionniers de la vulgarisation mathématique ?
Clairaut, maître en la matière, donnait des leçons à la Marquise du Châtelet, et ses prestations étaient fort prisées dans les salons mondains. Euler entretint de 1760 à 1762 une correspondance suivie avec une cousine de Frédéric II de Prusse, publiée sous le titre: "Lettres d'Euler à une princesse d'Allemagne".

L'ouvrage dont nous présentons ici quelques fragments date de la fin du XVIIIe siècle et s'adresse nommément à un public féminin. Il se propose d'initier à la géométrie et affiche nettement une ambition pédagogique.
La référence est évidemment Euclide dont l'auteur s'estime obligé de faire la louange. Cela ne l'empêche pas de renvoyer, pour cause de futilité, l'examen de certaines "vérités si palpables" qui méritaient pourtant d'être méditées, et de dénoncer le caractère antipédagogique des exposés des anciens.
Nous ne sommes pas loin de la "pédagogie mondaine" dont le but est de plaire.



BIBLIOTHÈQUE

UNIVERSELLE

DES DAMES.

GÉOMÉTRIE.

TOME SECOND.

A PARIS,

RUE ET HÔTEL SERPENTE.

Avec Approbation & Privilége du Roi.

1790.

Peu leur importe après tout qu'il y ait ou qu'il n'y ait pas de lignes ſans largeur, pourvu qu'on ne leur conteſte pas la poſſibilité d'en ſuppoſer dont la largeur ſoit ſi petite, que l'on puiſſe n'en tenir aucun compte. Car enfin il faut bien partir d'un terme fixe; & les Géomètres ont mieux aimé partir avec *Euclide* de celui qui n'admet aucune largeur dans les lignes, que de démontrer en particulier les propriétés de celles qui en auroient une plus ou moins grande. Ils ont conſidéré les ſurfaces ſous le même point de vue, & par-là ils ſont parvenus à connoître, à développer les dimenſions & les rapports des ſolides d'une manière que l'expérience n'a jamais démentie. Tel eſt en abrégé l'objet qui va nous occuper.

Les anciens Géomètres avoient cependant d'autres uſages que nous nous diſpenſerons de ſuivre, à cauſe de l'inutilité dont ils ſeroient aujourd'hui. Tel étoit, 1°. celui de donner des démonſtrations des axiômes, c'eſt-à-dire, de vérités ſi palpables que perſonne ne les conteſte; par exemple, ils perdoient un tems précieux à prouver que *le tout eſt plus grand*

qu'une de ſes parties.... que la ligne droite eſt la plus courte des lignes que l'on peut tirer d'un point à un autre, &c. &c. Tel étoit, 2°. l'uſage de pratiquer les quatre régles d'Arithmétique ſur les lignes, comme nous les pratiquons ſur les nombres; d'où nous ſont venues pluſieurs expreſſions qui ſont vuides de ſens pour ceux qui ignorent cet uſage des anciens: par exemple, *multiplier une ligne par une autre.* Tel étoit, 3°. l'uſage de paſſer d'une propoſition abſtraite à une autre propoſition, ſans avoir fait de la première une application *pratique.* On doit attribuer à ce dernier uſage les dégoûts qu'inſpirent aux étudians les premières notions de la Géométrie, & qui en ont tant éloigné. Il eſt ſi naturel de demander après la démonſtration de chaque vérité abſtraite, *à quoi ſert-elle?* Nous nous attacherons dans ces Elémens à ſatisfaire, toutes les fois qu'il ſera poſſible, une impatience auſſi bien motivée.

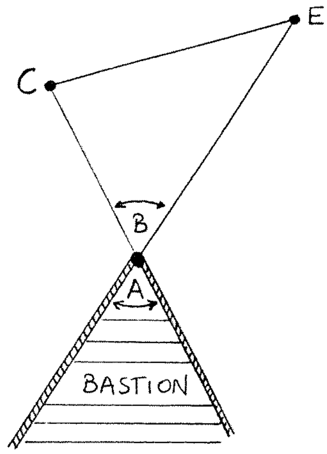
Le point de vue pratique va jusqu'aux instructions les plus détaillées:

> Pour tracer une portion d'un très-grand cercle ſur le papier, on ſe ſert d'une régle de bois ou de métal, à une extrêmité de laquelle on attache la pointe fixe. On aſſujetit enſuite ſur cette même régle à la longueur du rayon la pointe mobile qui doit tracer. Pour opérer ſur le terrein, on emploie un cordeau au lieu de régle.

