

PHILOSOPHIE ET MATHÉMATIQUES

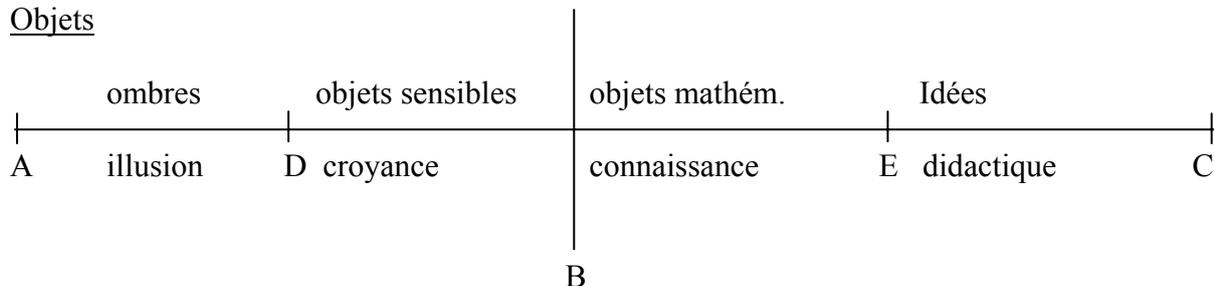
J.J. EPP, Professeur de philosophie
J. LEFORT, Professeur de mathématiques

1 – Le point de vue du philosophe

1) Philosophie et mathématiques

La passion de la philosophie pour les mathématiques est probablement contemporaine de la philosophie elle-même. Sans aller jusqu'à remonter aux Mythologies et à la Bible qui affectaient les nombres d'une valeur sacrée, rappelons simplement les mots bien connus gravés au fronton de l'Académie de Platon : "Que nul n'entre ici, s'il n'est géomètre". C'est que, tout comme Socrate, Platon faisait des Mathématiques une véritable propédeutique de la connaissance philosophique, allant jusqu'à lui accorder une place centrale dans son système de la connaissance : limite ou plutôt passage du monde sensible au monde intelligible. Sans atteindre le monde des Idées et des essences, qui ne sont pas de l'ordre du discours, les Mathématiques ne se confondent pas pour autant avec le monde sensible, mais elles en retiennent les symboles qui s'avèrent figures de l'intelligible. Pour en persuader son auditoire, Socrate ne dédaignait pas de tenir le langage du géomètre, langage qui se résume dans la figure suivante, bien connues, et que n'auront aucun mal à saisir des lecteurs plus rompus aux rigueurs des schémas qu'aux effets rhétoriques :

Objets



Facultés

Le segment AB correspond à l'opinion.

Le segment BC correspond à la science.

Ce qui permet la proposition suivante : $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DB} = \frac{BE}{EC}$

Mais il ne saurait être question ici de faire l'historique de la place des Mathématiques dans la Pensée philosophique et de la fascination qu'elles ont pu exercer sur elle : un volume n'y suffirait pas. Nous nous contenterons, beaucoup plus modestement, de poser ici le problème en termes d'Enseignement de la Philosophie et d'Enseignement des Mathématiques. Quels qu'aient pu être, dans l'histoire de la Philosophie et des Sciences, l'importance et le rôle, décisifs souvent, des rencontres entre la Philosophie et les Mathématiques, il faut bien

reconnaître qu'au niveau de nos classes Terminales, il s'agit encore de deux planètes, le plus souvent bien distinctes. En ce domaine, l'interdisciplinarité peut être, plus qu'une idée à la mode, un outil pédagogique non négligeable. C'est dans cet esprit que, Professeur de Philosophie, j'ai accepté de réaliser avec mon collègue de Mathématiques, J. Lefort, l'expérience commune suivante, dans une classe de Terminale C, à partir d'un sondage d'opinion. En voici résumé l'essentiel :

2) Un sondage d'opinion : Pourquoi ?

Pour ce qui est de la classe de Philosophie, le point de départ fut tout ce qu'il y a de plus empirique : à propos d'une discussion sur les problèmes de communication avec autrui fut évoquée la question des rapports entre générations et on fit allusion à un sondage Sofres paru précédemment dans le *Nouvel Observateur*, sous la forme d'un questionnaire aux jeunes français de 13 à 17 ans. Il fut proposé et accepté.

