Moiré

Deux ouvrages viennent de paraître sur l'effet de moiré :

Le premier, très élémentaire, en principe destiné à des élèves de terminale, est dû à l'I.R.E.M. de Paris-Nord. Son principal intérêt est de donner une série de trame que l'on peut superposer à son choix. (ouvrage disponible à la bibliothèque de l'I.R.E.M.).

Le deuxième donne des résultats généraux grâce à l'analyse non-standard. Les lecteurs qui ne connaissent pas cette théorie peuvent cependant parcourir l'ouvrage pour prendre connaissance des différents usages du moiré. Avec l'autorisation de l'auteur, Jacques Harthong, nous en donnons ici de larges extraits.

l'ouvert

Le moiré est un tissu à reflets ondulés et chatoyants que l'on obtient en superposant par leurs endroits deux pièces d'étoffe ; ainsi superposées, on les fait défiler lentement, préalablement humectées et sous forte pression, entre deux cylindres bien lisses et chauffés. Les étoffes destinées au moirage sont en effet tissées à partir d'une chaîne constituée de gros fil ; comme, lors de la superposition des deux pièces, les fils de la première ne viennent jamais se disposer de façon exactement parallèle aux fils de la seconde, mais les recouvrent seulement par-ci, par-là, en formant avec eux des angles extrêmement aigus, il apparaît aux points d'intersection de ces fils un glaçage dû à la compression à chaud, car c'est en ces points-là que la pression est la plus forte. Par contre, aucun glaçage ne se fait en un point situé en face de l'intervalle entre deux fils. La juxtaposition globale de ces innombrables petits points micassés crée l'effet de moirage.

Si nous observons un tissu moiré avec un compte-fil ou une très forte loupe, les motifs ondulés ne sont plus visibles :seules apparaissent des zones brillantes, micassées, sur le fil de chaîne, qui sont séparées par des zones sombres et mates. Ainsi, le long d'un fil de chaine alternent les zones brillantes et les zones sombres, de manière discontinue ; tout au plus pouvons-nous constater, en déplaçant la loupe, que les zones brillantes sont plus étroites en certaines régions et plus larges en d'autres. Les franges claires du moiré sont justement les régions où les zones microscopiques micassées sont les plus larges, tandis que les franges sombres sont les régions où les zones micassées sont les plus maigres. C'est donc exactement le même principe que pour la photogravure : une photographie imprimée est composée de millions de points noirs sur un fond blanc ; à la loupe nous observerons que les points noirs sont plus gros dans les régions de gris foncé que dans les régions de gris clair.

Notons bien que ce qui permet à la structure microscopique de donner un effet macroscopique visible, c'est la quasipériodicité de la structure microscopique : si nous observons une photogravure au microscope, nous voyons des points noirs parfaitement identiques, alignés, et équidistants dans tout le champ de vision. Si nous plaçons maintenant notre microscope ailleurs, nous observerons des points noirs également identiques, alignés, et équidistants ; mais ils seront plus gros, ou plus petits que les premiers. Ainsi, pour observer une structure macroscopique, il faut une structure microscopique qui soit périodique dans toute région grande pour la structure microscopique, mais petite pour la structure macroscopique.

Un tel principe n'est pas nouveau ; il est connu au moins depuis Démocrite. Depuis les développements modernes de la théorie atomique, nous pouvons dire que pratiquement toute la physique classique (non quantique) décrit des lois macroscopiques issues de ce principe. Par exemple, l'équation de continuité en électrodynamique est possible parce que les densités de charge et de courant sont des grandeurs constantes dans des régions grandes à l'échelle microscopique, mais petites à l'échelle macroscopique. Il en va de même pour la propagation de la chaleur dans un corps, l'hydrodynamique, la théorie du champ, etc. etc.