Les applications que l'auteur s'est engagé à donner à chacun des énoncés ont un caractère pratique plutôt abstrait, surtout pour un public de dames. Il s'agit ici d'un bastion "dont on ne peut approcher". Sous peine de recevoir de la mitraille ?

On le constatera à nouveau: le caractère "utile" que l'auteur prétend donner aux mathématiques relève plutôt de la précaution oratoire.

> 14. THÉORÊME. *Les angles oppoſés au ſommet ſont égaux.*
>
> *Uſage de ce Théorême.* Veut-on meſurer l'angle A [*Fig.* 4] d'un baſtion dont on ne peut approcher? on prolonge à l'œil & à l'aide des piquets ou jalons, les deux côtés de l'angle A juſqu'en C & E, pour former le triangle BCE. Il eſt facile d'en meſurer les deux angles C & E. Avec cette ſomme on trouve l'angle B; parce que les trois angles de tous triangles ſont égaux à deux droits, comme nous le prouverons bientôt (*66*). L'angle B étant connu donne l'angle A qui lui eſt oppoſé au ſommet.



L'ouvrage suppose en fait une familiarisation avec le calcul algébrique peu répandue à l'époque et il détaille longuement toute une série de constructions géométriques de radicaux de diverses expressions rationnelles. La pétition utilitaire a été provisoirement oubliée.

146. Voyons donc comment on peut construire les radicaux du second degré.

Si on avoit d'abord $xx = am$, ou $x = \sqrt{am}$, il faudroit prendre une moyenne proportionnelle entre a & m, & ce seroit la valeur de x. Si on avoit $x = \sqrt{(ab+bc)}$, on prendroit entre b & $a+c$ une moyenne proportionnelle qui seroit égale à $\sqrt{(ab+bc)}$.

Géométrie. Tome I. G

En général, on voit que toute quantité dans laquelle il n'entre que des radicaux du second degré, ou même du quatrième, ou du huitième, &c. peut toujours être construite par le moyen du cercle.

153. De-là il suit que toute équation du second degré, peut être résolue par le moyen du cercle. En effet, l'équation $xx - px = qq$, qui peut représenter toutes celles du second degré, donne $x = \frac{1}{2}p \pm \sqrt{(\frac{1}{4}pp + qq)}$, quantité facile à construire par ce qui précéde.

On remarquera au passage que la constructibilité à la règle et au compas des nombres d'une extension de degré 2^n est mentionnée.

On est cependant surpris, après le maniement de tant de radicaux de lire la précision suivante :

D'où l'on peut conclure en général que *lorsque le résultat d'un calcul donne une valeur négative de l'inconnue, cela signifie qu'on doit prendre cette inconnue dans un sens opposé à celui où on l'avoit prise d'abord.*

Le concept de nombre négatif n'est pas encore clair et l'idée qu'une lettre puisse représenter un nombre négatif est rejetée comme étant une erreur (*).

L'inévitable problème de la quadrature du cercle est bien sûr abordé. L'"utilité" est bien oubliée!

167. SCHOLIE II. D'après tout ce que nous avons dit jusqu'ici, on voit que le fameux problème de la *quadrature du cercle* consiste à trouver exactement la surface de cette figure, ou à faire voir qu'elle ne peut point être trouvée ; car l'une & l'autre de ces deux manières résoudroit également la question. Et comme cette surface seroit connue (164), si l'on trouvoit le rapport exact de la circonférence à une ligne droite donnée, c'est à la recherche de ce rapport que les Géomètres se sont attachés. Quelques-uns ont prétendu que sa valeur est inassignable, & qu'ainsi la quadrature du cercle est impossible ; d'autres au contraire ont cru ce rapport assignable, & ont fixé des limites plus ou moins rapprochées, entre lesquelles il se trouve. Ainsi Archimède a fait voir que le diamètre étant 7, la circonférence est entre 21 & 22, mais plus près de 22 que de 21. Adrien Metius a donné un rapport plus approché, en disant que le diamètre étant 113, la circonférence est entre 354 & 355, mais plus près de ce dernier nombre que de l'autre. Ludolph en a approché jusqu'à la trente-cinquième décimale. De Lagny a encore porté cette approximation plus loin dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, de l'année 1719, en disant que le diamètre étant 1, la circonférence sera exprimée par 3,141592, &c. jusqu'à 127 caractères décimaux, de manière qu'il ne s'en faudra pas d'une unité décimale du 127[e] rang, qu'on n'ait par-là la véritable valeur de la circonférence. Enfin Neuton, Léibnitz & d'autres grands Géomètres (car ce n'est qu'à ceux-là qu'il appartient d'espérer quelques succès dans cette recherche) ont trouvé différentes approximations, parmi lesquelles nous nous bornerons à rapporter la suivante, dont l'invention est attribuée à Léibnitz, quoique d'autres Géomètres l'aient réclamée dans le tems ; savoir que le quarré du rayon étant un, le quarré du cercle sera $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} +$ &c. Ainsi à l'infini, en approchant toujours de sa valeur alternativement en-dessus & en-dessous.