Si l'intérêt immédiat, en premier degré si j'ose dire, d'une telle expérience était essentiellement d'ordre moral, sociologique et politique, c'est surtout sur le plan pédagogique qu'elle pouvait s'avérer payante, dès lors que le Mathématicien y trouvait un moyen de sensibilisation à des méthodes mathématiques qu'il saura vous expliciter mieux que moi et que le Philosophe y trouvait un mode d'approche possible de la question des méthodes mathématiques dans les Sciences Humaines et, sur le plan plus général, celui de la nature de la pensée mathématique. D'où l'idée de la collaboration en séance commune. Ce peut être d'un impact psychologique non négligeable pour des élèves de voir s'abaisser une cloison, de voir un professeur de Mathématiques et son collègue de Philosophie prendre un même point de départ pour leurs préoccupations respectives, mieux, de se rejoindre dans une même réflexion : qu'une réflexion philosophique puisse s'alimenter de l'analyse d'une démarche mathématique et des mécanismes d'un raisonnement, qu'un mathématicien puisse prendre comme support pédagogique un fait de société, non dans le seul souci d'œuvrer dans le concret, mais aussi pour en mieux évaluer et discuter les risques moraux ou politiques, voilà qui ne peut que contribuer à unifier le savoir et à réaliser cette intégration des connaissances que vise toute pédagogie digne de ce nom.

Ajoutons enfin que la finalité proprement philosophique d'une telle expérience est d'ordre essentiellement épistémologique et qu'elle exige des prolongements : avec le concours du professeur de Mathématiques, parvenir à sensibiliser les élèves à la généralité du problème de la connaissance mathématique, découvrir ce qu'il peut y avoir de construit et d'a priori jusque dans nos démarches rationnelles les mieux maîtrisées, voilà comment, d'un sondage d'opinion, on peut rejoindre Kant et Descartes.

3) Les réactions et commentaires pendant le sondage

Il est possible d'exploiter les réactions immédiates des élèves pendant le déroulement de l'épreuve, parce qu'elles révèlent des difficultés inhérentes aux sondages eux-mêmes et au genre de démarche qu'ils impliquent. On pourrait les classer en 4 types de réactions.

a) Refus des questions, parce que trop générales ou au contraire trop imprécises. C'est-à-dire qu'on perçoit fort bien comment on court le risque d'enfermer la recherche dans des limites trop contraignantes ou au contraire d'esquiver les questions en les noyant dans un

problème trop général.

b) Insuffisance des possibilités de réponses. L'élève ne peut admettre de voir les nuances de sa personnalité, la diversité et la complexité de ses choix et de son jugement réduites au schématisme d'une réponse par oui-non-sans opinion- ou au manichéisme d'un jugement favorable, défavorable ou neutre. Au delà des difficultés de réponses à une question, c'est toute la nature de l'approche mathématique des faits humains qui est en cause peut-on analyser schématiquement des conduites, mêmes collectives, sans trahir leur signification et leur portée ? Peut-on faire fi de la vérité subjective d'un comportement ?

c) Les premiers commentaires après-sondages, laissent surtout apparaître la crainte d'avoir déformé inconsciemment ses réponses par le souci, inconscient mais réel, de se rapprocher d'un supposé modèle moyen ou au contraire celui de s'en distinguer.

d) Enfin, une crainte réelle du caractère "définitif" de l'image collective qui ressortira du sondage, opposée au caractère mouvant et changeant des comportements de fait. Le sondage a quelque chose d'irréversible, de figé dans le temps. C'est toute la relativité du savoir qu'on peut découvrir par ce biais.

2 – Le point de vue du mathématicien

1) Introduction

Pour la plupart des élèves, c'est-à-dire pour ceux qui ne feront pas des mathématiques l'instrument essentiel de leur future profession, notre discipline se doit d'être ouverte sur le monde. L'Enseignement des mathématiques dans le secondaire ne doit pas avoir pour finalité la formation d'une petite élite parmi les Terminales C. Nous devrions pouvoir enseigner à tour de rôle dans toutes les sections et à tous les niveaux.¹

Conscient de ce problème, enseignant en 1^{ère} G1, j'ai essayé de montrer de quelles façons sont utilisées les statistiques dans les médias. Cela m'a conduit à rédiger un texte sur les sondages, texte que l'on trouve dans ce numéro 19 sous le titre : "*Les sondages d'opinion : Une forme de mensonge ?*" et que j'utilise pour mes cours de statistique à présent.

