

LE CUBE

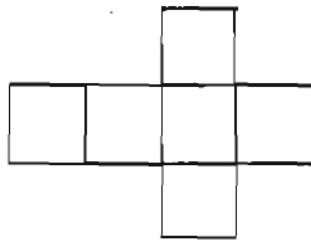
Groupe de manipulation de l'I.R.E.M.

De tous les polyèdres réguliers le plus connu, le plus commun aussi, est le cube. Ceci n'implique nullement que son étude est sans intérêt et au fur et à mesure qu'on étend le domaine des questions qui s'y rattachent on découvre des résultats insoupçonnés.

Construction d'un cube

Avant de construire un polyèdre avec du papier ou du carton nous dessinons sur la feuille le "patron". On l'appelle encore développement du polyèdre.

La figure suivante représente un développement du cube. Bien que ce soit pratiquement toujours celui-là qu'on donne, ce n'est certainement pas le seul possible.



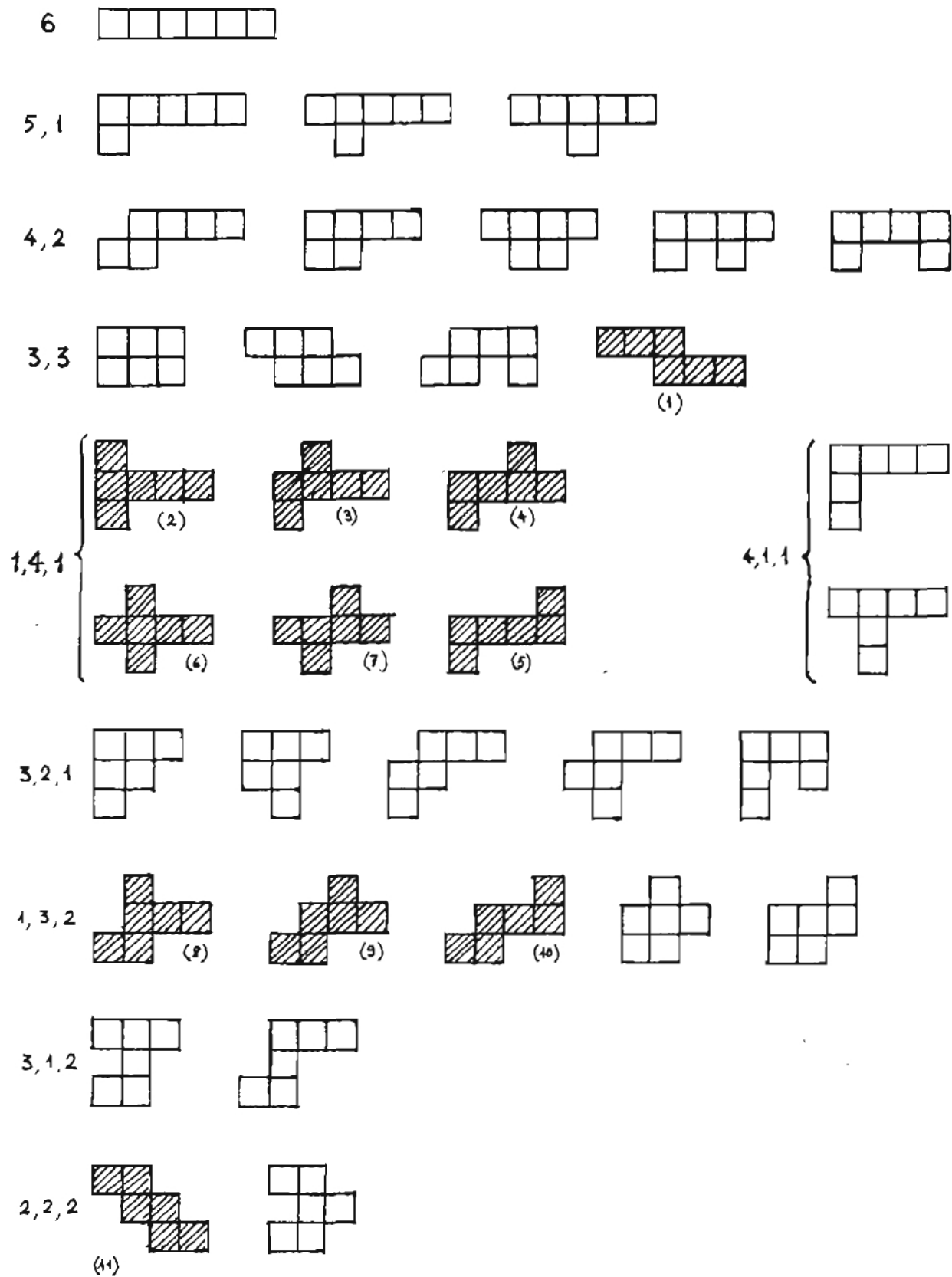
POLYMINOS :

On appelle polyminos ces formes curieuses qui recouvrent des cases adjacentes d'un échiquier. Pour cinq cases on les appelle pentaminos : ils sont au nombre de douze.

