LE SPHINX

Valeurs absolues

Monsieur Viricel nous a rendu visite à la permanence que tient l'Ouvert tous les mercredi de 14^h30 à 16^h30. Il nous a laissé quelques problèmes fort intéressants ; nous l'en remercions bien vivement

---

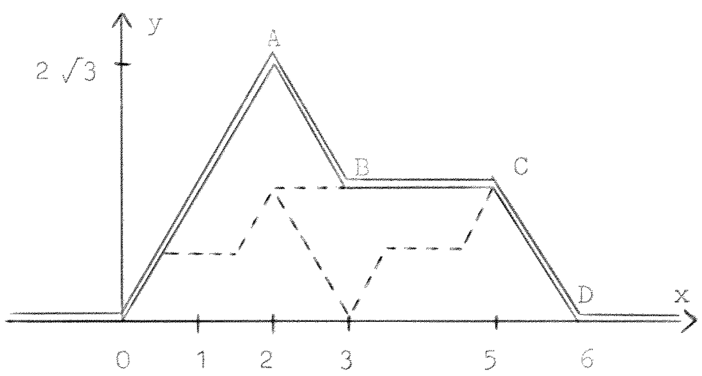
Tracer les courbes qui ont pour équation :

$$|x - 3| + |y - 1| = 4$$

$$|x + y| + |x - y| = 4$$

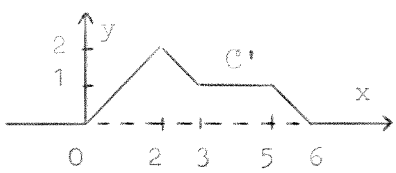
$$2|y - 4| = \sqrt{3}\,[\,|x - 1| - |x - 2| - |x - 4| + |x - 5|\,].$$

Trouver l'équation de la courbe (C)



Le trait a été doublé pour rendre plus visible la courbe (C) mais c'est le trait "intérieur" qui compte seul.

Pour simplifier l'écriture, appliquons à (C) l'affinité orthogonale d'axe Ox et de rapport $\frac{1}{\sqrt{3}}$



L'équation est de la forme :

$$y = a|x| + b|x - 2| + c|x - 3| + d|x - 5| + e|x - 6| + fx + g.$$

1° <u>Coefficients de x</u> :

$x < 0$	$\alpha = 0 =$	$-a$	$-b$	$-c$	$-d$	$-e$	$+f$
$0 < x < 2$	$\alpha = 1 =$	a	$-b$	$-c$	$-d$	$-e$	$+f$
$2 < x < 3$	$\alpha = -1 =$	a	$+b$	$-c$	$-d$	$-e$	$+f$
$3 < x < 5$	$\alpha = 0 =$	a	$+b$	$+c$	$-d$	$-e$	$+f$
$5 < x < 6$	$\alpha = -1 =$	a	$+b$	$+c$	$+d$	$-e$	$+f$
$6 < x$	$\alpha = 0 =$	a	$+b$	$+c$	$+d$	$+e$	$+f$

Ce système se résout très simplement

$a = \frac{1}{2}$, $b = -1$, $c = \frac{1}{2}$, $d = -\frac{1}{2}$, $e = \frac{1}{2}$, $f = 0$.

2° <u>Termes indépendants de x</u>

Pour $x = 0$, $2b + 3c + 5d + 6e + g = 0$; on obtient ainsi $g = 0$.

On peut, en utilisant les sommets de la courbe, s'assurer que les valeurs trouvées de "a" à "g" conviennent.

On aurait pu écrire deux sortes d'équations :

- soit en utilisant les sommets A B C D,
- soit en utilisant les ordonnées à l'origine.

On trouve :

$$y = \frac{1}{2}|x| - |x - 2| + \frac{1}{2}|x - 3| - \frac{1}{2}|x - 5| + \frac{1}{2}|x - 6|.$$

Il suffit d'appliquer à la courbe $\mathbb{C}'$ l'affinité orthogonale d'axe Ox et de rapport $\sqrt{3}$.

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}\left[\,|x| - 2|x - 2| + |x - 3| - |x - 5| + |x - 6|\,\right].$$

La courbe $\mathbb{C}$ et l'axe Ox délimitent un domaine décomposable en quatre autres qui lui sont semblables, comme il est indiqué dans la première figure, donc en 4^k autres qui lui sont semblables.