(*) Le choc que m'a procuré ce passage me fait considérer avec plus d'indulgence ces élèves pour qui -x est "forcément" plus petit que x ...

L'auteur ignorait visiblement qu'en 1768, Lambert avait prouvé l'irrationnalité de π (*). Mais il ne manquait pas de jugement en réservant aux meilleurs cerveaux toute avancée significative sur le sujet !

Après ce passage dans les hautes sphères, on en vient à de véritables problèmes concrets, mais qui n'ont pas grand chose de mathématique : les opérations sur des longueurs, aires, volumes avec le système d'unités de l'Ancien Régime.
Que le système métrique (nous sommes en 1790) est urgent !

On voit en même-tems qu'il n'y a ici aucune nouvelle régle à apprendre pour faire ces ſortes de multiplications qui ſont évidemment les mêmes que celles que nous avons données en Arithmétique ſous le nom de *Multiplication des nombres complexes*.

Ainſi, pour nous borner à un exemple, ſi on me demande quelle eſt la ſurface d'un rectangle qui auroit $52^T\ 4^P\ 5^p$ de long, & $44^T\ 4^P\ 8^p$ de large ; je fais l'opération comme il ſuit :

52^T	4^P	5^p		
44^T	4^P	8^p		
208^{TT}	0^{TP}	0^{Tp}	$0^{T.l.}$	$0^{T.pt.}$
208				
22				
7	2			
2	2	8		
0	3	8		
26	2	2	6	
8	4	8	10	
2	5	6	11	4
2	5	6	11	4
2361^{TT}	$2^{T.P}$	$5^{T.p}$	$2^{T.l.}$	$8^{T.pt.}$

c'eſt-à-dire, je multiplie 52 par 44, puis les 4^P du multiplicande par 44, en prenant pour 3^P la moitié de 44, & pour 1^P le tiers de ce que j'aurai eu pour 3^P ; enſuite je multiplie 5^p par 44, en prenant pour 4^p le tiers de ce que j'ai eu pour 1^P ; & pour 1^p je prends le quart de ce que j'ai eu pour 4^p.

Pour multiplier par 4^P, je prends pour 3^P la moitié du multiplicande total, & pour 1^P le tiers de ce que j'ai eu pour 3^P. Enfin, pour multiplier par 8^p, je prends le tiers de ce que j'ai eu pour 1^P, & je l'écris deux fois, réuniſſant tous ces produits particuliers, j'ai $2361^{TT.}\ 2^{T.P.}\ 5^{T.p.}\ 2^{T.l.}\ 8^{T.pt.}$ pour produit total.

Quand on a ainſi évalué une ſurface en toiſes quarrées, toiſes-pieds, toiſes-pouces, &c. il eſt fort aiſé d'en trouver la valeur en toiſes quarrées, pieds quarrés, pouces quarrés, &c. Il faut écrire alternativement les deux nombres 6 & $\frac{1}{2}$ ſous les parties de la toiſe, à commencer des toiſes-pieds,

et ce n'est pas fini ...

(*) Le "Petit Archimède" a consacré un numéro spécial à π ...

Pour finir, ouvrons "l'étui de mathématiques ordinaires" dont l'auteur parle à plusieurs reprises. On pourrait le comparer à certaines de nos calculettes d'aujourd'hui qui proposent de multiples conversions d'unité, mais reconnaissez que le mystère qui entoure "l'étui" est plus poétique ...

