A propos de la conférence du Pr H. Whitney

Le professeur Hassler Whitney est un grand mathématicien, peut-être l'un des plus grands de notre époque comme l'a rappelé à juste titre Monsieur G. Glaeser dans son introduction. Il a oeuvré en topologie différentielle, fait faire des progrès au théorème des quatre couleurs, commencé les premiers travaux de la théorie des catastrophes avec ses études sur les singularités des applications différentiables et la mise en évidence de l'importance de la notion de fronce. *

Depuis une douzaine d'années ce grand mathématicien s'intéresse à l'enseignement des mathématiques et pour en parler en connaissance de cause, visite les classes dans différents pays. Dans ces conditions, il était normal qu'il soit appelé à être Président de la C.I.E.M. (Commission internationale pour l'enseignement des mathématiques).

De passage à Strasbourg au cours d'un voyage en Europe, le professeur Whitney n'a pas voulu donner une conférence au cours de laquelle il aurait enseigné la bonne parole. Il a préféré concevoir sa visite comme un échange d'idées à propos des difficultés que rencontrent les élèves dans l'apprentissage des mathématiques. Cela a donné une réunion un peu informelle qu'il est très difficile de retranscrire, avec malheureusement deux fausses notes :

1) Tout le monde parlait français et il faut remercier le professeur Whitney d'avoir bien voulu exposer ses idées dans notre langue, mais le public s'est vite rendu compte que s'il la parlait correctement, il l'entendait très mal, répondant de travers aux questions posées. Cela limite considérablement le dialogue (à moins de parler anglais !)

2) L'auditoire n'était pas le bon : beaucoup de professeurs du secondaire, des enseignants du supérieur mais personne de l'élémentaire comme l'a fait remarquer un professeur d'école normale. Or l'expérience du professeur Whitney est essentiellement basée sur des visites de classes primaires.

Ces précisions apportées, je vais tâcher de retranscrire les principales idées qu'a dégagées le "conférencier".

* Voir Ouvert n° 5.

① La constance des problèmes rencontrés.

C'est pour avoir préféré les gens aux mathématiques que Whitney s'est intéressé aux visites des classes : voir comment les gens réfléchissent. Cela n'a pas été simple du point de vue affectif et ce n'est que depuis cinq ou six ans qu'il se sent aussi à l'aise avec des enfants qu'avec des adultes. Que ce soit au Brésil, aux E. U. ou ailleurs, il a toujours rencontré des personnes confrontées aux mêmes problèmes ou à des problèmes très voisins. Seules changent les solutions à ces problèmes.

② Systématisation des attitudes.

Aux E. U. on a l'habitude de présenter les problèmes sous la forme $2 + 3 = \square$ où il faut remplir le rectangle par la réponse juste. Mais les enfants développent l'attitude "mettre un nombre quel qu'il soit, pourvu qu'il y en ait un". Si plus tard ceux qui ont répondu juste se trouvent en présence de $\square = 6 + 2$ ils seront déroutés, les plus "intelligents" penseront que le problème est écrit à l'envers : deux plus six égal à ..... et un peu plus tard écrirons 4 comme réponse à $\square - 2 = 6$. Une attitude a été systématisée.

Trois exemples sont fournis par l'assistance :

a) à une question du professeur Whitney la salle reste muette, attitude caractéristique des élèves pendant le cours !

b) à la résolution de $3x = 5$ l'élève fournit $x = 3$ par le raisonnement suivant : "pour passer de $3x$ à $x = 1x$ il faut ôter 2 à 3, on ôte donc 2 au deuxième membre 5 d'où le résultat !

c) tant que les élèves n'ont pas vu la résolution de l'équation du 2e degré ils résolvent correctement $(x - a)(x - b) = 0$, mais on rencontre au niveau post baccalauréat des développements suivis d'une longue discussion sur le signe de Δ ..... et qui bien souvent n'aboutit pas au résultat !

Cette dernière attitude est à rapprocher d'une question souvent formulée, tant par les élèves que par les professeurs :

③ Quelle formule appliquer ?

