



Institut
de Recherches
sur l'Enseignement
des Mathématiques
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG CEDEX

UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR

1979

Groupe C 3

Animateur : Alain BONNET



**LES POURCENTAGES
DANS LE 1^{er} CYCLE :**

34% DE REUSSITE...



UNIVERSITÉ LOUIS PASTEUR



Institut
de Recherches
sur l'Enseignement
des Mathématiques
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG CEDEX

**les pourcentages
dans le 1^{er} cycle :
34 % de réussite ...**

ENQUETE DU GROUPE C 3
1978/79

Animateurs: **Animateurs:**
Alain BONNET
Paul GIRAULT

Stagiaires: **Michèle** ANDLAUER
Marcel BAUER
Simone BRONNER
Monique GOOR
Jeanne KRAEMER
Bernard MEYER
Eve SENGLER
Jean-Louis SIGRIST
Alfred SCHMITT
Nicole VOGEL
Emilie WAHL

Le groupe C 3 - Mathématiques dans le 1^o cycle - a été amené au cours de sa réflexion à s'interroger sur les changements de programme en cours dans le 1^o cycle, en particulier sur ce qu'on a cru devoir appeler un retour au réalisme, au nom duquel des notions pratiques se voient rendre des lettres de noblesse.

C'est ainsi qu'en 6^o, figurent explicitement au programme "suites finies proportionnelles; calculs de pourcentages, changements d'unité." Nous avons donc décidé de nous poser la question: les élèves de 6^o et de 5^o qui ont étudié en classe la notion de pourcentage savent-ils mieux s'en servir que ceux de 4^o et 3^o qui n'en ont jamais entendu parler selon toute probabilité en classe?

Pourquoi avoir choisi les pourcentages? En particulier parce qu'il s'agit d'une notion d'usage très courant. Si on n'en était pas convaincu, il suffirait de tourner la page et de regarder ces extraits d'un quotidien du 17 avril 1980. De plus, c'est une notion souvent mal employée; on peut facilement lire une phrase du genre: "l'augmentation était de 33 % en trois ans, ce qui représente 11 % par an."

Le résultat de notre enquête, s'il peut être tenu pour général est accablant pour les tenants du retour au réalisme ou pour nos collègues. On le verra dans les pages qui suivent.

Nous avons donc décidé de mener cette enquête auprès des élèves de nos classes. Pour diverses raisons, toutes n'ont pu être testées, mais on arrive à un échantillon de 735 élèves. Toutefois, nous tenons à préciser d'emblée que nos résultats n'ont qu'une portée limitée. Il n'était pas dans nos intentions de clore le sujet, mais d'essayer d'ébaucher un portrait de la situation. Aussi, rien n'indique que notre échantillon puisse être considéré comme représentatif de la population du 1^o cycle. Particulièrement, les stagiaires du groupe enseignaient davantage

en 4°-3° qu'en 6°-5°. Il s'ensuit une importante disproportion entre ces deux groupes de classes. Il ne s'agit donc pas de chercher à nous faire dire ou à faire dire à nos conclusions des choses que nous ne pouvons pas dire. Nous nous bornons à des constatations, à quelques analyses, c'est tout. Mais nos résultats nous ont tant surpris qu'il serait sans doute intéressant qu'on essaie de les préciser ou de leur donner de meilleures garanties de généralité.

12 % de demandeurs d'emploi de plus

Le nombre de demandeurs d'emploi a encore augmenté au cours du mois de mars : ils étaient, le 31 mars, 1 415 100 demandeurs d'emploi et l'on se réfère aux données corrigées des variations saisonnières. Une augmentation de 12 % par rapport à février. Les offres d'emploi sont, elles, en baisse de 1 % d'un mois sur l'autre. Depuis un an, le chômage a augmenté de 12 % et, depuis deux ans, de 22 %.

Entre mars 1979 et mars 1980 le nombre de demandeurs d'emploi n'a augmenté que de 1 % alors que de mars 1978 à mars 1980, les statistiques viennent quand même d'enregistrer 344 500 chômeurs en plus. Ce qui donne une augmentation de 22,1 %. Même si la progression a diminué, il n'en reste pas moins que 1 % de près d'un million et demi de chômeurs aujourd'hui représente tout de même plus que d'un peu plus d'un million de chômeurs d'il y a deux ans.

La berbérité représente au moins quatre millions de personnes, près de 70 % de la population algérienne. Tant

Des traces de virus B ont été retrouvées chez 35 % des alcooliques chroniques et chez 40 % des alcooliques souffrant d'une cirrhose. Alors qu'elles n'existent que chez 2,5 % de la population générale.

La médecine tendent à se modifier. Actuellement, 40 % des médecins exercent exclusivement en cabinet privé, 30 % en partie en cabinet, et 30 % sont salariés à l'hôpital ou ailleurs. Mais l'exercice libéral

de contamination bien différents de l'hépatite A. Dans 35 % des cas, le virus est transmis à l'occasion d'un séjour en milieu médical. Pour les autres, il s'agit d'une transmission lors de rapports

pharmacies. A propos de ces derniers, le bulletin note qu'ils sont en diminution par rapport à 1978, de 11,15 %. Un peu plus de 16 % des personnes interpellées sont des femmes.

39 356 en 1955 à 97 314 en 1979, entraînant une hausse de la densité médicale de 120 %. Cette croissance s'est d'ailleurs accélérée d'année en année. Cependant, la

— justifie bien entendu le choix de SGPM, qui entend réaliser bientôt 20 % de ses ventes en informatique. Mais

décrû de 12 % et le nombre de licenciements économiques a régressé de 15 % pendant la même période. Autre sujet de

syndicat de contrôle détenant des actions Olivetti. Une prochaine augmentation

acheté la participation de la CGE dans le capital de Machines Bull, actionnaire majoritaire du numéro un français de l'informatique CII-Honeywell-Bull.

L'agriculture est l'autre grand secteur d'activité économique, secteur qui emploie plus de 10 % de la population. Mais le secteur le plus

« Les Blancs devront abandonner une partie des terres qu'ils n'utilisent pas, envieront. L'expropriation devra être accompagnée par une indemnisation équiva-

les patrons ne proposaient que d'augmentation pour le premier semestre. Telles étaient les positions avant la réunion de mardi dernier, à

de deux ans. Là aussi, les résultats sont probants. Les enfants vaccinés ont « répondu » au vaccin et ils ont tous été protégés. Alors qu'en l'absence de vaccination, les enfants qui ont plus d'un an sont contaminés.

posées par la commission parlementaire spéciale. A la demande du gouvernement, ils ont admis que l'Etat procède au remboursement de seulement des actions distribuées aux salariés, au lieu des initialement envi-

femme. La proportion des femmes dans la population médicale est passée de 10 % en 1962 à 17,6 % en 1979. Leur nombre s'accroît plus vite que le reste de l'effectif de la profession, tendance qui ira croissant : en 1990, le taux de féminisation pourrait être de 37 %. Elles sont plus souvent spécialisées que les hommes et plus souvent salariées.

1 415 000 demandeurs d'emploi le mois dernier. Une augmentation de 12 % par rapport à février.

Les offres d'emploi en CVS sont également médiocres : 100 300 offres en mars, soit 10 % de moins en un mois. La situation de l'emploi s'est donc assez nettement détériorée. En un an, de mars 1979 à mars 1980, le nombre des chômeurs a augmenté de 12 %. Si l'on tient compte du fait que mars est théori-

Chômage

en mars

Le nombre des chômeurs a augmenté de 12 % au mois de mars, en données corrigées des variations saisonnières ; il y a aujourd'hui en France 1 415 000 demandeurs d'emploi. Le ministre du Travail, Jean Mattéoli, était néanmoins satisfait hier à la sortie du Conseil des ministres, car ce chiffre n'a augmenté que de 1 % en un an. Il faut quand même rappeler que la progression est de plus de 22 % l'on compte depuis mars 1978 que les offres d'emplois diminuent de 10 % que vers la fin du mois de juin près de 600 000 jeunes vont arriver sur le marché du travail.

MANIFESTE HIER APRES-MIDI, pour réclamer une augmentation tarifaire de 10 % ainsi que la détaxe du carburant. Le cortège des taxis

le métier de généraliste regagne du terrain chez les jeunes médecins. Si les praticiens de plus de 65 ans sont des généralistes, le taux tombe à 33 % chez les médecins de 35-44 ans. Il est encore trop tôt pour savoir quel en-

Cette fois, c'est peut-être bien le retournement. La Chase Manhattan a ramené hier son « prime rate », le taux qu'elle consent à ses meilleurs clients, de 12 %

C'est la première des

1,8 %

devrait être comprise entre 10 et 12 %, le groupe SGPM étant disposé, selon certaines sources, à investir jusqu'à 1 milliard de francs dans l'opération.

Aujourd'hui, le ca-

che, les bons résultats qu'annonce PUK, dont le dividende augmente de 7 % et dont le titre a gagné 10 %. Hausse de PLM, Printemps, Lesieur, Poliet, Poclair et Saint-Louis, Dassault, Hachette et Kali Sainte-Thérèse. En baisse, Viniprix, Locindus, CM Industries et Peugeot.

En 1979, les exportations françaises de vins et spiritueux ont progressé de 17 %. Elles ont atteint la somme respectable de 11,2 milliards de francs, soit 3 % des exportations totales de notre pays.

double appui du ministère de l'Industrie et de Paribas — qui a souscrit 25 % du capital — avait été décisif

vins mousseux est tombée de 60 % au cours de ces dix dernières années, tandis que celle de l'Italie passait de 31 % à 31 %. Mais c'est aux Etats-Unis, troisième marché de la France, que la situation est la plus grave. Les étiquettes françaises de vins de table et d'appellation ne tiennent plus que 17 % du marché contre 33 % il y a dix ans, tandis que la part des bouteilles italiennes passait dans le même temps de 33 % à 33 %. Les exportateurs français

fusions. Au bout de cinq ans, les résultats sont démonstratifs : toutes les personnes sur lesquelles le vaccin a « pris » des soignants et 70 % des patients qui répondent moins facilement aux vaccins parce que leurs défenses naturelles sont amoindries) ont été

grandes banques américaines à revenir au-dessous de 20 %. Le mouvement avait été amorcé la semaine dernière par deux petites banques, mais tant que les grandes ne suivaient pas, il demeurait sans grande signifi-

caractère facultatif de la distribution d'actions, dont le nombre ne pourra excéder 1 % des actions précédemment distribuées, et le montant une moyenne de 5 000 F par salarié, et répartition de

1. LES QUESTIONNAIRES

Nous avons avant tout voulu tester l'utilisation pratique des pourcentages, ce qui nous a conduit à exclure toute question purement théorique (transformer $\frac{5}{7}$ en pourcentage ou exprimer 17 % sous forme de fraction, par exemple). Aussi avons-nous mis au point six exercices à partir d'exemples concrets. Nous avons voulu éviter les difficultés parasites, ce qui nous a amené à simplifier autant que possible le vocabulaire employé; nous avons aussi essayé de ne pas avantager un niveau par rapport à un autre, notamment en choisissant des opérations faciles à faire, avec des valeurs numériques simples. Il est probable que nous aurions pu éviter encore quelques écueils que nous avons relevés au dépouillement.

Pour éviter (en partie) les risques d'osmose entre voisins, nous avons mis au point des questionnaires parallèles, dans lesquels seules les valeurs numériques diffèrent. Il est vrai que certains calculs pouvaient davantage dérouter des élèves de 6° dans la version B, mais on n'a pas observé de différence significative dans les résultats; la réussite semble fonction de l'exercice, non des données.

Les questions étaient indépendantes et les élèves avaient la faculté de les traiter dans n'importe quel ordre. Nous nous sommes interdit de répondre à leurs demandes, quelles qu'elles soient. Il leur était demandé de tout écrire sur leur feuille (brouillon compris); s'ils n'ont effectivement pas utilisé de feuille de brouillon complémentaire, il a été impossible de les empêcher de faire des essais ou des opérations sur leur main, leur table ou au crayon sur la feuille pour le gommer ensuite.

Voici les exercices (entre parenthèses les données du questionnaire B):

- 1) On a placé 1000 (2000) francs à la Caisse d'Epargne; cet argent rapporte 6,5 % d'intérêt par an. Calculer les intérêts obtenus au bout d'un an. Combien aura-t-on en tout?

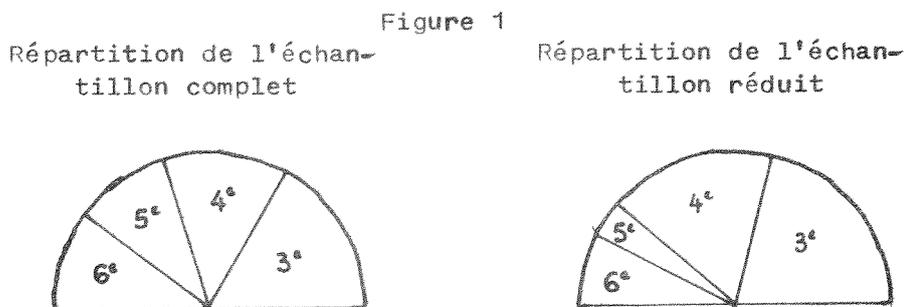
- 2) Un objet coûte 30 (20) francs. On fait une remise de 20 (10) %. Combien le payera-t-on?
- 3) Un objet coûte 200 (300) francs. Si les prix augmentent de 10% par an, combien le payera-t-on dans deux ans?
- 4) Dans une classe de 25 élèves, il y a 3 élèves nés en 1963, 8 nés en 1964, 12 nés en 1965, 2 nés en 1966 (5 nés en 1964, 7 nés en 1965, 12 nés en 1966, 1 né en 1967). Calculer les pourcentages suivants: élèves nés en 1963, élèves nés en 1964, élèves nés en 1965, élèves nés en 1966 (respectivement 1964, 1965, 1966, 1967).
- 5) 4000 (2500) élèves se présentent à un examen, 1000 (750) le réussissent. Quel est le pourcentage de réussite?
- 6) Le prix du litre de super (d'essence ordinaire) est 2,75 (2,55) francs. Sur cette somme, il y a 1,87 (1,53) F de taxes. Quel est le pourcentage de taxes sur le prix du super (de l'essence ordinaire)?

Les trois premiers exercices appelaient donc l'application d'un pourcentage, les trois derniers le calcul d'un pourcentage. Le dernier est déjà bien dépassé par les événements...

Nous avons décidé de laisser une heure à tous les niveaux. Ce temps a été nécessaire en 6°, où certains élèves n'ont même pas pu terminer dans les délais. Il était par contre très exagéré en 3°; mais dans ce dernier cas, les élèves n'ont bien souvent pas su mettre à profit le temps qui leur restait pour vérifier des résultats qui défiaient le bon sens...

2. L'ECHANTILLON

Il se compose de 6 classes de 6^e (135 élèves), 6 classes de 5^e (146 élèves), 8 classes de 4^e (205 élèves), 11 classes de 3^e (249 élèves), soit au total 735 élèves. Certaines observations ont dû être réduites à un échantillon de 272 élèves (42 en 6^e, 22 en 5^e, 95 en 4^e et 113 en 3^e) à cause d'un manque d'information; la disproportion de sa répartition par rapport à l'échantillon complet devra conduire à interpréter ses résultats avec beaucoup de prudence; il a toutefois été observé que le taux de réussite de l'échantillon réduit est très voisin de celui de l'échantillon complet pour chacune des six questions.



Il est à noter que, du fait de la répartition des stagiaires, les élèves testés sont dans leur grande majorité de milieu rural. (cf carte au verso). Un des stagiaires, professeur à l'Ecole Normale de Guebwiller, a de plus proposé les questionnaires à ses élèves (niveau post-baccalauréat). Deux autres expériences ont été ajoutées au dossier après coup pour apporter quelques prolongements: la question 3 a été proposée en 3^e avec une variante de rédaction et le questionnaire a été proposé dans une classe de terminale B. Enfin, une question ayant trait aux pourcentages ayant été intégrée dans un contrôle de DEUG B à l'ULP, nous avons ajouté quelques observations faites à cette occasion... et qui ne sont pas de nature à rassurer!

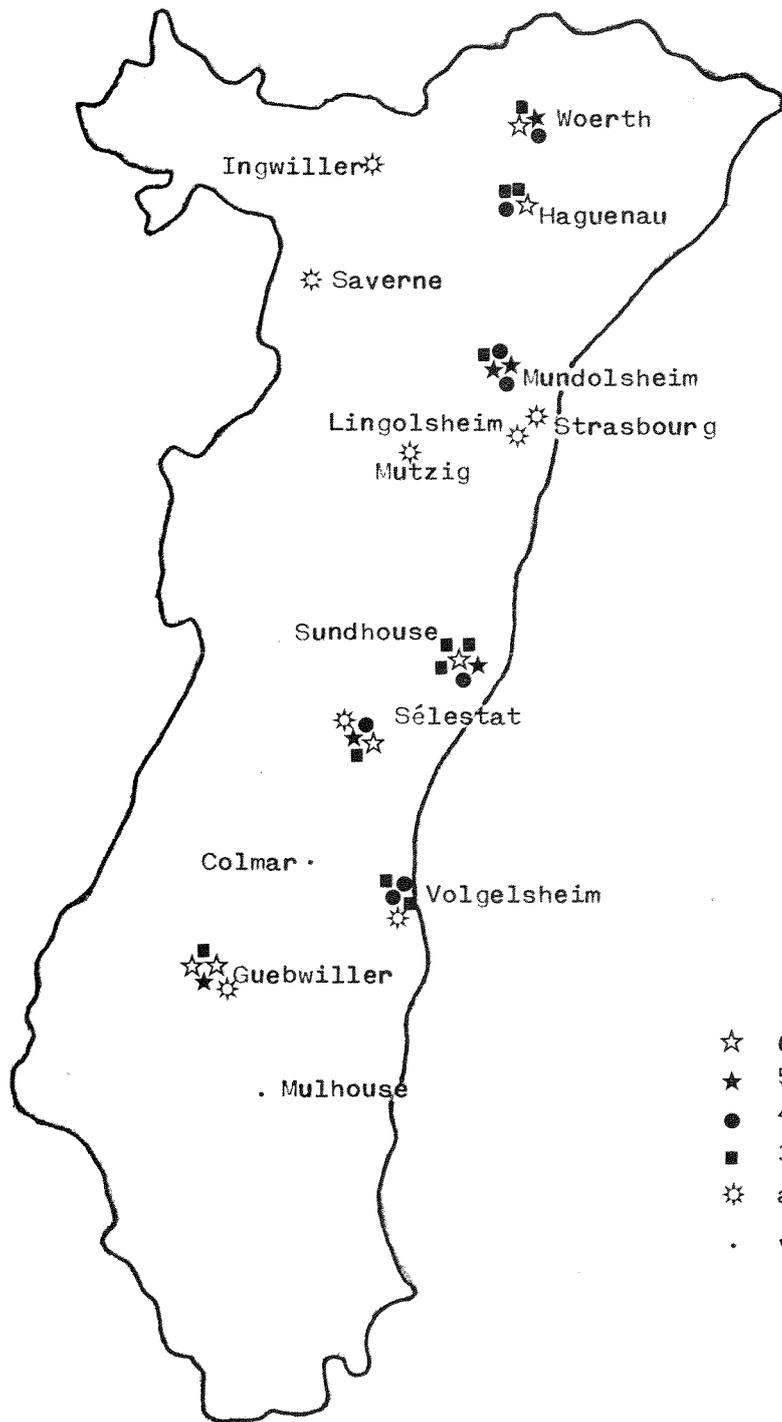


Figure 2
Répartition
géographique
de l'échantillon

- ☆ 6°
- ★ 5°
- 4°
- 3°
- ☆ (avec un point) autre contribution
- . ville repère

3. RESULTATS GLOBAUX PAR CLASSE

Nous nous attendions à observer un groupe 6°-5° (élèves ayant étudié la notion) et un groupe 4°-3° (élèves ne l'ayant pas étudiée). Il n'en est rien; le taux de réponse, très faible en 6°, 5° et 4°, remonte nettement en 3°. Il n'y a pas discontinuité entre 5° et 4°. Tout semble se passer comme si l'apprentissage se faisait de façon continue entre la 6° et la 3°. Faut-il en conclure que l'apprentissage en classe est inexistant et que tout se fait en faisant appel au bon sens? Il est vrai que même en 6°-5°, des élèves ont des réactions de bon sens qui paraissent ne pas devoir grand chose aux tableaux de proportionnalité.

Tableau 1: résultats globaux

Classe	Nb. élèves	Nb. réponses possibles	Nb. réponses exactes	% réussite	Remarques
6°a	23	138	31	22,5	cl. indifférenciée
6°b	22	132	26	19,7	cl. très moyenne
6°c	23	138	30	21,7	
6°d	21	126	32	25,4	cl. assez faible
6°e	24	144	56	38,9	cl. moyenne
6°f	22	132	43	32,6	bonne classe
ens. 6°	135	810	218	26,9	
5°a	26	156	39	25	cl. très moyenne
5°b	27	162	39	24,1	bonne classe (ope.niveau)
5°c	23	138	32	23,2	cl. moyenne (ope.niveau)
5°d	25	150	30	20	
5°e	23	138	36	26,1	cl. moyenne
5°f	22	132	30	22,7	
ens. 5°	146	876	206	23,5	
4°a	15	90	13	14,4	cl. aménagée très faible
4°b	23	138	27	19,6	cl. très moyenne
4°c	31	198	27	13,6	bonne classe
4°d	32	192	60	31,3	cl. moyenne
4°e	26	156	45	28,8	cl. très moyenne
4°f	20	120	14	11,7	bonne classe
4°g	29	174	44	25,3	
4°h	24	144	33	22,9	cl. assez bonne
ens. 4°	205	1230	331	26,9	

Classe	Nb. élèves	Nb. réponses possibles	Nb. réponses exactes	% réussite	Remarques
3°a	24	144	83	57,6	bonne classe
3°b	23	138	43	31,2	cl. très hétérogène
3°c	30	180	131	72,8	bonne classe
3°d	16	96	59	61,5	cl. moyenne
3°e	15	90	33	36,7	cl. aménagée
3°f	21	126	58	46,0	cl. moyenne
3°g	25	150	89	59,3	bonne classe
3°h	31	186	60	32,3	cl. très hétérogène
3°i	21	126	65	51,6	
3°j	23	138	89	64,5	bonne classe
3°k	20	120	36	30	cl. aménagée faible
ens. 3°	249	1494	746	49,9	
global	735	4410	1501	34,0	un tiers...

