Analyse de la thèse de F. Pluvinage

" Difficultés des exercices scolaires en mathématique"

Les exercices jouent un rôle important dans l'enseignement mathématique quelle que soit la pédagogie suivie. On voit d'ailleurs des enseignants choisir leur manuel sur le seul critère du nombre et de la variété des exercices présentés à la fin de chaque chapitre. Il ne fait de doute pour personne que les exercices peuvent être classés selon une progression allant du plus simple au plus complexe ou au plus "subtil". Et un enseignant se sent ordinairement en mesure de décider lesquels seront faciles pour sa classe et lesquels seront difficiles. Ce qui le guide dans une telle estimation est le contenu mathématique de la réponse à donner, modulé souvent par la similitude avec d'autres exercices déjà proposés et pour lesquels les résultats lui ont apporté satisfaction ou déception. Mais est-ce que cela permet vraiment d'apprécier ce qui fait la difficulté d'un exercice scolaire en mathématique ? En s'en tenant à ce point de vue, légitime dans la mesure où des connaissances doivent être acquises pour répondre à une question, on méconnaît cependant la difficulté propre à un exercice – Car on oublie que pour un élève "produire une réponse ne consiste pas seulement à restituer des connaissances ou à appliquer des algorithmes standards, mais surtout à indiquer l'aboutissement d'un processus d'optimisation" (p. 157).

En d'autres termes, il y a un écart entre le savoir faire couramment postulé par les enseignants lorsqu'ils disent : "les élèves devraient savoir faire cela" et les réponses effectivement obtenues. Cet écart ne signifie pas d'abord, contrairement à une réaction trop fréquente, que les élèves n'ont pas acquis les connaissances relatives à l'exercice qu'ils auraient dû savoir faire, cela est l'indice que la démarche ayant pour terme la réponse, a progressé dans la complexité opératoire de la résolution selon un principe d'économie. Selon les circonstances, dont certaines individuelles nous échappent, et dont d'autres, tenant à la façon de poser la question ou de présenter les informations, peuvent être contrôlées expérimentalement, le principe d'économie peut conduire à une réponse autre que celle attendue (par le professeur).

La difficulté d'un exercice scolaire ne peut être estimée uniquement selon la complexité des connaissances requises (envisagée par la classification N.L.S.M.A.) : il y a une autre dimension qui tient au coût de la procédure opératoire pour l'élève. Définir cette dimension avec précision et fournir à partir des réponses d'élèves quelques exemples de phénomènes relevant de cette dimension, tel est l'objet du travail de F. Pluvinage.

On peut considérer deux types parmi les exercices scolaires :

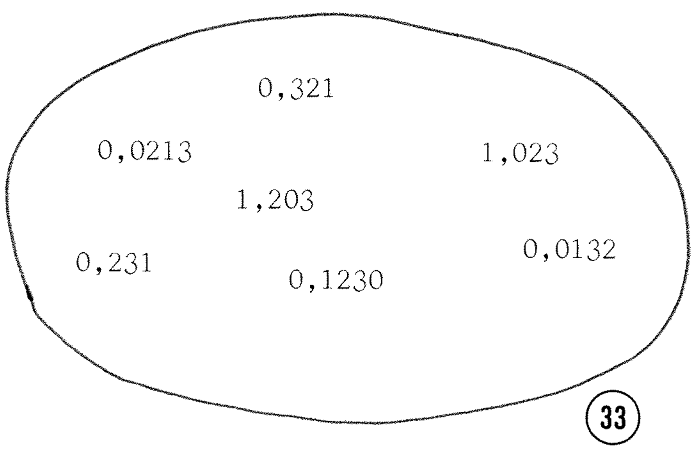
- ceux pour lesquels un ou plusieurs algorithmes de résolution a été fourni aux élèves par l'enseignement, ou dans lesquels l'énoncé oriente vers une démarche de résolution (p. 11),
- ceux pour lesquels "l'une au moins des associations d'idées d'une procédure de résolution ne soit ni indiquée dans l'énoncé, ni résultant de l'apprentissage" (p. 21).