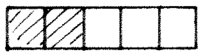
Entre le professeur qui cherche inconsciemment le "truc" pour enseigner et l'élève qui demande ou apprend une formule, il n'y a pas de différence. Accuser les élèves de ne plus savoir (ou vouloir) penser et de vouloir des formules c'est oublier que beaucoup (et Whitney lui-même en fait partie), préfèrent faire la vaiselle que de cuisiner car dans le premier cas contrairement au second, il n'est nul besoin de penser. Or, rien n'est plus traumatisant pour l'élève que de sécher et la formule est très sécurisante puisqu'elle conduira au résultat fut-ce après un long détour et de multiples erreurs de calculs.

(4) L'importance des explorations.

Elle s'oppose justement à la formule et n'est correctement développée qu'au niveau du préscolaire. Voici l'exemple d'une gamine de 3 ans qui devait mettre la table et pour cela distribuer 2 cuillères à chacune des trois personnes. Après plusieurs essais elle s'est rendu compte qu'il revenait au même de prendre trois cuillères deux fois de suite et de distribuer à chaque fois une cuillère ou de distribuer les cuillères 2 par 2 trois fois de suite. Il était alors inutile de parler de commutativité.

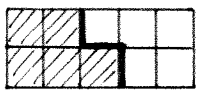
(5) Le choix du vocabulaire et des notations.

Se méfier autant du mot nouveau que les élèves retiennent sans référence à son sens comme "commutativité" que du mot classique qui sera pris dans un sens différent de celui de l'adulte. Quand on dit à un enfant que la "terre est ronde", rare est celui qui comprend "sphérique". L'un comprendra "cylindrique", l'autre "circulaire" et essayer d'expliquer "sphérique" ne conduira pas plus à la compréhension réelle.

De la même façon on doit se méfier du dessin explicatif qui finit par supplanter la notion. On représente souvant $\frac{2}{5}$ par 

donc $\frac{3}{5}$ par 

et l'élève sera tenté de faire l'addition $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ en mettant les dessins côte à côte.



Un auditeur fait d'ailleurs remarquer que nombreux sont les professeurs qui notent le 1er exercice 5 sur 8 et le 2em 7 sur 12 et écrivent $\frac{5}{8} + \frac{7}{12} = \frac{12}{20}$.

On peut d'ailleurs se poser la question de savoir si le dessin n'est pas considéré par les élèves comme la formule tant désirée ?

De la brève discussion qui suivit, il y a lieu de retenir quelques points importants. Tout d'abord, à la demande de Mr Glaeser qui reprochait à l'exposé d'être un peu pessimiste, Mr Whitney expose une méthode de division à l'aide de bâtonnets colorés (chaque couleur vaut 10 fois la couleur précédente) qui a l'heur de plaire et d'intéresser de nombreux élèves qui semblaient rebelles à toute mathématique. Voici l'exemple : diviser 2163 par 6. On présente les résultats partiels sur le tableau ci-dessous au fur et à mesure des manipulations avec des baguettes :

m	c	d	u
2	1	6	3
2	1	0	3
	21	0	3
	3	0	3
		30	3

m	c	d	u
		1	
		1	
	3	1	
	3	1	

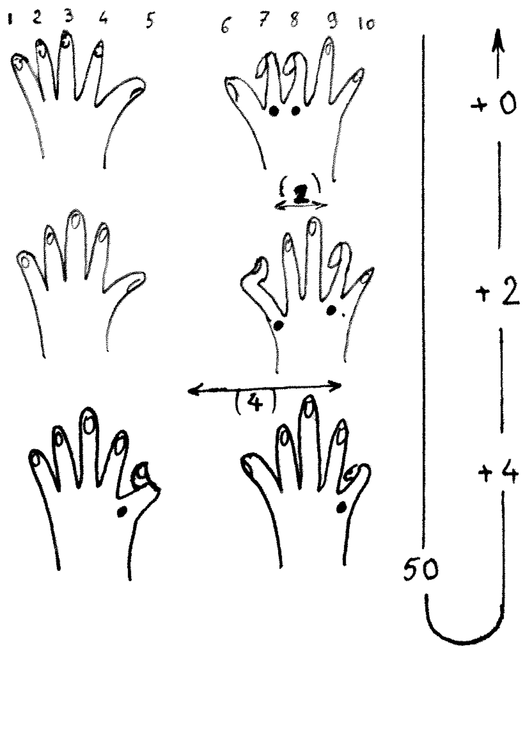
.on a reconnu un 6 que l'on décompose en 6 fois 1
.on décompose les 2 milliers en vingt centaines
.en faisant 6 tas on a pu mettre 3 centaines dans chaque tas et il reste 3 centaines