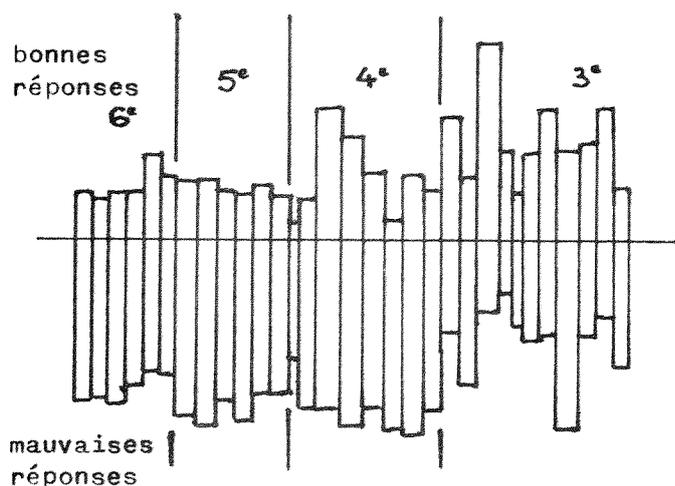


Figure 3 :
Représentation quantitative des résultats (chaque bande a une largeur proportionnelle à l'effectif de la classe et une longueur proportionnelle au nombre de réponses)

On constatera la relative disparité des résultats en 4°/3°, alors qu'il existe une certaine homogénéité en 6°/5°.

Figure 4
Représentation proportionnelle des résultats (chaque carré a une aire proportionnelle à l'effectif; en quadrillé, les réponses exactes)

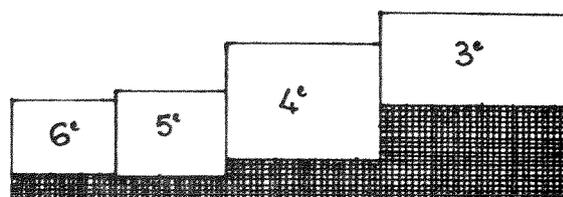
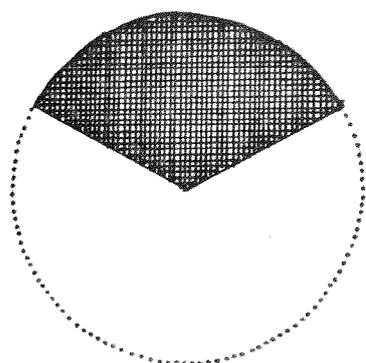


Figure 5
Ensemble de l'échantillon

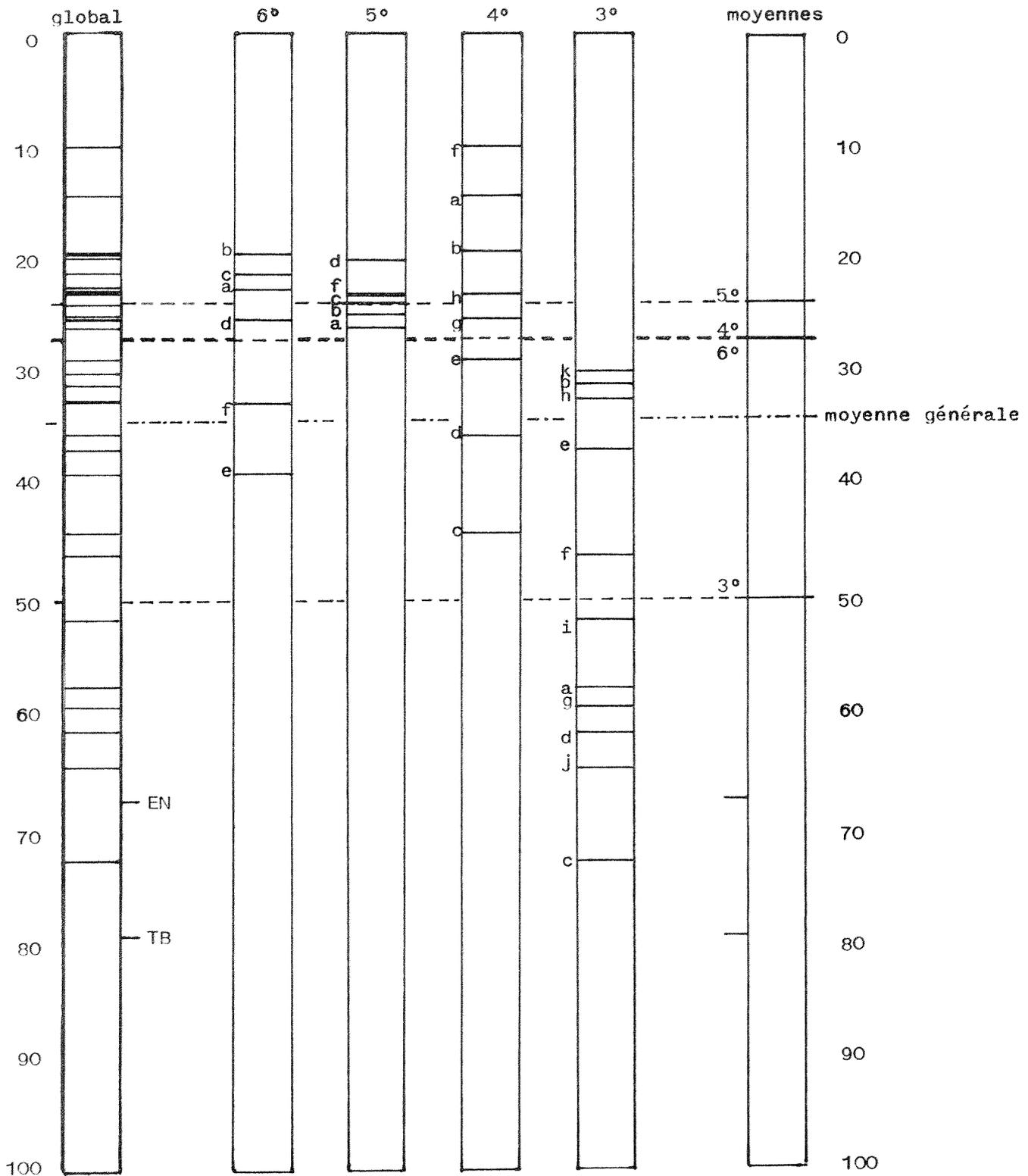


Figure 6
Moyennes des réponses exactes par classe

On observera:

- l'égalité des moyennes 6° et 4°
- la faible amplitude des moyennes en 5° (de 20 % à 26,1 %)
- la disparité des moyennes en 4° (amplitude 23,8 %) et surtout en 3° (amplitude 42,8 %)
- le fait que les moyennes de 3° sont toutes supérieures à celles de 5°, mais qu'il y a des 6° qui ont mieux réussi que certaines troisièmes.

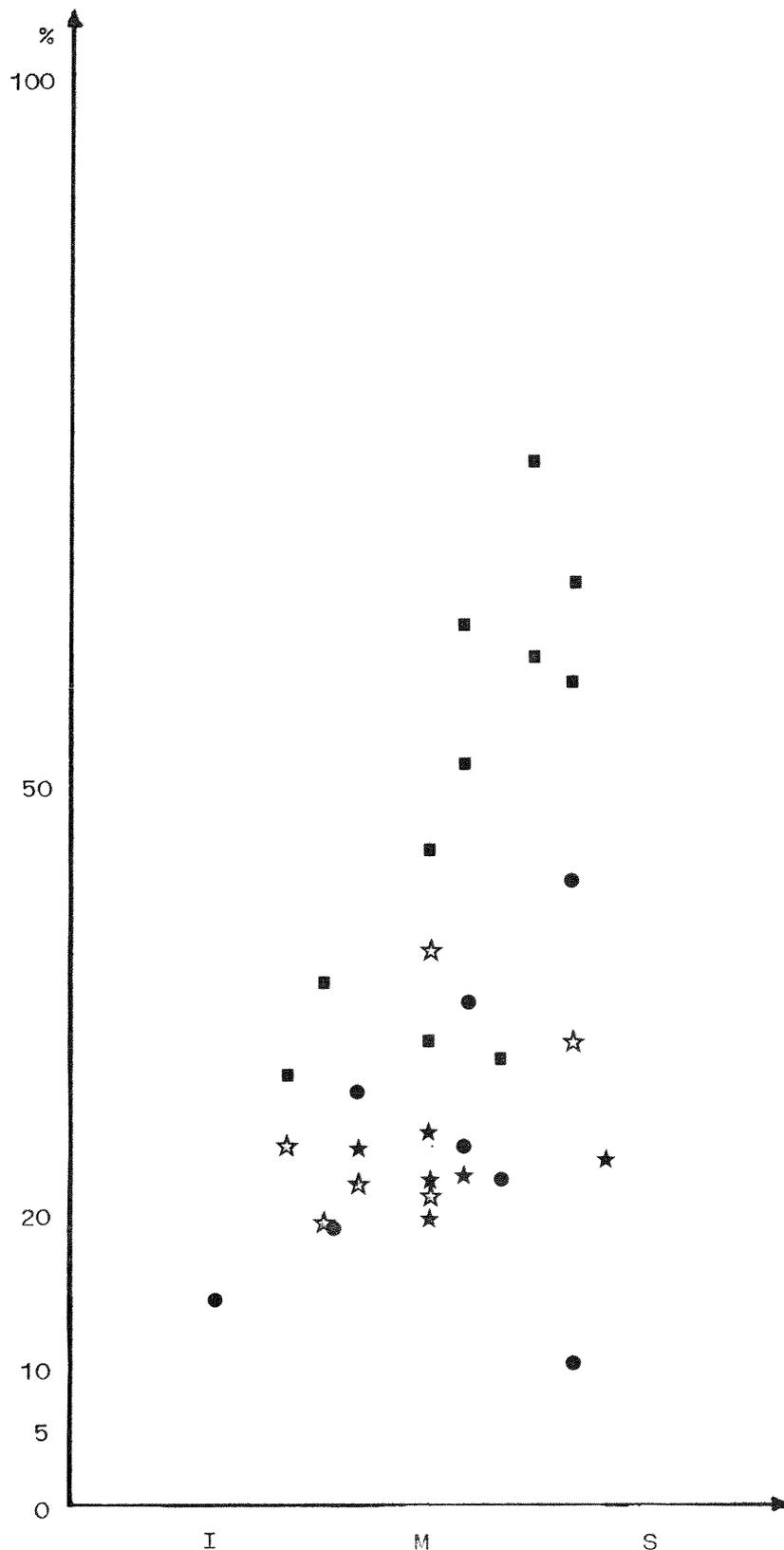


Figure 7

Répartition des résultats suivant le niveau de la classe

La dispersion du nuage doit conduire à beaucoup de prudence avant de tenter une généralisation.

On observera que si des classes jugées faibles restent à des moyennes inférieures de 50 %, il en est de même de classes habituellement de bon niveau, qui peuvent atteindre des résultats très faibles. Il en est ainsi du plus mauvais résultat de l'enquête, atteint par une "bonne" classe de 4°, peut-être déroutée par l'apparence inhabituelle de ce qu'on leur proposait.

(Les signes sont les mêmes que sur la figure 2)

Tableau 2: amplitude des résultats:

Niveau	% min.	% moyen	% max.	amplitude	(1)
6°	19,7	26,9	38,9	19,2	+
5°	20	23,5	26,1	6,1	+
4°	10,1	26,9	43,9	23,8	+
3°	30	49,9	72,8	42,8	-
total	10,1	34,0	72,8	62,7	-

Dans le tableau 2, un signe + dans la colonne (1) indique que la moyenne est supérieure à la somme de la valeur inférieure et de la moitié de l'amplitude.

A l'Ecole Normale de Guebwiller, on a observé les résultats suivants:

Nombre d'élèves:	40
Nombre de réponses possibles	240
Nombre de réponses exactes	162
% réussite	67,5

Ici, l'épreuve a été limitée à 10 mn, et les fautes sont le plus souvent des fautes de calcul. Pourtant, si la moyenne est bonne (le contraire serait vraiment inquiétant), ce n'est pas la meilleure, puisqu'elle est dépassée par une classe de 3°. Et reconnaissons qu'un pourcentage d'échec d'un tiers pour de futurs instituteurs et institutrices, c'est loin d'être glorieux...

Dans une terminale B, enfin:

Nombre d'élèves	17
Nombre de réponses possibles	102
Nombre de réponses exactes	81
% réussite	79,4

C'est le meilleur résultat, mais de futurs économistes n'ont aucun mérite à savoir manipuler les pourcentages (ce qui malgré tout est encore assez loin d'être général...). L'épreuve a été limitée ici à 30 mn, mais la plupart des élèves avaient terminé avant.

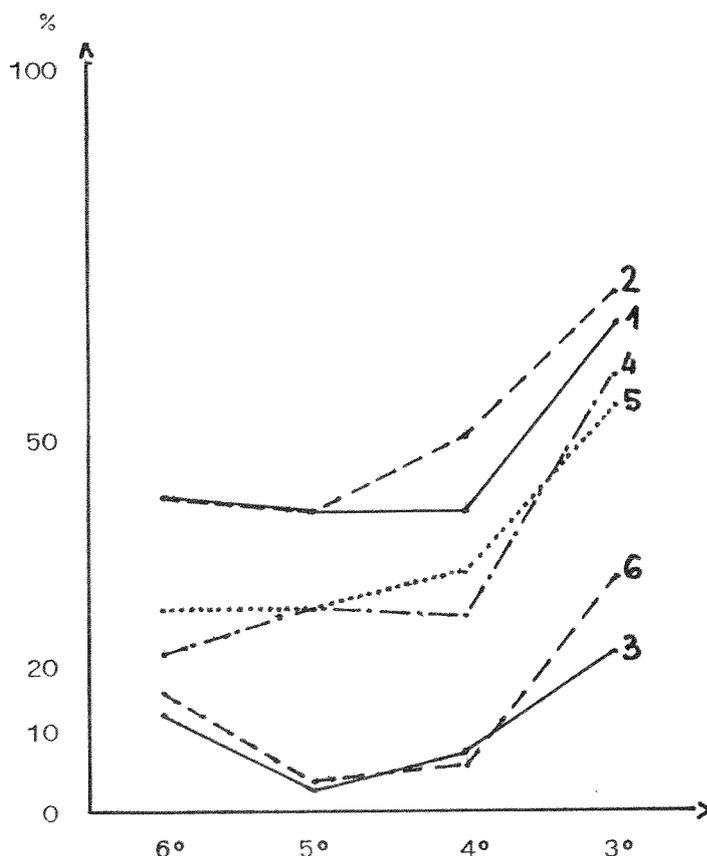
Ces deux derniers résultats ne sont évidemment pas comparables aux précédents. Il faudrait d'abord les étoffer en faisant d'autres expériences sur d'autres populations de même niveau. Ils sont cependant encore assez bas pour des exercices extrêmement simples pour qu'on ne pavoise pas.

4. RESULTATS PAR QUESTION ET PAR CLASSE

Les questions peuvent en gros être groupées par deux suivant la réussite moyenne:

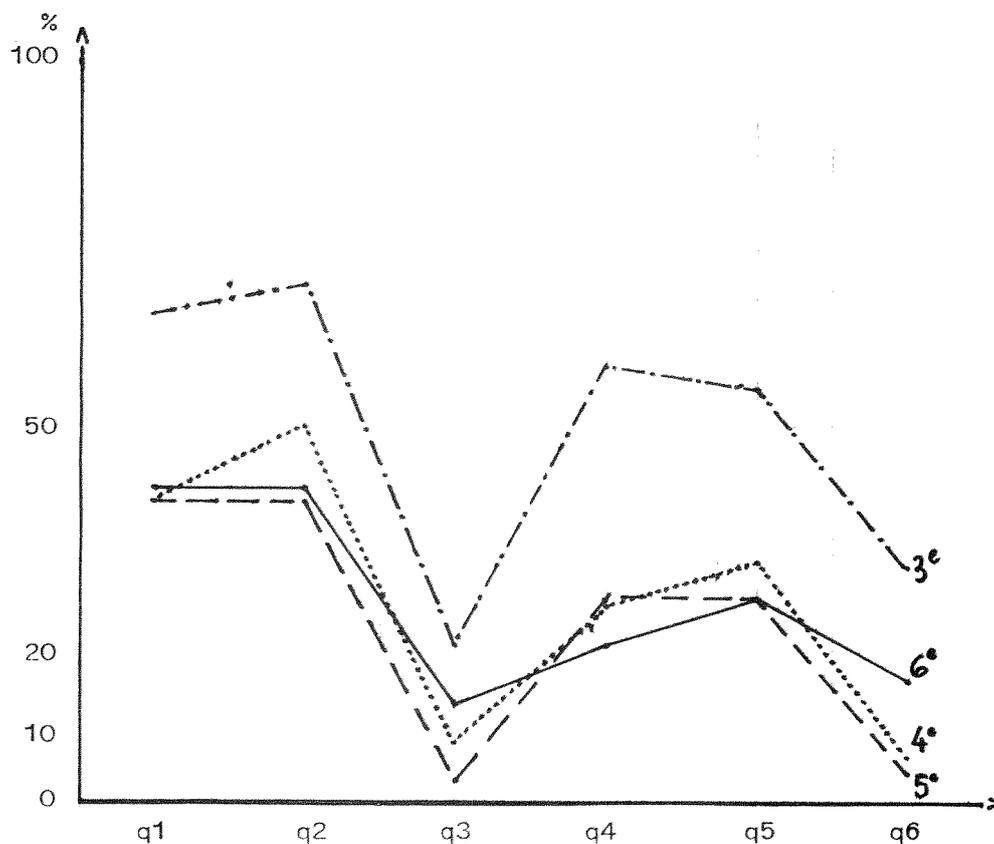
- 1 et 2 demandaient l'application d'un pourcentage, l'une positivement (intérêt), l'autre négativement (remise). Elles sont réussies de la même façon dans les petites classes, alors que la 2 est nettement mieux réussie que la 1 en 4°/3°.
- 4 et 5 demandent la détermination d'un pourcentage à partir de données. Elles sont extrêmement voisines, mais si 5 demande le pourcentage d'une seule classe, 4 demande de décomposer 100 % en quatre classes. Pourtant, il n'y a que 4° et 6° qui réussissent mieux la 5, plus simple en apparence; en 5°, il y a égalité, et en 3°, la situation s'inverse.
- 3 et 6 étaient en fait très différentes dans le fond, mais leurs taux de réussite sont étonnamment voisins; 3 demandait la difficile composition des pourcentages, 6 était très voisine des deux précédentes. Dans 3, c'est la stratégie de résolution qui est mauvaise, avec des calculs le plus souvent justes; dans 6, il n'y a pas de stratégie de résolution, ou bien les calculs sont faux.

Ces résultats sont repris dans la figure 8:



Il apparaît donc que les 3^o ont réussi toutes les questions mieux que les autres niveaux, dont les taux de réussite sont très voisins. Il faut remarquer que la difficile question 3 a été mieux réussie par les 6^o que par les 5^o/4^o. Or sa difficulté n'est pas tant dans l'apprentissage d'une technique que dans la compréhension de la composition des fonctions affines. Ne généralisons pas en pensant que les sixièmes sauraient composer des fonctions affines et qu'on ne pourrait plus le demander à des quatrièmes. Mais la question est ouverte. Les 6^o réussissent également mieux la question 6: ici, l'apprentissage a pu jouer pour eux, mais pourquoi les 5^o qui ont bénéficié du même apprentissage sont-ils incapables d'utiliser une technique qu'ils utilisent dans la question 4 mieux que les 6^o? Ont-ils eu peur des données? Ont-ils été pris par le temps? Autant de questions qui mériteraient peut-être qu'on les creuse.

La figure 9 montre, classe par classe, la comparaison des résultats à chaque question:



On notera que si les courbes 6^o/5^o sont assez différentes, les courbes 4^o/3^o ont même allure.

NIVEAU 6°

Il ne faudrait pas croire que ce que nous venons de dire est homogène dans chaque niveau. Et s'il est vrai qu'en moyenne les sixièmes ont des résultats intéressants, il faut aussi noter une très importante disparité d'une classe à l'autre. On peut le constater sur la figure 10, où on voit une classe qui a très bien réussi les 3 premières questions échouer sur les 3 dernières (trop d'application pour les premières, plus le temps pour les dernières?). De même, les questions 1/2 et 4/5 qui nécessitaient des stratégies de résolution voisines ne sont pas du tout résolues de la même façon dans certaines classes.