Au hasard d'une discussion avec un professeur de Philosophie, M. Epp, nous remarquâmes que partant de points de vue fort différents nous avions des motivations voisines et des buts identiques. Comme ce professeur l'a expliqué ci-dessus, cela nous a conduit à envisager un cours commun dans une TC². Faute de temps, je n'ai commenté que deux questions pour démontrer la façon de biaiser les réponses.

¹ Cela n'est pas toujours administrativement possible, à cause entre autre de la coupure 1er - 2ème cycle. Mais combien de professeurs exigent chaque année d'avoir toujours les mêmes bonnes classes ?

² Je n'enseigne pas en TC, ce qui laisse entendre qu'on peut faire de l'interdisciplinarité avec d'autres élèves que les siens.

2) Étude des questions 3 et 4

<u>Question 3.</u>	résultats Sofres	résultats élèves
Avez-vous déjà eu des relations sexuelles ?		
oui souvent	7	2
oui exceptionnellement	12	5
non	76	59
refusent de répondre	5	34
	100	100

<u>Question 4.</u>	Sofres	élèves
A quel âge avez-vous eu votre 1ère relation sexuelle ?		
avant 13 ans	9	10
à 13 ans	13	0
à 14 ans	28	0
à 15 ans	30	30
à 16 ans	13	0
à 17 ans	4	10
refusent de répondre	3	50
	100	100

3) Un commentaire d'élève

Les nombreux refus de répondre à la question 3 s'expliquent par les conditions de non anonymat véritable en classe. On peut constater que, contrairement à l'opinion générale, les mœurs et surtout celle des jeunes se relâchent, très peu d'entre eux ont des relations sexuelles régulières. Un certain nombre, surtout au plan national, n'hésite même pas à affirmer qu'il n'en a jamais eues. Ceci contredit un écho sous entendant qu'on en a honte, ou qu'il faut pouvoir se vanter devant les copains. La différence est probablement due à l'âge ici seulement des - de 18 ans.

Pour la question 4, le gros pourcentage de - de 13 ans chez les lycéens est dû, d'après le groupe, à quelques plaisantins. D'autre part nous avons vu comment ces chiffres peuvent varier suivant le mode de comptage. On peut pourtant constater que, tant au plan local que national, 15 ans est l'âge le plus fréquent. Je pense que nous voyons un rajeunissement par rapport aux générations précédentes, mais je n'ai pas d'élément de comparaison.

4) Commentaire du professeur de mathématiques

Au dire du Nouvel. Observateur, le sondage a été effectué par la Sofres du 9 au 14 septembre 78 sur un échantillon national de 800 jeunes représentatifs de l'ensemble des jeunes français âgés de 13 à 17 ans par la méthode des quotas (sexe, âge, profession du chef de famille,

région, catégorie d'agglomération).

On peut donc considérer que les résultats ont 95 % de chance d'être exacts à $\pm 3,5$ % près.

Mais la question 4 est conditionnelle. L'échantillon pour cette question n'est que de $\frac{19}{100} \times 800$ soit 152 personnes. Dans les mêmes conditions la précision n'est plus que de ± 8 %. Cela diminue prodigieusement la signification des résultats.

De plus la précision est bien moindre que cela quand on augmente l'âge de la première relation sexuelle. En effet ceux de la tranche d'âge "13 ans" ne peuvent pas répondre 15 ans comme âge de leur première relation sexuelle.

Prenons le problème à l'envers et supposons que dans la population totale des individus de plus de 17 ans il y ait :

1 % qui ait eu leur première relation sexuelle à 13 ans
 2 % " aient " " " " " " 14 ans
 4 % " " " " " " " 15 ans
 6 % " " " " " " " 16 ans
 9 % " " " " " " " 17 ans

et supposons que le phénomène soit stable dans le temps. Interrogeons 100 personnes de chaque tranche d'âge de 13 à 17 ans. En moyenne on trouve en pourcentage le tableau suivant :

tranche d'âge	1 ère relation sexuelle à					total cumulé
	13	14	15	16	17	
13 ans	1					1
14 ans	1	2				4
15 ans	1	2	4			11
16 ans	1	2	4	6		24
17 ans	1	2	4	6	9	46
TOTAL	5	8	12	12	9	

