Activitès mathèmatiques en classe de 6e

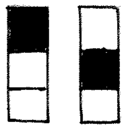
Cet article a été rédigé après quelques réunions du groupe A 2 de l'I.R.E.M. de Strasbourg. Il voudrait amorcer dans les colonnes de l'"Ouvert" un contact plus large avec des enseignants extérieurs au groupe et à qui leur pratique pourrait avoir fourni des éléments recoupant notre questionnement.

Autant il peut paraître judicieux que l'on souligne les idéologies sous-jacentes à la pratique actuelle de l'enseignement des mathématiques, autant il nous paraît indispensable de faire ressortir la place privilégiée que les mathématiques peuvent occuper dans le développement de l'enfant. Se borner à répéter aux enseignants que leur rôle est récupéré, dévié, néfaste, nous semble dans le contexte présent peu judicieux, d'une analyse sommaire et d'un effet opposé à celui recherché. Nous pensons plus utile de souligner le rôle spécifique de stimulant des fonctions mentales que peuvent jouer les mathématiques, outil d'éducation.

Notre pratique a attiré notre attention sur le fait que certains thèmes semblaient plus facilement s'inscrire dans cette optique que d'autres. Une utilisation plus souple des techniques d'enseignement nous a fait constater quelquefois qu'il"se passait quelque chose". Les mathématiques, d'une construction grandiose et respectable, invitant au silence, devenaient source d'étonnement, de confrontation, voire faisaient jaillir une étincelle de pensée s'appropriant un ailleurs que l'on ne supposait pas à la portée d'un enfant de 6º. C'est dans des occasions de naïf étonnement de ce genre que nous avons eu envie de raconter ces fragments de vécu à d'autres, en sachant bien que notre narration n'est jamais complète et ne présente ni des modèles, ni des vérités si ce n'est celles que des enfants sont capables de produire des mathématiques qui sont les leurs. Il est quelquefois bon de ne pas les en empêcher...

L'activité dont la description suit a été proposée à une classe de 6º de 24 élèves en novembre 77. Durée globale : 5 fois 50 mn.

<u>1ère séance</u> : Présentation : Prof, au tableau : " On dispose de deux sortes de cubes, par exemple des cubes verts et des cubes rouges. On veut construire des empilements de cubes d'une certaine hauteur, mais en se donnant comme règle que deux cubes rouges ne doivent pas se toucher :

Par exemple :  est permis  n'est pas permis "

(□ vert ■ rouge)

"Combien de sortes de tours est-ce qu'on peut construire avec un cube ?"

Un élève met les deux possibilité au tableau :

Prof : "Combien de tours différentes est-ce qu'on peut construire avec 6 cubes ?"

L' assistance est perplexe. Les uns sortent leur cahier de brouillon, les autres décrivent des possibilités oralement à leur voisin, d'autres encore ont l'air de ne rien faire du tout.

Un élève : "Je peux en mettre au tableau ? "

Plusieurs possiblités sont dessinées au tableau.

Prof. : "Est-ce qu'on les a toutes ?"

Un él.: "Non, j'en ai une autre."

Autre él.: "Il faut tous les chercher".

Prof. : "Le but de notre travail est donc tout d'abord de construire des tours avec des cubes rouges et verts en respectant la règle qui était..."

Un él. : "Un cube rouge ne doit pas toucher un autre rouge

Prof. : "Quelles questions est-ce qu'on pourrait se poser ?"

~~Un~~ él.: "Trouver toutes les tours avec 6 cubes"

Prof. : "Et encore ? "

Un élève : "Avec 100 cubes"

Cris d'effroi ...

Prof. : "Mais comment être sûr qu'on les a tous ?

Un él. :"Il faut chercher jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus".

Autre él. : "Il faut chercher avec de l'ordre"

Autre él. : "On regarde si les autres en ont plus."

L'activité de construction des exemples démarre. Tous les élèves s'affairent, y compris "les plus faibles".

Un él.: "On peut prendre d'autres couleurs ?"

Autre él. : "Moi, j'ai pris du jaune et du violet"

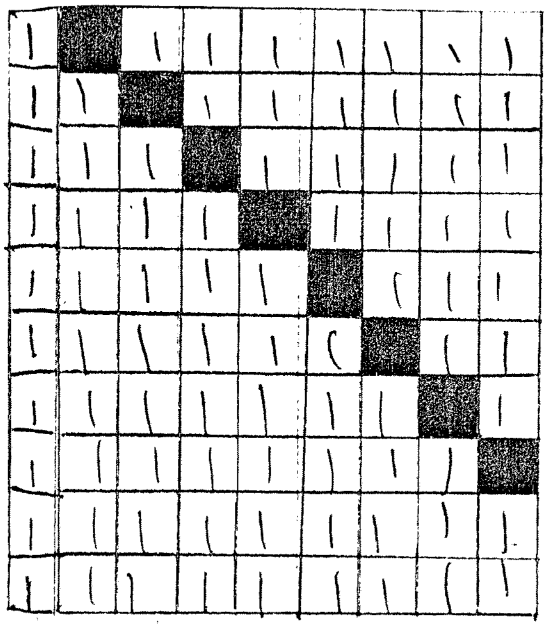
Signe d'accord du professeur.