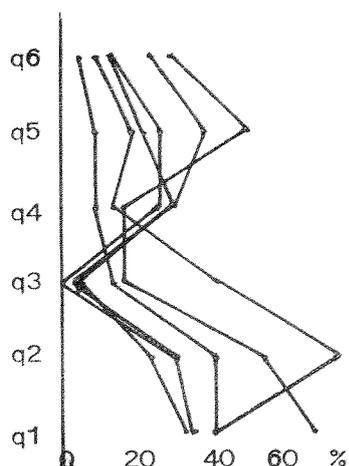


Figure 10
ensemble des classes de 6°

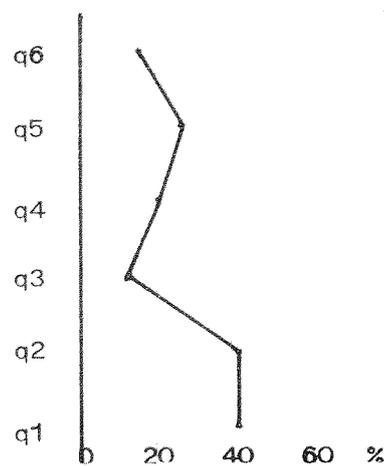


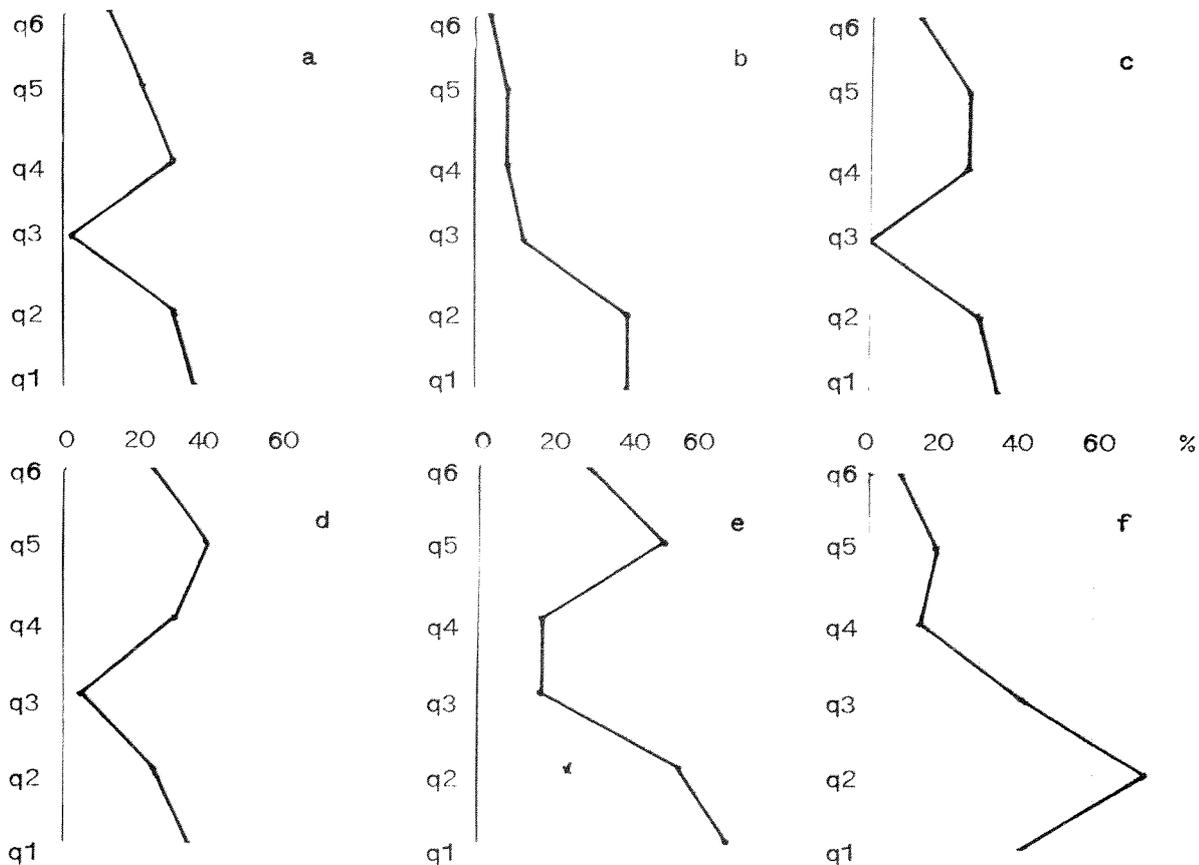
Figure 11
moyenne des classes de 6°

Tableau 3
Réussite aux questions (niveau 6°) ^{3°}

Classe	q1		q2		q3		q4		q5		q6		tot.	
	nb.	%	nb.	%										
6°a	8	35	7	30	1	4	7	30	5	22	3	13	31	22,5
6°b	9	41	9	41	3	14	2	9	2	9	1	5	26	19,7
6°c	8	35	7	30	0	0	6	26	6	26	3	13	30	21,7
6°d	7	33	5	24	1	5	6	29	8	38	5	24	32	25,4
6°e	16	67	13	54	4	17	4	17	12	50	7	29	56	38,9
6°f	9	41	16	73	9	41	3	14	4	19	2	9	43	32,6
ens.6°	57	42	57	42	18	13	28	21	37	27	21	16	218	26,9
moy.6°	9	-	9	-	3	-	5	-	6	-	3	-	35	-
ampl.	9	34	11	49	9	41	5	21	10	41	6	24	30	19,2

On pourra visualiser ce tableau en comparant les profils de chaque classe au verso.

Figure 12
Profils comparés des classes de 6°



Constater en particulier que:

- a, c et d présentent le creux caractéristique de la q3;
- pour b, la réussite est décroissante à mesure qu'on avance dans le questionnaire;
- f ne présente pas le creux de la q3, qui est réussie autant que la q1 (mais pas forcément par les mêmes); de même pour e;
- ces six profils sont extrêmement différents. Beaucoup trop pour qu'on se base sur eux pour en tirer des résultats généraux pour le niveau sixième.

NIVEAU 5°

Comme nous l'avons vu, le niveau cinquième paraît dans notre échantillon beaucoup plus homogène que le niveau sixième. Ceci n'empêche pas des différences, mais si les profils sont encore très enchevêtrés, ils sont aussi beaucoup plus voisins. En particulier, la q3 est un échec pour toutes les classes; il y a une certaine disparité d'une classe à l'autre pour les questions 1/2 d'une part, 4/5 d'autre part, qui sont de plus loin d'être toujours résolues ensemble, comme pourrait le laisser croire la moyenne.

Les figures 13 et 14 montrent ces résultats.

Figure 13
ensemble des 5°

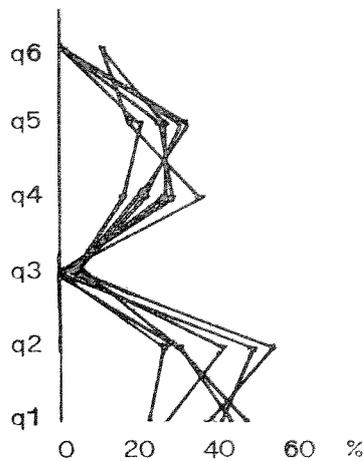


Figure 14
moyenne des 5°

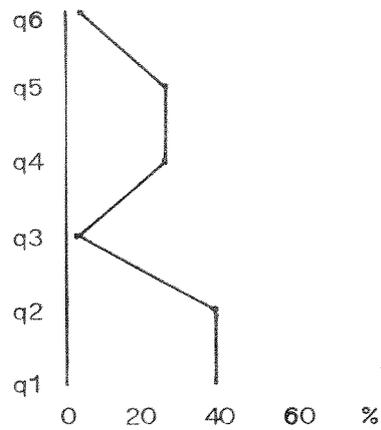
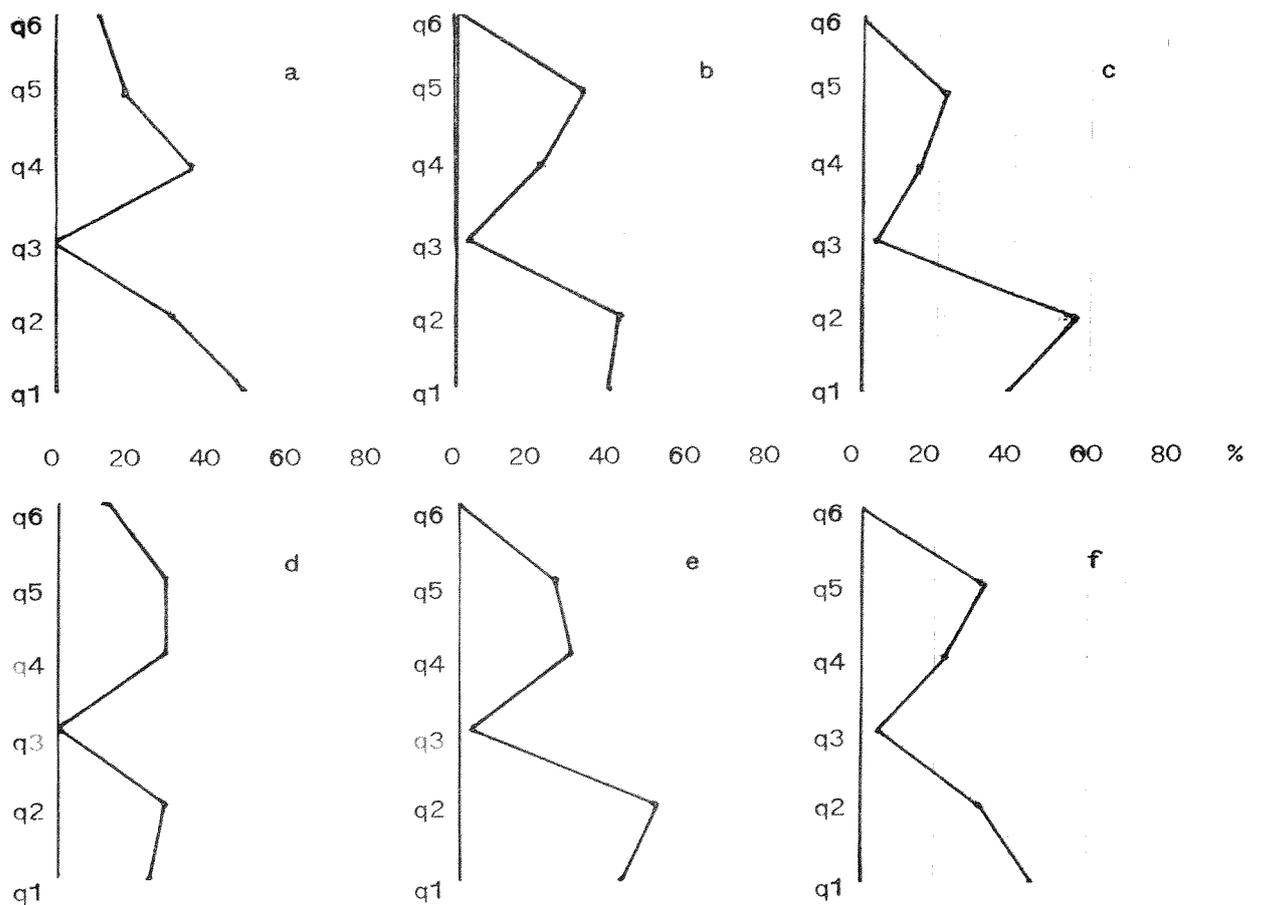


Figure 15
Profils comparés des 5°



Noter en particulier:

- l'échec général à la q3;
- l'ordre de réussite pour 1/2 et pour 4/5 est le même sauf pour la f et dans une moindre proportion pour e;
- la faible réussite de la q6 (nulle pour b, c, e, f), alors que la q4, très voisine pour le fond, est souvent bien réussie; pourtant, dans aucun des cas les questions 3 et 6 ne sont nulles ensemble.

Tableau 4:
Réussite aux questions (niveau 5°)

Classe	q1		q2		q3		q4		q5		q6		tot.	
	nb.	%	nb.	%	nb.	%	nb.	%	nb.	%	nb.	%	nb.	%
5°a	13	50	8	31	0	0	10	38	5	19	3	12	39	25
5°b	11	41	12	44	1	4	6	22	9	33	0	0	39	24,1
5°c	9	39	13	56	1	4	4	17	5	22	0	0	32	23,2
5°d	6	24	7	28	0	0	7	28	7	28	3	12	30	20
5°e	10	43	12	52	1	4	7	30	6	26	0	0	36	26,1
5°f	10	45	7	32	1	5	5	23	7	32	0	0	30	22,7
ens.5°	59	40	59	40	4	3	39	27	39	27	6	4	206	23,5
moy.5°	10	-	10	-	1	-	6	-	6	-	1	-	34	-
ampl.	7	26	6	28	1	5	6	21	4	11	3	12	9	6,1

L'amplitude est forte pour les questions 1 et 2, bien moindre pour les autres; elle est pourtant moitié moindre par rapport à ce qu'elle était en 6°.

NIVEAU 4°

Le profil général des 4° reste voisin des autres, avec le creux caractéristique de la q3, mais avec une très forte disparité des niveaux de réussite aux autres (surtout 1, 2, 5). Bien que toujours prononcé, l'enchevêtrement des profils est moins sensible et plus régulier.

Figure 16
ensemble des 4°

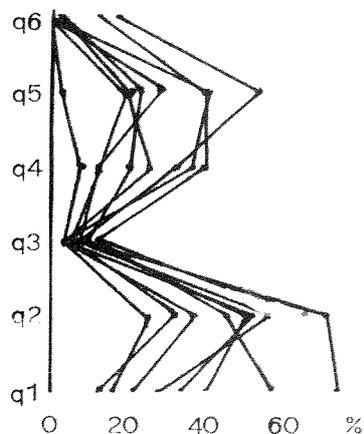
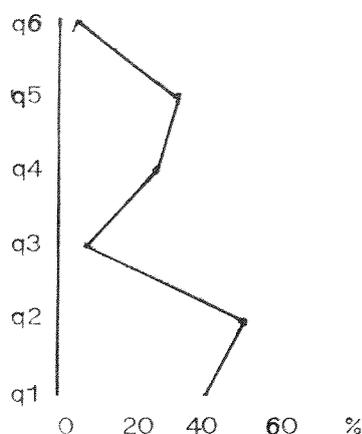
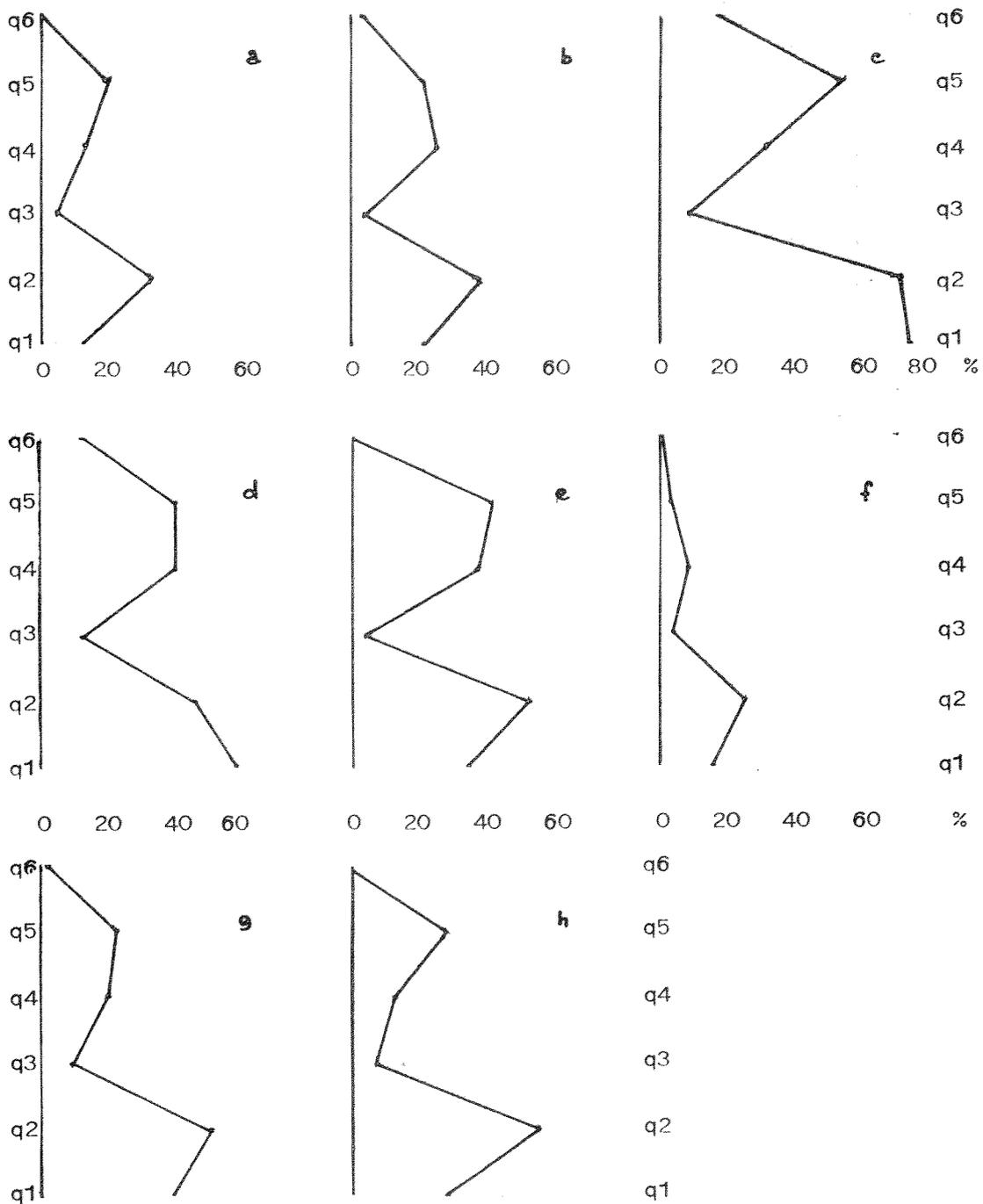


Figure 17
moyenne des 4°



Aucune classe n'a un résultat nul à la 3° question; par contre la 6° question a arrêté une classe sur deux.

Figure 18: profils comparés des 4°



On remarque que:

- même une classe ayant bien réussi les q1 et q2 échoue sur la q3 (c)
- le taux de réussite de la f est surprenant (classe habituellement de bon niveau);
- à part la b et la c, l'ordre de réussite 1/2 et 4/5 est le même; comment interpréter ce fait déjà observé en 5° et dans une moindre mesure en 6°?
- dans 6 cas sur 8, la q2 est mieux réussie que la q1; la q5 est aussi mieux réussie que la q4, mais dans une proportion moins spectaculaire.

La 4°a est une classe aménagée; comparer son résultat avec la "bonne" 4°f. Il est vrai que le calcul est souvent privilégié dans les classes aménagées pour son utilisation dans des problèmes concrets. Mais cette classe était aussi démunie que les autres 4° devant les pourcentages.

Tableau 5:
Réussite aux questions (niveau 4°)

Classe	q1		q2		q3		q4		q5		q6		tot.	
	nb.	%	nb.	%										
4°a	2	13	5	33	1	7	2	13	3	20	0	0	13	14,4
4°b	5	22	9	39	1	4	6	26	5	22	1	4	27	19,6
4°c	25	76	24	73	3	9	11	33	18	55	6	18	87	43,9
4°d	19	59	15	47	4	13	13	41	13	41	4	13	68	35,4
4°e	9	35	14	54	1	4	10	38	11	42	0	0	45	28,8
4°f	4	17	6	26	1	4	2	9	1	4	0	0	14	10,1
4°g	12	41	15	52	3	10	6	21	7	24	1	3	44	25,3
4°h	7	29	14	58	2	8	3	13	7	29	0	0	33	22,9
ens. 4°	83	40	102	50	16	8	53	26	65	32	12	6	331	26,9
moy. 4°	10	-	13	-	2	-	7	-	8	-	1	-	41	-
ampl.	23	63	18	47	3	9	11	32	17	51	6	18	74	23,8

Noter l'amplitude extrêmement forte pour la première et la cinquième question.

NIVEAU 3°

Les résultats se caractérisent ici par une très forte amplitude, qui varie assez peu en fonction des questions. L'enchevêtrement des profils montre encore une importante différence de réaction d'une classe à l'autre, avec toutefois une espèce de régularité. Le creux de la q3 est moins sensible, une classe atteignant même 40 % de réponses exactes à cette question. Toutefois, il y a deux classes qui échouent dans leur totalité sur la q6 (et il n'y a pas que des fautes de calcul). Si la moyenne des 3° est largement supérieure à celles des autres niveaux, tout est bien loin d'y être pour le mieux dans le meilleur des mondes. Un certain bon sens pallie - pas toujours bien - l'absence d'apprentissage.