Les premiers exercices sont dits être de type automatisme et les seconds de type heuristique. Mais le terme "automatisme" doit être pris dans un sens large : il inclut la possibilité d'"exercer des choix prédéterminés" (possibilité que possède un ordinateur digital courant) (p. 13). Bien que pour le didacticien ce soient les exercices de type heuristique qui fassent intervenir les phénomènes les plus intéressants, le travail de F. Pluvinage porte sur les exercices de type automatisme. Ces derniers en effet offrent pour la recherche une possibilité de comparaison : "on peut confronter les réponses avec l'algorithme de résolution donné dans le curriculum d'enseignement" (p. 51). C'est donc la complexité opératoire des exercices de type automatisme qui est étudiée. Dans cette étude la notion d'algorithme de résolution joue un rôle important. En l'envisageant sous l'aspect de coût d'une démarche de réponse, elle permet de mettre en évidence trois paramètres qui déterminent la complexité opératoire des exercices scolaires.

I. LA COMPLEXITE OPERATOIRE LIEE A L'ALGORITHME DE RESOLUTION

Le premier est naturellement le déroulement temporel de cet algorithme de résolution, c'est-à-dire le cheminement dans une suite d'instructions élémentaires à exécuter. Or une telle suite peut présenter ou non des branchements stricts ou des boucles. En d'autres termes le cheminement peut exiger ou non des choix ou des retours en arrière dans le processus de résolution (pp. 37-38). Il peut donc y avoir des algorithmes de résolution plus coûteux les uns que les autres et cela pour une question relevant du même niveau de complexité cognitive et présentant le même objectif dans la consigne. Pour mettre cela en évidence F. Pluvinage a proposé les deux questions suivantes.

1) Recopier en les rangeant du plus petit au plus grand les nombres décimaux de l'ensemble :



2) Cette fois pour les décimaux suivants, placer 1 dans la case située sous le plus petit, puis 2 dans la case du suivant, et ainsi de suite jusqu'à 7 dans la case du plus grand.

1,004	0,1010	0,004	1,0101	0,0007	0,0038	0,00369
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Ces deux questions proposent le même objectif et font appel aux mêmes connaissances : le rangement des décimaux. On pourrait donc croire en s'en tenant au critère cognitif que c'est la même question et que les réponses données à l'une varieront peu des réponses données à l'autre. C'est méconnaître que des consignes différentes vont induire des algorithmes de résolution différents. Dans le premier cas, la consigne invite à recopier le plus petit nombre trouvé et laisse donc la latitude de le rayer dans le diagramme. Pour chercher le nombre suivant il n'y aura plus besoin de le regarder, c'est-à-dire de le prendre en compte à la lecture. L'algorithme de résolution est donc ici linéaire. Dans le second cas au contraire la consigne en demandant de mettre un numéro dans la case correspondante ne laisse plus cette latitude, de sorte que pour la recherche du nombre suivant, il faut parcourir à nouveau la ligne entière, c'est-à-dire toujours prendre en compte sept nombres. Du fait que les nombres successivement choisis ne sont pas soustraits aux différentes lectures requises à chaque étape, il y a retour en arrière. L'algorithme de résolution est donc ici à boucles. Certes, rien n'interdit d'adopter une autre procédure : recopier par exemple sur un brouillon les sept nombres et les rayer au fur et à mesure de leur choix, puis reporter les résultats sur la feuille. Mais une telle procédure de recherche apparaît plus coûteuse et a moins de chance d'être adoptée. La question 2 comporte donc une difficulté que ne comporte pas la question 1. Cette difficulté n'est pas de nature mathématique, elle dans la façon dont on est invité à prendre en compte l'information donnée. La démarche de comparaison des nombres est plus complexe dans le cas de la question 2 que dans le cas de la question 1.

