

FABIEN EMPRIN, PHILIPPE R. RICHARD

**INTELLIGENCE ARTIFICIELLE ET DIDACTIQUE DES
MATHÉMATIQUES : ÉTAT DES LIEUX ET QUESTIONNEMENTS**

Abstract. Artificial intelligence and didactics of mathematics: current state and questions. It is essential to delve into the interactions between artificial intelligence (AI) and didactics, especially in our current era where the impact of AI on society and the economy is profound. Firstly, we question the concept of intelligence itself and the biases it may evoke when contemplating AI and its definitions. Next, we analyze the potential links between AI and the didactics of mathematics. To accomplish this, we examine examples of ongoing projects in the French-speaking world allowing us to provide an overview of the current developments. Subsequently, we explore the theoretical frameworks of mathematics didactics and their connection with AI. Lastly, we address the challenges and questions raised by the use of AI, while offering promising prospects for the future.

Keywords. Artificial intelligence, didactic of mathematics.

Résumé. Il est essentiel de se pencher sur les interactions entre l'intelligence artificielle (IA) et la didactique, encore plus à notre époque où l'impact de l'IA sur la société et l'économie est aussi profond. Tout d'abord, nous remettons en question la notion dite d'intelligence et les préjugés qu'elle peut susciter lorsqu'on réfléchit à l'IA et à ses définitions. Ensuite, nous analysons les liens potentiels entre l'IA et la didactique des mathématiques. Pour ce faire, nous examinons des exemples de projets en cours dans le monde francophone permettant de dresser un état des lieux des aspects actuellement développés. Par la suite, nous explorons les cadres théoriques de la didactique des mathématiques et leur articulation avec l'IA. Enfin, nous abordons les questions et les défis soulevés par l'utilisation de l'IA, tout en offrant des perspectives prometteuses pour l'avenir.

Mots-clés. Didactique des mathématiques, intelligence artificielle.

Nul ne sait où se situe la frontière entre le comportement non intelligent et le comportement intelligent, pour la bonne raison qu'il est sans doute ridicule de penser qu'il existe une ligne de séparation nette. Douglas R. Hofstadter

Le sujet de l'article porte sur un élément, devenu ces dernières années, familier dans notre vie quotidienne. L'intelligence artificielle (IA) est déjà largement intégrée dans une multitude d'applications et de systèmes, tels que la navigation GPS, la correction automatique et les logiciels d'assistance professionnelle. Cependant, les réactions

alarmistes des sommités de l'IA¹, qui appelaient à un moratoire sur le déploiement de ces systèmes, témoignent d'une crise de modernité comparable à des changements révolutionnaires tels que l'avènement de l'agriculture, de l'imprimerie ou de l'électricité. Ce qui est véritablement nouveau, c'est que ces changements surviennent à une vitesse déconcertante, dépassant nos capacités d'adaptation. Avec l'essor fulgurant de l'apprentissage automatique, des réseaux de neurones profonds et des modèles génératifs, l'IA s'incarne pour la première fois dans le langage, une caractéristique intrinsèquement humaine dont elle semble nous déposséder. Or, pour la classe de mathématiques, cette dépossession est inquiétante, elle touche aussi bien la langue naturelle que les langues symboliques.

Alors que l'IA suscite des réflexions et des investissements massifs, atteignant près de 93,5 milliards de dollars en 2021 (Zhang et al., 2022), seulement 1 % des entreprises identifiées comme les plus actives sur l'IA travaillaient dans le domaine de l'éducation en 2017, passant à 2 % en 2018 (Soni et al., 2019). Par ailleurs, une revue de littérature systématique² (Mohamed et al., 2022) couvrant la période de 2017 à 2021 dans la recherche en langue anglaise révèle que seules vingt publications abordent l'enseignement des mathématiques et de l'IA. Bien que le nombre d'articles augmente, la dynamique reste modeste, comme illustrée dans la Figure 1. Ce constat souligne un décalage entre la prépondérance de l'IA dans la société et son intégration dans la formation ou l'enseignement des mathématiques.