Figure 19:
Ensemble des 3°

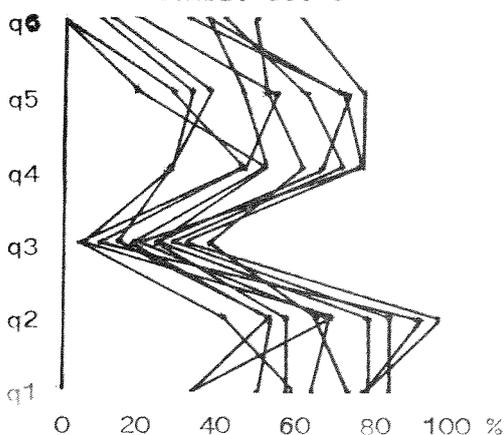


Figure 20:
moyenne des 3°

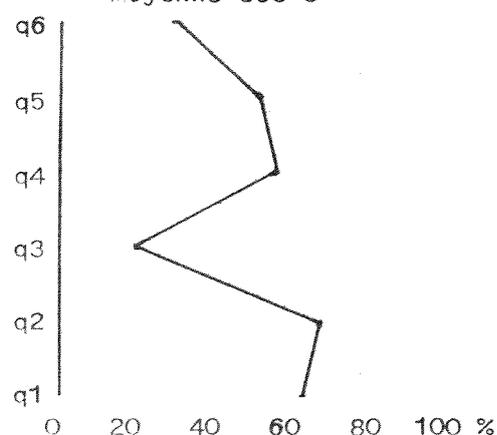
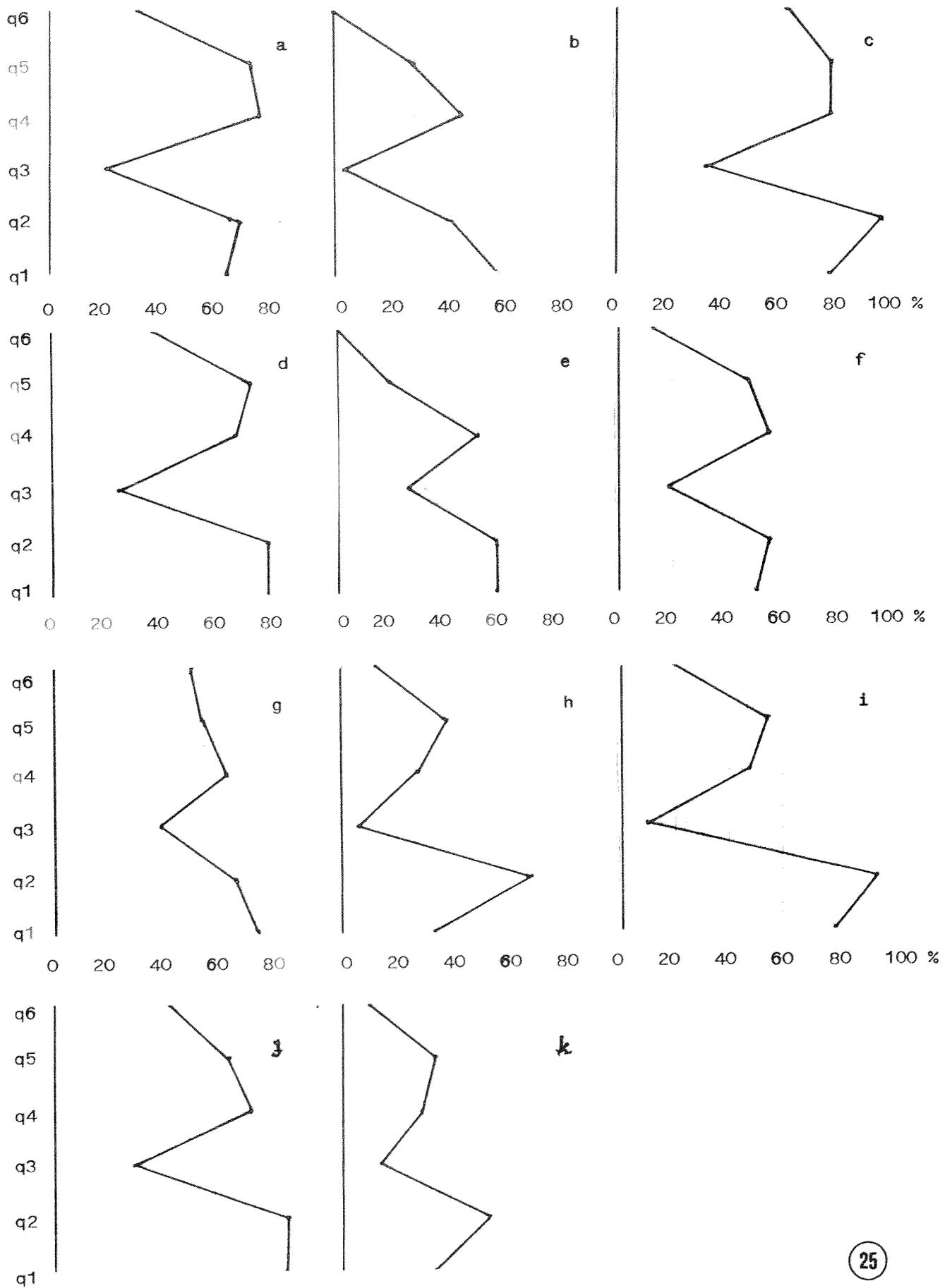


Figure 21: Profils comparés des 3°



Constatons que:

- la c réalise une très bonne performance: c'est la seule classe à réaliser un sans faute sur une question (q2); elle obtient aussi les meilleurs résultats pour les trois dernières questions et l'un des meilleurs pour q1 et q3.
- à l'inverse, b frôle le 0 pour la q3 et l'atteint pour la q6.
- g a un profil assez régulier dans une bonne moyenne (entre 40 et 80%), à opposer au profil aigu de i (86 % séparent la q2 de la q3);
- le creux de la q3 reste marqué (maximum pour i, minimum pour e et g);
- certaines classes ont des profils assez voisins: a, d, f; b, e; c, j; h, k, i.

Tableau 6:
Réussite aux questions (niveau 3°)

Classe	q1		q2		q3		q4		q5		q6		tot.	
	nb.	%	nb.	%	nb.	%	nb.	%	nb.	%	nb.	%	nb.	%
3°a	16	67	17	71	5	21	19	79	18	75	8	33	83	57,6
3°b	14	61	10	43	1	4	11	48	7	30	0	0	43	31,2
3°c	24	80	30	100	10	33	24	80	24	80	19	63	131	72,8
3°d	13	81	13	81	4	25	11	69	12	75	6	38	59	61,5
3°e	0	60	9	60	4	27	8	53	3	20	0	0	33	36,7
3°f	11	52	12	57	4	19	12	57	10	48	9	43	58	46,0
3°g	19	76	17	68	10	40	16	64	14	56	13	52	89	59,3
3°h	11	35	22	71	2	6	9	29	12	39	4	13	60	32,3
3°i	17	80	20	95	2	10	10	48	12	57	4	19	65	51,6
3°j	20	87	20	87	7	30	17	74	15	65	10	43	89	64,5
3°k	7	35	11	55	3	15	6	30	7	35	2	10	36	30
ens.3°	161	65	181	73	52	21	143	57	134	54	75	30	746	49,9
moy.3°	15	-	16	-	4	-	13	-	12	-	7	-	67	-
ampl.	17	52	21	57	9	36	18	51	21	60	19	63	98	42,8

Rappelons que les classes e et k sont des classes aménagées; leurs résultats ne sont pourtant pas systématiquement les plus faibles. Remarquer les très fortes amplitudes entre classes pour chaque question; ce sont les plus fortes, sauf pour la q1 où la palme revient aux quatrièmes. Faut-il attribuer ce fait à un plus grand nombre de classes testées? Remarquer aussi que ces amplitudes restent assez voisines si on excepte la q3 (52, 57, 51, 60, 63 %). On verra par la suite que le bon sens prévaut ici en général et qu'il n'y a pas de faute grave d'interprétation de la notion de pourcentage. Toutefois, il reste des élèves déroutés par des calculs qu'ils n'ont jamais vus, et qui ont une réaction d'affolement. Après tout, c'est des math, tout est possible...

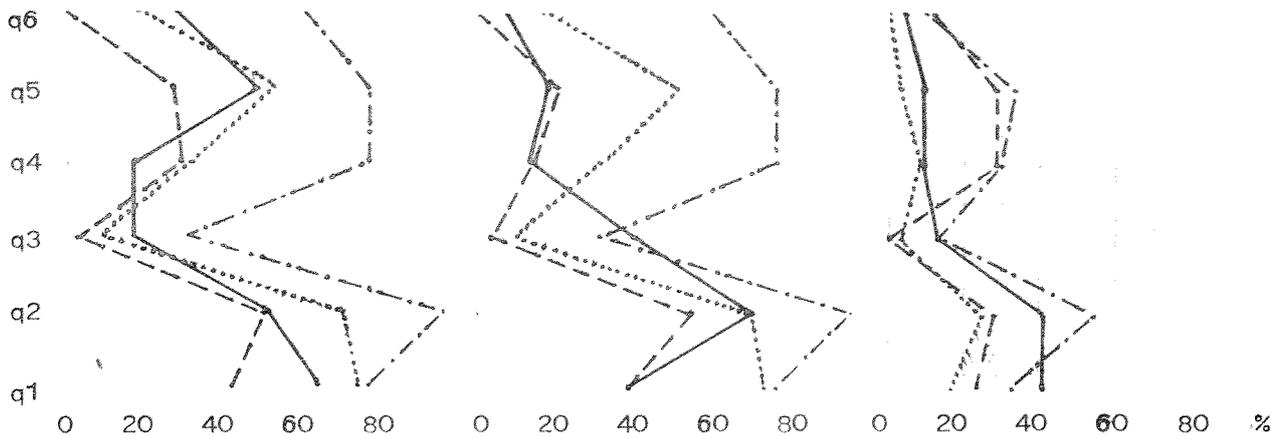


Figure 22 Figure 23 Figure 24
 Comparaison des meilleures moyennes par niveau Comparaison des meilleures réussites à la q2 Comparaison des moyennes les plus faibles
 (6° = trait plein; 5° = pointillé; 4° = points; 3° = trait mixte)

Au risque de nous répéter, nous voulons attirer l'attention sur la précarité d'une généralisation. Les trois graphiques ci-dessus montrent qu'il est bien difficile d'établir un ordre par niveau. S'il faut reconnaître une nette prééminence moyenne des 3°, il faut aussi voir qu'il y a une telle disparité entre classes que si la 3° qui a la meilleure moyenne dépasse les autres classes correspondantes, cette même 3° qui a réussi à 100 % la q2 se voit dépassée sur la q3 par une 6°... Et la 6° qui a la moins bonne moyenne dépasse encore la 4° correspondante sur toutes les questions. Partout les profils entre niveaux sont trop enchevêtrés pour qu'on se permette de généraliser. Le lecteur pourra comparer lui-même les différents niveaux d'après d'autres critères. Nous nous bornerons à ces quelques essais pour ne pas surcharger inutilement cette étude.

On se convaincra enfin de la disparité entre classes en considérant les courbes des minima et des maxima de chaque question.

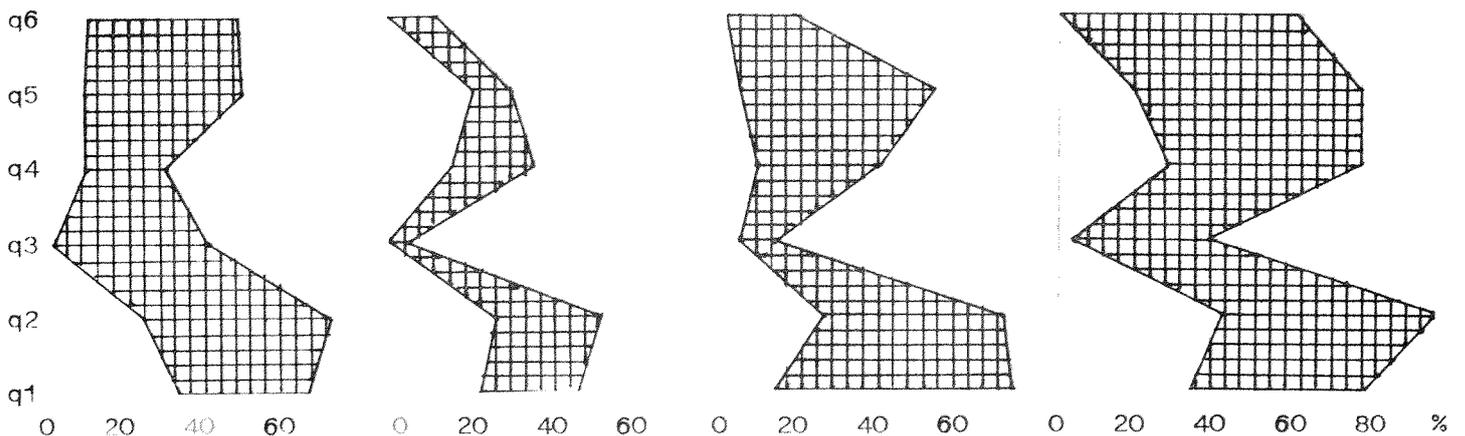


Figure 25: amplitudes comparées par niveau (6° - 5° - 4° - 3°)

Voici enfin les résultats de l'Ecole Normale de Guebwiller et du lycée de Sélestat:

Classe	q1		q2		q3		q4		q5		q6	
	nb.	%										
EN	33	83	30	75	25	63	28	70	30	75	16	40
TB	16	94	16	94	10	59	14	82	15	88	10	59

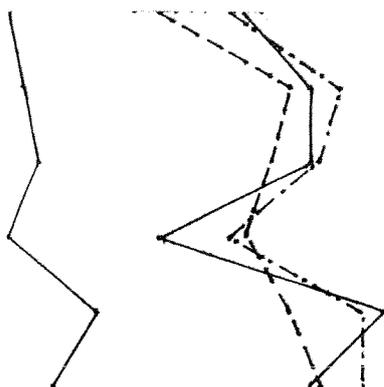


Figure 26:
Comparaison des résultats 1° cycle avec ceux de l'EN et de la TB

(en trait pleins, maxima et minima pour le 1° cycle; en pointillé, résultats de l'EN; en trait mixte, résultats de la TB)

On remarque que nos futurs instituteurs sont battus pour toutes les questions (sauf la q3) par des classes du 1° cycle; les TB s'en tirent mieux.

Figure 27:
Profils moyens par niveau (cf. figure 9)

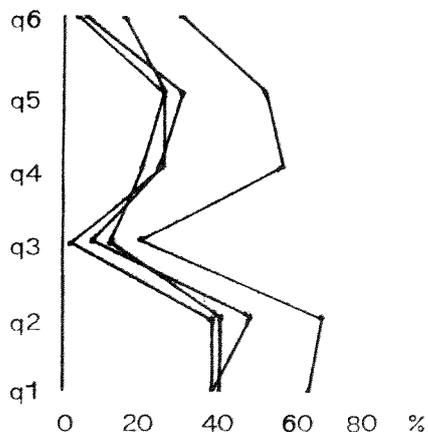
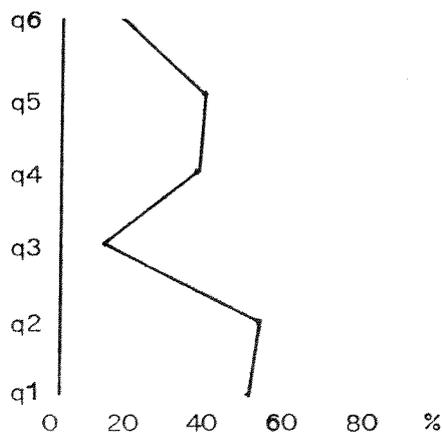


Figure 28
Profil moyen de l'échantillon 1° cycle



La moyenne fait apparaître la proximité (sans doute pas due au hasard mais loin d'être vraie dans toutes les classes) des questions 1 et 2 d'une part, 4 et 5 d'autre part.

ETUDE PAR QUESTION

Question 1:

Rappel de la question: On a placé 1000 (2000) francs à la Caisse d'Épargne; cet argent rapporte 6,5 % d'intérêt par an. Calculer les intérêts obtenus au bout d'un an. Combien aura-t-on en tout?

Aucun piège dans cette question:

- version A: $1000 \times 6,5 \% = 65 \text{ F}$ (intérêts)

$1000 + 65 = 1065 \text{ F}$ (capital)

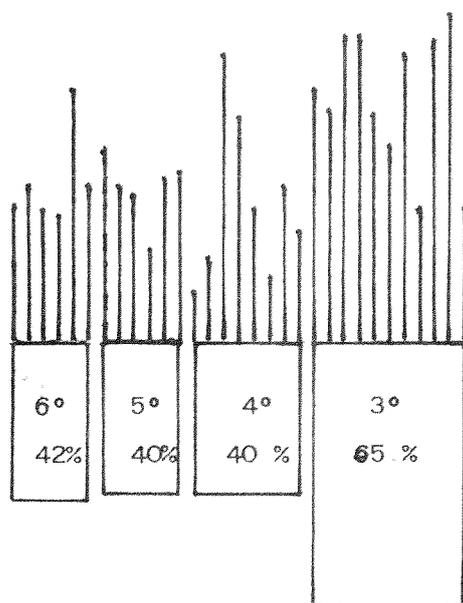
- version B: $2000 \times 6,5 \% = 130 \text{ F}$ (intérêts)

$2000 + 130 = 2130 \text{ F}$ (capital)

Et pourtant, la réussite y est très inégale: de 13 % (4^a) à 87 % (3^oJ).

Les moyennes des 6^o, 5^o et 4^o sont extrêmement voisines, celle des 3^o nettement supérieure. Toutefois, on remarque qu'à une exception près, les 6^o sont groupées, alors que les 4^o sont extrêmement dispersées.

Figure 29: réponses à la 1^o question (classe par classe)



Comme toujours, on observe une grande disparité même à l'intérieur d'un même niveau

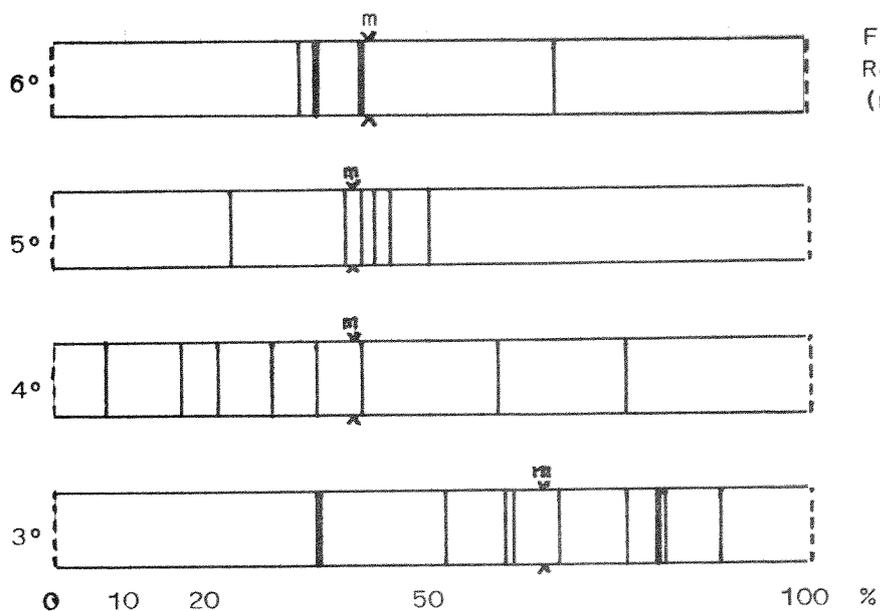
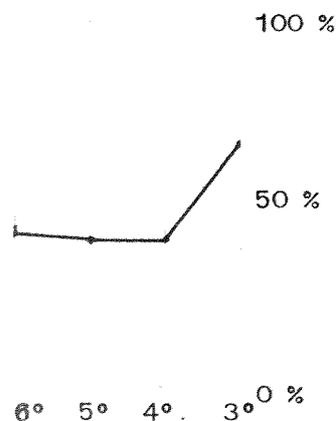
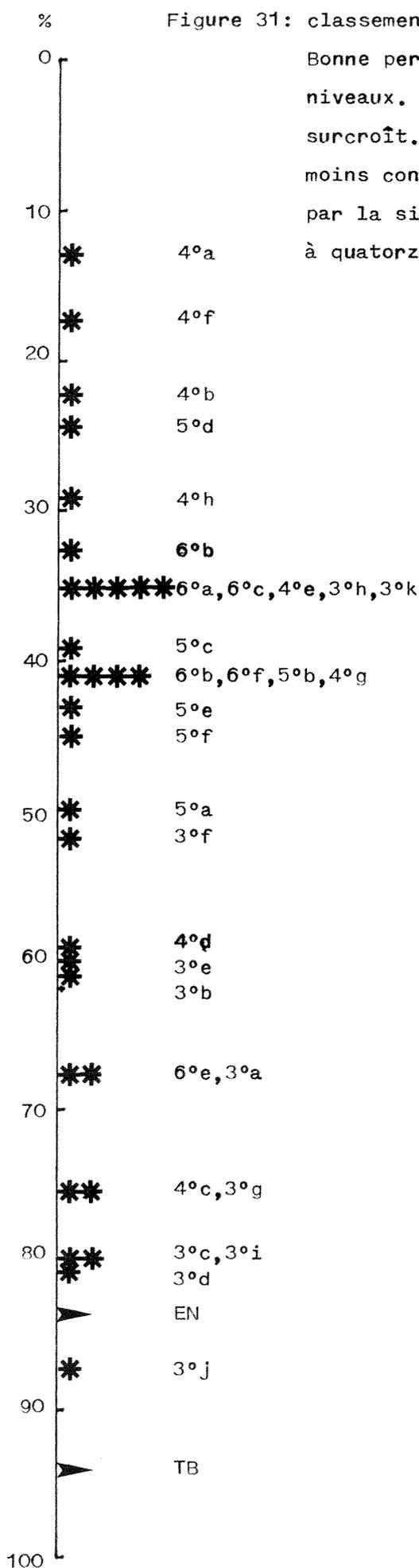


Figure 30:
Réponses à la q1
(niveau par niveau)

Figure 31: classement des résultats (classe par classe)



Bonne performance de certaines 6°, faiblesse des autres niveaux. La question était la première, très simple de surcroît. Les 6° ont trouvé quelque chose de plus ou moins connu, alors que les 3° ont pu être déroutés par la simplicité de la résolution et ont cherché midi à quatorze heures.

Principales erreurs:

Peu d'élèves ont laissé la question en blanc (en moyenne deux par classe). Plus nombreux sont ceux qui se trompent dans les calculs: on atteint ainsi 12 sur 21 dans une 6°.

Des élèves ont calculé l'intérêt mais n'ont pas achevé la question. Dans certaines classes, le questionnaire A apporte davantage de bonnes réponses, dans d'autres, c'est le questionnaire B; mais il n'y a pas de phénomène général: on observe aussi bien 2/6 dans une 6° que 6/7 dans une 3° ou 4/1 dans une 4° et 13/11 dans une autre 3°.

Bon nombre de fautes proviennent d'une mauvaise utilisation de l'outil (tableaux de proportionnalité mal remplis) ou d'un manque d'assimilation. Mais il faut remarquer que l'utilisation des tableaux est loin d'être générale, même chez les élèves qui ont appris en 6° ou 5° à calculer les pourcentages par ce moyen.