Mais ce qui caractérise <u>l'effet de moiré</u> parmi toutes les réalisations de ce principe, c'est que la structure microscopique y est obtenue par la superposition de deux structures microscopiques neutres. Neutres, dans le sens suivant : aucune des deux structures microscopiques, prises séparément (ici, chacune des deux étoffes avant le moirage) ne donne lieu à une structure macroscopique ; les deux étoffes sont unies. C'est pourquoi on appelle, par extension, "effet de moiré" une structure macroscopique obtenue par superposition de deux structures microscopiques neutres.

Le plus simple des effets de moiré est le vernier : supposons que l'on superpose deux réseaux de bandes parallèles, alternativement noires et transparentes, de largeurs microscopiques ϵ et η, et supposons que $\frac{\epsilon-\eta}{\epsilon}$ soit lui-même microscopique, de sorte que $\frac{\epsilon^2}{\epsilon-\eta}$ soit une longueur macroscopique. Les bandes noires viendront alors recouvrir exactement les bandes claires en des endroits espacés de $\frac{\epsilon^2}{\epsilon-\eta}$, produisant ainsi des zones (franges) opaques, tandis que les bandes transparentes viendront coïncider avec les bandes transparentes à mi-chemin entre les franges opaques, donnant des franges claires. Le vernier est ainsi un moiré unidimensionnel. Notons la propriété de grossissement du vernier : une différence infime entre les pas des deux réseaux donne un effet macroscopique ; on peut également se convaincre par une courte réflexion qu'un <u>déplacement</u> microscopique de l'un des réseaux par rapport à l'autre produira un déplacement macroscopique des franges. C'est cette dernière propriété du vernier qui est utilisée dans le pied à coulisse. Le phénomène de battement, bien connu en acoustique, est aussi une illustration de l' "effet de vernier" .

L'interférométrie repose sur le même principe : au lieu de superposer deux tissus, ou deux réseaux, elle consiste à superposer deux ondes ; une modification infime de la phase de l'une des deux ondes produit une modification macroscopique des figures d'interférence. La fameuse expérience de Michelson et Morley , à l'origine de la Relativité Restreinte, a exploité cette propriété d'énorme grossissement que produit l'effet de moiré !

En 1874, Lord Rayleigh proposait une méthode reposant sur l'effet de moiré pour tester la qualité des réseaux de diffraction utilisés en optique : si on en superpose deux, en principe identiques, le moindre défaut dans la périodicité sera mis en évidence par les franges de moiré.

Le moiré est donc un phénomène bien connu des expérimentateurs ; en cristallographie, on réalise des moirés en superposant deux lames très minces de cristaux : les franges renseignent sur l'alignement des cristaux, et surtout sur les dislocations de cet alignement . Des ingénieurs l'utilisent pour mettre en évidence des déformations infinitésimales dues à une contrainte mécanique ou thermique (en aéronautique, notamment) . Par exemple, M. P. Dantu, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, a mis au point des méthodes utilisant le moiré pour visualiser la dilatation sur une tôle . La technique est la suivante : un réseau fin constitué de bandes parallèles comme pour le vernier (voir plus haut) et imprimé sur film transparent, est photocopié directement sur la tôle, enduite préalablement d'une couche d'émulsion photographique. La tôle est ensuite chauffée et se dilate ; en superposant à nouveau le réseau de référence au réseau que la dilatation a déformé, on fait apparaître des franges de moiré, qui renseignent sur la dilatation. (...)

En topométrie de précision, pour vérifier si une surface est parfaitement plane ou présente au contraire des cuvettes de profondeur si faible qu'elles sont invisibles, on emploie le procédé suivant (voir figure) : à peu près parallèlement à la surface que l'on veut tester, on place un réseau de droites parallèles. Au-dessus, une source lumineuse ponctuelle projette l'ombre du réseau sur la surface. En plaçant l'oeil près de la source de lumière, la faible parallaxe décale légèrement, par la perspective, le réseau par rapport à son ombre ; par conséquent, l'oeil de l'observateur verra des franges de moiré qui sont les courbes de niveau de la surface. Si celles-ci sont rectilignes, la surface est parfaitement plane ; mais le moindre défaut de planéité courbera les franges. (...)

