

APPLICATION DE LA THÉORIE DES CATASTROPHES À L'ÉTUDE DES COMPORTEMENTS HUMAINS

E.C. ZEEMAN

Présentation par le professeur Bernard Morin

Monsieur Zeeman est aujourd'hui à Strasbourg pour être reçu Docteur Honoris Causa de l'Université Louis Pasteur, Samedi prochain. Et il mérite cette distinction pour trois raisons au moins :

- C'est tout d'abord un illustre universitaire qui a proposé et participé dès 1964 à la création du premier symposium de mathématique du monde, symposium qui, à la différence des colloques ordinaires doit durer une année pleine. C'est lui aussi qui a fondé en même temps que la nouvelle université de Warwick (G.B.) son département de mathématiques.
- C'est ensuite un chercheur ; c'est en effet lui qui a transformé en une œuvre cohérente (de 1954 à 1965 environ) tous les résultats jusqu'alors épars de la théorie des variétés linéaires par morceaux.
- C'est enfin sa participation et sa contribution à la théorie des catastrophes, théorie qui sera sans doute amenée à jouer un rôle aussi important dans l'étude des sciences humaines que les travaux de Leibniz en sciences physiques au dix-neuvième siècle. Dès 1962, Zeeman propose un modèle d'un fonctionnement physiologique du cerveau, modèle qu'il appelle "topologie du cerveau". parallèlement René Thom cherche à appliquer à la physique (physique quantique) ses méthodes sur les fonctions discontinues. Et c'est la confrontation réciproque de leurs travaux qui les amènera à créer la théorie des catastrophes.

Quand on sait que René Thom, bien qu'étant appelé à d'autres tâches, est toujours professeur de la faculté de Strasbourg, on comprend mieux la raison de la distinction qui honore aujourd'hui le professeur Zeeman.

Exposé du Professeur E.C. Zeeman

La théorie des catastrophes est la première méthode générale pour l'étude de la discontinuité. Elle a, dans l'étude du comportement humain, un champ d'application important puisque l'on remarque dans de nombreux exemples qu'un changement lent, minime et continu de l'environnement entraîne un changement brutal de l'attitude humaine. Or la théorie des catastrophes peut parfaitement rendre compte de ces faits, sans aucune déshumanisation,

contrairement à ce qui se produit trop souvent en mathématiques. En effet la théorie des catastrophes permet une synthèse qualitative.

1^{er} exemple : L'influence de l'opinion publique sur l'administration.

Soit F une fonction continue représentant l'opinion publique. Si l'administration maximalise l'appui de l'opinion publique, dans le cas ci-contre, elle sera amenée à suivre la politique x . Par exemple, dans une guerre, plus x est grand et plus l'action militaire sera forte.

Mais supposons maintenant que l'opinion se divise en colombes et en faucons. Alors l'administration adoptera la politique y par une variation continue de x en y . Supposons de plus que par suite de facteurs externes, il existe un flux continu des faucons vers les colombes de manière à obtenir bientôt une courbe à l'aspect ci-contre. Quel sera l'attitude du gouvernement ? Il est clair que l'attitude x_3 est la moins probable. Il est vraisemblable par contre, que ce sera l'attitude x_1 qui sera choisie, car :