Mais il y a aussi des erreurs grossières de raisonnement et

dans certains cas une incompréhension visible (à tous les niveaux).
 Les élèves font des opérations, n'importe lesquelles, sans s'inquiéter
 de la vraisemblance. Le bon sens aurait dû leur montrer leur erreur.

C'est ainsi qu'on lit par exemple:

- + $1\% = 1,25$ (3° aménagée)
- + $6,5 \times 12 = 78$; $78 \times 6,5 = 507$ d'où le capital:
 $2000 + 507.$ (3° aménagée)
- + $s = \frac{2000 \times 0,065}{100} = 130$ (6°)
- + $\frac{1000}{10} = 100$ d'où le capital: $100 + 6,5\% = 106,5$ (4°)
- + $((100 - 6,5) \times 100) : 100$ (5°)
- + intérêt: 6000,50 F
 capital: 61 200 600 F (5°)
 (ce serait trop beau si ça grimpeait si vite!)
- + $1000 : 6,5 \times 365$ (jours) (4°)
- + $6,5\% = 6,5 \times 100$ (5°)

A celui-ci, il faut ajouter l'énorme cohorte qu'on voit dans
 chaque question et qui raisonnent à une puissance de 10 près.

A leur décharge, remarquons qu'une calculatrice comme la TI 50
 peut les induire en erreur: la touche % transforme un pourcentage
 en nombre décimal: 6,5 % donne 0,065; la touche INV % donne la
 factorielle!

- + Enfin, il faut ajouter les innombrables (surtout en 4°/3°) qui
 nesavent pas dans quel sens "marchent" les pourcentages et ne
 savaient pas s'il fallait faire $1000 : 6,5$ ou $6,5 : 1000$. Ou
 autre chose.

Certains élèves confondent le pourcentage avec une unité (l'un d'eux le
 dit même); aussi écrivent-ils facilement $1000 \times 6,5\% = 65\%$. D'autres
 indiquent une solution sans la moindre explication. Et il y a aussi de
 savoureuses solutions pifométriques pas toujours d'une rigueur mathéma-
 tique totale, mais qui, la chance aidant parfois un peu, mènent au bon
 résultat. Ces remarques sont d'ailleurs valables à divers degrés pour
 les 6 questions.

Voici quelques échantillons des productions des élèves.

avis B.

$$\frac{2000 \times 100}{6,5} = \frac{200000}{6,5} \approx 30,76.$$

$$\begin{array}{r} 20000 \quad | \quad 6,5 \\ 0 \ 500 \quad | \quad 307 \ 6 \\ \quad 4 \ 50 \quad | \quad 608 \end{array}$$

Intérêts au bout d'un an: 30,76 F.

Chiffre total: $2000 + 30,76 = 2030,76$ F.

Elève de 6ème âgée de 14 ans,
 complètement dépassée par les événements -
 semble d'ailleurs totalement résignée.

6e1

Questionnaire A

Les intérêts obtenus au bout d'un an ~~est~~ sont
 65,000%
 Il y a en tout 65,001%
 $1000 \times 65 = 65,000 + 1 = 65,001$

ca c'est en francs
 puis que je ne sais
 pas si le pourcentage
 sont des centimes
 6,5%

1) On aura en tout:

$$\frac{1000 \cdot 6,5}{100} = \frac{6500}{100} = 65$$

~~$65 \times 365 = 23725$ frs~~ en tout ~~est~~ un an.
 fausse

$$\begin{array}{r|l} 10000 & 65 \\ \hline 500 & 3,00,70 \\ 45 & \end{array}$$

l'argent rapportera 2 300,70 F
 mais avec la dévaluation de l'argent.

combien aura-t-on en
 tout: 2300 intérêts (7)

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 195 \\ \hline 805 \\ \times 65 \\ \hline 4025 \\ 8050 \\ \hline 52000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 65 \\ \hline 35 \\ \times 365 \\ \hline 2100 \\ 10500 \\ 35000 \\ \hline 36500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1) \quad 1000 \\ \times \quad 365 \\ \hline 5000 \\ 6000 \\ 3000 \\ \hline 365000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3650000 & 6,5 \\ \hline 400 & 56,153 \\ 100 & \\ 350 & \\ 250 & \\ 55 & \end{array}$$

On aura en tout: 56,153%

1) Les intérêts sont de 6,5 F pour 100 F
et de 65 F pour 1000 F

Les intérêts sont de 65 F par an
pour une somme de 1000.

On aura donc au bout d'un an 1065 F

1) $50\% = 500\text{ F}$
 $10\% = 100\text{ F}$
 $5\% = 50\text{ F}$

donc $6,5\% = 650\text{ F}$
on aura donc à la fin de l'année
 1650 F

Question 1.

$2000\text{ F} = 100\%$ $6,5\%$ représente encore moins
qu'un dixième de la totalité de la somme.
Puisque 2000 F représente 100% et $6,5\%$ moins qu'un dixième
nous devons chercher le pourcentage restant.

$$\begin{array}{r} 2000,0 \\ - 130,0 \\ \hline 1869,5 \end{array}$$

il reste $93,5\%$ de la somme
soit $1869,5\text{ F}$.

Question 2

Rappel de la question: Un objet coûte 30 (20) francs. On fait une remise
de 20 (10) %. Combien le payera-t-on?

Question elle aussi très simple, mais cette fois-ci, le pourcentage est
en quelque sorte négatif. Ce qui n'empêche que la réussite est plutôt
un peu meilleure, sans doute parce que les opérations ne nécessitent

même pas d'être posées. Bien des élèves n'ont d'ailleurs presque rien écrit à cette question, le résultat semblant évident en lui-même.

On obtient le résultat:

- version A: $20\% \times 30 \text{ F} = 6 \text{ F}$; on paye $30 - 6 = 24 \text{ F}$
- version B: $10\% \times 20 \text{ F} = 2 \text{ F}$; on paye $20 - 2 = 18 \text{ F}$

La réussite reste pourtant très inégale, quoique l'amplitude soit presque la même que dans la q1: de 24 % (6°d) à 100 % (3°c), soit 76 % contre 74 %. Les résultats sont encore assez inégaux d'une classe à l'autre, même à l'intérieur d'un même niveau.

Figure 32: réponses à la 2° question (classe par classe):

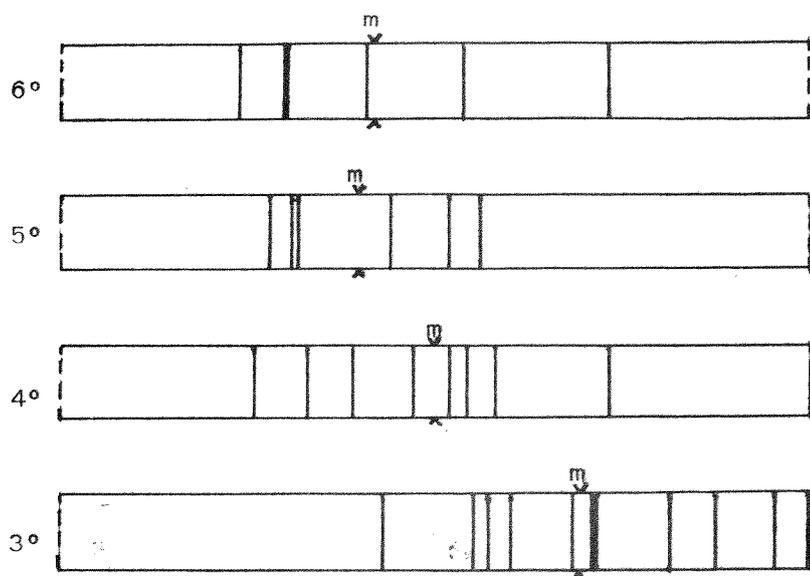
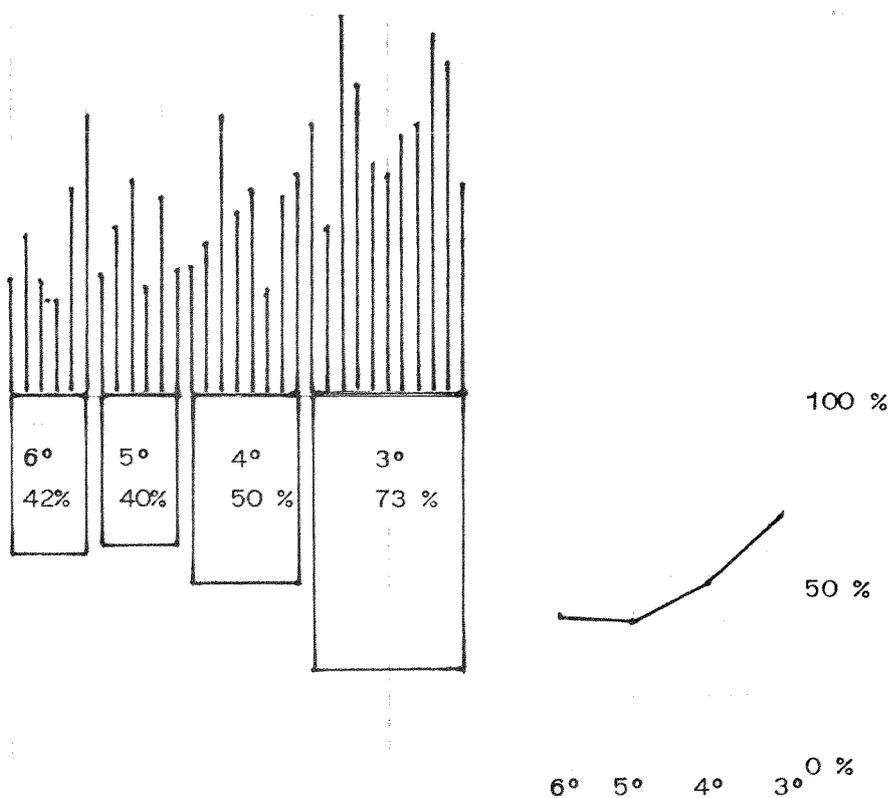


Figure 33:
réponses à la q2
(niveau par niveau)

Figure 34: classement des résultats (classe par classe)

Le mélange des niveaux est très net: il y a des 3° en haut du tableau (mauvais score) comme des 6° plus bas (la 6°f à 73 %).

Principales erreurs:

On retrouve en général ici les mêmes fautes de technique que dans la q1. Les fautes de calcul sont plus rares (heureusement!). Plus rares aussi sont ceux qui, ayant calculé la remise, oublient d'indiquer le prix de l'objet.

Parmi les erreurs relevées, notons:

- + 20 % = 20 F (5°)
- + 10 % = 10 x 100 (5°)
- + le prix est multiplié par 20! (5°)
- + **erreur d'arrondi** du à une méthode bâtarde:
 $100 : 30 = 3,33\dots$; $20 : 3,33 = 6,006\dots$
 d'où une remise de 6,006 F.
- + des élèves (futurs commerçants?) ajoutent la remise au prix au lieu de la retrancher (observé dans plusieurs classes: est-ce une simple distraction?)
- + $(20 \times \frac{10}{100}) : 100 = 20$ (6°)
- + $(20 - 10) : 100 = 90$ F (6°)
 (et un élève, fût-il en 6°, n'est pas du tout troublé soit de faire 90 F de remise sur un objet qui en coûte 30, soit de faire payer 90 F après remise ce même objet. C'est des math...)
- + $30 : 20 = 19,5$ (5°)
- + Pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué:

$$\frac{(10 \times 100) - (20 : 100) \times 100}{100} = 8, \text{ d'où } 8 \text{ F de remise.}$$

prix: $30 - \frac{100}{20}$ (4°)

100	10	30	(5°)
20 %	2 %	6 %	

- + (ou variation sur une règle de trois mal comprise)
- + 6 F à payer (au lieu de 6 F de remise) (faute vue dans plusieurs classes)
- + $30 : 20 = 15$
- + $\frac{20 \times 100}{30} = 60$ F

Les méthodes pifométriques ont souvent été employées (l'exemple s'y prêtait). Les tableaux de proportionnalité sont souvent mal remplis par les élèves (6°/5°) qui les emploient.

Voici encore quelques productions des élèves:

Question 2.

20 franc. remise de 10%. c'est à dire qu'ils ont enlevé 1 dixième de la totalité de la somme c'est-à-dire 2 francs. L'objet me coûte donc que 18 francs (on tenant compte que pour 10F dixième est égal à 1 F pour 20 F il sera égal à 2 francs)

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 30} \\ 20 \overline{) 10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ - 0,6 \\ \hline 29,4 \end{array}$$

On le payera 29 francs et 4 centimes.

Remise:

20	2 ^F
100	10

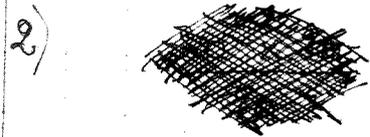
On le payera environ 2 F.

l'objet coûtera 20 - 10 centimes = 19,90

Prix de l'objet:
20 - 2 = 18 F.

- remise de 10% des 20 F

$$\frac{20^F \cdot 10}{100} = 2^F$$



- on payera l'objet →
20 F - 2 F = 18 F



$$\begin{array}{l} 2) \frac{10\% = 100^F}{\text{on payera } 120^F} \\ 20 + 100 = 120^F \end{array} !$$

$$20 \rightarrow 10\% = 2 F$$

donc on payera 20 - 2 = 18 F ?
ou 20 + 2 = 22 F ?

20 F

Rede 10%: ~~0,10~~ →

prix: 19,80 F

2) Si l'objet coûte 100 F on le payera

$$100 - 20 = 80F$$

- Pour 50F on payera : $50 - 10 = 40F$

50 étant la moitié de 100

10 " " " " 20

- Pour 25F on payera $25 - 5 = 20F$

25 étant la moitié de 50

5 " " " " 10

Donc pour 30F on payera 25F

$$30 - 5 = 25$$

$$30 \times 20 = 600 : 100 = 6$$

on le payera 24F

② un objet coûte 30F. on fait une remise de 20% par an, combien coûterait-il ? dans deux ans 30F fait ~~travaux~~

$$2) 20\% = 30 : 5 \text{ puisque } 5 \times 6 = 30 \text{ donc } 20\% = 6F$$

Si le marchand fait une remise de 20% soit ~~six~~ 6F sur l'objet

~~l'~~ l'objet ne coûtera plus que 24F

Question 3

Rappel de la question: Un objet coûte 200 (300) francs. Si les prix augmentent de 10 % par an, combien le payera-t-on dans deux ans?

Question-piège, sans doute la seule, où nous nous attendions évidemment à l'erreur quasi-générale, et finalement très compréhensible. En effet, les élèves ont ici fait la plupart du temps des calculs justes mais avec l'hypothèse que les pourcentages se combinent de façon linéaire. Très rares sont ceux qui les ont en fait composés.

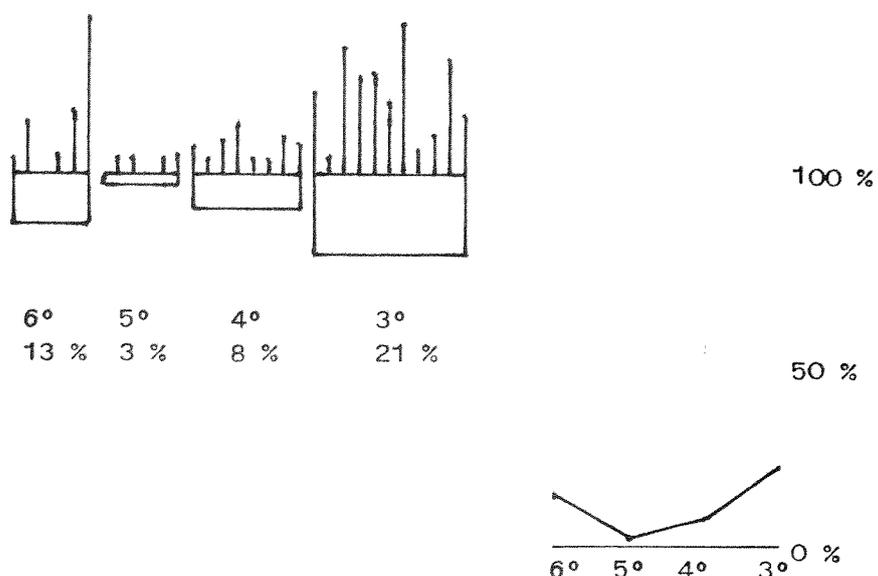
Il faut dire que l'énoncé de la question était en lui-même une source de mauvaise interprétation, l'expression "par an" évoquant la linéarité. Toutefois, une expérience ultérieure faite sur une classe de 3° en remplaçant cette locution par "tous les ans", qui devrait conduire à individualiser chaque année, nous a montré que l'incompréhension est plus profonde; les résultats n'ont en effet pas été sensiblement différents dans cette classe, la même erreur étant commise dans la même proportion.

On obtenait:

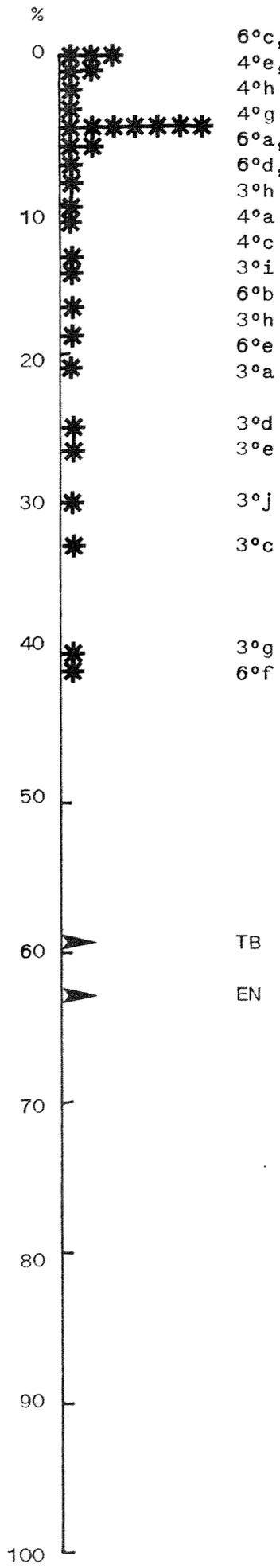
- version A: $200 \times 10 \% = 20$, d'où le prix: $200 + 20 = 220$ F
au bout d'un an;
 $220 \times 10 \% = 22$, d'où le prix: $220 + 22 = 242$ F
au bout de deux ans.
- version B: $300 \times 10 \% = 30$, d'où le prix: $300 + 30 = 330$ F
au bout d'un an;
 $330 \times 10 \% = 33$, d'où le prix: $330 + 33 = 363$ F
au bout de deux ans.

En 4° et surtout en 5°, l'échec est constant. Les 6° et les 3° offrent des résultats beaucoup variés. La meilleure réussite revient pour cette question à une classe de 6° (6°f, classe de bon niveau)! Notons aussi qu'on observe d'échec général dans une classe qu'au niveaux 6°/5°. L'amplitude est ici plus faible que pour les q1 et q2.

Figure 35: Réponses à la 3° question (classe par classe)



Ici, la difficulté ne résidait pas du tout dans la notion de pourcentage elle-même, mais dans la compréhension de la notion de composition des applications affines. Les bons résultats de



6°c, 5°a, 5°d
 4°e, 4°f
 4°h
 4°g
 6°a, 5°b, 5°c, 5°e, 4°b, 4°d, 3°b
 6°d, 5°f
 3°h
 4°a
 4°c
 3°i
 6°b
 3°h
 6°e
 3°a

 3°d
 3°e

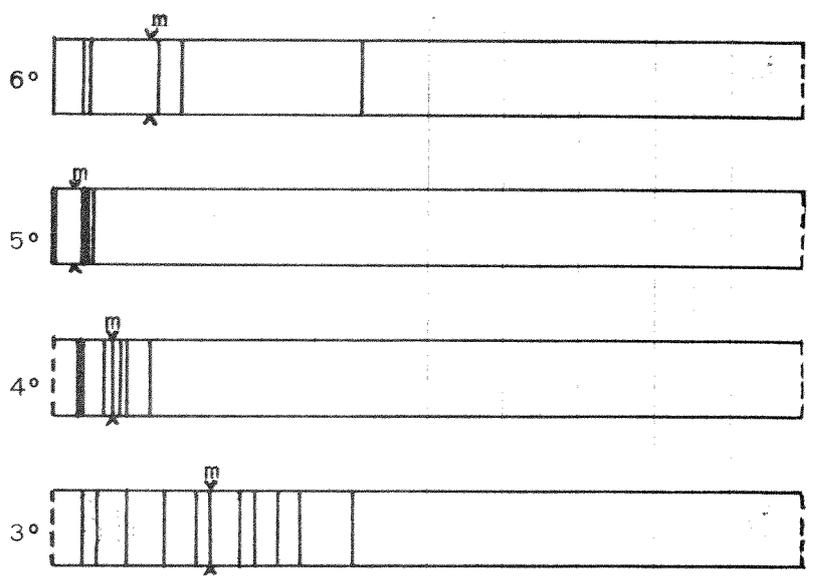
 3°j
 3°c

 3°g
 6°f

Figure 36:
Classement des résultats
(classe par classe)

► certaines 6° sont donc surprenants si on les compare avec ceux des classes suivantes.

Figure 37: Réponses à la q3
(niveau par niveau)



TB
EN

C'est presque partout la même erreur qui revient: 10 % par an représentent 20 % en 2 ans. Elle a été systématiquement commise de la 6° à la 3°, et jusqu'au niveau Bac.