La figure ci-dessus nous donne un exemple d'hexamino : elle recouvre six cases adjacentes d'un échiquier.

PROBLÈME : Quel est le nombre des hexaminos ? Quels sont ceux qui peuvent être considérés comme les développements d'un cube ? Étudier le nombre des bandes de collage.

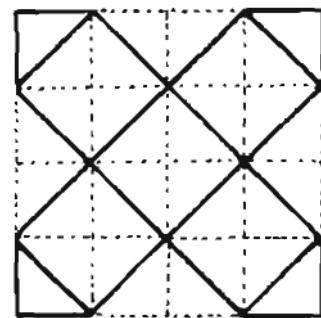
RÉPONSES : Il y a 35 hexaminos. Les voici classés d'après le nombre de carreaux par ligne. Onze d'entre eux sont des développements de cube. Ils sont hachurés. Quel que soit l'hexamino choisi parmi les onze acceptables il faut toujours sept bandes de collage.



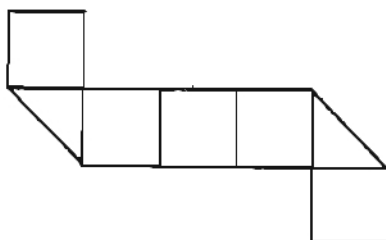
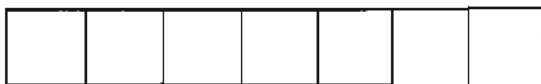
7 Problèmes et leur solution

- 1) Sur une feuille carrée, dessiner le développement permettant de construire le plus grand cube possible.
- 2) Quelle est la longueur de la plus courte bande de papier de 5 cm de large qu'on puisse plier pour former un cube dont l'arête mesure 5 cm ?
- 3) Si cette bande est noircie d'un côté, quelle est alors la longueur de la bande si on veut obtenir un cube dont la surface est entièrement noire ?
- 4) Un carré de papier de 9 cm de côté est noir d'un côté et blanc de l'autre. On le divisera en 9 carrés de 3 cm de côté. En ne découpant la feuille que selon les lignes que nous venons de tracer, est-il possible de plier la figure obtenue suivant les lignes tracées pour en faire un cube dont toutes les faces sont blanches ?
Le problème reste-t-il possible avec la figure de 8 carrés obtenue en découpant dans le carré initial l'un quelconque des carrés de 3 cm de côté ?
- 5) Sur une feuille rectangulaire de 9 cm. de large et de 18 cm. de long est-il possible de dessiner le patron d'un cube dont l'arête est supérieure à 3 cm ?
- 6) Est-il possible de juxtaposer les développements de deux cubes égaux pour obtenir le développement d'un cube d'aire double ?
- 7) Découper une feuille rectangulaire de 15 cm de large et de 20 cm de long en deux morceaux qui, juxtaposés, forment le développement d'un cube.

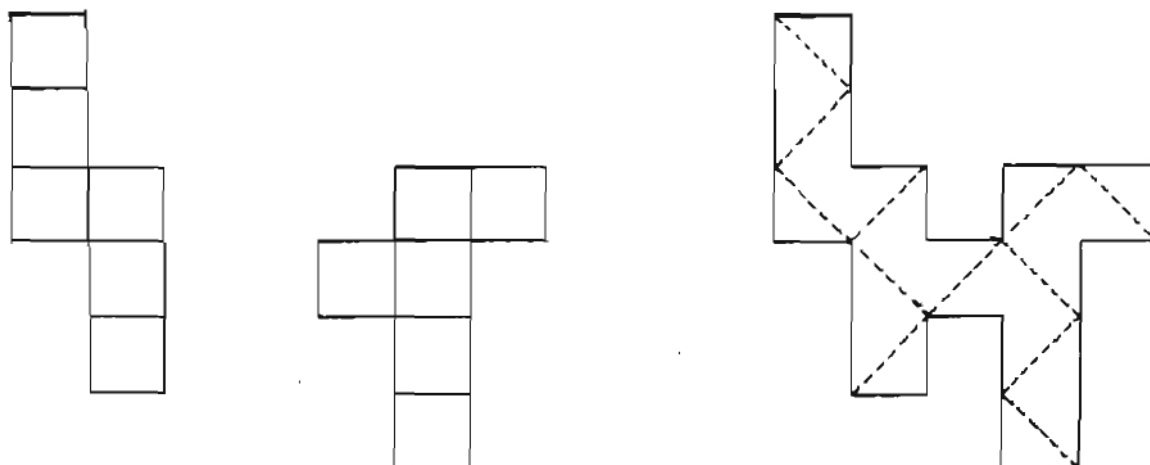
- 1) A côté des hexaminos que nous avons vus plus haut il y a évidemment d'autres développements comme celui-ci (qui répond à la question posée) et qui ne sont pas formés exclusivement de carrés.



