

GHISLAINE GUEUDET

NOTE DE LECTURE

**INQUIRY IN UNIVERSITY MATHEMATICS TEACHING AND LEARNING.
THE PLATINUM PROJECT¹**

Le projet PLATINUM², pour “Partnerships for Learning And Teaching IN University Mathematics”, était un projet européen mené dans le cadre du programme Erasmus +. Il s’est déroulé sur trois années universitaires, de 2018 à 2021, et a associé 8 universités de 7 pays d’Europe. Notons que le programme Erasmus + n’a pas pour rôle de financer des projets de recherche, mais de « soutenir des actions dans les domaines de l’enseignement, de la formation ». Il s’agissait donc pour les membres du projet de mener des actions d’enseignement et de formation dans leurs propres universités, et de produire des ressources utilisables au-delà du cercle du projet. Le thème choisi pour ce projet était celui des pratiques d’enseignement des mathématiques orientées vers l’investigation.

Il faut noter d’emblée qu’il est très rare qu’un projet européen en éducation concerne le niveau de l’université, l’essentiel des moyens étant consacrés au premier et au second degré. De plus, ce projet était centré sur l’enseignement des mathématiques, avec un réel intérêt porté aux savoirs en jeu, même si des dimensions plus pédagogiques ont également été prises en compte. Ainsi l’ouvrage collectif publié à l’issue de ce projet mérite tout l’intérêt des lecteurs des *Annales de Didactique* et de *Sciences Cognitives* ; notons de plus que ce livre est librement accessible en ligne³, il ne faut donc pas hésiter à l’utiliser.

Ci-dessous je présente tout d’abord une brève synthèse du contenu du livre (que je désignerai par la suite comme « livre PLATINUM », par souci de concision) ; je discute quelques points qui me semblent pouvoir intéresser un enseignant de mathématiques à l’université, puis un chercheur en didactique des mathématiques au niveau de l’université, avant de conclure.

¹ Gómez-Chacón, I. M., Hochmuth, R., Jaworski, B., Rebenda, J., Ruge, J., & Thomas, S. (Eds.) (2021). *Inquiry in University Mathematics Teaching and Learning. The Platinum Project*. Masaryk University Press. <https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M210-9983-2021>

² <https://platinum.uia.no/>

³ <https://platinum.uia.no/download/>

1. Synthèse du contenu de l'ouvrage

L'écriture et la publication d'un livre était un engagement pris par les membres de PLATINUM lors du dépôt du projet. Le contenu de l'ouvrage reflète ce contexte d'écriture en réponse à une attente institutionnelle, il ne s'agit donc pas d'en faire une lecture linéaire ou exhaustive. Le livre comporte dix-neuf chapitres. Après une préface de Michèle Artigue et une introduction générale, il est structuré en 3 parties principales et une partie conclusive.