Les résultats viennent confirmer cette analyse faite avant toute passation (voir pp. 107-108 et p. 139). Pour mieux en souligner l'importance précisons qu'il conviendrait de distinguer ici deux démarches de comparaison dans la procédure de résolution.

- la première porte sur la recherche du plus petit nombre et correspond à la seule question : quel est le plus petit nombre des sept qui sont présentés ? Dès cette première étape la disposition perceptive des nombres, regroupés dans un diagramme ou rangés dans un ordre linéaire, induit des procédures d'exploration différentes. Et cela indépendamment de la consigne donnée.

- la deuxième porte sur le rangement des nombres donnés. Ici la différence dans les procédures de comparaison adoptées dépend principalement de la consigne (selon qu'elle demande de réécrire les nombres ou pas).

Les résultats obtenus par F. Pluvinage mettent en évidence l'effet global de ces deux démarches, sans les distinguer explicitement. On peut supposer que la différence significative obtenue est surtout dûe aux effets de la seconde démarche. Mais cela n'est pas entièrement sûr.

Indiquons brièvement les deux autres paramètres qui interviennent dans la complexité opératoire d'un exercice. L'un est le mode opératoire et l'autre le nombre de notions à utiliser.

Le premier paramètre envisageait seulement l'algorithme de résolution sous le seul aspect du déroulement temporel. Le second envisage le contenu des instructions, ou plus précisément la façon dont le traitement des données de l'exercice à chaque pas du déroulement de l'exercice, exige le recours à la mémoire (pp. 39-40). Ainsi les résultats associés à des données particulières sont pour les opérations arithmétiques directement en mémoire (les tables d'addition et de multiplication sont l'un des succès les plus sûrs de l'enseignement mathématique !). C'est là évidement un mode opératoire dans lequel la mémoire est plus sollicitée que lorsqu'il s'agit de lire des valeurs sur une table (trigonométrique par exemple). Il y a cependant des modes plus complexes que ces deux là. Ce sont ceux qui concernent les substitutions : substitution de valeurs numériques à des lettres, ou de lettres à d'autres lettres, comme dans la résolution d'équations... Dans ces derniers cas il faut non seulement "présentifier" des formules à appliquer (Que le lecteur n'accuse pas F. Pluvinage de ce vocabulaire barbare) mais aussi mémoriser certaines transformations faites.

Le troisième paramètre est plus aisé à concevoir : le nombre de notions à utiliser pour la résolution d'un exercice influe sur sa complexité (p. 42). F. Pluvinage rattache ce paramètre à une notion difficilement cernable du point de vue psychologique, celle "d'étendue du champ". Cela ne relèverait-il pas de la capacité de mémoire immédiate ? C'est une simple question qui mériterait d'être explorée. Dans le cas d'une réponse positive, il serait difficile de distinguer ce troisième paramètre du second. Mais cela n'infirmerait en rien la thèse selon laquelle la difficulté des exercices ne relève pas seulement de la "compréhension" des notions à utiliser. La difficulté est aussi ailleurs.

Cette analyse pourrait laisser croire qu'il est toujours possible, pour un exercice déterminé, d'isoler chacun de ces paramètres. Ce n'est pas toujours le cas. En revanche, il est plus facile de mettre en évidence l'effet global de la complexité opératoire sur les démarches de réponse, en tant que celles-ci obéissent à un principe d'économie ou d'optimisation. L'exemple que F. Pluvinage propose à titre d'expérience cruciale est l'exercice suivant.

Parmi les produits de deux des nombres suivants, lequel est le plus proche de 4 ? le plus proche de 2 ?

0,62 0,93 1,72 2,31 3,47.