Uſage du Compas de proportion.

De toutes les pièces que renferme l'étui de Mathématiques ordinaire, la plus compliquée eſt le *Compas de proportion.* On conçoit aſſez facilement l'uſage des autres ; mais les uſages de celle-ci demandent une explication détaillée que l'on cherche en vain dans les Cours de Mathématiques.

Le *compas de proportion* eſt ainſi nommé, parce qu'il ſert à déterminer les *proportions* entre les quantités de même eſpèce, entre une ligne & une autre ligne, entre une ſurface & une autre ſurface, entre un ſolide & un autre ſolide, &c. &c.

On a coutume d'y tracer ſix ſortes de lignes ; ſavoir, d'un côté la ligne des parties égales, celle des plans & celle des polygones ; de l'autre côté la ligne des cordes d'arcs de cercle, celle des ſolides & celle des métaux.

On trace encore ſouvent ſur les bords du *Compas de proportion*, d'un côté une ligne diviſée ſervant à faire connoître le calibre des canons, & de l'autre côté une ligne ſervant à faire connoître le diamètre & le poids des boulets de fer depuis $\frac{1}{4}$ de livre juſqu'à 64. L'explication de ces deux lignes ſe trouvera dans les *Uſages de la ligne des ſolides.*

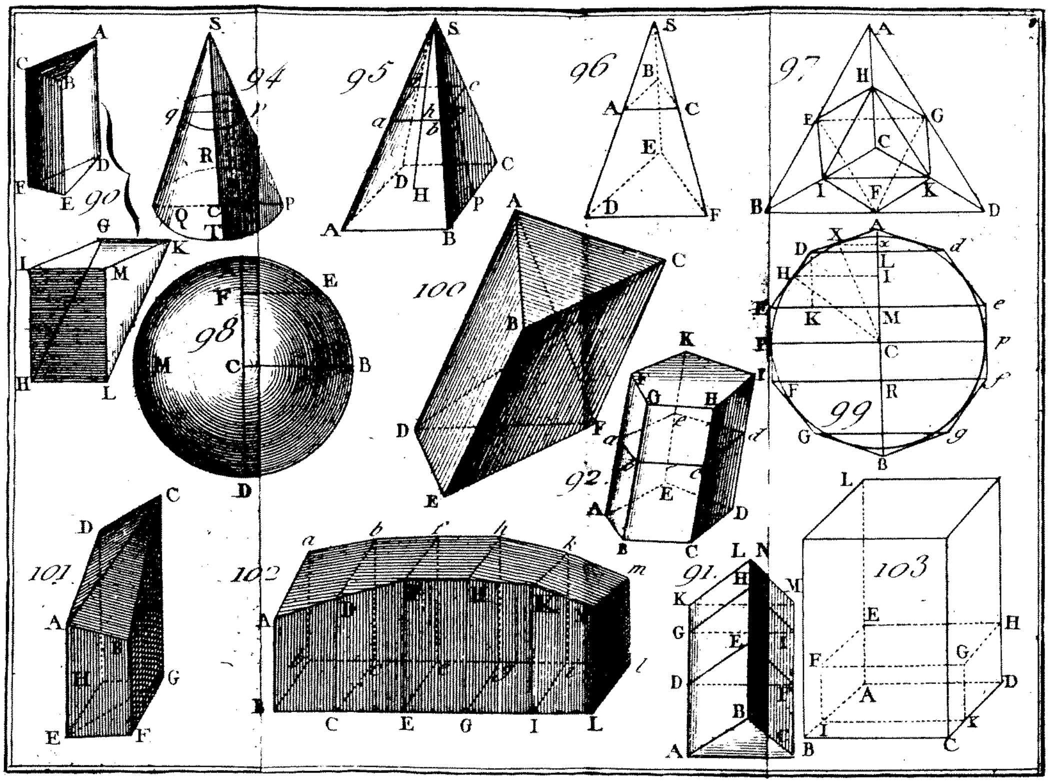
... même si l'on s'aperçoit que ledit compas de proportion permet de calculer le calibre des canons, le poids des boulets et à évaluer la valeur des pièces d'or.

