

Très célèbre pour ses cordes à noeuds et son bracelet (dont on a une approximation en couverture) Louis Auguste ANTOINE est né à Mirecourt en 1888. On sait moins qu'aveugle à la suite d'une blessure de guerre, c'est lui qui adapta l'écriture Braille aux notations mathématiques.

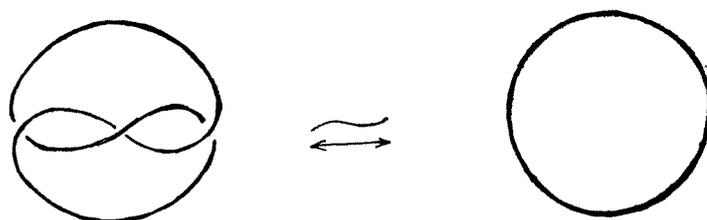
Dans sa thèse sur "l'homéomorphie de deux figures et de leurs voisinages" conduite sous la direction de Lebesgue et soutenu en 1921 à Strasbourg, ANTOINE envisage les courbes (de Jordan) et les ensembles parfaits partout discontinus (ensemble de Cantor). Deux tels ensembles sont dits homéomorphes s'il existe entre eux une bijection bicontinue. A priori trois cas sont possibles :

- 1° l'homéomorphie peut être étendue à tout l'espace
- 2° l'homéomorphie ne peut être étendue qu'à un voisinage des figures considérées
- 3° l'homéomorphie ne peut être étendue à aucun voisinage.

ANTOINE a démontré que dans le plan on est toujours dans le premier cas, ce qui est assez intuitif : c'est le complément du théorème de Jordan qui dit qu'une courbe plane fermée simple partage le plan en deux domaines d'un seul tenant qu'on ne peut relier sans la traverser (ou sortir du plan). Mais ce résultat reste vrai pour les ensembles de Cantor ce qui paraît nettement moins intuitif.

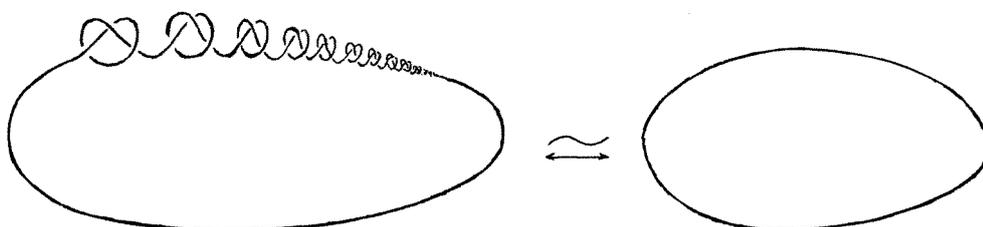
Dans l'espace, et c'est là le résultat fondamental de la thèse d'ANTOINE, on peut obtenir les trois cas :

- le deuxième cas est illustré par la figure ci-dessous :



L'homéomorphie entre le cercle et le noeud ne peut s'étendre à l'espace tout entier mais seulement à un voisinage tubulaire suffisamment mince pour que dans le cas du noeud le tube ne se rencontre pas lui-même.

- Pour le troisième cas, on peut considérer une courbe présentant une infinité de noeuds de plus en plus serrés et de plus en plus petits s'accumulant en un point limite. On comprend bien que le voisinage tubulaire cité précédemment se devait d'être infiniment mince.



Les exemples précédents illustrent le cas des courbes de Jordan. Mais le dernier cas ne fait apparaître qu'un point exceptionnel. En utilisant des ensembles de Cantor convenablement construits, tous les points peuvent devenir exceptionnels. C'est l'objet du bracelet d'Antoine dont on a représenté les étapes de la construction sur la couverture. On peut se l'imaginer comme une succession de tores emboîtés à partir du tore T_0 formé lui-même de n tores T_1 enchaînés, chacun des T_1 étant formé de n tores T_2 enchaînés..... il y a donc au total n^2 tores T_2 , n^3 tores T_3 Deux points distincts de l'ensemble étant forcément sur deux tores différents d'ordre k et par suite sur des tores distincts de tous les ordres supérieurs.

Le bracelet d'Antoine présente de nombreuses propriétés très curieuses. Citons en une : considérons un cercle enlacé à T_0 . Si on essaie de déplacer le cercle de façon à le désenlacer de T_0 , il devra forcément, au cours de son déplacement rencontrer des tores de tous les ordres et par conséquent

des points du bracelet. On obtient ainsi quelque chose d'analogue à une fonction discontinue qui passerait par toutes les valeurs intermédiaires à deux d'entre-elles.

Au cours de sa longue vie (il est mort en 1971) ANTOINE a généralisé tous les résultats donnés dans sa thèse et s'est penché sur d'autres aspects des mathématiques, comme par exemple, la mécanique.

N.B. On lit dans les comptes rendus de l'Académie des Sciences du 13 décembre 1971 :

LOUIS-AUGUSTE ANTOINE

Après avoir été élève à l'École Normale Supérieure et avoir passé l'agrégation en 1912, il est mobilisé dès le début de la guerre en 1914, et sa conduite au front sera très brillante. Le 16 avril 1917, lors d'une attaque, qu'il conduit, une balle lui enlève les deux yeux.

Soigné à l'hôpital militaire du Val de Grâce, Antoine y retrouve son ami, notre Confrère Gaston Julia, ainsi que deux camarades, Henri Lebesgue et Marcel Brillouin, qui lui suggèrent une carrière de professeur d'Université et font copier pour lui en Braille les principaux traités de mathématiques de l'époque.

Les travaux d'Antoine ont fait l'objet d'une Thèse en 1921, et d'un Mémoire en 1926, mais les charges très lourdes de son service de professeur à Rennes, le mirent dans l'impossibilité de poursuivre des recherches avec la même activité. Cependant, l'Académie des Sciences ayant reconnu la valeur de ses travaux originaux qui ont donné naissance à la topologie des ensembles et sont devenus classiques, jugea qu'ils témoignaient d'un esprit créateur exceptionnel; sur la proposition unanime de la Section de Géométrie, il fut élu Correspondant en 1961.

Pour lui, plus que pour tout autre, s'applique cette parole d'Henri Poincaré : « La pensée n'est qu'un éclair au milieu d'une longue nuit, mais c'est cet éclair qui est tout ».