Dans le cas présent 46/500 personnes (9,20 %) ont déjà eu une relation sexuelle et parmi ces 46 personnes :

5 soit 10,9 % l'ont eue pour la 1ère fois à 13 ans
 8 soit 17,4 % " " " " " 14 ans
 12 soit 26,1 % " " " " " 15 ans
 12 soit 26,1 % " " " " " 16 ans
 9 soit 19,5 % " " " " " 17 ans

On voit ainsi très clairement de quelle façon sont biaisés les résultats et comment apparaît un maximum aux alentours de 15 ans. On voit aussi que le dernier résultat (19,5 %) n'a porté que sur les individus de 17 ans qui ont déjà eu une relation sexuelle soit 22 personnes tandis que le 1er résultat pour les 13 ans (10,9 %) porte sur les 46 personnes.

Peut-on à partir des résultats du Nouvel Observateur retrouver des valeurs correspondant plus à la répartition exactes dans la population. Pour cela il nous faut faire le raisonnement en sens inverse en supposant que :

- Les classes d'âge considérées sont identiques numériquement dans les échantillons (une pyramide des âges nous prouve le contraire)
- Le comportement des adolescents est statistiquement constant pendant cinq ans

(constance des mœurs).

Alors, d'après l'échantillon du Nouvel Observateur, chaque classe comprendrait 160 individus ; d'où la constatation suivante :

non réponse	av. 13	13	14	15	16	17	
3	9	13	28	30	13	4	% sur 152
4	1	20	42	46	20	6	nombre d'individus
5	5	5	4	3	2	1	nombre de classes
1	3	4	10	15	10	6	nombre d'individus sur une classe d'âge de 160
1	2	3	6	9	6	4	% sur une classe d'âge
	8	8	8,5	9	10,5	14,5	intervalle de confiance au seuil de 95 %

La 1^{ère} ligne du tableau donne les âges.

La 2^{ème} ligne donne les % fournis par le Nouvel Observateur.

La 3^{ème} ligne transforme ces % en nombre d'individus (le total est donc de 152 personnes)

La 4^{ème} ligne donne le nombre de classes d'âges qui peuvent répondre dans cette colonne. Avec les hypothèses faites ci-dessus c'est par ce nombre qu'il faut diviser les valeurs de la ligne précédente pour obtenir le nombre d'individus d'une classe d'âge donnant la réponse indiquée.

C'est ce qui est donné à la 5^{ème} ligne.

La 6^{ème} ligne traduit en pourcentage la ligne 5.

La 7^{ème} ligne donne le demi-intervalle de confiance au seuil de 95 %. Pour le calculer, il faut connaître le nombre d'individus susceptible de fournir la réponse correspondante. Par exemple, pour 17 ans, c'est l'ensemble des individus d'une classe d'âge ayant eu des relations sexuelles soit $3 + 4 + 10 + 15 + 10 + 6 = 48$. Pour 16 ans, c'est l'ensemble des individus de deux classes d'âges soit 48 pour celle de 17 ans, mais 42 pour celle de 16 ans, puisque seuls 42 individus ont pu avoir des relations sexuelles dans cette classe d'âge (il faut ôter ceux qui en auront à 17 ans) ... etc.

Quelle valeur peut-on alors attribuer aux pourcentages obtenus. Par exemple $6 \pm 10,5\%$??

5) Conclusion

Le lecteur intéressé pourra se reporter au "Nouvel Observateur" en date du Lundi 16 octobre 1978 pour avoir la totalité des questions (18 en tout) qui portent sur différents aspects de la société (drogue, famille, libertés, racisme, projets d'avenir ...)

Mais plus que les questions elles mêmes, c'est l'analyse, sur un cas concret, des tricheries, volontaires ou non, qui a le plus intéressé les élèves : ambiguïté dans le libellé, questions conditionnelles ... Je souhaite simplement que la critique n'ait pas entraîné un rejet pur et simple du sondage d'opinion, qui reste un très important outil sociométrique.

Enfin une anecdote : le mot "sexe" reste tabou et qu'un professeur le prononce en classe et le proviseur aura droit à des remarques de certains parents !