A côté de cela, les inévitables fantaisistes n'ont pas chômé pour autant et nous proposent:

- + $365 \times \frac{200 \times 10}{100}$ (6°)
- + les prix augmentent de $300 \times 10 : 100 = 30 \%$
- + en un an, il coûte $200 + 10 = 210$ F
- + en deux ans, il coûte $210 + 20 = 230$ F
- + au bout d'un an: 220 F
- + au bout de 2 ans: 440 F (3°)
- + l'objet coûtera 20 fois plus (3°)

- + 10 % de 300 = 30 %
30 % de 300 = 900 F
en deux ans: 1800 F (6°)
- + 300 : 100 = 3 % ; 10 % - 3 % = 7 %
7 % x 100 = 700 ; 700 x 2 = 1400 F (5°)
- (CQFD; il faut absolument faire en sorte que ces deux élèves ne rencontrent jamais M. Barre)
- + En deux ans, l'objet coûtera 400 F (5°)
- + 200 : 10 % x 100 = 2000 F (5°)
- + 200 : 10 = 992 , donc l'objet coûtera 992 F.

Mais ces poètes représentent moins du quart des erreurs. C'est à dire que 3 élèves sur 4 ont trouvé 240 ou 360 F.

A eux la parole.

Dans la première année il augmenterait de 30 F.
(ce qui se calcule de tête) le prix serait donc de 330 F

Dans la seconde année il augmenterait de 33 F.
Puisque 10% de 330 font 33 (ce qui se calcule également de tête)

Après deux ans l'objet coûterait donc : 363 F.

3) $10\% = 100$ $100 \times 2 = 200$ $200 + 300 = 500$
Dans deux ans il coûterait 500 F

L'objet coûterait dans deux ans:

$$20 \cdot (365.2)$$

$$= 20 \cdot 730$$

$$= 14600 \text{ fr}$$

$$\begin{array}{r} 730 \\ 20 \\ \hline 14600 \end{array}$$

Dans 1 an l'objet coûtera :

$$300 \times 10 = 3000 \text{ F}$$

Dans 2 ans l'objet coûtera :

$$3000 \times 10 = 30000 \text{ F}$$

3) Dans 2 ans il coûterait : 242 F

$$\frac{200 \times 10}{100} = 20 \text{ F}$$

10% en première année donc : 220 F

$$200 + 10\% \times 2 = 200 + 20 \text{ F} = 220 \text{ F}$$

10% en deuxième année donc : 242 F

$$220 + 10\% \times 2 = 220 + 22 \text{ F} = 242 \text{ F}$$

$$= 42 \text{ F} \text{ Donc } 200 + 42 \text{ F} = 242 \text{ F}$$

3) En 2 ans le prix aura augmenté de 20%.

$$300 : 2 = 150$$

sur 100 il augmente de 20 F

$$100 + 20 = 120$$

on le remultiplie:

$$120 \times 2 = 240$$

L'objet coûtera 240 F dans 2 ans avec 10% en plus chaque ans.

1) pour un an:

$$300 + 10\% = 300 + 3 \times 3 = 309$$

pour deux

$$309 + 10\% = 309 + 3 \times 3 = 318$$

~~400 dans deux ans il coûtera 420%~~
 ~~$400 \times 20 = 420$~~

Question 4

Rappel de la question:

- version A: Dans une classe de 25 élèves, il y a 3 élèves nés en 1963, 8 nés en 1964, 12 nés en 1965, 2 nés en 1966. Calculer les pourcentages suivants: élèves nés en 1963, élèves nés en 1964, élèves nés en 1965, élèves nés en 1966.
- version B: Dans une classe de 25 élèves, il y a 5 élèves nés en 1964, 7 nés en 1965, 12 nés en 1966, 1 né en 1967. Calculer les pourcentages suivants: élèves nés en 1964, élèves nés en 1965, élèves nés en 1966, élèves nés en 1967.

C'est au dépouillement de cette question que nous avons eu notre plus étonnante surprise. Car si les pourcentages sont quelque chose d'abstrait pour bien des élèves - ce dont nous nous doutions - nous n'aurions pas pensé que des résultats aussi manifestement incohérents et absurdes

et surtout des méthodes aberrantes comme celle qui a été employée dans plusieurs classes allaient pouvoir subsister.

On sait que les élèves sont prêts à utiliser n'importe comment toutes les données du problème. Nous n'imaginions pourtant pas que même les dates de naissances allaient servir au calcul des pourcentages. On l'observe pourtant de la 6^e à la 4^e.

Les résultats étaient les suivants:

- version A: 1963: 12 % ; 1964: 32 % ; 1965: 48 % ; 1966: 8 %
- version B: 1964: 20 % ; 1965: 28 % ; 1966: 48 % ; 1967: 4 %

De nombreux élèves ont remarqué que 25 est le quart de 100 et qu'il suffisait de multiplier chaque donnée par 4. Cette constatation a été faite à tous les niveaux. Plus rares sont ceux qui ont constaté que la somme des pourcentages devait être 100 %. Aussi y a-t-il bien des résultats faux qui auraient pu être évités.

Cette question est la seule à être globalement moins bien réussie par les 6^e. Les 3^e, comme d'habitude, sont en tête, quoique certaines classes restent à la traîne.

Figure 38: Réponses à la 4^e question (classe par classe)

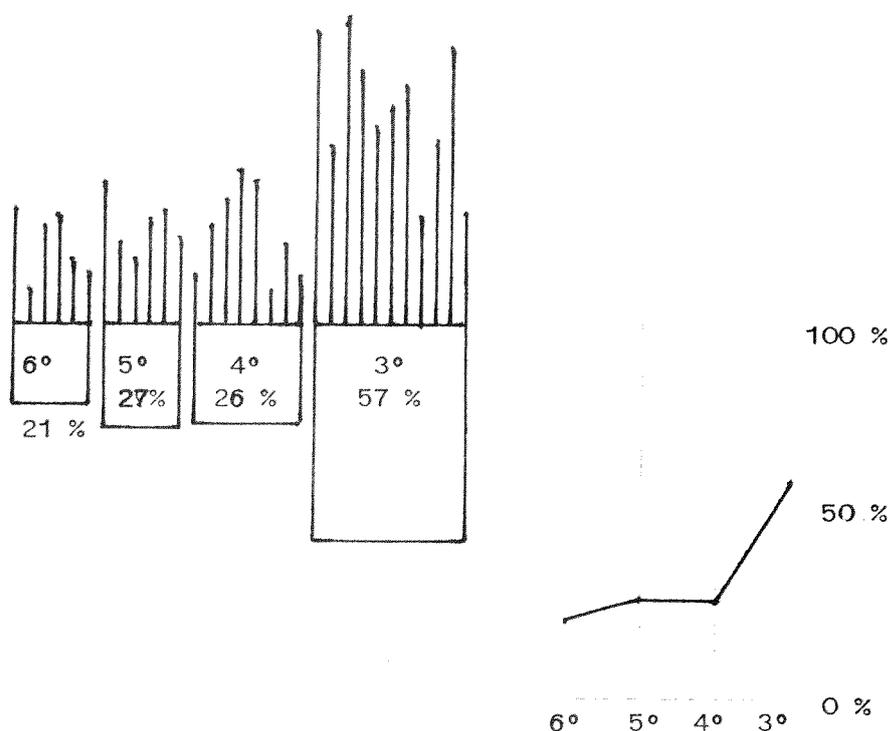


Figure 39: Classement des réponses (classe par classe)

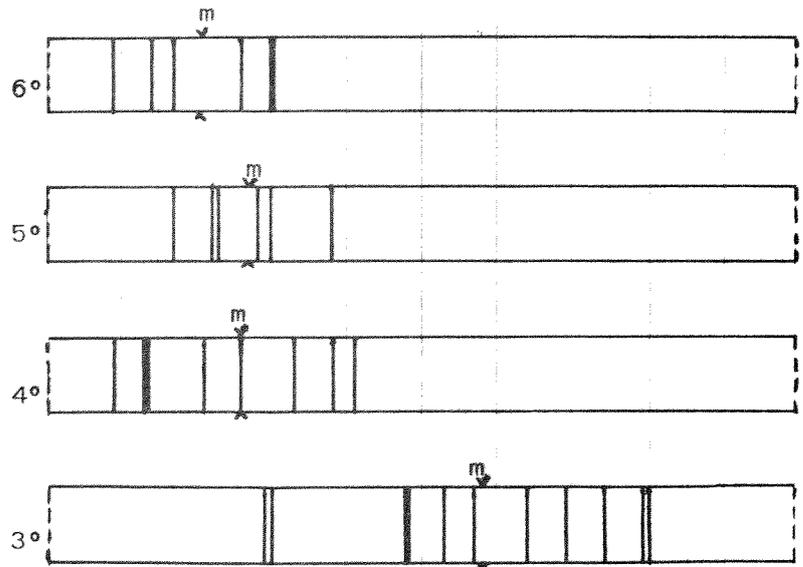
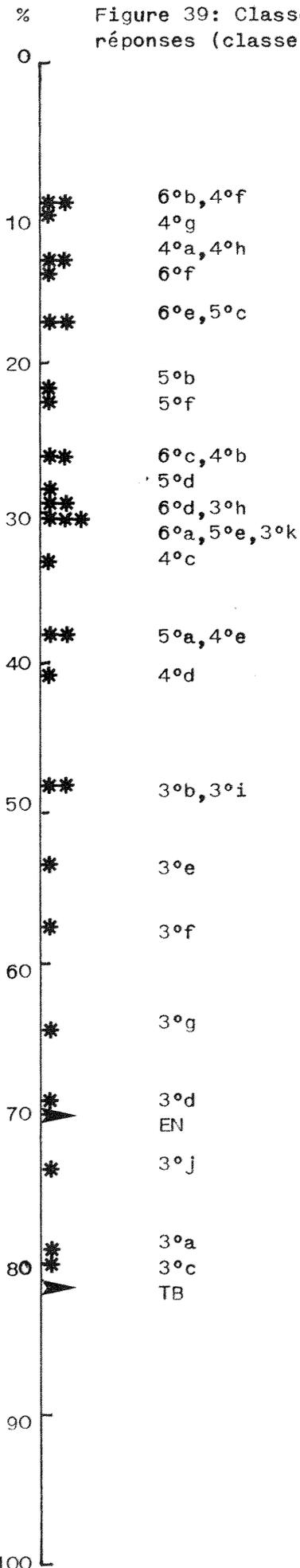


Figure 40: Réponses à la question 3 (niveau par niveau)

Principales erreurs:

Mises à part les fautes de calcul et l'erreur déjà signalée qui consiste à opérer n'importe comment sur n'importe quoi, les mauvaises méthodes sont encore nombreuses. Il se révèle d'ailleurs que certains élèves de 5° n'ont que très incomplètement étudié la notion de pourcentage en 6°. Ils sont capables d'appliquer un pourcentage (q1 et q2) mais pas d'en déterminer. Leurs essais de calculs, soit directs, soit par des tableaux de proportionnalité, les conduisent assez souvent à l'échec.

Parmi les principales erreurs, on a relevé:

- + 5 élèves donnent 0,5 % ou $100 - 5 = 95$ %
- + 7 élèves en 65 donnent 1 % sur 64
- + 12 élèves en 66 donnent 1 % sur 65
et 2 % sur 64
- + 1 élève né en 67: 1 % sur 66
2 % sur 65
3 % sur 64
- + $\frac{25 \times \text{nb élèves}}{100}$ (6°)
- + année x nb élèves x 10 (6°)
- + $\frac{\text{année} \times \text{nb élèves}}{100}$ (6°)

- + année x nb élèves : 25 (6°)
- + somme des âges (14 + 13 + 12 + 11...)
- + 25 : nb élèves (5°)
- + 25 - 3 = 22 %
- 22 - 8 = 15 %
- 15 - 12 = 3 %
- 3 - 2 = 1 % (5°)
- + essais d'approximations
- + $5/25 = 0,2$ d'où 0,2 % (3°)
- + nés en 1963: $(25 \times 3 + 75 \times 3) : 100 = 0,3$ %
- nés en 1964: $(25 \times 8 + 75 \times 8) : 100 = 0,8$ %
- nés en 1965: $(25 \times 12 + 75 \times 12) : 100 = 1,2$ %
- nés en 1966: $(25 \times 2 + 75 \times 2) : 100 = 0,2$ %
- (raisonnement d'une bonne élève de 5°)
- + $25 : 100 = 0,25$; donc $3 \times 0,25 = 0,65$ % (3°am.)

La proportion des élèves ayant utilisé habilement les données est très variable d'une classe à l'autre. Les calculs sont justes la plupart du temps, mais dans cette question les méthodes fausses relèvent de la plus haute fantaisie et non pas d'une recherche sérieuse.

Voici quelques exemples du savoir-faire des élèves.

25 élèves = 100 %
 3 élèves $\approx 8,3$ fois moins

$$\begin{array}{r} 100 \overline{) 83} \\ \underline{70} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

3 élèves ≈ 12 %
 de la classe

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 12 \\ \hline 40 \\ 250 \\ \hline 300 \end{array}$$

4 $25 \times 4 = 100$

Elèves nés en 64 : $5 \times 4 = 20$ %

Elèves nés en 65 : $7 \times 4 = 28$ %

Elèves nés en 66 : $12 \times 4 = 48$ %

Elève né en 67 : $1 \times 4 = 4$ %

$\frac{100}{100} \leftarrow$ juste

Si il ya 7 élèves nés en 1965 alors il reste 24% des élèves qui ne sont pas nés en 1965:

$25 \div 7 = 3,4$

4)

$$1964 = \frac{5}{25} \xrightarrow{\times 4} \frac{20}{100}$$

$$1965 = \frac{7}{25} \xrightarrow{\times 4} \frac{28}{100}$$

$$1966 = \frac{12}{25} \xrightarrow{\times 4} \frac{48}{100}$$

$$1967 = \frac{1}{25} \xrightarrow{\times 4} \frac{4}{100}$$

95 = 1/4 de 100

$5 \times 5 =$
 $4 \times 7 =$
 $5 \times 12 =$
 $4 \times 1 =$

25 x 4 = 100 donc
 il suffit de multiplier
 chaque nombre
 d'élève par 4.

25 = 3 50 = 6 100 = 12

4/

je n'ai jamais appris les pourcentages,

4)

$\begin{array}{r l} 1964 & 5 \\ 46 & 392 \\ 14 & \\ 4 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1965 & 7 \\ 56 & 280 \\ 05 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1966 & 12 \\ 96 & 1630 \\ 46 & \\ 12 & \\ 0 & \end{array}$
$\begin{array}{r l} 392 & 25 \\ 142 & 15 \\ 17 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 280 & 25 \\ 30 & 110 \\ 5 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1630 & 35 \\ 130 & 6,5 \\ 5 & \end{array}$

Élèves nés en 1964 : 15 %

Élèves nés en 1965 : 11 %

Élèves nés en 1966 : 6,5 %

Élève né en 1967 : 1 %

Question 5

Rappel de la question: 4000 (2500) élèves se présentent à un examen.
 1000 (750) le réussissent. Quel est le pourcentage de réussite?

Question simple en apparence. Pourtant, on y relève des comportements intéressants. Ainsi, bien des élèves divisent 4000 par 1000 au lieu du contraire. Nombreux sont aussi ceux qui travaillent à une puissance de 10 près. Enfin, il y en a un bon nombre qui pour trouver le pourcentage de réussite calculent le pourcentage d'échec. La réussite à cette question reste très inégale à l'intérieur de chaque niveau et l'amplitude est très forte: de 4 % (4°f) à 80 % (3°c).

Figure 41: Réponses à la 5° question (classe par classe):

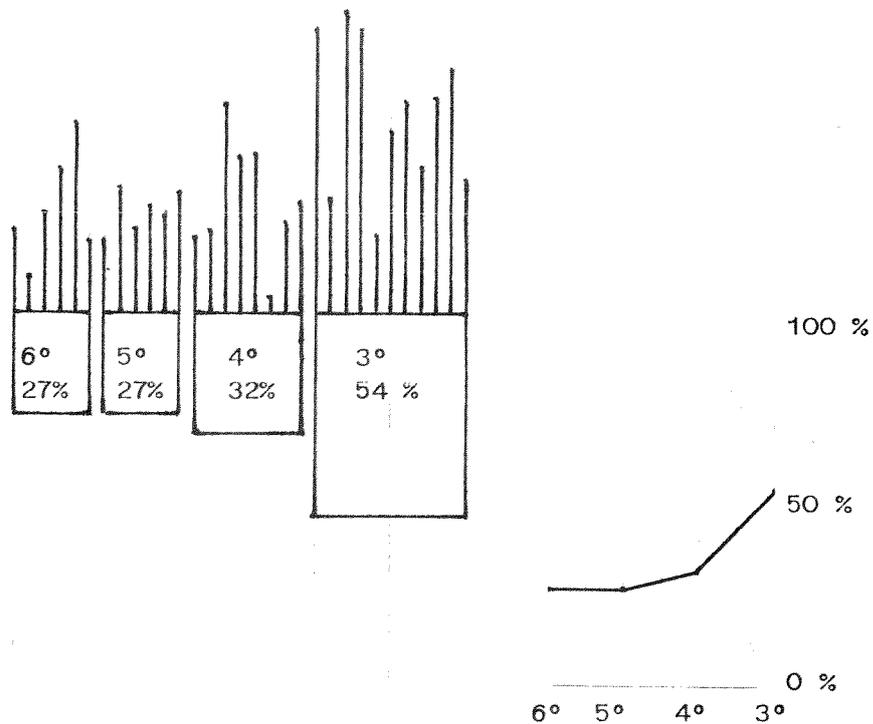


Figure 42: Réponses à la 5° question (niveau par niveau)

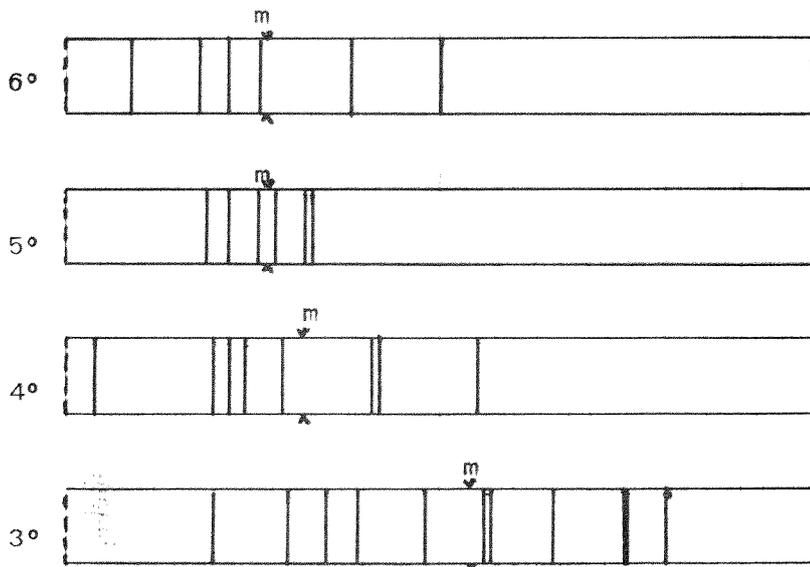
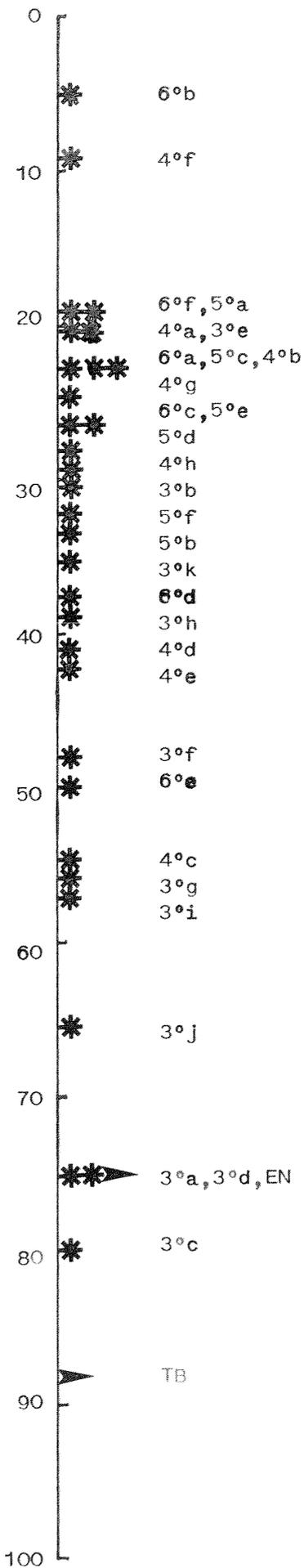


Figure 43: Classement des résultats (classe par classe)



Principales erreurs:

A part les inévitables fautes de calcul, il y a surtout ici l'inversion du pourcentage et le passage au complémentaire mal compris (et dans quel but?) comme sources d'erreurs. C'est ici aussi qu'on constate à quel point la notion de pourcentage est abstraite. Un taux de réussite de 4500 % ne choque pas certains élèves, même en troisième. C'est symptomatique et inquiétant. Ni la vraisemblance ni - encore moins - l'évaluation d'un ordre de grandeur ne servent d'auto-contrôle.