... etc ...

Le professeur Whitney reconnait cependant que si cela donne de grandes satisfactions à l'élève qui peut enfin faire quelque chose, cette méthode est très difficile à appliquer au niveau global. Il rejoint en ce sens un auditeur qui posait le problème de la formalisation : Quand ? Comment ? Aucune réponse ne peut encore être donnée à ce problème et l'analyse même des difficultés qui sont en jeu repose sur des hypothèses qui sont loin d'être admises par tous.

Un autre moment intéressant de la discussion fut l'explication par le professeur Whitney de l'art de compter sur ses doigts pour multiplier. Si tout le monde sait compter sur ses doigts pour additionner ou soustraire, la technique "digitale" de la multiplication fut une découverte pour la majorité de l'assistance qui regardait avec admiration le professeur pianoter au tableau :

exemple : 7 x 8



On abaisse l'index et le majeur de la main droite (qui représentent respectivement 7 et 8). Puis on déplace les marques (doigts abaissés) d'une unité vers la droite pour le doigt abaissé de droite, vers la gauche pour l'autre et on continue jusqu'à une position correspondant à une multiplication facile ; ici 5 x 10 = 50. Ensuite, on revient en arrière en prenant soin d'ajouter à la valeur précédemment trouvée le nombre de doigts libres entre les deux doigts abaissés en position 5 x 10 : il y a 4 doigts libres, 50 + 4 = 54 correspondant à la position 6 x 9 que l'on marque en revenant à pouce et annulaire gauche baissés ; il reste alors deux doigts libres ce qui permet de revenir à 7 x 8 = 54 + 2 = 56.

Pour des multiplications plus compliquées, il faut trois ou quatre mains ! On fait alors intervenir des mains imaginaires que l'on place convenablement.

Le professeur Hassler Whitney n'a pas de recette à proposer, de truc qui permettrait la compréhension des mathématiques sans effort. Sans doute cela n'existe t-il pas ! Mais ses nombreuses observations lui ont montré que, quel que soit le niveau mathématique, les types de difficultés et des erreurs sont toujours les mêmes, que les fautes sont naturelles (errare humanum est) et que ce n'est qu'en considérant l'élève comme son égal dans la relation pédagogique, en le laissant librement interroger ses camarades et questionner le professeur qu'on évitera l'augmentation progressive de l'incompréhension qui pressurise l'élève et lui fait réclamer des formules pour s'en sortir.

D'après les notes de J. LEFORT

MATHEMATIQUES

Un chiffre, et deux et trois
se bousculent à la fois
Ah ! douce migraine
Tu viens récompenser
Le fruit de cette graine
qui vient me démanger

Petit x, signe adoré
Symbole dont personne en vain peut
se passer

Moi je suis une troubadour
jouant d'la mandoline
qui songe à l'amour
Aux fleurs sans épines

Un chiffre et deux et trois
Des sommes algébriques
forment une rubrique

Ah douce migraine
Tu reviens en rengaine
me donner l'énoncé
Du problème du Roi
Un chiffre, et deux, et trois

Moi je suis une poète
Grattant à la guitare
Chantant les jours de fête
Animant chaque foire
Moi je suis vagabonde
Racontant des histoires
En mêlant dans mon onde
Des étoiles de fard

Ah Mathématiciens !
Il ne vous faut qu'un rien
Alignant l'un à l'autre
x, y et les siens
Ajoutant la logique
vous vous en sortez bien !

une élève de 3ème du collège de Barr.