Pendant le travail, le professeur passe parmi les élèves. Ses interventions visent à faire expliciter à l'élève ce qu'il est en train de faire. Le travail est strictement individuel. En gros on constate trois démarches :

a) Une dizaine d'élèves essayent de trouver les tours construites avec 6 cubes.

b) Un élève essaye de trouver les tours construites avec 10 cubes ; il m'explique qu'il en aura plus que les autres et me montre comment, méthodiquement, il dessine ceux qui n'ont que du vert, puis un seul rouge, et il me dit qu'il va continuer ainsi.

c) Les autres essayent des tours moins hautes : 3 cubes, 4 , 5 , ou alors commencent avec 1 cube, puis 2, etc...



exemple du b)
(seul exemple de méthode explicite de construction systématique)

Je prosède par ordre pour ne pas m'embrouiller
la 1er collone est composé que de rouge.
da 2e à la 11e collone Je fais une diagonale de noir.
Puis j'alligne une rangée de noir à la première ligne (en haut)
et je les distances des autres noirs par ordre (1,2,3,4,5,6,7,8, carreaux).

A la fin de cette première séance, des échanges d'informations entre élèves s'amorcent. Cinq élèves ont même déplacé leur table pour s'installer en deux groupes isolés du reste de la classe. Quand la sonnerie retentit, un élève annonce : "Il y a une règle".

<u>2ème séance</u> : Un élève rappelle le sujet du travail et la règle de construction des tours.

<u>Prof.</u> : "Qu'est-ce qu'on cherche ?"

<u>Un él.</u>: "On voudrait savoir combien il y a de possibilités avec 6 cubes ou avec un autre nobre."

<u>autre él.</u>: "On pense qu'il y a une règle"

<u>Prof.</u> : " Expliquez un peu..."

Elève : "Les nombres suivent une règle. On peut le voir si on écrit combien il y en a pour 1 cube, pour 2 cubes et ainsi de suite."

Un travail sur les suites de nombres a été fait dans cette classe à la rentrée de septembre.

Prof. : "C'est-à-dire que vous pensez que tous les nombres que l'on obtient suivent une certaine règle que vous avez trouvée ?"

Elève : "On n'est pas encore tout-à-fait sûr, on veut encore contrôler quelque chose."

Exceptés 7 élèves qui en restent strictement à la construction d'exemples, cette deuxième séance est pour la classe la séance de "recherche de la REGLE".

D'emblée, la plupart des élèves se groupent par 2, voire par 3 ou 4. Il reste aussi 3 isolés. Grande activité à l'intérieur des groupes. Pas de communication inter-groupe. Les rares tentatives sont vivement repoussées. Des hypothèses sont émises. Le professeur, après avoir fait vérifié l'exactitude de la règle trouvée pour les exemples réalisés, demande systématiquement : "Mais est-ce que c'est encore vrai pour la suite ?"

Ex. 1 :

Je pensait qu'il fallait additionnée 1 au premier nombre après 2.3.4.5 mais j'ai constatée que cela n'allait pas parce qu'il y a 13 et 8+4 ne fais pas 13
exemple : ~~2+3=5~~ 2+1=3+2=5+3=8+5=12

Je pense qu'il faut additionnée les chaque nombre par le nombre qui est juste devant lui:
2, 3, 5, 8, 13

Ex. 2 :

2 (+2-1)→ 3 5 9 etc...

Je pensais au début que l'opérateur était (+2-1)→
Mais si on continue ça donne 8. Donc cette règle est fausse.

$\underset{1}{(2}+\underset{2}{3)}=\underset{3}{5} \quad (\underset{4}{5+8)}=\underset{5}{13} \quad$ etc. $\underset{6}{21}$

Je pense maintenant que la règle est : Le nombre précédent + le nombre trouvé.
Donc pour une rangée de 1 il y aurait 2 possibilités.
Pour 2, 3 Pour 4, 5. Pour 5, 8. etc...

Ex : 3

C'est après avoir dessiné tous ces empilements de cubes, que j'ai constaté qu'il y avait une possibilité pour arriver à savoir combien y aurait-il de possibilité pour chaque empilement j'ai commencé par 2 cubes superposés et 3 cubes superposés. Si je prends le nombre de possibité (3) avec 2 cubes superposés et que je l'additionne au nombres de cubes (2) cela me donne 5, et je trouve le nombre de possibilités pour le suivant.