Relevons parmi les erreurs commises:

- + 4000 : 1000 = 4 % (erreur fréquente)
- + 4000 - 1000 = 3000 % (6°)
- + $\frac{4000 \times 1000}{100} = 40\ 000\ %$ (6°)
- + 1000 sur 4000 donc 40 % (3°)
- + 750 : 2500 = 0,3 donc 0,3 % (3°)
- + 750 : 100 = 7,5 donc 8 % (6°)
- + 1000 sur 4000 donc pourcentage 3000 élèves (5°)
- + 4000 : 1000 = 4 donc pourcentage 4 élèves (5°)
- + 2500 - 750 = 1750 %
- + 2500 : 750 = 3,3 donc 100 + 3,3 = 103,3 %
- + $\frac{2500 + 750}{100}$ (6°)
- + (2500 x 100) : 750 (6°)
- + 2 x 750 + 250 donc 47 % (6°)
- + 750 ‰ de 2500 = 125 (5°)
- + (2500 : 750) x 750 : 250 = 81 (4°)

Par contre, l'exercice se prêtait bien aux méthodes pifométriques, qui donnent en général de bons résultats:

- + 4000 : 40 = 100
- + 1000 : 40 = 25 d'où 25 % (5°)

- + $\frac{2500}{750} = \dots = \frac{100}{30}$ d'où 30 % (5°)
- + $2500 \times \frac{4}{100} = 100$ d'où $750 \times \frac{4}{100} = 30$ d'où 30 % (3°)
- + 0 réussite donne 0 %
 200 réussites donnent 5 %
 400 réussites donnent 10 %
 or $1000 = 400 + 400 + 200$, ce qui correspond à 10 % + 10 % + 5 %, donc le pourcentage est 25 % (4°)

Comme quoi certains élèves sont assez débrouillards et ont une bonne intuition.

5) $\frac{4000 \text{ élèves}}{1000} = \frac{100\%}{4000} = 100\%$

5) $2500 - 750 = 1750 : 10\% = 175\%$
 Il y a 175 % de réussite 0,25% de réussite.

~~375 % de réussite.~~ Le pourcentage de réussite est de 1000.

Le pourcentage de réussite est d'environ 50 % un peu moins 49% ou 48%.

Nombre de candidats

s'ils étaient ~~par 10~~ ^{4 x plus} :

$2500 \times 4 = 10000$

Nombre de réussite alors:

$750 \times 4 = 3000/1000$

Pourcentage des réussites:

$\frac{3000}{10000} = 30\%$

Le pourcentage est de : 25%

$4000 : 10000 = 25\%$

Le pourcentage de réussite est 4.

Nombre d'élèves qui échouent:

$2500 - 750 = 1750$

Que représente 50% $\Rightarrow 2500^{\text{él}} = 100\%$

$1750 \text{ él.} = 50\%$

Le pourcentage de réussite est de 50%

1000 élèves sur 4000 sont reçus à l'examen
c'est à dire $\frac{1}{4}$ des candidats.

Le pourcentage est de $\frac{25}{100}$ de réussite

parce que

$$\boxed{\frac{1}{4} = \frac{25}{100}}$$

donc pour 1 élève sur 4 le pourcentage ^(de réussite) est de 0,25 %
" 10 élèves " 40 " " " " " 2,5 %
" 100 " " 400 " " " " " 25 %
" 1000 " " 4000 " " " " " 250 %

le pourcentage de réussite est:
comme $\frac{1000}{4000}$ est le $\frac{1}{4}$ de
1000 | ça fait : 25%

←

$$4000 \times \frac{25}{100} = 40 \times 25 = \frac{40}{25} = 1000$$

Et puisque 1000 est
4 fois + petit que 4000 je divise
100 par 4

$$\begin{array}{r} 200 \\ 80 \\ \hline 1000 \end{array}$$

75% des élèves n'ont pas réussi
leur examen.

$100 - 75 = 25\%$ des élèves ont
réussi.

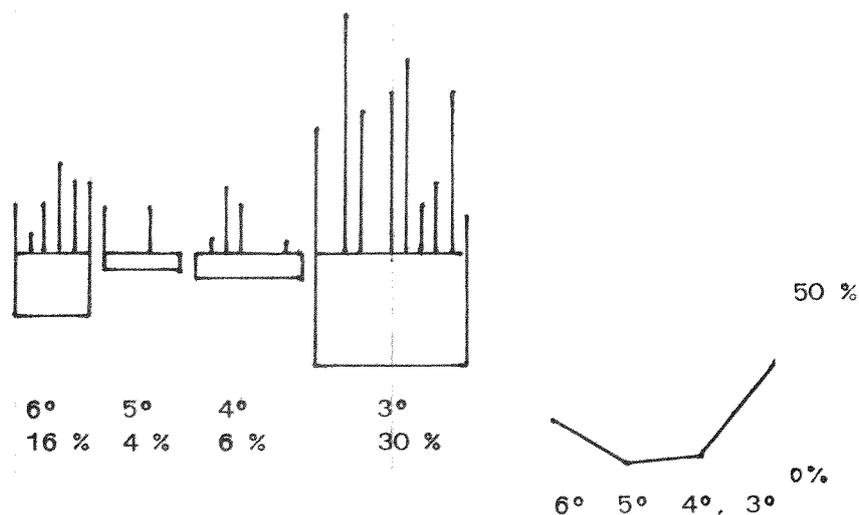
Question 6

Rappel de la question: Le prix du litre de super (d'essence ordinaire)

est 2,75 (2,55) francs. Sur cette somme, il y a 1,87 (1,53) F de taxes.
 Quel est le pourcentage de taxes sur le prix du super (de l'essence ordinaire)?

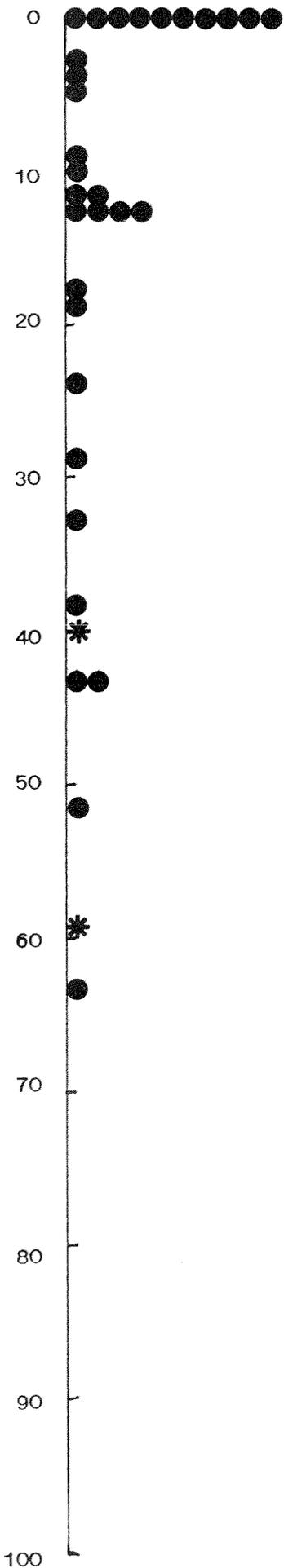
Le problème était le même que celui de la q5, mais il y avait des données numériques moins simples. Il est frappant de constater l'échec à cette question. Les fautes de calcul sont moins fréquentes qu'on aurait été en droit de l'attendre. Les principales causes d'erreur sont des fautes de méthode. On peut même voir des élèves se tromper dans la résolution de cette question alors qu'ils ont résolu correctement la q5. Enfin, dans les petites classes, le temps a évidemment joué. C'est pourtant dans les niveaux 5°/4° que l'échec global d'une classe est le plus fréquent (8 classes sur 14 de ces niveaux n'ont pas une réponse correcte). On voit même deux classes de 3° chuter dans leur totalité, alors que les 6° se tirent honorablement de l'épreuve. Puisque le calcul ne paraît pas être la principale cause d'erreurs dans cette question, comment expliquer une réussite globale de 15,5 % alors que la q5 affichait deux et demi fois plus?

Figure 44: Réponses à la 6° question (classe par classe)



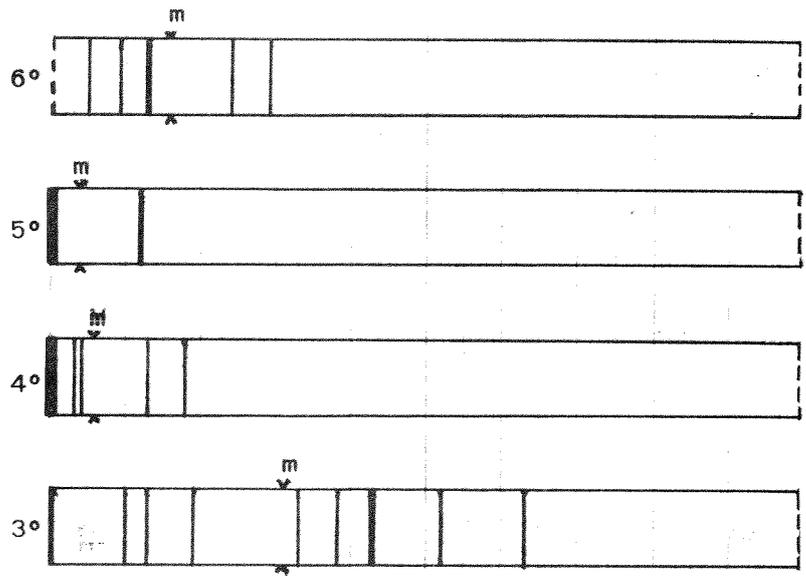
On comparera les résultats de cette question avec ceux de la q3 qui a un pourcentage de réussite voisin. La q3 était plus régulière dans la médiocrité, alors qu'ici certains résultats se détachent. De plus, la q3 n'avait fait chuter que 3 classes dans leur totalité, alors que la q6 en terrasse 10, soit une sur trois, de la 5° à la 3°. Mais la proportion des faibles réponses (moins de 15 %) est sensiblement la même, sans que ce soit forcément les mêmes classes qui entrent dans cette catégorie.

Figure 45: Réponses à la q6 (classement)



5°b, 5°c, 5°e, 5°f, 4°a, 4°e, 4°f, 4°h, 3°b, 3°e
 4°g
 4°b
 6°b
 6°f
 3°k
 5°a, 5°d
 6°a, 6°c, 4°d, 3°h

Figure 46:
 Réponses à la q6
 (niveau par niveau)



S'il paraît plausible d'incriminer le temps pour des 6°/5°, les 4° et surtout les 3° (qui avaient souvent fini avant une heure), ne sauraient bénéficier de cette excuse. Il en est de même pour les élèves de l'Ecole Normale et pour ceux de terminale, qui arrivent aussi à un niveau anormalement bas. Il faut remarquer que les erreurs commises dans cette question sont aussi celles de la q5, mais à un bien plus grand nombre d'exemplaires (passage abusif au complémentaire, inversion du pourcentage).

Pourtant, les valeurs numériques (déjà bien dépassées!) avaient été choisies en adaptant légèrement la réalité de telle façon que les divisions tombent juste:

- version A: $1,87 : 2,75 = 68 \%$
- version B: $1,53 : 2,55 = 60 \%$

Il est vrai que la fiscalité est moins familière aux élèves que la réussite à un examen. L'incompréhension du texte peut s'être alliée à l'apparence des valeurs numériques pour masquer la parenté des q5 et q6.

Principales erreurs:

- + $2,75 + 1,87 = 4,62 \%$ (6°)
- + $2,75 \times 1,87 = 5,1425 \%$ (6°)
- + $2,75 - 1,87 = 0,88 \%$ (6°)
- + 1,87 est la moitié de 2,75 donc 50 % de taxes (faute de calcul, 3°)
- + $2,55 - 1,53 = 1,02$ donc pourcentage = 1,02 F (6°)
- + pourcentage = $100 \times \text{prix} - \text{taxes}$ (6°)
- + $2,75 : (2,75 - 1,87)$ (4°)
- + $100 - \frac{255 \times 153}{100}$ (3°)
- + $\frac{(2,55 - 1,53) \times 2,55}{100}$ (3°)
- + 2,75 est le double de 1,87 + 0,01, donc le pourcentage est $50 \% - 0,01 = 49,99 \%$ (5°)

Le passage au complémentaire (prix - taxes) ou l'inversion du pourcentage (prix : taxes) constituent à peu près en quantités égales à tous les niveaux la moitié des erreurs. Par contre, on observe ici aussi des méthodes pifométriques. Par exemple (dans une 3° aménagée):

$2,55 : 2 = 1,275$ donc cela représente 50 % et 10 % de 2,55 représentent 0,255. Comme $1,275 + 0,255 = 1,53$, le pourcentage des taxes est $50 \% + 10 \% = 60 \%$.

C'est bien vu, mais plutôt alambiqué. Et que fera cet élève quand ça ne tombera plus juste?

Le pourcentage de taxes sur le prix du litre de super est de 88 centimes.

Le prix du litre de super est de 2,75 F
1,87 F de taxes.

Je sais déjà que le pourcentage de taxe est supérieure à 50%

Le pourcentage de taxe est égale à 68,8%

$$\begin{array}{r|l} 18,70 & 2,75 \\ 220 & \\ \hline 2200 & 60,8 \\ 0000 & \end{array}$$

Pourcentage de taxe:

$$\frac{1,53}{2,55} \times 100 = 60\%$$

6). 2,55 F

1,53 F

on fait $100 : 2,55$

~~100 : 2,55 = 39~~

$39 \times 1,53$

$1,53 \rightarrow 2,55$

$58,67 \rightarrow 100$

Prix du litre super 2,75 F
1,87 F de taxe
Pourcentage de taxes
6,8%

~~2,88~~ $2,88 - 1,87 = 0,88$

$\frac{0,88}{2,75} \times 100 = 3,1\%$

L'Etat prend 3,1% du prix de vente.

1. 2,75 F = prix du litre soit 100%

1% = 2,75 centimes.

donc pourcentages de taxes:

$2,75 \times 187 = 51,06\%$

1,87 F de taxes sur 2,75 F

51,425 F de taxes sur 100 F



Le pourcentage de taxes est de

51,42% pour 1 litre

de Super

l'augmentation est de 60%

La taxe.

pour 2,55 \rightarrow 1,53

" 250 \rightarrow 150

225 \rightarrow 125

" pour 150 \rightarrow 50

- pour 100 \rightarrow 0 F

pour 105 \rightarrow 0,3 F

Donc taxes : 0,3 %

Le pourcentage de taxes dans le prix d'essence ordinaire est:
(2,55 - 1,53 = 1,02%)

Le litre d'essence coûte 2,55 F.
Il y a 1,53 F de taxes. ^{est} trouvé
Le pourcentage de taxes dans le prix
de l'essence ordinaire. J'ai trouvé 40,2

Le pourcentage de taxes dans le prix de l'essence ordinaire est de 240,19607%

Voilà Le pourcentage des taxes, égale à $\frac{277}{187} = \frac{1,4705}{1}$
 $= \frac{147,05}{100}$

Donc le pourcentage des taxes est de 147,05 %

$$2,55 : 100 = 0,0255 \text{ fr} = 1\%$$

$$2,75 : 100 = 0,02075$$

Je n'ai jamais appris les pourcentages
/ et j'ai fait comme je le pensais

Et tout est dit dans cette remarque pleine de franchise d'une élève d'une
4^e aménagé...

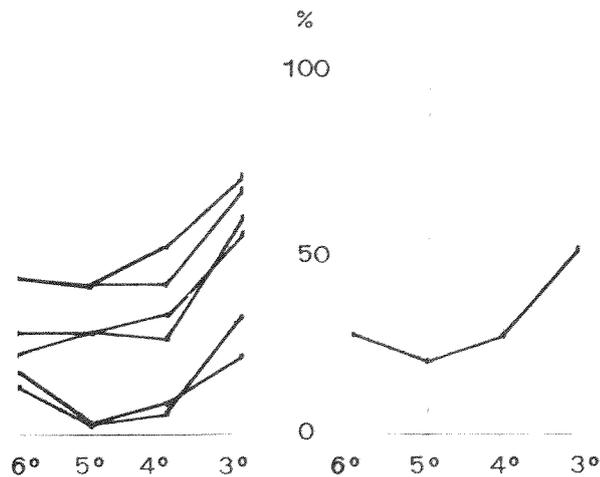


Figure 47:

à gauche: récapitulation des résultats par question (cf. figure 8)

à droite: moyenne par niveau

Ne concluons pas du fait que nous n'avons guère présenté d'extraits de copies correctes que tous nos élèves étaient des cancre... Nous avons pour notre part trouvé ce gentil musée des horreurs très instructif et parfois très amusant.

Tableau 8: Récapitulation des résultats par question et par niveau.

Classe	q1		q2		q3		q4		q5		q6		tot.	
	nb.	%	nb.	%										
6°	57	42	57	42	18	13	28	21	37	27	21	16	218	27
5°	59	40	59	40	4	3	39	27	39	27	6	4	206	24
4°	83	40	102	50	16	8	53	26	65	32	12	6	331	27
3°	161	65	181	73	52	21	143	57	134	54	75	30	746	50
ens.	360	49	399	54	90	12	263	36	275	37	114	16	1501	34

La courbe serait classique si les 4°/3° avaient bénéficié du même apprentissage que les 6°/5°. Il serait peut-être intéressant de tenter l'expérience maintenant que les quatre niveaux du premier cycle en sont au même point: tous les élèves qui sortiront de 3° en 1981 auront étudié les pourcentages. Les 3° d'alors résoudre-t-ils mieux ces exercices que les nôtres de 1979?

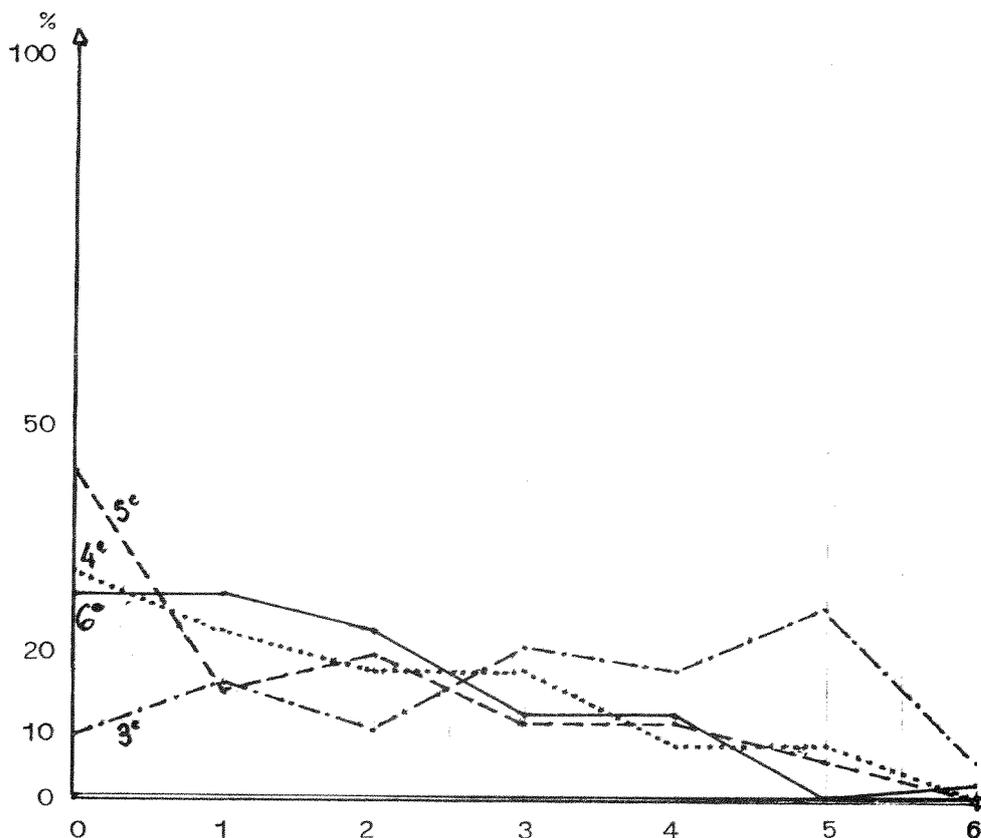
CORRELATIONS

On aurait pu s'attendre à ce qu'un élève qui savait faire la question 3 ou la question 6 n'éprouve aucune difficulté sur les autres. Il n'en est rien. On trouve des élèves, peu nombreux certes, qui réussissent l'exploit d'un résultat juste en 3 et faux en 1. Mais ceux qui ratent tout sont aussi infiniment plus nombreux que ceux qui réussissent tout.

Les observations qui suivent ont été faites sur un échantillon réduit et

doivent donc être manipulées avec d'autant plus de précautions (cf. page 9) Les pourcentages de réussite de cet échantillon à chaque question sont de fait très voisins des pourcentages globaux, mais sa répartition par niveau est très irrégulière. En particulier, il ne comporte qu'une 5^e et il est rigoureusement hors de question de généraliser ces résultats. Certains d'entre eux n'en demeurent pas moins frappants.

Figure 48: Répartition de l'échantillon suivant le nombre de réponses exactes et le niveau.