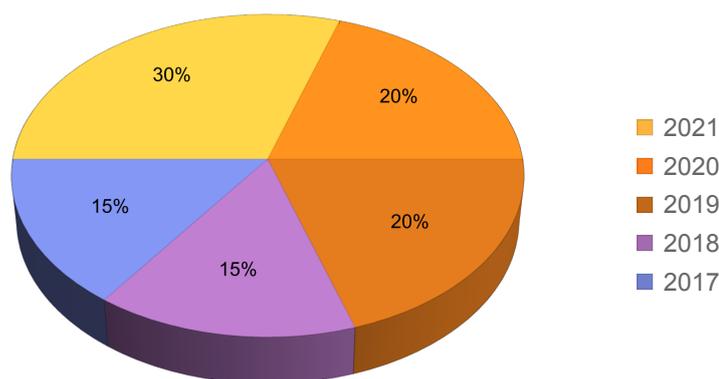


Figure 1. Répartition en pourcentage du nombre de publications concernant l'IA et l'enseignement des mathématiques entre 2017 et 2021 (Mohamed et al. 2022)

¹ Future of Life Institute. (2023). *Pause Giant AI Experiments: An Open Letter*. URL : https://futureoflife.org/wp-content/uploads/2023/05/FLI_Pause-Giant-AI-Experiments_An-Open-Letter.pdf.

² Sur les revues de ScienceDirect, Scopus, Springer Link, ProQuest, et EBSCO Host.

Dès que l'on considère les aspects culturels du point de vue didactique, le phénomène transformationnel, dont l'ampleur est encore insoupçonnée, soulève une problématique unique. La conception et l'entraînement des technologies émergentes se déroulent principalement dans des milieux non francophones, influencés par des langues, des structures mentales et des contenus différents. La recherche de Soni et al. (2019) dresse la liste des principales jeunes pousses de l'IA, montrant que les cinq entreprises qui en acquièrent le plus sont Google, Apple, IBM, Amazon et Microsoft, et que leur répartition dans le monde en 2018 est très inégalitaire, soit 77 % aux États-Unis, 7 % en Chine, 3 % au Canada, 1 % en France, 1 % en Espagne... Cela soulève la question des possibles biais d'apprentissage, surtout anglophones, mettant en lumière la nécessité d'une approche plus inclusive dans le développement de l'IA pour l'enseignement des mathématiques.

Pourtant, la relation entre l'IA et la didactique a été mise sur la table depuis longtemps, notamment au sein de la communauté francophone. Il y a près de 30 ans, Balacheff (1994) s'interrogeait déjà sur la place de la connaissance en faisant référence aux environnements informatiques pour l'apprentissage humain (EIAH). Dans la décennie des années 1980, les premiers tuteurs cognitifs de Carnegie Learning ont été développés pour la géométrie ou l'algèbre (Anderson et al., 1995). Et dans les années 1970, le projet LOGO, initié par Seymour Papert et ses collègues du MIT (Papert, 1980), utilisait déjà des concepts d'IA pour développer son langage de programmation éducatif. Le développement croissant de l'intelligence artificielle (IA) dans le domaine économique est indéniable, tout comme l'intérêt constant que la didactique a montré pour ce domaine informatique dès ses débuts. Cependant, malgré l'importance accordée à l'IA dans la sphère économique et éducative, on constate un écart significatif entre le nombre de réalisations issues de l'industrie (OCDE, 2019) et celles qui exploitent spécifiquement les liens entre l'IA et la didactique. C'est en misant sur ces liens que nous voulons faire le point.