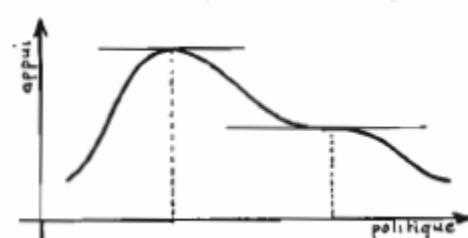
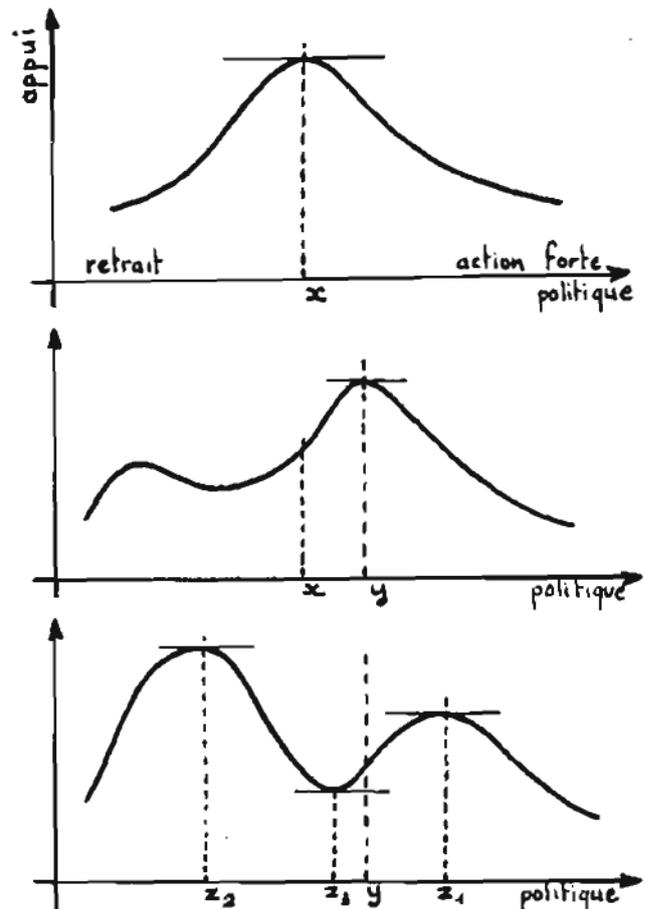
- Il faut prendre des décisions très vite (loi du moindre effort);
- Faute de renseignement, on ne connaît pas la dérivée en y ;
- La pression sociologique entraîne qu'un revirement fait perdre la face ;
- L'inertie entraîne un coût élevé pour un revirement politique ;
- La versatilité de l'opinion publique ne permet pas de renverser la politique à tout bout de champ

Par conséquent, il existe une **dynamique** D qui **maximalise localement** la fonction F . Il

s'ensuit que, malgré l'opinion publique, l'administration suit la politique des faucons et une politique de plus en plus dure à mesure que le peuple aspire à la paix puisque ce seront les plus tièdes des faucons qui passeront aux colombes, entraînant le gouvernement à accentuer son effort de guerre.

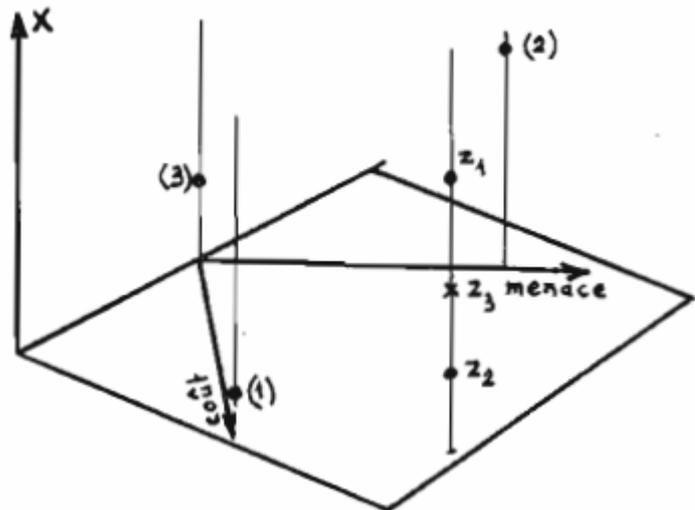
Mais si le flux continue vers les colombes, on arrivera au cas limite représenté par le graphique ci-contre ; alors la dynamique change brutalement de sens pour imposer au gouvernement une politique de paix. Ce revirement brutal est appelé une **catastrophe**.

Il est évident qu'on aurait pu échanger le rôle des colombes et des faucons sans rien changer à la théorie.