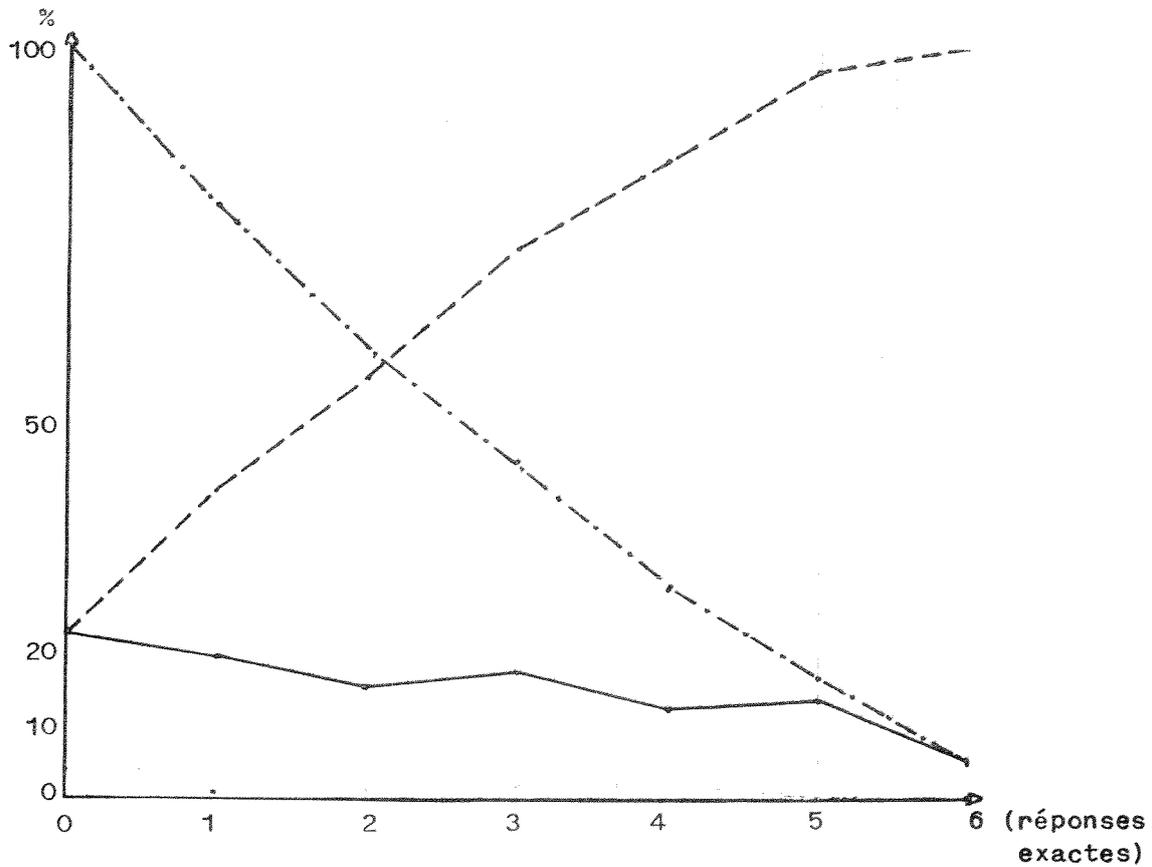


Ce graphique montre le pourcentage de chaque niveau suivant le nombre de réponses exactes (de 0 à 6). On constate comme toujours un net enchevêtrement des 6^e/5^e/4^e, alors que les 3^e restent en dessous pour moins de 2 questions exactes et passent nettement au dessus à partir de 3.

L'échantillon réduit comprenait 272 élèves. Seulement 7 (6 en 3^e, 1 en 6^e) réussissent un parcours sans faute sur les 6 questions, alors qu'ils sont 59 (plus de 20 %: 12 en 6^e, 9 en 5^e, 29 en 4^e et 9 en 3^e) à n'avoir aucune réponse correcte. La répartition globale suivant le nombre de questions résolues est illustrée par la figure 49: en trait plein, le pourcentage de l'échantillon pour chaque nombre de réponses (de 0 à 6), c'est à dire à peu près la loi de probabilité de la variable aléatoire associée; en pointillé, les effectifs cumulés (fonction de répartition); en trait mixte, la répartition de l'événement "réussir

au moins n questions" (n variant de 0 à 6).

Figure 49: Répartition de l'échantillon suivant le nombre de réponses exactes.



Le tableau 9 donne la grille des réussites comparées aux différentes questions (dans l'ordre, R signifiant réussite, E échec):

EEEEEE	59	RRREER	3	RRREER	18
REEEEE	8	RREREE	9	RREREE	1
EREERE	29	RREERE	10	RREERER	3
EEEREE	2	RREEER	1	RERREER	1
EEEREE	6	REEREE	1	RERRER	1
EEEEER	7	REEREE	1	REERER	1
REEEEE	21	REERER	9	REERER	1
REREER	2	REERER	1	ERRRRE	1
REEREE	6	REEERR	1	ERRRER	2
REERER	6	ERRREE	1	ERRRER	2
REERER	4	ERRERE	1	ERERRR	1
EREREE	3	ERRRER	6	EERRRR	9
EREERE	3	ERERRE	1	RRRRRE	3
EREERER	1	ERERER	1	RRRRER	2
EERREE	1	EREERR	1	RRRRER	21
EERERE	1	EERRRE	1	RERRRR	7
EEREER	1	EERRER	3	ERRRRR	7
EEERRE	1	EEERRR	3	RRRRRR	7
EEERER	1	RRRREE	3		
EEEERR	1	RRRERE	3		

Il est significatif que plus de la moitié des élèves ne dépassent pas deux réponses justes. Or l'échantillon réduit, si ses moyennes sont voisines de la moyenne générale pour chaque question, est d'un niveau plutôt supérieur. Dans certaines autres classes, la configuration EEEEE est le fait de 13 élèves sur 15! Les résultats que nous présentons ici, déjà médiocres, sont probablement exagérément optimistes.

Tableau 10: Comparaison des moyennes par question pour l'échantillon réduit et pour l'ensemble.

q	% réduit	% global	Différence
1	51	49	+ 2,5
2	60	54	+ 5,6
3	16	12	+ 3,4
4	40	36	+ 4,3
5	43	37	+ 5,2
6	17	16	+ 1,4

Il faut malgré tout noter que l'échantillon réduit est meilleur surtout dans les questions faciles et habituellement bien réussies (q2, q5). Malgré tout, la différence entre ces moyennes doit rendre prudent.

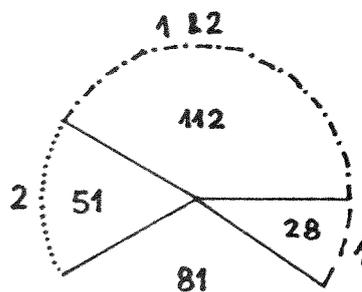
Corrélations entre les réponses aux questions

Certaines des questions étaient très voisines et on pouvait s'attendre à ce qu'elles soient résolues ensemble. C'était par exemple le cas pour les q1 et q2. Or dans ce cas, on observe que près de 30 % des élèves ont une réponse juste à l'une mais pas à l'autre. Nous nous proposons de montrer ces phénomènes pour chaque couple de questions.

Tableau 11: q1 / q2

		1	
		R	E
2	R	112	51
	E	28	81

Figure 50: q1 / q2



Les secteurs correspondant aux élèves qui n'ont réussi qu'une des deux questions sont loin d'être négligeables. Cette situation est la même si on compare q1 et q4, q1 et q5, q2 et q4, q2 et q5, enfin q4 et q5. On constatera que les q1 et q2 sont plus souvent réussies seules que les q4 et q5. De plus, la réussite commune de q1 et de q4/5 est à peu près la même que pour q2 et q4/5, alors que l'échec est ^{commun} beaucoup plus fréquent dans le premier cas que dans le deuxième. Il est enfin à relever que près de la moitié des élèves échoue à la fois à q4 et à q5.

Tableau 12: q1 / q4

		1	
		R	E
4	R	83	26
	E	57	106

Tableau 13: q1 / q5

		1	
		R	E
5	R	91	25
	E	49	107

Tableau 14: q2 / q4

		2	
		R	E
4	R	84	25
	E	79	84

Tableau 15: q2 / q5

		2	
		R	E
5	R	79	37
	E	84	72

Tableau 16: q4 / q5

		4	
		R	E
5	R	80	36
	E	29	127

Figure 51: q1 / q4

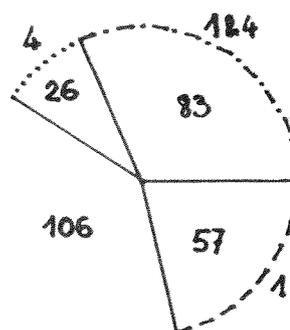


Figure 52: q1 / q5

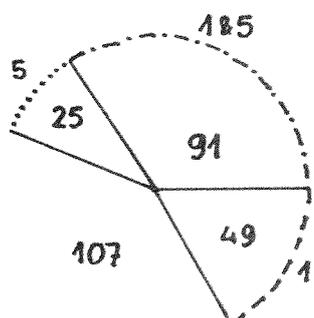


Figure 53: q4 / q5

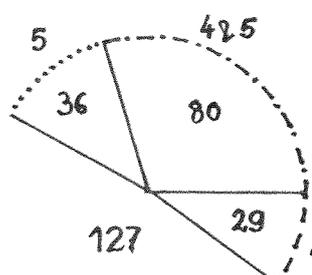


Figure 54: q2 / q4

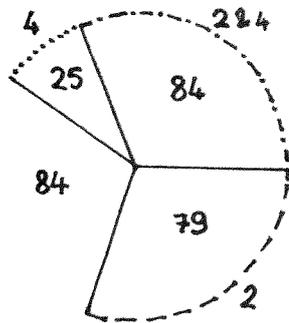
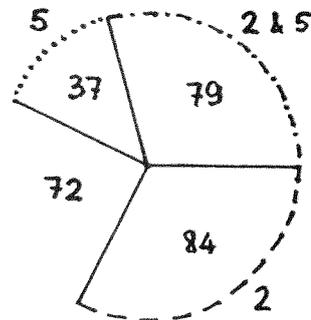


Figure 55: q2 / q5



On observe donc que ce ne sont pas les mêmes élèves qui font à la fois les mêmes questions. Dans chaque cas, il y a un pourcentage qui varie de 25 % à 45 % d'élèves qui ne fait qu'une question. Il se confirme que les deux premières questions sont beaucoup plus souvent réussies que les q4/q5. Il n'y a guère qu'un élève sur 11 qui réussit q4 et pas q2; par contre près de 30 % arrive au contraire. La réussite aux quatre questions faciles q1, q2, q4 et q5 n'est le fait que de 18 élèves (1 sur 15).

Reste les questions à échec. Comme on pouvait le prévoir, très rares sont les élèves qui réussissent q3 sans avoir réussi les questions faciles; il y a même deux élèves dont la seule réponse exacte est la q3. Toutefois, ces cas restent exceptionnels; leur nombre ne dépasse jamais 16 (q3 / q4 et q3 / q5, dont 6 ont réussi q3 mais ni q4 ni q5).

Tableau 17: q1 / q3

		1	
		R	E
3	R	32	11
	E	108	121

Tableau 18: q2 / q3

		2	
		R	E
3	R	37	6
	E	126	103

Tableau 19: q4 / q3

		3	
		R	E
4	R	27	82
	E	16	147

Tableau 20: q5 / q3

		3	
		R	E
5	R	27	89
	E	16	140

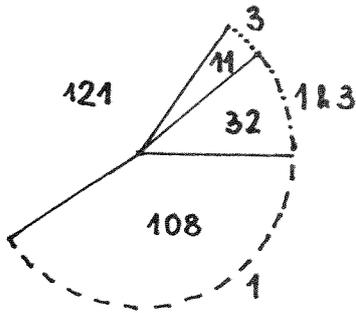


Figure 56: q1 / q3

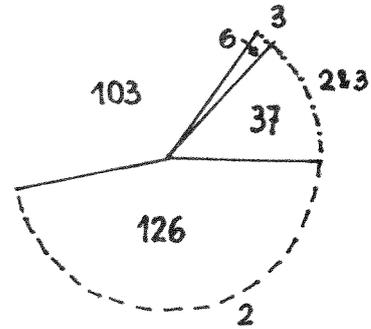
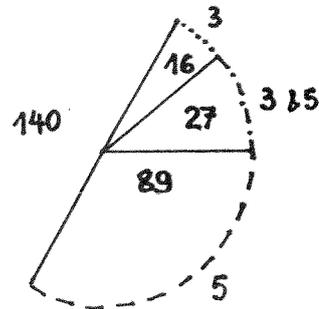
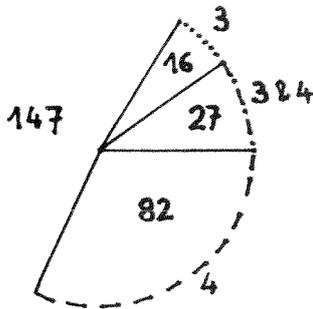


Figure 57: q2 / q3

Figure 57: q4 / q3

Figure 58: q5 / q3



L'échec conjoint aux q4/5 et q3 est une caractéristique de plus de la moitié des élèves.

Il est frappant de constater que la situation de la q6 est sensiblement la même que celle de la q3. Certes, elle a pratiquement le même taux de réussite, mais l'échec à cette question ne s'explique pas du tout de la même façon. On aurait pu imaginer que les q5 et q6, très voisines dans la résolution pourraient être résolues ensemble; nous savons déjà qu'il n'en est rien. Mais on aurait aussi pu penser qu'il était possible de réussir q6 sans q5, ce qui n'arrive que six fois (alors que le contraire se produit 76 fois). Le rapport réussite q6 seule / réussite totale q6 est 0,13; pour la q5, il est de 0,65.

Tableau 21: q1 / q6

		1	
		R	E
6	R	37	9
	E	103	123

Tableau 22: q2 / q6

		2	
		R	E
6	R	39	7
	E	124	102

Tableau 23: q4 / q6

		4	
		R	E
6	R	40	6
	E	69	157

Figure 56: q1 / q6

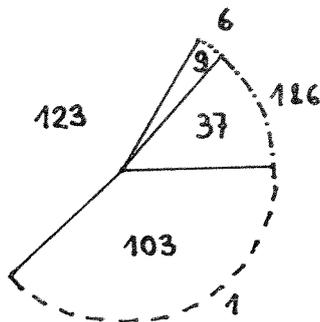


Figure 58: q4 / q6

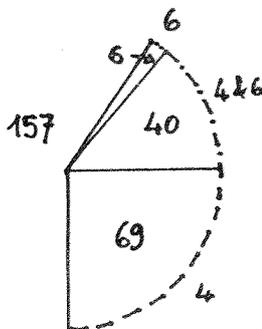


Tableau 24: q5 / q6

		5	
		R	E
6	R	40	6
	E	76	150

Figure 57: q2 / q6

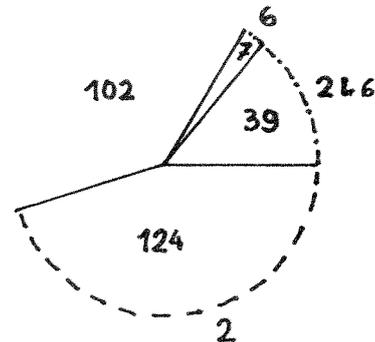
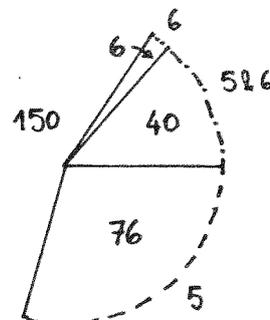


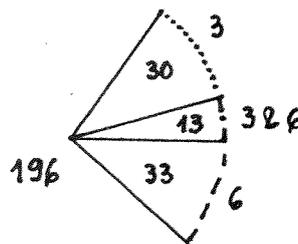
Figure 59: q5 / q6



Et il faut encore comparer ces deux questions, 3 et 6, que rien à première vue ne conduisait à tant se ressembler. Mais la ressemblance s'arrête enfin: rares sont les élèves qui ont su faire à la fois l'une et l'autre (13, c'est à dire 1 sur 21); encore ont-ils tous fait au moins deux questions de plus. Beaucoup plus nombreux sont ceux qui ont su faire l'une de ces questions mais pas l'autre (63 en tout). Prises séparément, q3 et q6 ont un très faible pourcentage de réussite; il y a néanmoins un quart des élèves qui réussissent l'une ou l'autre (ou les deux). Mais dans ce quart, 3 élèves sur 4 sont en 3°; il en reste 14 en 6... et 2 pour les niveaux 5°/4°... Si la faiblesse du résultat est observée en 4° parce que les élèves n'ont jamais étudié les pourcentages, c'est explicable. En serait-il de même maintenant?

Tableau 25 et figure 58: q3 / q6

		3	
		R	E
6	R	13	33
	E	30	196



Sans doute aurait-il été intéressant de procéder à d'autres comparaisons. Le temps nous a manqué pour pousser l'étude plus loin. Mais rien n'empêche de l'envisager. Il serait d'ailleurs intéressant de reprendre l'étude l'année prochaine, alors que tous les élèves du premier cycle, de la 6^e à la 3^e, auront "appris" les pourcentages.

Je n'ai jamais appris les pourcentages.

QUELQUES PERSPECTIVES EN GUISE DE CONCLUSION

De conclusion, il ne peut pas y en avoir.

D'abord parce que nous considérons ces résultats comme trop incomplets, trop partiels. Ils devraient être précisés, complétés, vérifiés, pour savoir s'ils constituent un portrait fidèle. Nous serions donc très heureux que d'autres collègues nous fassent part de leur propre expérience, ou fassent passer ce test à leurs élèves et nous communiquent leurs résultats.

Le sujet n'est pas vain. La proportionnalité n'est pas un simple outil de mathématicien, mais une notion de base dont les implications – dont les pourcentages – se rencontrent quotidiennement. Il est donc trop important en soi pour qu'on se contente de voir que 67 % d'une classe d'Ecole Normale ne sait pas manier correctement une telle notion. Sans fautes de calcul et surtout sans fautes de méthode.

De plus, c'est un sujet qui permet aux élèves un certain autocontrôle. Or on a pu observer à quel point même l'invraisemblance la plus complète des résultats n'est pas toujours un indicateur d'erreur. A ce sujet, il nous faut encore dire quelques mots d'une dernière observation, dont Paul Girault a relevé quelques résultats caractéristiques.

En janvier 1980, l'interrogation n°2 destinée aux étudiants de DEUG B comportait l'exercice suivant:

" Le Nevada connaît la croissance de population la plus rapide des U.S.A. La population est passée de 291 000 habitants en 1960 à 480 000 en 1970. On admet que la croissance est exponentielle.

- a) Quel est, en pourcentage, le taux de croissance annuelle?
- b) Au bout de combien de temps la population double-t-elle?

Cet exercice a donné lieu à d'énormes erreurs dont nous vous donnons quelques aperçus. Outre le fait que les étudiants n'ont pas su exprimer le fait que la croissance était exponentielle, ils ont commis les mêmes erreurs que les élèves de 6°: mauvais calcul, linéarité, invraisemblance des résultats sont courants dans leurs copies.

- + 130 % ; la population double en 0,53 ans
- + Règle de trois
- + 18,9 % ou 189 %
- + la population double en 154,7 ans; en 0,693 ans
- + $291000 - 480000 = 189000$ habitants de plus en 10 ans, donc on a une croissance de 18,9 % par an.
- + 180 %
- + $0,00053 \approx 0,053$ %
- + $0,013 \cdot 10^{-5} \approx 1300$ ans
- + $\frac{480000 - 291000}{10} = 18900$ soit 189 %
- + 18900 ; la population double en $3 \cdot 10^{-6}$ année (1 minute et demie!)
- + 1890 % ; la population double en $1,59 \cdot 10^{-6}$ seconde (ils en mettent un coup dans le Nevada!)
- + doublement en 1,38 ans (au lieu de 13,8)

Il y a donc de futurs biologistes qui admettent sans sourciller qu'une population humaine augmente de 1890 % par an et qu'elle double en un millionième de seconde (alors que les doublements les plus rapides, pour des populations microbiennes par exemple, demandent au moins 30 secondes). De telles erreurs sont inquiétantes. Les étudiants ont fait les mêmes bourdes que les élèves du premier cycle (alors qu'on leur rappelait que les pourcentages ne s'additionnent pas d'une année sur l'autre en admettant que la croissance est exponentielle). En fait, si k est l'augmentation annuelle et x_0 la population initiale, la population x_n après n années est: $x_0 \cdot (1 + k)^n$; dans l'exercice proposé, on trouvait $k = \sqrt[10]{\frac{480}{291}}$, soit environ 5,13 % ; le doublement se produit après une durée égale à $\frac{\text{Log } 2}{\text{Log } (1 + k)}$ ce qui donnait ici 13,85 années.

Il y a donc encore beaucoup à faire. D'une part pour que les pourcentages cessent d'être un jeu abstrait de mathématicien, d'autre part pour que les élèves essaient de ne plus affirmer avec bonne conscience les pires des calembredaines. Il serait peut-être intéressant de vérifier si les résultats seraient les mêmes en faisant passer le test en sciences naturelles ou en géographie.

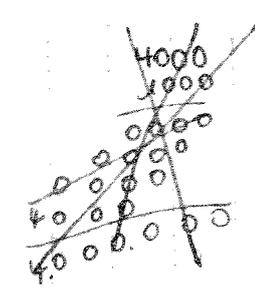
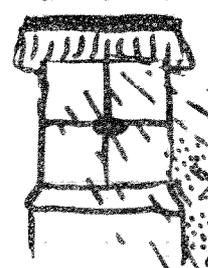
L'IREM de Strasbourg envisage de prolonger la réflexion sur ce sujet. Un groupe se proposera en 1980/81 d'étudier les problèmes que pose la proportionnalité dans le premier cycle. Ses résultats permettront peut-être de préciser ceux de cette enquête.

18750/100
0875/7

Nous accueillerons avec plaisir toutes les collaborations et toutes les observations qui pourraient être faites sur ce sujet.

18750/1
1875
2500
1875
06952
50/10 150
250
2500
14/12
14 x 5 = 70
5 = 10 70%
12 x 7 = 84
564
320/100
68
7
100
250/100
65
2500 x 750
66
12
222
66
100
082

100,000,000 / 30205 100,985 / 3
103850 / 334,05065360370832
132,350
12475
0153,00,0
0197,50,0
16 27,0,0
10 87,5,0
1 813,50
011 210,0,0
213,85,0
024
009
005
005
005
005
005
005



1000 . 6,5 = 6500 / 100
0 500 / 65
000

~~12000~~ tout
On aura en tout 13000 pour les intérêts
qui montent à 130 %.

 VIVE LA LEGION!

SOMMAIRE

Introduction 3

1. Les questionnaires 7

2. L'échantillon 9

3. Résultats globaux par classe 11

4. Résultats par question et par classe 17

 Etude par niveau 19

 Niveau 6° 19

 Niveau 5° 20

 Niveau 4° 22

 Niveau 3° 24

 Etude par question 28

 Question 1 28

 Question 2 33

 Question 3 37

 Question 4 41

 Question 5 45

 Question 6 49

 Corrélations 55

Quelques perspectives en guise de conclusion 64

Sommaire 67