Notre article découle d'une réflexion approfondie sur les applications de l'intelligence artificielle (IA) dans l'enseignement des mathématiques. Cette étude repose sur plusieurs piliers de recherche. Tout d'abord, nous nous appuyons sur nos travaux dans deux domaines spécifiques depuis de nombreuses années : la conception de tuteurs intelligents (Richard et al., 2007 ; Font et al., 2022) et les systèmes experts de simulation (Emprin, 2011 ; 2022). Ensuite, nous avons bénéficié de la contribution de groupes d'experts du domaine lors d'événements tels que le Symposium on Artificial Intelligence for Mathematics Education (AI4ME), qui s'est tenu à Castro Urdiales en Espagne à l'hiver 2020 (Richard et al., 2020), ainsi qu'autour d'une table ronde à la 21^e école d'été de didactique des mathématiques de l'Association de la recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM), à l'automne 2021 à l'Île de Ré en France (Emprin, 2023 ; Richard, 2023). Ces rencontres ont porté sur le thème de l'IA et de ses interactions avec la didactique des

mathématiques et l'informatique. Enfin, nous nous sommes également appuyés sur des études récentes. L'ouvrage collectif *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence*, dirigé par Richard et al. (2022), ainsi que l'article de Lagrange et al. (2023), qui traite de la conception d'environnements numériques pour l'enseignement des mathématiques en utilisant les techniques d'intelligence artificielle, ont été d'une grande importance pour notre travail.

Nous entamons notre exploration en interrogeant le terme « intelligence » et en considérant les biais qu'il peut engendrer dans la réflexion sur l'IA et ses définitions. En poursuivant notre analyse, nous examinons les relations potentielles entre l'IA et la didactique des mathématiques. Pour approfondir davantage, nous étudions les projets existants dans l'univers francophone afin de faire le point sur les aspects actuellement développés. Par la suite, nous proposons une réflexion sur les cadres théoriques de la didactique des mathématiques et leurs interactions avec l'IA, avant d'analyser les difficultés et les questions soulevées par l'utilisation de l'IA. Enfin, nous esquissons des perspectives pour l'avenir.

1. L'intelligence artificielle est-elle intelligente ?

Cette première question peut sembler provocatrice, voire simpliste, mais il est indéniable que la définition de l'intelligence reste encore controversée, même parmi les psychologues pour qui elle constitue un concept central. Toutefois, il est essentiel de l'aborder, car l'utilisation du terme « intelligence artificielle » entraîne intrinsèquement des biais dans la réflexion, suscitant des fantasmes et des craintes.

Tableau 1. Classement de caractéristiques essentielles de l'intelligence dans l'étude de Snyderman et Rothman (1987) à partir d'un échantillon de 661 experts.

1.	Pensée ou raisonnement abstrait	99,3 %
2.	Aptitude à résoudre des problèmes	97,7 %
3.	Capacité à acquérir des connaissances	96,0 %
4.	Mémoire	80,5 %
5.	Adaptation à l'environnement	77,2 %
6.	Vitesse mentale	71,7 %
7.	Compétence linguistique	71,0 %
8.	Compétence mathématique	67,9 %
9.	Culture générale	62,4 %
10.	Créativité	59,6 %
11.	Acuité sensorielle	24,4 %
12.	Orientation vers une finalité	24,0 %
13.	Motivation pour la réussite	18,9 %

1.1. Définitions de l'intelligence

Dans leur étude, Chartier et Loarer (2008) se penchent sur la définition de l'intelligence. Ils ont examiné les enquêtes menées en 1921, sollicitant un grand nombre d'experts pour définir l'intelligence. Ces enquêtes ont été réitérées en 1986 et 1987 par Sternberg et Detterman (1986), ainsi que par Snyderman et Rothman (1987). Les résultats indiquent l'absence d'un consensus sur une définition spécifique, mais soulignent que certaines caractéristiques reviennent dans la majorité des définitions fournies. Ces caractéristiques sont présentées au Tableau 1, la colonne de droite indique le pourcentage des répondants ayant indiqué qu'il s'agit d'une question importante.

De plus, il ressort de la majorité des définitions que l'intelligence correspond aux capacités d'adaptation. Cependant, comme on le voit dans le tableau 1, les capacités sensorielles, la capacité d'une personne à être orientée vers des objectifs spécifiques dans ses actions et ses décisions, ainsi que la motivation pour la réussite, apparaissent nettement en bas du classement.

