

A PROPOS DU HASARD ,

par J.P. IGOT .

Depuis quelques années, le calcul des probabilités a fait son entrée dans les programmes du second cycle.

Prudemment circonscrit, au début, à un survol des principales distributions sur la droite réelle, voilà que l'intrus se fait envahisseur dans les nouveaux programmes de Terminale C . Finies les propriétés vraies ou fausses des mathématiques déterministes. Il faut maintenant marcher sur du sable avec des énoncés vrais avec une certaine probabilité - plus qu'un demi, moins qu'un demi - s'aventurer au milieu des événements "rares" ou "presque sûrs" en passant par d'astucieux dénombrements de cas favorables et de cas possibles.

Une fois de plus, le langage et les concepts philosophiques que véhicule la théorie des probabilités depuis sa naissance sont à l'origine de confusions auxquelles il est difficile d'échapper.

Si l'on a assez bien mis en évidence (par la loi des grands nombres) la différence entre "probabilité" et "fréquence", on attribue au mot "hasard" très fréquemment utilisé, des sens différents, parfois dans le même ouvrage.

Au départ, l'expérimentateur commence à parler de "hasard" dès qu'il lui est impossible de prévoir avec certitude la réalisation ou la non-réalisation d'un événement lié à une expérience.

Dans la plupart des cas, cette situation résulte des limites physiques ou mentales de l'être humain.

- je jette un dé bien construit, sortira-t'il un "6" ?

Si mes sens étaient suffisamment rapides pour dominer et décomposer le geste de jeter, je pourrais prévoir le résultat de mon jet .

- je joue avec un partenaire inconnu

Il m'est impossible de connaître la manière de penser de mon adversaire, son coup est imprévisible.

- j'essaie de mesurer un objet

Je ne dispose pas d'appareils (appareil de mesure, oeil...) suffisamment précis pour faire cette expérience de manière sûre.

Ma mesure sera partiellement liée au hasard.

- fera-t'il beau demain ?

La science n'est pas assez avancée pour que je puisse prévoir le temps avec certitude. J'utilise des arguments statistiques.

En fait, si le résultat n'est pas prévisible avec certitude, il y a souvent une connaissance partielle du mécanisme de l'expérience qui peut donner des indications de préférence pour tel ou tel résultat :

- le dé est légèrement pipé du côté du "6"
- mon partenaire est intelligent et obéit aux règles du jeu
- la mesure sérieuse d'un objet de 10 cms aura peu de chances de dépasser 20 cms
- la météorologie dispose de quelques lois physiques .

C'est alors que le mot "hasard" va prendre dans la théorie des probabilités, un sens très précis :

Une expérience sera faite "au hasard", si tous les résultats logiquement prévisibles ont les mêmes chances de se réaliser.

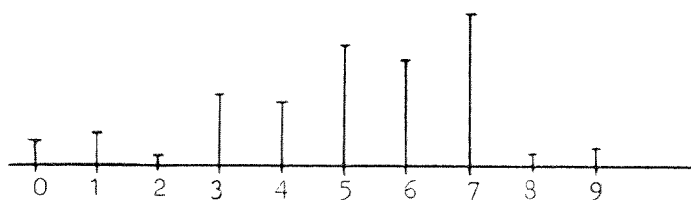
On se place en quelque sorte dans une position extrême, qui suppose une action totalement aveugle et irréfléchie, de manière à ne rien pouvoir affirmer sur le résultat.

Le "hasard" ainsi défini devient une situation limite que les circonstances réelles approchent plus ou moins, et du coup, la raison devra inventer des mécanismes suffisamment indifférents pour qu'elle puisse admettre l'équiprobabilité et appliquer le modèle probabiliste correspondant.

Quelques exemples :

- le tirage "au petit bonheur" . Un mécanisme très critiquable.

- . Demander aux élèves d'une classe d'inscrire très vite, sans réfléchir, un chiffre pris au hasard parmi les chiffres de 0 à 9 . Dresser ensuite un diagramme des fréquences. Vous avez de fortes chances (1) d'obtenir un diagramme ayant l'allure suivante :



Commenter . Refaire l'expérience après le commentaire.

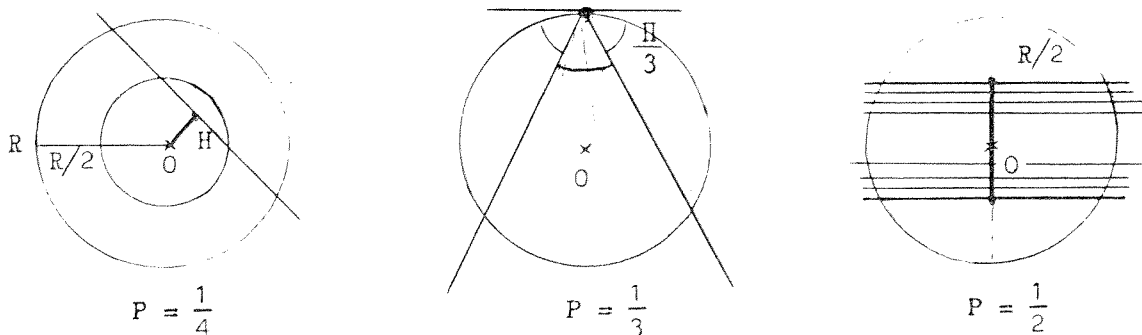
- .. Observer des personnes choisissant un billet de loterie. Très peu prennent le billet du dessus .

- Quelques mécanismes moins critiquables .

- . Certaines tables de nombres au hasard sont construites à partir des décimales successives de Π . On ne connaît pas à ce jour de loi les liant.
- .. De nombreux procédés reposent sur le remplacement du choix au hasard d'un nombre par le choix au hasard d'un instant : j'appuie sur un bouton au bout d'un certain temps (roue de loterie, boule de "lotto-block")

L'utilisation du modèle équiprobable ne pourra se faire qu'après une étude critique des conditions de l'expérience envisagée.

D'où découle la nécessité de poser le problème avec précision, ainsi qu'en témoigne le fameux paradoxe de H. Poincaré, illustré par ces trois figures, où il s'agit, en jetant "au hasard" une droite sur un cercle, de déterminer la probabilité d'obtenir une corde de longueur au moins égale à $R\sqrt{3}$ (R rayon du cercle) :



Pour terminer sur une note un peu humoristique, voici une anecdote que me racontait récemment un collègue :

A l'occasion d'une fête champêtre, 2 000 plaquettes, numérotées de 0000 à 1999, avaient été vendues et 12 numéros gagnants étaient à tirer.

L'organisateur décida de tirer le chiffre des unités, des dizaines,....

à l'aide de quatre urnes contenant les dix chiffres décimaux.

Le premier numéro sort : 6783. Emoi ! Suspension des opérations. A la reprise, les douze numéros sont tirés ; tous les numéros commencent par 0 !
Avait-on oublié le "1" dans l'urne des milles ? Pas du tout ! Dans cette urne se trouvait le "0", le "1" ... et, comme il est difficile de tirer au hasard entre deux cartons, on avait rajouté huit "neutres" . Chaque fois qu'un neutre sortait, on annonçait "0" !