Une première démarche de réponse consiste à effectuer tous les calculs. Dans ce cas, on peut s'attendre à ce qu'il n'y ait pas de différence significative entre les résultats pour l'item 1 (le produit de plus proche de 4) et l'item 2 (le produit le plus proche de 2) : les erreurs de calcul doivent se répartir de façon équilibrée. Cette première démarche ne relève pas du principe d'optimisation. Mais il est une autre démarche qui relève de ce principe, celle consistant à n'effectuer qu'un petit nombre de produits, déterminés par une procédure de choix. Dans l'hypothèse d'une telle démarche les deux items ne sont plus équivalents. L'item 1 est, d'un point de vue opératoire, moins complexe que l'item 2. Car "la rencontre fréquente de 4 comme carré de 2, jointe à la présence dans la liste de 1,72 (un peu plus petit que 2) et de 2,31 (un peu plus grand que 2, donc équilibrant 1,72), fait du produit 1,72 x 2,31 un "candidat" excellent. En revanche il n'y a pas de "candidat" aussi apparent dans le second cas, et, de plus, deux produits s'avèrent être très proches : 0,62 x 3,47 et 0,93 x 2,31". (pp. 93-94).

Deux démarches sont donc possibles et seule la seconde relève d'un principe d'économie. Laquelle des deux démarches les élèves adoptent-ils ? Si une différence significative apparaît entre les réponses aux deux items on sera en droit de penser que c'est la seconde.

C'est ce que les résultats confirment avec netteté (pp. 106-107 et p. 151 bas). La différence entre les réponses aux deux items est l'effet global de la complexité opératoire et non pas seulement la conséquence de simples erreurs dans les multiplications. Trouver le produit le plus proche de 2 n'est pas plus difficile mathématiquement que trouver le produit le plus proche de 4, mais opératoirement c'est plus coûteux. Les démarches de réponse sont des "conduites d'optimisation". Cette seule remarque suffit à justifier, d'un point de vue didactique, et pas seulement d'un point de vue pédagogique, la question trop souvent négligée jusque récemment : quelle est la signification de l'erreur ?

II. QUELQUES REGULATIONS PERTURBATRICES JOUANT DANS LA LECTURE DE L'ENONCE

Les aspects de la difficulté tenant à la complexité opératoire sont objectifs : ils peuvent être déterminés a priori, c'est-à-dire avant toute passation, et sont communs pour les individus d'une même population scolaire. Leur détermination dépend de l'algorithme de résolution de l'exercice proposé. Il en est d'autres, en revanche, qui dépendent étroitement des facteurs individuels. En premier lieu, il y a la motivation de l'individu. Elle nous échappe dans la mesure où elle renvoie à l'expérience particulière de l'individu et à l'état dans lequel il se trouve quand on lui propose l'exercice. Moins inaccessible est la détermination de l'objectif de l'exercice. Si cette détermination est évidemment liée à l'énoncé de la consigne -lequel peut expliciter, préciser ou non l'objectif- elle est non moins fonction de la lecture que l'élève va en faire. Et à ce titre elle va jouer un rôle dans la motivation selon les termes de l'énoncé qui retiennent davantage l'attention ou selon que la question est entendue.

Il y a enfin les deux phénomènes de l'équilibrage et du plongement, qui sont deux "composantes du champ associé à la motivation" (p. 50). L'équilibrage est la tendance à organiser selon une certaine symétrie les expressions symboliques qu'on lit ou qu'on doit transformer. Celle-ci peut être visuelle. C'est grâce à cette symétrie que le calcul de l'expression $a \times b + c \times d$ est réussi par une population plus large que celle qui habituellement respecte les règles de priorité. Ce qui n'est pas le cas pour le calcul de l'expression $a + b \times c$. Plus généralement cette symétrie attractive est une "symétrie de rôle" (pp. 114-115). L'équilibrage est une tendance suffisamment forte pour être susceptible d'entraîner chez certains élèves une remise en cause momentanée de la numération de position : lorsqu'il s'agit par exemple d'effectuer la somme de 2,258258... et de 1,7979... (pp. 44, 116, 143, 149-150). Le plongement est la "tendance individuelle à traiter une nouvelle notion par analogie avec les notions déjà utilisées" (p. 45). Comme exemple de plongement F. Pluvinage propose la réponse $(0,3)^2 = 0,9$ au lieu de 0,09. L'élévation au carré d'un décimal est traitée comme l'élévation au carré de deux entiers séparés par une virgule. La réponse $(0,3)^2 = 0,9$ a été relevée dans plusieurs enquêtes. Ainsi en 5e l'item $3,14 \times (0,3)^2$ obtient un taux de réussite de .14, en 4e de .45 et en 3e de .49. Toutefois dans cet item la présence d'un second produit à effectuer, celui par 3,14 "diminue encore la réussite à $(0,3)^2$ et favorise l'erreur de placement de la virgule ... par détournement d'attention" (p. 103).