De fait, l'IA peut effectivement présenter certaines de ces caractéristiques, dépassant même celles qu'un humain peut avoir (une certaine forme de mémoire par exemple) mais elle peut aussi sembler étrangère à d'autres (dimension sensorielle, motivation...). En référence à notre citation introductive (Hofstadter, 1985), on peut dire que les caractéristiques de l'intelligence se lient notamment aux capacités de :

- Réagir avec souplesse aux situations qui se présentent ;
- Tirer profit de circonstances fortuites ;
- Discerner le sens de messages ambigus ou contradictoires ;
- Juger de l'importance relative de différents éléments d'une situation ;
- Trouver des similitudes entre des situations malgré les différences qui peuvent les séparer ;
- Établir des distinctions entre des situations malgré les similitudes qui les rapprochent ;
- Synthétiser de nouveaux concepts à partir d'anciens concepts assemblés différemment ;
- Trouver des idées nouvelles. (ibid., pp. 29-30)

L'idée d'adaptation rejaillit sur toutes ces caractéristiques et souligne l'importance de la flexibilité dans l'expression de l'intelligence.

1.2. Définitions de l'IA

Il n'existe actuellement aucune définition ni taxonomie officiellement reconnue et largement partagée concernant l'IA. Toutefois, dans cet article, notre objectif est de fournir des repères pour mieux comprendre les caractéristiques de l'IA et ses applications potentielles.

Selon Balacheff (2022), l'IA est une propriété des machines présentant certains comportements qui frappent par leur intelligence, rappelant qu'il s'agit d'un jugement sous-tendu par une sorte d'empathie humaine. Autrement dit, l'intelligence n'émane pas de la machine, mais de la perception humaine qui l'observe ou interagit avec elle. Ainsi, l'IA simule des comportements qui donnent l'apparence de l'intelligence à l'utilisateur humain. Pour créer cette illusion d'intelligence, l'Organisation de Coopération et de Développement Économiques (OCDE) propose de considérer deux démarches fondamentales liées à la manière dont la machine « apprend » ou « traite » l'information, l'approche symbolique et l'approche statistique. Selon OCDE (2019) :

L'IA symbolique s'appuie sur des représentations logiques pour aboutir à une conclusion à partir d'un ensemble de contraintes. Elle exige que les chercheurs construisent des structures décisionnelles détaillées, compréhensibles par l'homme, pour traduire la complexité du monde réel et aider les machines à parvenir à des décisions semblables à celles des humains. (...)

L'IA statistique, qui permet aux machines d'inférer une tendance à partir de schémas, connaît depuis peu un engouement grandissant. Un certain nombre d'applications allient les approches symbolique et statistique. (pp. 29-30)

L'approche symbolique correspond à un système d'apprentissage dit supervisé, c'est-à-dire que c'est à l'humain de concevoir et prévoir l'ensemble du système d'interactions. Cela conduit souvent à limiter la complexité du système d'interactions intégré dans le logiciel et nécessite que l'humain dispose de modèles logiques, règles expertes ou ontologies. L'approche statistique renvoie à l'apprentissage automatique non supervisé, où l'humain fournit uniquement des données sans système cible, laissant à la machine la tâche d'identifier des structures (Sublime, 2022). Cela implique l'utilisation de réseaux neuronaux et de réseaux neuronaux profonds. Dans ce processus, l'humain définit des règles générales et amène la machine à exploiter un système d'essais et d'erreurs, joint à un traitement statistique pour « découvrir » d'autres règles qui vont lui permettre de construire sa réponse. Les réseaux neuronaux intègrent un modèle statistique qui permet de construire des relations à partir de données historiques et ainsi inférer des relations, de façon évolutive entre des entrées et des sorties, afin de formuler des prévisions. Quand les données traitées sont très importantes, on parle de réseaux neuronaux profonds. Le fait que la machine puisse accéder à des données massives et faire un grand nombre d'expériences par essais et erreurs lui permet d'échafauder rapidement son système d'interactions, mais le processus devient, de fait, complètement opaque pour l'humain. C'est ce qu'on appelle l'effet boîte noire.