La première partie présente des éléments fondateurs du projet. Elle situe la perspective des auteurs concernant les démarches d'investigation en mathématiques dans une acception large, avec un intérêt porté à tout élément d'un dispositif d'enseignement favorisant la mise en activité des étudiants. Il ne s'agit pas d'aller vers un enseignement de type projet, mais plutôt de penser un ensemble de tâches à proposer au sein des contraintes institutionnelles « ordinaires » pour soutenir cette mise en activité. Du point de vue théorique, un élément principal dans le travail du projet PLATINUM est la notion de « communauté d'investigation » (CoI, Jaworski, 2006), qui décrit une forme particulière de collectif. Dans une CoI, les membres travaillent ensemble à l'étude d'une question ; il ne s'agit donc pas de faire converger les pratiques diverses pour suivre une norme commune, mais d'adopter une attitude de critique constructive. Dans cette première partie, est introduit un modèle à trois niveaux qui servira tout au long de l'ouvrage, et qui aide à structurer les différentes formes d'investigation dans le projet. L'investigation peut être menée par les étudiants, elle se déroule alors dans la classe (ou en dehors, mais toujours dans le contexte d'un cours). Elle peut aussi être menée par les enseignants, qui s'interrogent sur leurs pratiques (dont les caractéristiques doivent permettre une investigation des étudiants). Elle peut enfin être menée par les chercheurs – qui sont éventuellement les mêmes personnes que les enseignants, ici les membres du projet – qui amènent une prise de recul supplémentaire sur l'activité des étudiants comme sur celle des enseignants, et dont les recherches nourrissent les choix pour les enseignements concernés. Dans la première partie du livre se trouve aussi un chapitre (Chap. 3) présentant des graphiques en toile d'araignée qui ont joué un rôle important dans la coordination du projet. Il y a trois types de graphiques concernant les enseignements orientés vers l'investigation : un sur l'apprentissage ; un sur l'enseignement ; et un sur les groupes d'enseignants ou de concepteurs d'enseignements. Chaque graphique comporte 8 dimensions, fournissant la trame de la toile d'araignée qui sera obtenue par application des critères à l'analyse d'un enseignement donné. Finalement, le chapitre 4 présente une méthodologie de conception de ressources et d'enseignements visant à prendre en compte les étudiants à besoins identifiés (terme préféré ici à celui de besoins spécifiques utilisé de manière plus courante). En effet, les démarches orientées vers l'investigation, qui peuvent avoir des conséquences très positives pour les apprentissages en mathématiques, peuvent également être sources

d'écueils spécifiques pour des étudiants ayant des difficultés à s'exprimer à l'oral, ou à s'orienter dans un ensemble riche de ressources par exemple. Les membres du projet ont d'emblée pris en compte cet obstacle et ont souhaité produire des enseignements qui diffèrent des pratiques usuelles en étant d'une part plus favorables à la mise en activité des étudiants, et dans le même temps plus inclusifs.

La partie 2 du livre présente le projet, et certains de ses résultats rassemblés sous l'appellation « *Intellectual Output* » (une traduction littérale en français donnerait « production intellectuelle », expression étrange qui a rejoint les termes « jalon » ou « livrable » comme partie intégrante du vocabulaire du chercheur) selon le jargon des projets européens. Les chapitres correspondants concernent quatre thèmes : la conception d'enseignements orientés vers l'investigation (Chap. 6) ; la formation, initiale et continue, des enseignants de mathématiques à l'université (Chap. 7) ; la modélisation mathématique et son lien avec l'investigation (Chap. 8) ; et l'évaluation d'un enseignement orienté vers l'investigation (Chap. 9, au sens de méthodologie d'évaluation de l'impact de cet enseignement). Ces chapitres sont tous appuyés sur des exemples concrets de mise en œuvre dans certaines institutions partenaires. Ils présentent des choix faits dans le projet, qui sont plus ou moins informés par des résultats antérieurs de recherche et plus ou moins utilisables au-delà du contexte du projet (ces deux aspects étant comme pour tout écrit relevant de la didactique des mathématiques très directement liés).

Finalement, la partie 3 présente des enseignements mis en œuvre dans chacune des institutions partenaires. Ces enseignements couvrent des publics très variés : étudiants de première année en mathématiques, futurs enseignants de mathématiques, futurs ingénieurs, étudiants en sciences biomédicales etc. Les contextes nationaux très divers, ainsi que les expériences des institutions en termes d'enseignement de mathématiques orientés vers l'investigation sont clairement présentés et bien pris en compte. Les contenus mathématiques concernés sont aussi très variés : l'analyse, la géométrie, les nombres complexes, la statistique etc. Notons que de nombreuses ressources présentes sur le site du projet complètent les éléments synthétiques exposés dans le livre.