Cependant l'équilibrage et le plongement, qui apparaissent comme des perturbations, ne viennent pas nécessairement augmenter la difficulté d'un exercice : ils peuvent parfois jouer en sens inverse comme dans l'exemple que nous citions plus haut. Ces perturbations relèvent-elles entièrement du comportement de l'individu ?

Elles se produisent à la lecture et à l'interprétation de la suite des symboles proposée comme expression mathématique à traiter et non point comme réalisation calligraphique. Nous serions tentés de dire qu'elles jouent dans l'identification même des signes écrits ou entendus. Elles sont donc antérieures à l'adoption par l'élève d'un algorithme de résolution. Relèvent-elles pour autant de facteurs individuels, comme ceux qui peuvent charger les mots du langage courant et qui engagent immédiatement certaines représentations et réactions ? Les perturbations de l'équilibrage et du plongement ne semblent guère plus liées à ces facteurs que peuvent l'être les illusions perceptives. On pourrait dire seulement que les mécanismes correcteurs sont plus ou moins développés chez les individus non pas en fonctions de l'âge, mais en fonction du cursus scolaire ! Ce qui ne revient pas tout à fait au même, car c'est reconnaître que ces deux phénomènes jouent de façon commune sur l'appréhension de la signification d'une expression que je n'ai pas produite ou trouvée moi-même. S'il en est bien ainsi (nous nous contentons ici d'effleurer un problème important, celui du rôle des signes dans la communication et dans le développement d'une connaissance), il n'est plus nécessaire de rattacher respectivement les phénomènes d'équilibrage et de plongement à l'aspect cognitif et à l'aspect opératoire des exercices, comme F. Pluvinage le fait (pp. 47, 50). Reprenons l'exemple proposé pour établir et illustrer le phénomène de plongement $(0,3)^2 = 0,9$ (pp. 43, 103, 105, 138, 150). Cet exemple appellerait une exploration plus systématique sur des questions telles que $(3,3)^2$ $(0,04)^2$ $(0,2)^2$ $(1,0)^2$ $(1,2)^2$. Mais ce qui nous intéresse ici est le point suivant. En supposant raisonnablement que l'attraction du plongement joue lorsque l'élève n'a pas à poser la multiplication et qu'il lit directement le résultat en mémoire (ce qui est le cas des nombres inférieurs à 10), cette attraction ne tient-elle pas à une lecture instantanée du chiffre 3 comme nombre 3 ? Le symbole "3" a pour l'élève, après l'apprentissage des entiers, un sens précis et fixé de même que l'arabesque "*table*" a après l'apprentissage de la lecture un sens précis. Ce sens n'est pas ou n'est plus notionnel, il correspond à l'identification immédiate de tel tracé comme signe de tel "objet". Sans cette identification nous ne pourrions jamais lire ou même entendre : il n'y aurait ques des traits figuratifs ou non et des bruits. Cette identification est la condition de la reconnaissance du sens notionnel lequel suppose toujours que les signes soient donnés dans le contexte d'une suite de signes formant une expression articulée ou une expression. Rien d'étonnant alors à ce que cette identification demeure tant qu'une autre identification plus différenciée l'ait peu à peu transformée. Que "3" soit intégré dans une écriture composée, dans (0,3) pour exprimer une notion nouvelle, cela ne lui enlève pas son identité de nombre comme l'intégration du mot table dans les expressions "table de bois", "table de bureau" n'enlève pas l'identité du mot table [Ce parallèle fera frémir car le système des chiffres ne fonctionne pas comme le lexique. Mais ce qui est ici en cause c'est l'interprétation des signes dans un apprentissage] . C'est en ce sens d'ailleurs que nous comprenons les remarques de F. Pluvinage sur "la différence de statut" à propos de Sup entre des items où il désigne une opération et des items où il désigne un nombre (p. 140). La différence de statut des symboles, caractéristique des signes et de l'écriture mathématique, est à nos yeux un aspect sémantique inséparable du rapport aux signes, dont l'appréhension est rendue possible, et aussi quelquefois troublée, par l'équilibrage et le plongement. Pour cette raison, qualifier ces deux phénomènes de "perturbation" ne nous paraît pas tout à fait heureux.