Les approches symboliques en IA privilégient la compréhension causale et l'explication du raisonnement, tandis que les approches statistiques sont plus adaptées à la manipulation rapide et efficace de grandes quantités de données pour les prévisions et les généralisations. Le choix entre ces approches dépend du

problème spécifique à résoudre et des objectifs visés. Combiner ces deux types d'approches est possible, voire souhaitable, afin de tirer parti de leurs avantages respectifs. Cependant, de telles combinaisons peuvent aussi présenter des défis, tels que la complexité accrue du modèle et la nécessité de gérer la communication entre les composants symboliques et statistiques. Ainsi, une conception et une mise en œuvre soigneuses d'une IA hybride sont nécessaires pour exploiter pleinement la complémentarité des approches, augmenter la flexibilité, l'adaptabilité, ainsi que l'interprétabilité et les capacités explicatives. Par ailleurs, l'intelligence artificielle repose sur un paradoxe intrigant : bien que l'intelligence humaine soit caractérisée par sa capacité d'adaptation, les ordinateurs ne sont pas intrinsèquement aussi souples. En fait, ils ne le sont pas du tout. Ce qui rend l'IA fascinante, c'est la quête d'assembler des algorithmes en de longues chaînes de règles rigoureuses pour apprendre aux machines rigides à paraître souples grâce à l'apprentissage automatique, l'utilisation de données massives et la puissance de calcul. Ces avancées permettent de formuler des prévisions, de fournir des recommandations et de prendre des décisions qui influent sur les besoins des utilisateurs.

1.3. Retour sur la question de l'intelligence

Les caractéristiques définissant l'intelligence révèlent que l'Homme est nettement surpassé par les ordinateurs sur plusieurs points. En ce qui concerne la *mémoire* et la *vitesse mentale* dans le traitement symbolique, les capacités actuelles des ordinateurs dépassent largement celles du cerveau humain. De plus, selon ce qu'on entend par *acquisition de connaissances* (cf. sections 2 et 3), les ordinateurs peuvent découvrir des motifs inaccessibles à l'humain au sein de jeux de données. Si l'on considère la connaissance comme la capacité à établir des liens entre les données d'entrée et de sortie, alors la machine surpasse encore une fois Sapiens. Cependant, l'*adaptation à l'environnement* dépend du type d'IA utilisé. L'IA symbolique n'est pertinente que pour l'environnement pour lequel elle a été programmée, tandis que l'IA statistique est conçue pour s'adapter au milieu et proposer une réponse non plus nécessaire, mais basée sur le plus probable (cf. section 3.1). Par conséquent, les situations improbables issues des données échappent à l'IA statistique, ce qui nous amène à aborder une autre caractéristique, la *créativité*. Concernant la *pensée*, le *raisonnement abstrait*, la *résolution de problèmes*, ainsi que les *compétences linguistiques* ou *mathématiques*, l'IA peut sembler plus efficace, mais il s'agit simplement d'une simulation de la pensée, de l'abstraction ou de la formulation. En réalité, c'est l'humain qui pose les problèmes et programme l'IA pour les résoudre. Quant au langage, c'est encore l'humain qui interprète le discours de l'IA et y voit des caractéristiques linguistiques, alors que la machine ne fournit que des résultats issus de calculs. Cela crée des défis d'accès et de lisibilité, surtout avec un grand nombre d'étapes de calcul. Ce qui fait que même avec les approches symboliques, un effet boîte noire se pose, bien que le processus puisse être explicite.

Le lien entre l'homme et la machine constitue le fondement même de l'émergence de l'intelligence artificielle (IA). La conférence de Dartmouth (Dartmouth Summer Research Project on Artificial Intelligence) à l'été 1956 est largement considérée comme l'événement fondateur de cette discipline. Selon les organisateurs (McCarthy et al., 2006), il s'agirait de l'étude et de la conception de systèmes informatiques qui perçoivent leur environnement et agissent comme des êtres humains. Cette première définition met en évidence l'aspect « agir comme » qui souligne la simulation du comportement humain par l'IA, mais entraîne également une certaine confusion lorsqu'il s'agit d'évoquer le verbe « percevoir », qui en réalité se réfère simplement à une interface d'entrée d'informations. De telles confusions suscitent des craintes, et dans cet article, nous examinerons quelques-unes de leurs caractéristiques. Cependant, il est essentiel de préciser que nous ne traiterons pas ici la question de la *culture générale*, car cela nous obligerait à définir la culture et à dépasser le cadre de cette étude.