Un principe analogue est utilisé par les astronomes amateurs qui polissent eux-mêmes le miroir de leur télescope : il s'agit de tester, au cours du polissage, la qualité de la surface, la perfection des franges de moiré indiquant que celle-ci est devenue rigoureusement parabolique. Dans ce cas, on ne superpose pas par perspective le réseau à son ombre, mais à son image dans le miroir. La théorie de ce phénomène est évidemment plus complexe, du moins au niveau des calculs ; en effet, la réflexion sur une surface est d'analyse plus difficile que la simple projection. (...)

- LE PROBLEME INVERSE DU MOIRE.

Le problème que nous avons étudié jusqu'à présent était de déduire les figures de moiré de la structure microscopique des deux réseaux. Or dans les usages expérimentaux du moiré, c'est le problème inverse qui est posé : ce sont les figures de moiré qui sont observables, et il faut en tirer une information sur la structure microscopique qui est invislble. Bien entendu, comme il fallait s'y attendre, c'est le problème inverse qui est mathématiquement le plus difficile. En effet, plusieurs problèmes inverses peuvent se présenter :

a) on dispose de deux réseaux inconnus, mais que l'on sait identifier. Si on déforme infinitésimalement l'un d'entre eux selon une loi connue, peut-on déduire leur profil des figures de moiré obtenues ?

b) Si les réseaux sont connus, peut-on déduire la déformation à partir des figures ?

c) Si les deux réseaux sont inconnus et non identiques mais assez voisins pour avoir un moiré, peut-on, connaissant la déformation, en déduire les deux profils ?

d) Enfin, peut-on connaître les modules des réseaux à partir du module du moiré ?

On pourra remarquer que la distinction entre les problèmes relatifs aux seuls profils et les problèmes relatifs aux seuls modules est possible à cause d'un fait plus important qu'on ne croit : le profil du moiré ne dépend que des profils des réseaux et non de leurs modules, et le module du moiré ne dépend que des modules des réseaux et non de leurs profils. (...)

POUR UNE ETUDE EN ANALYSE NON-STANDARD.

Il peut paraître curieux, à première vue, que les mathématiciens ne se soient pas intéressés au moiré. Pourtant, si on y réfléchit, on croit en deviner la raison. (...)

Dans les ouvrages écrits par des physiciens sur n'importe quel sujet, d'innombrables raisonnements mathématiques reposent sur (la) dualité : << Prenons une région grande par rapport à ... , mais petite par rapport à ... , etc. >> , mais ces raisonnements paraissaient si hasardeux aux mathématiciens professionnels et leur inspiraient une telle angoisse que pour l'exorciser, ils ont déployé des trésors d'ingéniosité, produisant ainsi une foule de concepts abstraits (et redoutables pour les physiciens) destinés à reconstruire des méthodes correctes à leurs yeux. Mais un mystère subsistait : comment tant de démonstrations "fausses" pouvaient-elles aboutir à des résultats justes ? Expliquer cela par une sorte d'intuition du physicien, d'origine expérimentale n'est pas satisfaisant. Laurent Schwartz avait senti la vraie nature de ce mystère, car il écrivait << Comment expliquer le succès de ces méthodes ? Quand une telle situation contradictoire se présente, il est bien rare qu'il n'en résulte pas une théorie mathématique nouvelle qui justifie, sous une forme modifiée, le langage des physiciens ; il y a même là une source importante de progrès pour les mathématiques et la physique >> . Autrement dit, ces méthodes réussissent, parce que, en réalité, elles utilisent une théorie mathématique rigoureuse, mais sans qu'on le sache !

L'intuition de L. Schwartz se confirme ici encore, car la théorie mathématique parfaitement rigoureuse qui permet de produire des concepts tels que la structure microscopique ou la structure macroscopique, l'infiniment petit ou l'infiniment grand, et qui justifie, sous une forme modifiée, ce langage des physiciens, existe : c'est l'analyse non-standard, créée par Abraham Robinson, qui donne un sens universel à la notion d'infiniment petit. (...)

Jacques Harthong