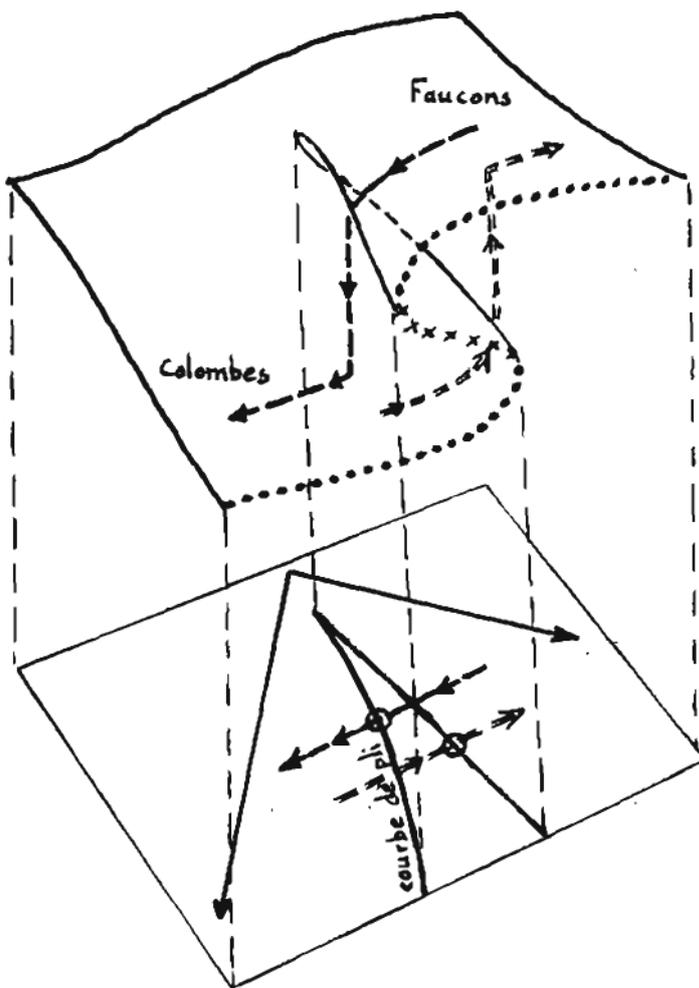
Essayons de représenter l'ensemble des phénomènes précédents d'une manière plus précise.

Pour cela schématisons les causes d'une politique militaire en la conjonction de la menace ressentie et des dépenses engagées. Nous appellerons **plan de contrôle** le plan engendré par les deux vecteurs unités de menace et de coût. Nous porterons verticalement les extremums des fonctions étudiés précédemment ; nous appellerons cet axe, l'axe des **effets** et le noterons X . Il est clair que si les frais engagés sont élevés pour une menace faible, la politique suivie sera faible (1). Inversement, si la menace est forte et les dépenses faibles, la politique suivie sera forte



(2). Dans le cas où menace et dépenses engagées sont faibles, la politique suivie sera neutre (3). Mais si menace et dépenses sont élevées, nous avons vu que l'opinion publique peut se diviser, donnant deux politiques possibles en z_1 et en z_2 avec une politique de minimum d'appui en z_3 (cf. croquis ci-

contre). En reliant ensemble tous les points et les croix précédents on obtient une surface lisse ; mais ce sont les points qui sont importants et non les croix car un point correspond effectivement à une politique suivie.



La projection de cette surface dans le plan de contrôle fait apparaître une courbe dite **courbe de pli**. La partie supérieure de la surface correspond à la politique des faucons et la partie inférieure à celle des colombes. Une politique dure **subit une catastrophe** au passage du pli : il y a cessez-le-feu (chemin $\rightarrow\rightarrow$). Inversement une politique d'apaisement (chemin $\Rightarrow\Rightarrow$) conduit à une déclaration de guerre ; c'est aussi une catastrophe

Quelques exemples de conflits récents.

En (1) les U.S.A. au Vietnam : C'est une nation riche qui se sent de plus en plus menacée et augmente en conséquence son effort de guerre alors que la menace devient constante et même diminue, et c'est alors seulement qu'il y a cesses le feu.