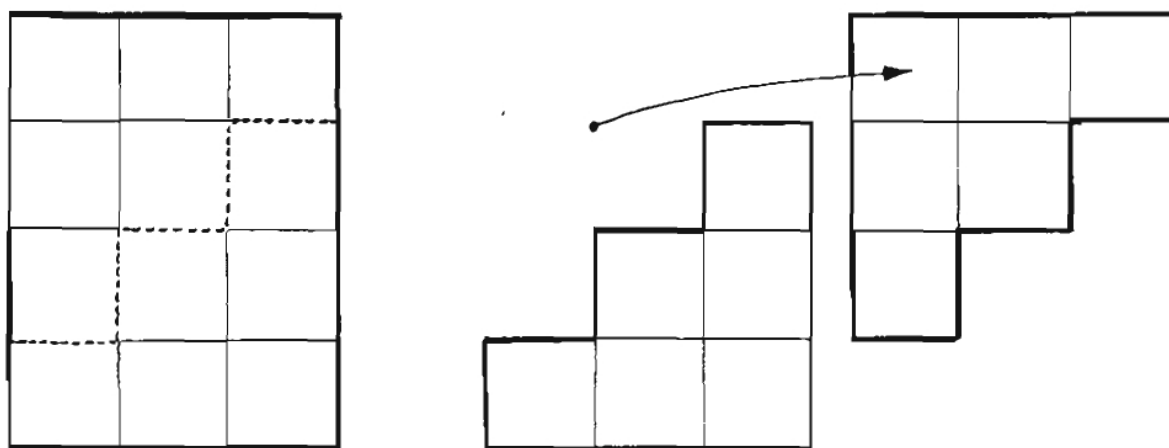
- 2) La longueur minimum de la bande de papier est 35 cm Les schémas suivants nous montrent le pliage.



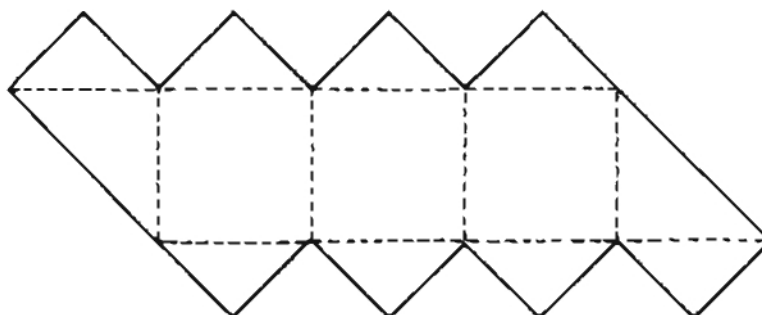
6) Voici une solution de ce problème obtenue à partir des hexaminos n° (1) et n° (3) .



7)



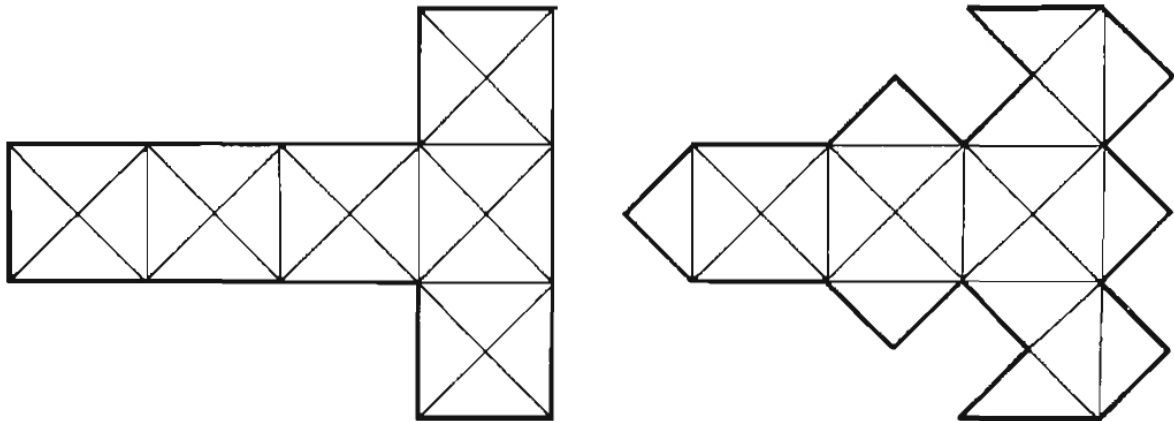
Découper la feuille suivant les pointillés et juxtaposer les morceaux comme l'indique le schéma ci-dessus. (échelle 3/10). Plier ensuite suivant les pointillés.



Manipulation

Découper dans du carton six carrés égaux d'environ 6 cm. de côté. Les colorier à l'aide de 6 couleurs différentes. Découper chaque carré en quatre triangles rectangles isocèles en suivant les diagonales. Réunir à nouveau les morceaux et former un hexamino représentant un développement du cube, Déplacer maintenant les morceaux triangulaires en prenant soin de ne les placer qu'en un endroit où la nouvelle figure puisse encore être reconsidérée comme un développement de cube.

La figure suivante nous en donne un exemple :



Cet exercice, destiné principalement à développer la vision dans l'espace, permet non seulement d'obtenir des formes de développement de cube extrêmement curieuses, mais aussi de trouver les solutions des problèmes 5), 6), 7) qui semblent peu aisés de prime abord.