III. UNE METHODE POUR DECELER LES COMPORTEMENTS DE REPONSE A DES QUESTIONS

Il n'est pas besoin de souligner ici l'intérêt de toute cette analyse de la difficulté des exercices scolaires. Mais il est important de savoir si les faits sont en accord ou non avec cette analyse. Et plus particulièrement de savoir si les résultats recueillis par F. Pluvinage relèvent bien de l'interprétation qu'il en fait. Les questions proposées dans ses questionnaires sont aussi des exercices scolaires. Comment donc distinguer dans les réponses ce qui est dû à l'aspect cognitif, à l'aspect opératoire, à la motivation ou plus prosaïquement à la place de la question dans le questionnaire ? Nous voyons donc l'importance des problèmes de méthode, lesquels occupent d'ailleurs une grande place dans ce travail.

Les résultats recueillis proviennent de deux questionnaires. Le premier a été présenté en 1973 à des élèves de 5e, 4e, 3e et 2nde (chapitre 6). Ce questionnaire est classique dans sa conception, bien que F. Pluvinage ait pris la précaution essentielle de ne pas interpréter des réponses considérées isolément, mais des "variations de réponses à des questions "voisines"" (p. 93). Cela entraîne évidemment une contrainte dans le choix des questions. Outre que le caractère "voisin" des questions reste pour une grande part approximatif sinon très subjectif, l'étude séquentielle des résultats ne peut dépasser une observation directe : les relations entre les réponses à des questions différentes échappent parce que, vu la masse des informations, tous les croisements entre les réponses aux items ne peuvent être effectués. Aussi en 1974 un deuxième questionnaire fut proposé à des élèves de 3e, qui évite cette double limitation (chapitre 7).

L'originalité de ce second questionnaire est de se présenter en trois versions comportant des questions communes, des questions propres à deux des trois versions, ou à l'une seulement. Toutes les questions ne sont donc pas posées à tous les élèves. L'avantage de ce type de questionnaire est double. D'une part il permet une plus grande précision dans la variation des questions dites "voisines". D'autre part il se prête à un traitement d'analyse factorielle de correspondances.

Dans un questionnaire ordinaire, on ne peut interpréter plusieurs fois le même exercice en y introduisant un seul changement soit dans la consigne soit dans la donnée. La répétition neutraliserait les variations possibles de réponse. On doit donc se contenter d'un seul changement et, en général, on évite qu'il soit trop minime -ne serait-ce que pour ne pas donner l'impression de répéter la même question-. Avec les questionnaires à plusieurs modalités, il devient possible de faire des variations sur le même exercice et de mieux contrôler les variations introduites.