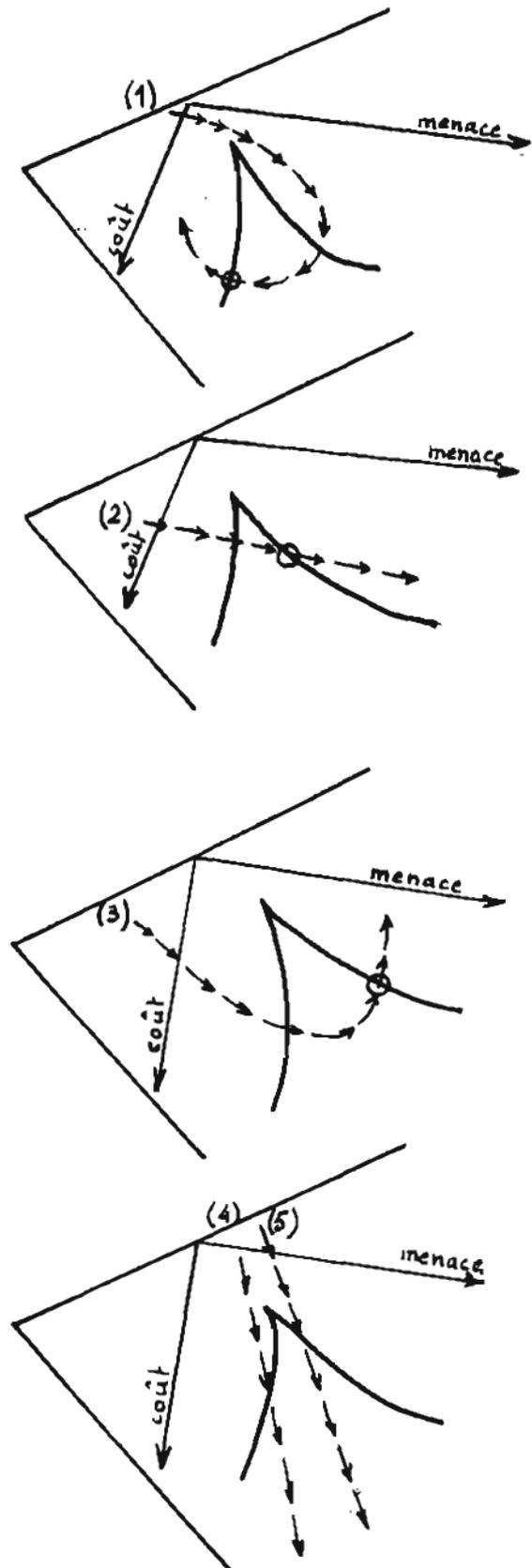
En (2) la Grande-Bretagne en 1939 : Elle suit une politique d'apaisement puisque ses dépenses militaires n'augmente pas alors que la menace croit. Cela n'empêche pas la déclaration de la guerre.

En (3) l'Égypte face à Israël en 1973 : C'est une nation très vulnérable et qui se sent très menacée ; elle suit d'abord une politique d'apaisement et s'équipe militairement ce qui diminue ses dépenses à long terme et c'est alors qu'Israël s'y attend le moins, puisque la menace n'a pas variée, que la guerre est déclarée.

En (4) et (5) les politiques respectives de l'URSS et des USA devant la crise cubaine : Les politiques initiales sont très voisines, mais l'URSS suit une politique plus pacifique que celle des USA. La guerre est évitée car l'adversaire peut à tout moment sauver la face ; sinon il y aurait eu passage du chemin (4) au chemin (5) et déclaration de la guerre.

Un phénomène analogue se présente souvent en biologie où une petite divergence au départ entraîne une grande divergence par la suite. A l'heure actuelle, la théorie des catastrophes est la meilleure mathématisation possible.

Si au lieu de raisonner comme il a été fait jusqu'ici en dimension deux, on augmente le nombre des dimensions, d'autres phénomène apparaissent ; c'est ainsi qu'en dimension quatre on peut expliquer le compromis.



Un résultat mathématique

Avant de continuer à citer des exemples, donnons un résultat mathématique :

Théorème : Soit C un espace de contrôle de dimension deux ;
 Soit X un espace de comportement de dimension arbitraire ;
 Soit F une fonction générique sur X ;
 Soit D une dynamique qui maximalise ou minimalise F .

Alors le graphique G des maximas de F est une surface dans $C \times X$ et la frontière de G se compose seulement des courbes de plis et des points anguleux.