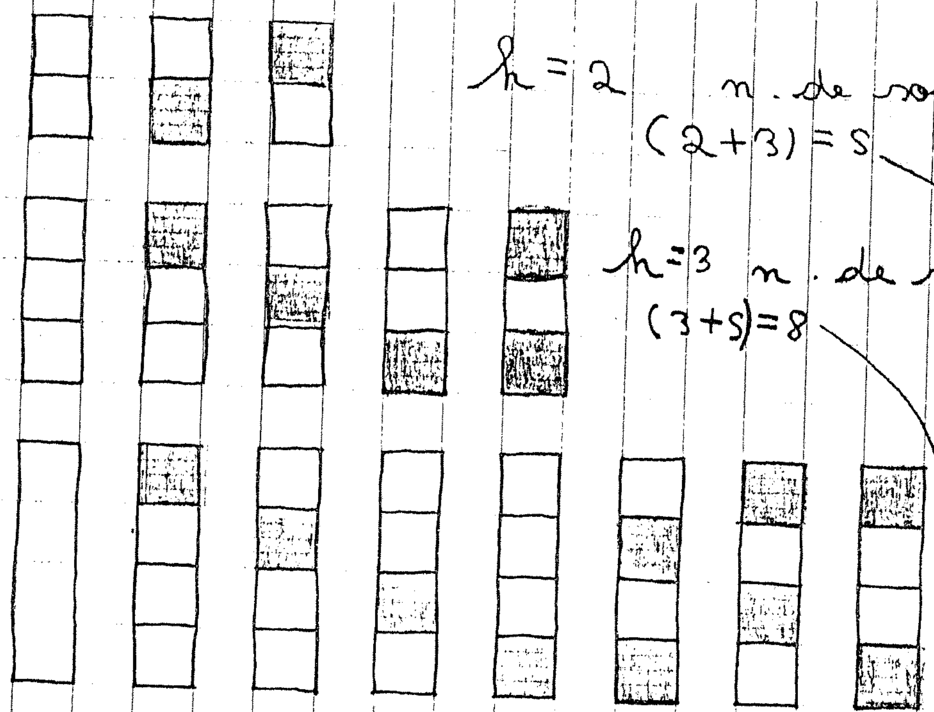
J'ai fait de même pour les suivants. à ce moment là je n'avais trouvé pour l'empilement de 5 cubes que 12 possibilités alors tout marchait très bien. Au bout d'un moment j'ai découvert une 13ème possibilité alors j'ai du tout recommencé, quelques instants plus tard tard j'ai trouvé une autre manière qui est celle-ci :

1 - 2
2 - 3
3 - 5
4 - 8
5 - 13
6 - 21

j'additionne les 2 nombres précédent et je trouve le nombre de possibilité pour chacuns des empilements.

Ex. 4 :

On a aditionné le nombre de solution + le n. de cubes de hauteur. Le nombre trouvé était le nombre de solution pour le suivant



h = 2 n. de sol. = 3
(2+3) = 5

h = 3 n. de sol. = 5
(3+5) = 8

h = 4 n. de sol = 8
(4+8) = 12

Jusqu'ici le système fonctionne mais quand je prends une hauteur de 5 cubes j'obtiens avec mon système 12 possibilités alors qu'il y en a 13.

Ex. 5 :

1/ J'ai tout de suite trouver la règle qui est : on additionne les 2 premiers et on trouve le 3ème, voici quelque escemples:

Les exemples qui précèdent illustrent cette phase de confrontation réalisations-règles, avec les interactions réciproques, les corrections successives.
A la fin de cette deuxième séance, la moitié de la classe cernait la règle juste.

3ème séance : La tentation de faire la synthèse du travail effectué, de dégager la règle, et de la vérifier par confrontation avec les exemples de tous, existe. Elle n'a pas lieu car la distance entre ceux qui ont avancé rapidement et les "plus lents" est considérable et les "lents" avancent toujours alors que les "rapides" manifestent des signes de piétinement. Il m'apparaît donc nécessaire de laisser encore du temps aux premiers et de pousser les seconds dans leurs retranchements. "Mais cette règle est-elle toujours vraie ?" Question inlassablement répétée à ceux qui ont "leur règle". De nouveaux exemples sont construits, qui ne permettent pas plus que les précédents de répondre ...
La rupture se précise, s'amplifie et finalement s'exprime :

" On ne peut pas répondre, çà n'a pas de fin "

" çà ne se termine pas "

" C'est infini ".

à suivre