

ORIENTATION DU PLAN, PLAN VECTORIEL ORIENTE

On considère dans l'ensemble des bases orthonormées du plan vectoriel euclidien la relation r définie par :

$$B \sim B' \Leftrightarrow \mathcal{E}(B, B') = (+1) \Leftrightarrow \exists \varphi \in \mathcal{O}_1, \varphi(\vec{e}_1) = \vec{e}'_1, \varphi(\vec{e}_2) = \vec{e}'_2$$

Il est immédiat de vérifier que r est une relation d'équivalence (ce qui résulte du fait que $\mathcal{O}_0$ est un groupe), cette relation d'équivalence définit une partition de l'ensemble des bases orthonormées du plan vectoriel euclidien formée de deux classes d'équivalence. Orienter le plan signifie choisir une de ces classes d'équivalences. Un plan vectoriel euclidien orienté est un triplet $(\mathcal{P}, \cdot, \mathcal{B})$ où $\mathcal{P}$ est un plan vectoriel, $\cdot$ un produit scalaire et $\mathcal{B}$ une base orthonormée.

COSINUS ET SINUS D'UNE ROTATION VECTORIELLE

$\mathcal{R}$ désignant l'ensemble des rotations vectorielles planes nous avons vu que la matrice dans une base orthonormée $\mathcal{B}(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ d'un élément f de $\mathcal{R}$ s'écrit :

$$M(f, \mathcal{B}) = \begin{pmatrix} a(f, \mathcal{B}) & -b(f, \mathcal{B}) \\ b(f, \mathcal{B}) & a(f, \mathcal{B}) \end{pmatrix}$$

nous avons vu que $a(f, \mathcal{B})$ ne dépend pas de la base orthonormée $\mathcal{B}$ choisie. $a(f, \mathcal{B})$ ne dépend donc que de la rotation vectorielle f choisie; à chaque élément f de $\mathcal{R}$ on associe le réel $a(f)$. On définit ainsi une application de $\mathcal{R}$ dans $\mathbb{R}$ notée Cos

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{R} & \xrightarrow{\text{Cos}} & \mathbb{R} \\ f & \longmapsto & a(f) = \text{Cos } f. \end{array}$$

Remarques : 1) Il n'est pas nécessaire de supposer le plan orienté pour définir l'application Cos .