L'ampleur du travail réalisé est impressionnante, comme la cohérence d'ensemble. Faire collaborer des équipes dans des pays aussi divers que l'Allemagne, le Royaume-Uni, les Pays-Bas, la République Tchèque, l'Espagne, la Norvège et l'Ukraine est un réel défi que les responsables du projet ont mené à bien. Au-delà du fait que ce livre devait être écrit suite à l'engagement pris par les membres du projet PLATINUM lors de l'obtention du financement européen, il peut intéresser des lecteurs enseignant les mathématiques à l'université, ou chercheurs en didactique intéressés par le niveau de l'université. Ci-dessous j'adopte successivement ces deux points de vue.

2. Contributions pour les enseignants

La contribution la plus intéressante du livre PLATINUM pour un enseignant de mathématiques de l'université est constituée selon moi par la présentation des enseignements réalisés dans les huit institutions du projet (les études de cas rassemblées dans la partie 3). Les enseignements complets sont difficilement transférables, d'autant que bon nombre de ceux-ci ont eu lieu lors de la période COVID, et donc entièrement ou pour partie à distance. En revanche les tâches conçues et testées peuvent être facilement utilisées dans différents contextes. Il s'agit parfois simplement de partir d'exercices relativement classiques, et de les modifier pour obtenir des exercices plus ouverts, invitant les étudiants à entrer dans une démarche de recherche (Figure 1).

Le tableau ci-dessous présente les valeurs prises par une fonction $y(t)$ au voisinage de $t=1$.

t	0,7	0,8	1	1,1	1,2
$y(t)$	0,741	0,819	1	1,105	1,221

Quelle est la meilleure approximation de $y'(1)$? Essayez plusieurs méthodes et comparez vos résultats.

Figure 1. Exemple de tâche donnée à des étudiants en sciences biomédicales (Université d'Amsterdam, Pays-Bas). Extrait de Gómez-Chacón et al. (2021, p. 223, notre traduction)

Bon nombre de ces tâches font appel au numérique, avec une diversité d'outils allant de plate-formes numériques de type Moodle à des logiciels spécifiques comme GeoGebra ou R. Il aurait été intéressant de rassembler en un même lieu l'ensemble de ces tâches, avec un classement par thématique et/ou par filière concernée. Le livre donne une première approche, et le lecteur intéressé peut se fournir l'ensemble des tâches sur le site web du projet. Cet apport est tout à fait significatif ; je regrette en revanche le peu d'analyse des tâches proposées, qui me semble un élément essentiel pour leur diffusion et leur adaptation dans d'autres contextes.

Un autre type de contribution qui peut, me semble-t-il, être utile aux enseignants est constitué par les graphiques en toile d'araignée (Partie 1, Chap. 3) et par les critères permettant de constituer ces graphiques. Huit critères concernent l'apprentissage fondé sur l'investigation, huit autres concernent l'enseignement fondé sur l'investigation. Ces critères pourraient jouer le rôle de meta-ressources (c'est-à-dire d'éléments soutenant la conception de ressources, Gueudet et al., à paraître ; Prieur, 2016) pour des enseignants engagés dans la conception d'un cours ou même d'une tâche orientée vers l'investigation. En effet, il est possible de transformer ces seize critères en autant de questions, que l'enseignant peut se poser lors de la conception de son enseignement : est-ce que les étudiants peuvent s'engager dans des activités d'exploration ? Est-ce que les étudiants ont accès à plusieurs manières de

communiquer leurs résultats ? Est-ce que des aides sont prévues ? En cas de réponse négative à l'une de ces questions, il est éventuellement possible de modifier la tâche prévue ou sa mise en œuvre. L'enseignant-concepteur peut même aller jusqu'à constituer les graphiques en toile d'araignée, pour visualiser le profil de son cours et l'ajuster en fonction de ses objectifs.