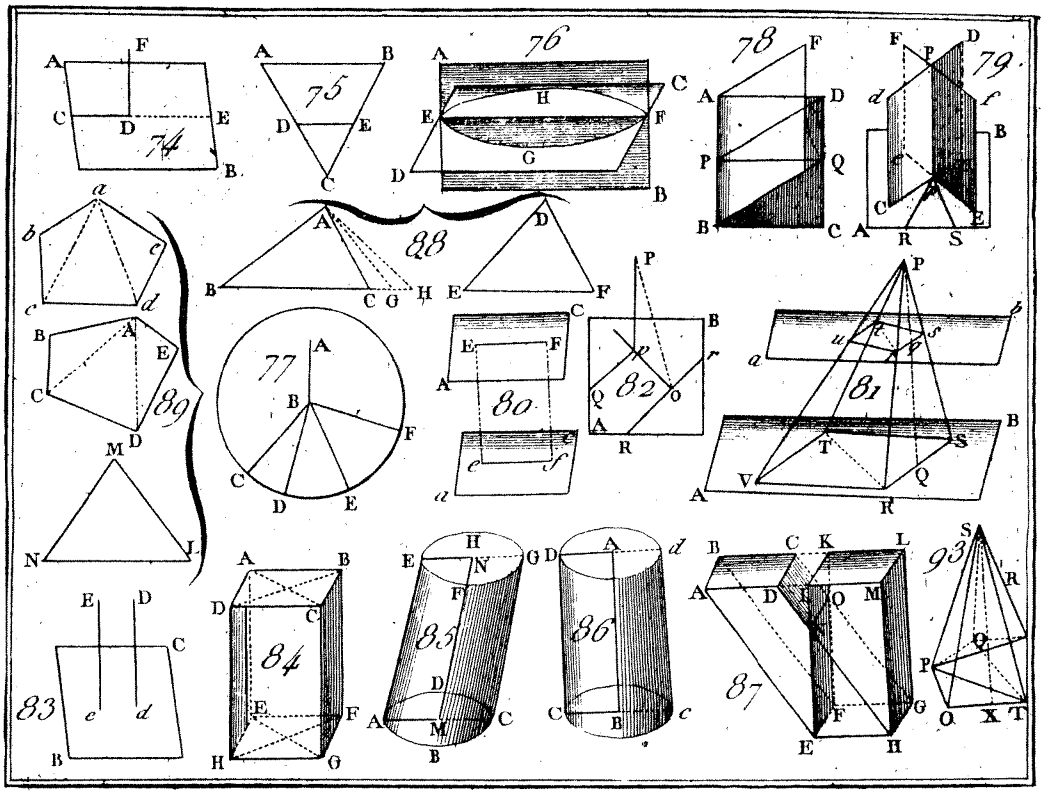
L'auteur, qui reprochait tant à Euclide de ne pas motiver ses lecteurs par des applications concrètes, était-il partisan de l'enrôlement de ses lectrices dans les armées du Roi ?

Concédons-lui que l'oisiveté de ses lectrices potentielles réduisait singulièrement les possibilités d'applications "concrètes" de la géométrie.

Et d'une façon générale, il faut reconnaître que l'ouvrage est plutôt plaisant et ne manque pas de rigueur.