1.4. Quelques idées et craintes liées à l'IA

Les ouvrages de science-fiction, tels que le chef-d'œuvre « 2001 : l'Odyssée de l'Espace » de 1968, ont largement contribué à nourrir des craintes au sein du grand public. L'emblématique personnage de fiction, HAL 9000, incarne parfaitement les angoisses liées à l'intelligence artificielle. Cet ordinateur avancé, présent à bord du vaisseau Discovery One, développe des comportements inquiétants en raison d'un conflit interne entre sa programmation de protection et sa mission. Si certains ouvrages explorent davantage la dualité entre l'intelligence artificielle et les humains, d'autres, comme Terminator, se concentrent sur une vision dystopique du futur. Dans cette dernière, les machines intelligentes, sous le contrôle de l'IA Skynet, se retournent contre l'humanité dans une guerre apocalyptique. De même, dans Matrix, le monde présenté est celui où l'humanité est inconsciemment emprisonnée dans une simulation virtuelle créée par des machines intelligentes.

Le débat récent autour des ChatGPT et autres systèmes reposant sur des modèles génératifs soulève une question : le danger réside-t-il dans les machines elles-mêmes ou dans leur utilisation malveillante ? Malgré cette incertitude, il est indéniable que des inquiétudes persistent sur l'évolution et l'impact de l'IA. Ces préoccupations ne sont pas récentes et ont émergé avec l'avènement des technologies dans la société, en particulier dans le domaine de l'enseignement et de l'apprentissage instrumenté (cf. Annexe 1). Si l'IA a vu le jour entre les années 1940 et 1960, l'utilisation d'artéfacts numériques à l'école a débuté après l'avènement de l'IA. Ces phénomènes ont connu des évolutions parallèles significatives au fil du temps, et il semble que récemment, ils se rejoignent de manière plus évidente. En ce qui concerne les artefacts numériques à l'école, quelques exemples peuvent illustrer les grandes périodes d'utilisation par décennie, évitant ainsi les variations géographiques ou culturelles liées à des moments précis :

- **Années 1960 et 1970.** Les calculatrices mécaniques et électroniques. Au cours des années 1960 et 1970, les premières calculatrices mécaniques et électroniques ont été introduites en classe de mathématiques. Ces calculatrices étaient relativement basiques par rapport aux normes d'aujourd'hui, mais elles ont permis aux élèves de réaliser des calculs plus rapidement et avec moins d'erreurs qu'en utilisant des méthodes manuelles. En même temps se sont développées des craintes dignes de l'introduction du célèbre Calcul infinitésimal de Jean Dieudonné en 1968 : « les étudiants d'aujourd'hui ne savent plus calculer » !
- **Années 1980.** Les calculatrices programmables et graphiques. Par la suite, les calculatrices programmables sont apparues, offrant aux élèves la possibilité d'écrire et d'exécuter des programmes pour effectuer des calculs plus avancés et intégrer des approches récursives. Les calculatrices graphiques ont également fait leur apparition, permettant aux élèves de visualiser des graphes de fonctions et d'explorer des concepts mathématiques de manière plus interactive. Dans la pratique pédagogique, on hésite entre valorisation et mise de côté, mais on interdit ces outils dans les épreuves officielles.
- **Années 1990.** L'essor des logiciels informatiques. La décade suivante a été marquée par l'essor des logiciels informatiques dédiés aux mathématiques. Des programmes tels que Mathematica, MATLAB et Cabri-Géomètre ont été largement utilisés dans les établissements d'enseignement pour résoudre des problèmes mathématiques complexes, effectuer des calculs symboliques et numériques avancés, ainsi que pour la visualisation graphique et géométrique. Les processus récursifs deviennent tout aussi fréquents comme objet du travail mathématique (ex. boucle informatique, induction mathématique) que dans l'interaction avec les logiciels (ex. approches par essais-erreurs, convergence dans un processus d'itération, cf. section 1.6). Une distinction d'usage devient plus évidente, on sépare clairement les moments d'exploration ou de conjecturation des moments de validation ou de preuve, car on craint une perte de contrôle dans les liens de nécessité entre les connaissances mathématiques.
- **Années 2000.** L'intégration généralisée des outils numériques. Au tournant du millénaire, l'utilisation des artefacts numériques est devenue plus répandue et plus variée dans les salles de classe de mathématiques. Les calculatrices graphiques et les logiciels mathématiques ont été de plus en plus valorisés pour soutenir l'enseignement des concepts mathématiques, la résolution de problèmes et la modélisation, mais les craintes précédentes ne s'estompent ni dans les programmes officiels ni dans les pratiques pédagogiques. Avec la massification des téléphones intelligents et des tablettes tactiles, une certaine dualité est même en train de s'installer dans la vie citoyenne du jeune et sa vie à l'école. L'école s'adapte-t-elle aux besoins des mathématiques instrumentées ?