Par ailleurs, les réflexions sur la conception d'enseignements pour prendre en compte la présence d'étudiants à besoins identifiés peut intéresser de nombreux collègues. Certains des conseils fournis se situent à un niveau assez général, comme par exemple : « utiliser des représentations qui prennent en compte les besoins et les styles d'apprentissages les plus variés possibles ». Il s'agit d'une intention louable, mais en aucun cas d'un conseil opérationnel. Cependant la déclinaison de ces conseils selon différents aspects de l'investigation amène des recommandations plus directement utilisables. Par exemple, « proposer des ressources non seulement textuelles mais aussi visuelles ou auditives », ou encore « aider les étudiants à établir une collaboration effective en proposant une organisation du groupe avec des rôles et des responsabilités spécifiques ». En effet, mettre en place un travail collectif des étudiants conduisant à une coopération productive permettant à chacun et chacune de participer demande un cadrage anticipé et réfléchi de l'enseignant (Reverdy, 2016).

3. Contributions pour les chercheurs

Comme expliqué ci-dessus, ce livre est issu d'un projet européen qui n'est pas un projet de recherche. Ainsi il ne s'agit pas de vouloir y trouver des résultats de recherche sur les démarches d'investigation en mathématiques au niveau de l'université, ce qui les caractérise, leur impact sur les apprentissages ou les spécificités des pratiques enseignantes dans ce contexte. Je recommande au lecteur intéressé par ce type de résultats de plutôt se tourner vers des revues de recherche, notamment IJRUME (International Journal for Research in Undergraduate Mathematics Education). Durant ces dernières années en effet, aux Etats-Unis en particulier, de très nombreuses expériences d'enseignement orientés vers l'investigation ont été menées et évaluées, donnant lieu à un grand nombre d'articles. L'article de Laursen et Rasmussen (2019) donne une vision synthétique de ce qui avait été réalisé à l'époque.

Pour un chercheur en didactique des mathématiques, il me semble que l'apport du livre réside plutôt dans ce qu'il nous apprend à propos de différents aspects du travail des chercheurs. Ainsi la présentation du projet (Chap. 5) est très informative, car faite de manière pragmatique et honnête. Elle peut éclairer tout collègue désireux de monter un projet dans le cadre Erasmus +. Plus généralement, le livre donne à voir les avantages et les inconvénients de ce type de projet. Du côté des avantages, on note la collaboration entre didacticiens et mathématiciens. Un tel projet offre un

cadre structurant pour cette collaboration. L'objectif partagé d'évolution des pratiques d'enseignement a rassemblé de petites équipes dans chaque institution, qui n'auraient sans doute pas perduré pendant trois années – en particulier trois années incluant la crise COVID. Ceci amène à souligner la solidité de l'équipe de conduite du projet. Le livre montre bien le travail considérable de coordination réalisé par cette équipe, avec des outils spécifiques que chaque institution s'est appropriés et qui ont permis une certaine mise en cohérence de l'ensemble.

En ce qui concerne les inconvénients, et les points plus négatifs que ce livre met en évidence, je note l'absence d'une revue de la littérature sur le sujet des enseignements orientés vers l'investigation à l'université. Le dossier du projet n'annonçait pas une telle revue de la littérature (qui aurait pourtant constitué une « production intellectuelle » significative), elle n'a pas été réalisée. Il est fait mention dans certains chapitres des travaux réalisés aux Etats-Unis, comme je l'ai évoqué ci-dessus. En revanche les travaux également essentiels menés autour des Parcours d'Etude et de Recherche à l'université (PER, Florensa et al., 2019) sont à peine évoqués. Il est clair que le travail de PLATINUM ne visait pas à élaborer des enseignements relevant d'un nouveau paradigme. Cependant les recherches sur les PER ont fourni des outils d'analyse a priori spécifiques des démarches d'investigation, qui auraient pu être utilisés ici avec profit et mentionnés dans le chapitre relatif à la conception d'enseignements orientés vers l'investigation. Ceci aurait certainement conduit à compléter la présentation des tâches avec des analyses qui auraient contribué à faire de cet ouvrage une ressource pour les enseignants.