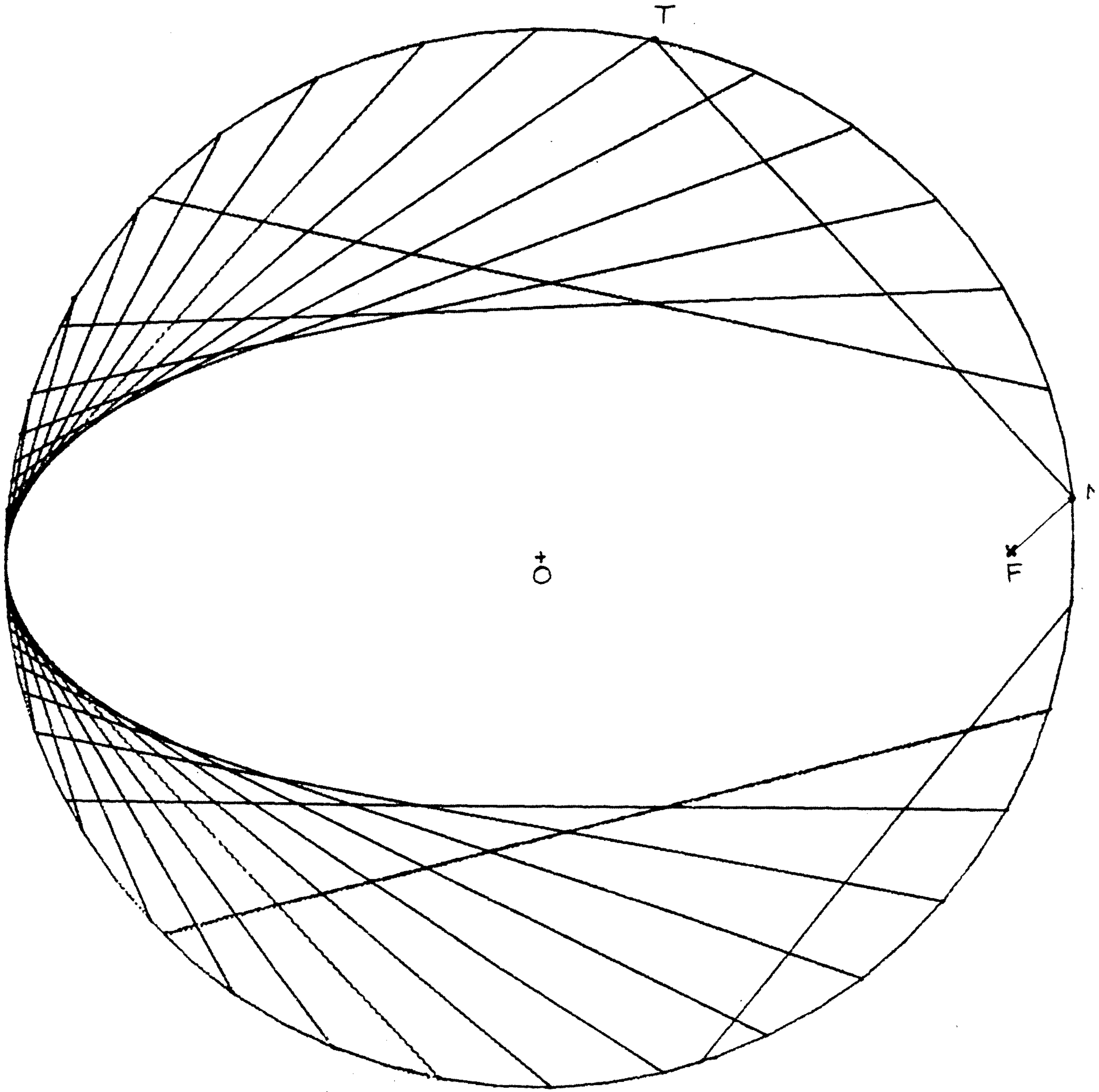
Eric CHANEY.





L'ouvrage ne méprise pas les figures de géométrie, comme en témoignent ces deux planches extraites parmi une vingtaine.
La technique typographique de l'époque rendait cependant malaisée l'insertion de figures dans le texte. Aussi ces planches sont-elles reportées en fin d'ouvrage, dans des feuillets dépliants. L'amoncellement de figures ne les empêche pas d'être claires.

UNE ELLIPSE BIEN ENVELOPPEE



La génération tangentielle de l'ellipse a été réalisée à l'IREM sur le traceur Houston commandé par micro-ordinateur LX515 au moyen d'un programme LSE.

On trace d'abord le cercle (en fait un polygone régulier de 62 côtés).

Pour une trentaine de points de ce cercle, on calcule les coordonnées (α, β) de $\overrightarrow{FM}$, puis d'un vecteur $\lambda\vec{u}$ avec $\vec{u}\,(\beta, -\alpha)$.

Il ne reste plus qu'à déterminer λ pour que $[\,\overrightarrow{MT} = \lambda\vec{u}$ et $\|\overrightarrow{OT}\| = R\,]$.

Le traceur joint les points M et T ainsi calculés.

On dispose de procédures LSE permettant de commander le traceur :

- se déplacer du point actuel au point donné (x, y).
- abaisser la plume (pour tracer)
- relever la plume (pour se déplacer sans tracer).

(Pour plus amples renseignements, s'adresser à l'IREM).