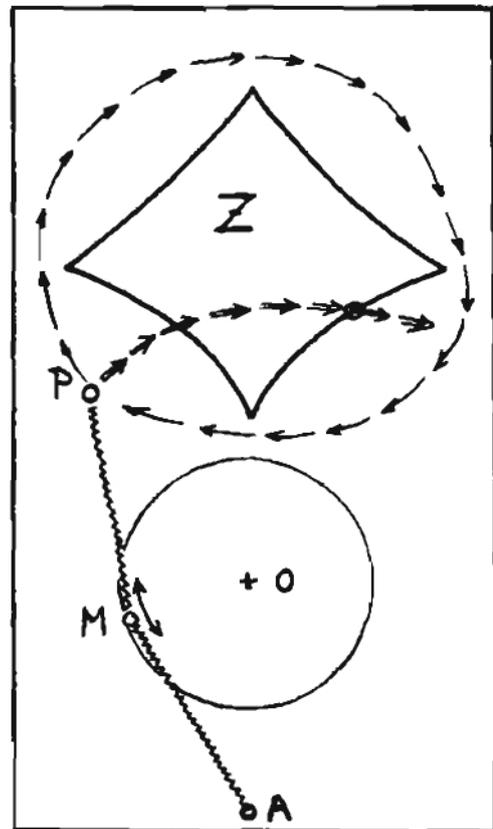
Ce théorème permet de déduire les quatre propriétés suivantes (propriétés qui ont été mises en évidence dans les exemples précédents) :

- bimodalité ;
- catastrophe ;
- hystérésis ;
- divergence ;

Si un phénomène naturel présente l'une de ces quatre propriétés il faut s'attendre à trouver les trois autres. Mais si la dimension de C est supérieure à deux, d'autres propriétés apparaissent.

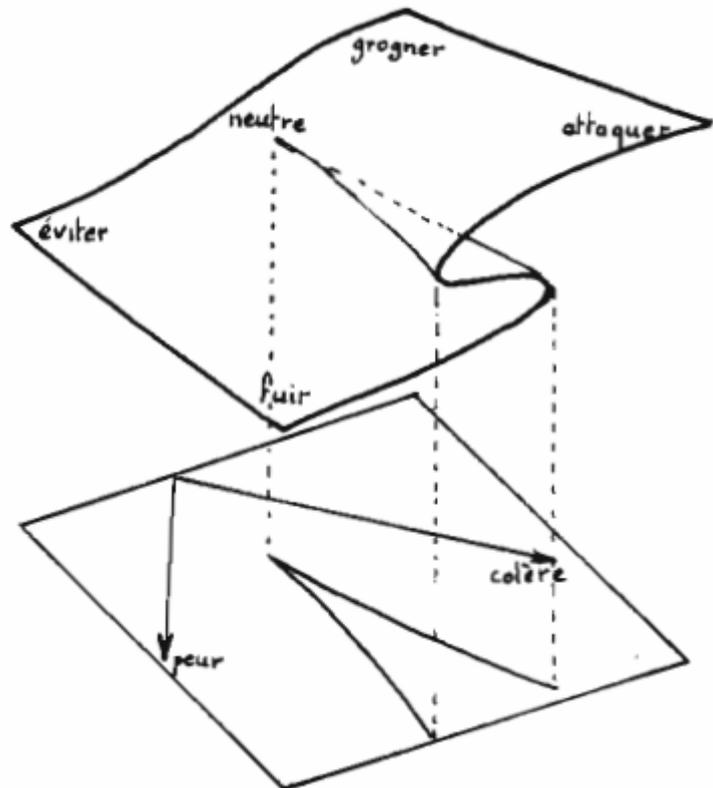
2^{ème} exemple : La machine à catastrophes.

Sur une planchette représentant le plan de contrôle, est fixé un cercle mobile autour de son centre O . Un point M de la circonférence de ce cercle est relié par deux élastiques d'une part à un point fixe A de la planchette et d'autre part à un point mobile P sur la planchette. Sous l'action des forces qui agissent en M le cercle prend une position d'équilibre qui dépend de la position du point P sur la planchette. Cette position d'équilibre est unique si P se trouve à l'extérieur de la zone Z qui a sensiblement l'allure d'un as de carreau ; mais il y a deux positions possibles si P est à l'intérieur de Z (voir dessin ci-contre). Étudions ce qui se passe quand on déplace P de façon continue : Si P suit un chemin continu qui contourne Z le point M varie continûment, et fait un tour complet ; par contre si P suit un chemin qui traverse Z , M passe brutalement d'une position d'équilibre à l'autre au deuxième passage de la frontière de Z : il y a catastrophe. Dans cette expérience, on retrouve facilement les effets de divergence en considérant deux chemins voisins passant de part et d'autre d'un point anguleux et d'hystérésis en considérant un chemin coupant deux fois la frontière de Z et que l'on parcourt en aller et retour.