Réaliser une synthèse est toujours consommateur de temps, mais indispensable pour poser les bases d'un projet nouveau. De plus, et puisque la collaboration entre didacticiens et mathématiciens a été un des points forts du projet, il me semble qu'une des contributions des didacticiens pouvait justement être la réalisation d'une ou plusieurs revues de travaux. Les collègues mathématiciens peuvent être demandeurs de textes brefs, permettant d'accéder aux résultats des recherches en didactique, et la communauté de didactique des mathématiques à l'université a encore un travail significatif à faire en ce sens⁴.

4. Réflexions finales

Je retiens de la lecture de cet ouvrage qu'il peut constituer une ressource intéressante pour un enseignant de l'université souhaitant orienter tout ou partie de son enseignement de mathématiques vers l'investigation, notamment en ayant recours à un travail autour de la modélisation mathématique. Il peut également éclairer un chercheur en didactique sur des aspects importants du métier de chercheur : répondre

⁴ Travail initié notamment au sein du GDR DEMIPS, <https://demips.math.cnrs.fr/>, et dans la revue EPIDEMES, <https://epidemes.episciences.org/> (Grenier-Boley & Sabra, 2022).

à un appel à projet européen, coordonner un travail collectif au niveau international. J'ajoute ici que d'autres éléments intéressants se trouvent dans le chapitre 7 consacré à la formation des enseignants de l'université. Ce chapitre présente trois actions de formation menées respectivement en Allemagne, en Espagne et en Norvège autour du thème du projet pour des enseignants de l'université, certains expérimentés et d'autres débutants (notamment des doctorants). Les auteurs discutent les aspects positifs comme négatifs de ces formations, ceci peut inspirer des lecteurs des *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* à même d'intervenir dans la formation des enseignants de l'université.

Quels que soient les qualités ou les défauts du livre PLATINUM, on ne peut que regretter qu'aucun pays francophone n'ait été impliqué dans ce projet. Il est certainement possible aussi dans les pays francophones de faire évoluer les pratiques d'enseignement des mathématiques vers plus d'investigation pour les étudiants, de concevoir et d'implémenter des formations d'enseignants de l'université sur ce thème et même d'obtenir des financements européens pour des recherches concernant le niveau de l'université. La lecture de ce livre peut certainement contribuer à l'atteinte de ces objectifs.

Bibliographie

FLORENSA, I., BARQUERO, B., BOSCH, M., & GASCÓN, J. (2019). Study and research paths at university level: Managing, analysing and institutionalizing knowledge. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the eleventh congress of the european society for research in mathematics education* (pp. 2484-2491). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M., HOCHMUTH, R., JAWORSKI, B., REBENDA, J., RUGE, J., & THOMAS, S. (Eds.) (2021). *Inquiry in University Mathematics Teaching and Learning. The Platinum Project*. Masaryk University Press. <https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M210-9983-2021>

GRENIER-BOLEY, N., & SABRA, H. (2022). Meeting the challenges of teaching mathematics in higher education today. *EpiDEMES, 1*. <https://doi.org/10.46298/epidemes-9785>

GUEUDET, G., PEPIN, B., & REZAT, S. (2023). Meta-resources: supporting the design of mathematics teaching and learning. In B. Pepin, G. Gueudet & J. Choppin, *Handbook of digital resources in mathematics education*. (pp.1-24). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-95060-6_36-1

JAWORSKI, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(2), 187-211. doi.org/10.1007/s10857-005-1223-z

LAURSEN, S., & RASMUSSEN, C. (2019). I on the prize: Inquiry approaches in undergraduatemathematics education. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 5(1), 129-149. doi.org/10.1007/s40753-019-00085-6

PRIEUR, M. (2016). *La conception co-disciplinaire de méta-ressources comme appui à l'évolution des connaissances des professeurs de sciences*. Thèse de doctorat de l'Université Lyon 1.

REVERDY, C. (2016). *La coopération entre élèves : des recherches aux pratiques*. Institut Français de l'Education.

GHISLAINE GUEUDET

UR EST, Université Paris-Saclay, Orsay, France

ghislaine.gueudet@universite-paris-saclay.fr