Mais c'est grâce à la possibilité du traitement de l'analyse factorielle des correspondances que le questionnaire à plusieurs modalités devient un instrument d'observation pour les comportements de réponse des élèves. Il est hors de notre propos de la présenter. Le lecteur qui désirera s'en faire une première idée pourra lire les pages 62-66 et 76-79 du travail de F. Pluvinage. Celui qui souhaiterait une explication technique et qui serait intéressé par les problèmes que soulève le fait de prendre en compte des questions qui n'ont pas été posées à tout le monde pourra lire les pages 67-73 et le long additif pp. I-XXXVII. Ce que nous voulons simplement souligner c'est que cette analyse permet une interprétation des résultats selon l'attraction décelée vers l'une ou l'autre des modalités, et par suite qu'elle met en évidence l'effet de telle ou telle variation introduite. C'est la première analyse des résultats selon le plan factoriel 1-2, appelé encore plan des modalités (pp. 133-135). L'axe 3, appelé encore axe des réussites et des échecs donne lieu à une deuxième interprétation. [Par réussite il faut entendre le ou les types de réponse que l'on veut analyser et par échec tous les autres types de réponse. A chaque analyse on peut évidemment changer le critère de ce qui a été considéré comme réussite] . Selon l'attraction vers la composante positive (réussite) de ce même axe, et selon la proximité ou non de l'origine, il est possible de distinguer trois secteurs qui séparent trois types de questions (pp. 136-137).

1) Les questions dites "faciles" : ce sont les questions pour lesquelles la réussite "ne veut pas dire grand chose" mais où l'échec en revanche est "significatif vis à vis du comportement d'ensemble".

2) Les questions dite "difficiles", à l'autre extrémité : ici c'est la réussite qui fournit pour chaque individu "une présomption sur la réussite d'ensemble".

3) Les questions dites "discriminantes" placées dans le secteur angulaire central. Plus les questions sont éloignées de l'origine et plus elles sont discriminantes. Pour ces questions l'échec et la réussite à ces questions sont significatifs pour le comportement sur l'ensemble du questionnaire.

Un tel type d'analyse permet d'aller au delà d'une simple description des résultats recueillis et de la recherche de quelques différences significatives ou de quelques corrélations entre les réponses.

En guise de conclusion, rappelons la conception sous-jacente à toutes ces analyses : "produire une réponse ne consiste pas seulement à restituer des connaissances ou à appliquer des algorithmes standard mais surtout à indiquer l'aboutissement d'un processus d'optimisation" (p. 157). Un élève ne produit pas la réponse à un exercice scolaire comme l'enseignant l'écrit sur sa feuille ou au tableau. Et la différence n'est pas d'abord de temps ou de rapidité. Il y a dans tout exercice scolaire d'autres difficultés que les difficultés mathématiques : celles-là sont parfois, sinon souvent, plus grandes que celles-ci. Certes de nombreux auteurs ont déjà relevé ce qui peut peser sur la production d'une réponse. Ainsi pour prendre l'exemple d'une enquête récente sur les difficultés éprouvées par des étudiants à propos des notations avec indices et du signe " Σ ", J. Grossel a signalé : l'influence parfois négative du cours, la confusion entre ce qui fait partie de la question et ce qui fait partie de l'hypothèse, la non importance attachée à certaines phrases de l'énoncé, le rôle du fait de penser qu'il faut arriver à tel nombre de réponses "oui", etc... L'enseignant reconnaîtra là certaines de ses observations personnelles.

L'originalité du travail de F. Pluvinage est d'entreprendre une exploration systématique des aspects non cognitifs de la difficulté des réponses (une question n'est en elle-même ni facile, ni difficile), et de montrer qu'ils ne sont pas accidentels, cela en vertu du principe d'optimisation : "En effet la pratique d'optimisation individuelle, même non consciente, est tout à fait générale" (p. 27). C'est là un secteur de recherche qui est ouvert et qui ne concerne pas seulement ceux qui s'intéressent à la didactique des mathématiques. Tout exercice devrait être examiné non seulement dans son contenu mathématique, mais aussi dans le coût probable de la démarche de réponse qu'il appelle. Même si un tel examen ne peut toujours être conduit à bien, il permet de découvrir qu'on ignore bien souvent ce qu'on demande effectivement quand on pose une question à un élève sous la forme d'un exercice.