3^{ème} exemple : Attitude d'un chien

Considérons maintenant l'attitude d'un chien qui face à la peur ou à la colère répond par la fuite ou l'attaque (et à un degré moindre par l'évitement ou le grognement). Si on excite un chien initialement calme, il finit par attaquer ; inversement si on augmentait sa peur, il finirait par s'enfuir. (Croquis ci-contre).



Des comportements analogues peuvent se rencontrer chez les humains ; or on sait que l'hypothalamus est à la base de ces comportements ; on pense donc que la théorie des catastrophes permettra une synthèse entre la psychologie et la neurologie.

Reste le problème de la mesure des différents facteurs, en particulier de la peur et de la colère. K. Lorenz a montré dans son livre "L'agression" que chez le chien les comportements de peur et de colère sont parfaitement déterminés, respectivement par l'inclinaison des oreilles et l'ouverture de la bouche.

Considérons alors les comportements humains suivants :

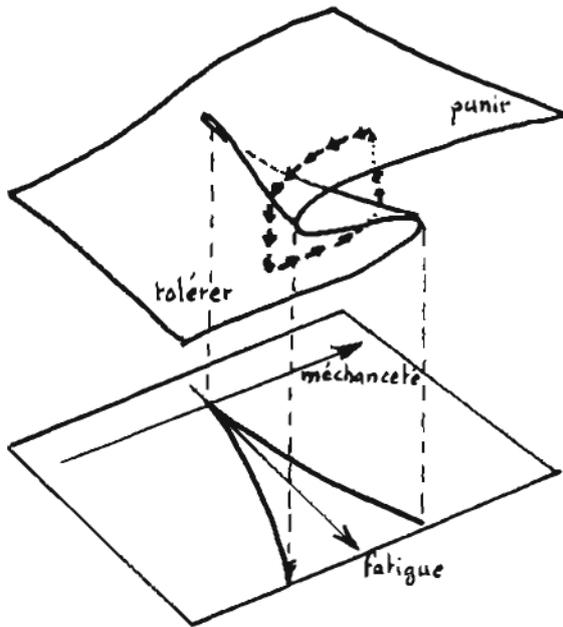
- 1) hystérie ;
- 2) abus ;
- 3) arguments déraisonnables ;
- 4) arguments raisonnables ;
- 5) concessions ;
- 6) excuses ;
- 7) larmes ;

Mettez un adversaire en colère et brusquement faites lui peur ; alors son attitude passera brutalement de l'utilisation d'arguments déraisonnables à la concession. Mais si vous augmentez petit à petit la colère puis la peur, vous lui interdisez successivement les attitudes (3) et (5) puis (2) et (6). Si vous voulez cependant l'amener à comprendre votre point de vue, il ne vous reste qu'une solution : vous en allez ! Car alors seulement votre adversaire peut revenir au point d'équilibre de son hypothalamus et à l'utilisation d'arguments raisonnables (4).

4^{ème} exemple : Les parents face à leur enfant

Simplifions au maximum et supposons que les parents punissent ou tolèrent les actions de leur enfant considérées comme plus ou moins méchantes et ce, en fonction de leur degré de fatigue.

Sans insister longuement, tous les parents savent qu'ils tolèrent les actions de leur enfant



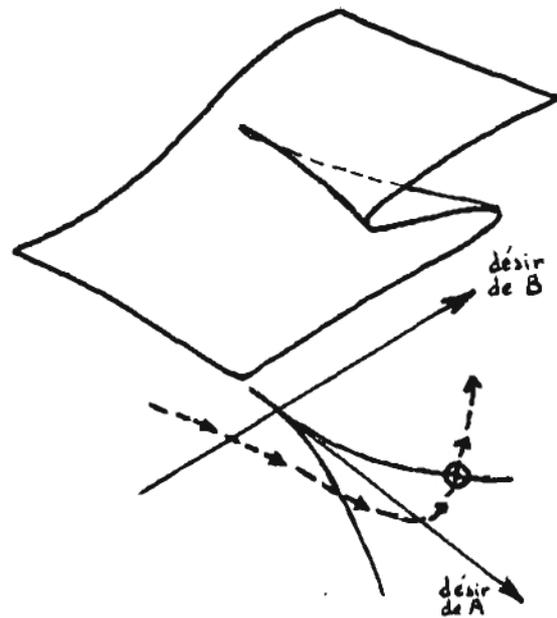
jusqu'à un certain point où brusquement ils ne le peuvent plus ; alors ils le grondent et tout revient à la normale quand l'enfant est redevenu très sage. On a ici un parfait exemple de cycle d'hystérésis (chemin $\rightarrow\rightarrow$) sur la figure ci-contre).

5^{ème} exemple : Un exemple plus général

Pour conclure donnons un exemple plus général de l'interaction entre deux personnes ou deux groupes A et B dont l'un A est plus agressif que l'autre B . Pour se fixer les idées, on a par exemple Capitalisme et Communisme, Homme et Femme, deux babouins mâles se disputant le commandement de la tribu...

Explicitons le cas du couple. Soit A l'homme et B la femme. Portons dans le plan de contrôle le désir de chaque partenaire. On sait que l'activité sexuelle d'un couple dépend pour beaucoup du désir de l'homme : si l'homme n'a pas un grand désir, l'activité sexuelle est à la discrétion de la femme, par contre si l'homme a un grand désir, l'activité sexuelle du couple est soit intense (la femme étant soumise) soit nulle (la femme ayant peur d'être rapidement submergée).

Imaginons alors le petit roman suivant, illustré par la trajectoire dans le plan de contrôle du dessin ci-contre : Initialement l'homme et la femme se désirent modérément, puis le désir de l'homme augmente très vite jusqu'à la passion la plus extrême, tandis que le désir de la femme croît, lui, plus lentement (faisant ainsi passer le chemin dans le plan de contrôle légèrement à gauche du point anguleux). Pour l'homme rien ne se produit et c'est alors qu'il se décourage et que son désir décroît que la femme lui tombe dans les bras (cercle sur la figure) car son désir à elle à continuer à grandir.



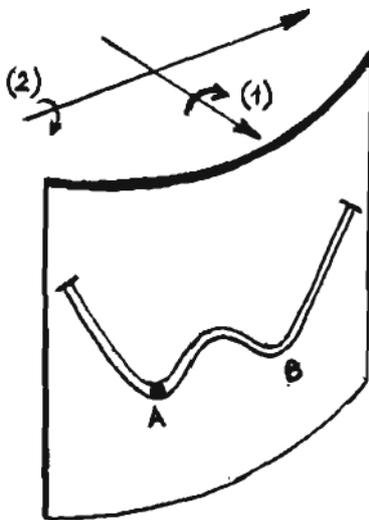
De nombreux autres exemples du comportement humain peuvent s'expliquer par la théorie des catastrophes ; par exemples le stress, l'anxiété, la culpabilité,... Mais on ne sait pas encore si

cette théorie permet une analyse suffisamment scientifique de ces phénomènes. En particulier, il semble qu'il faille travailler avec un nombre de dimensions égal au nombre de neurones du cerveau. De toute façon, tous les exemples donnés dans cette conférence sont naïfs et très simplifiés afin de donner un aperçu du nouveau langage qu'est la théorie des catastrophes.

Bibliographie

- R. Thom -Stabilité structurelle et morphogénèse
Benjamin 1972
- Isnard + Zeeman Use of models in social sciences
L. Collins—Tavistock, London, 1975
- Lecture notes on elementary catastrophes (dim ≤ 5)
Warwick University.

Après la conférence du professeur Zeeman, Monsieur Maresquelle présenta à l'assistance une machine à catastrophe de son invention :



Sur un carton cintré il est fixé un tube transparent courbé comme il est montré sur la figure ci-contre. A l'intérieur du tube une bille peut se mouvoir, soumise à la seule force de pesanteur. Quand on bascule l'ensemble autour de l'axe (1), on passe brutalement d'une position d'équilibre autour du point A, à une position d'équilibre autour du point B. Mais si on bascule d'abord l'appareil autour de l'axe (2), quelque soit la position autour de l'axe (1), la bille est en équilibre.

Si on veut reprendre l'analogie avec le comportement du chien tel qu'il a été décrit par le professeur Zeeman, on peut dire qu'une rotation autour de l'axe (1) correspond à une augmentation du rapport peur sur colère, tandis qu'une rotation autour de l'axe (2) correspond à une augmentation de la maîtrise de soi.