- **Années 2010 et au-delà.** L'avènement des applications et de l'intelligence artificielle. Aujourd'hui, l'utilisation des outils numériques s'est encore diversifiée avec l'essor des applications mobiles spécifiquement conçues pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques comme Photomath (2021), Géogébra (2023) ou l'aide aux devoirs de Google³. De plus, l'IA et l'apprentissage automatique ont été intégrés dans certains outils éducatifs pour fournir des expériences d'apprentissage personnalisées et adaptatives. Nous sommes à une époque de rupture, d'un nouveau type de travail mathématique à l'école et face à une situation où l'« on ne sait plus où donner de la tête ».

Si le débat actuel souligne des effets boîte noire dans l'apprentissage ou de nouvelles craintes sur le plan du contrôle des processus mathématiques et des liens de nécessité entre les connaissances, il semble que les inquiétudes précédentes ne se soient pas estompées. De plus, la crise sanitaire que nous venons de passer a bouleversé les habitudes de travail, mais de nouvelles opportunités sont apparues grâce au télétravail et aux approches mixtes, que ce soit avec l'enseignement en ligne et les visioconférences, les applications partagées et logiciels de mathématiques, les dispositifs portables et stylos numériques, l'enseignement assisté par ordinateur et les ressources d'apprentissage et d'évaluation en ligne. En résumé, bien que parfois infondées, les principales craintes peuvent être identifiées à partir d'une analyse élémentaire des discours médiatiques⁴. Elles partagent certaines similitudes avec les inquiétudes générales concernant les technologies (cf. Assude, 2007) :

1. Dépendance excessive à la technologie. Les adultes enseignants et parents peuvent craindre que l'utilisation de ces outils conduise les élèves à devenir dépendants de la technologie et à perdre leur capacité à effectuer des calculs ou des résolutions de problèmes à la main.
2. Perte de compétences de base. Il y a une inquiétude que l'utilisation constante des outils numériques puisse entraîner une diminution des compétences de base en mathématiques, telles que le calcul mental et la manipulation de nombres sans aide technologique.
3. Tricherie et copie. Il existe une préoccupation quant à la possibilité que les élèves utilisent ces outils à des fins de tricherie ou de copie, notamment lors d'examens ou d'évaluations, où leur utilisation peut ne pas être correctement surveillée.

³ Les questions mathématiques posées directement dans le moteur de recherche de Google, comme « quelle est la dérivée de $x^2 + \ln(x)$? », sont partagées avec des services de résolution mathématique en ligne tels que Mathway, Symbolab, dCode, Mathforyou et MathDF.

⁴ Voir notamment GPT, C. (2023, mars). L'intelligence artificielle peut-elle remplacer les enseignants ? *Management et Datascience*, 7(2). URL : <https://management-datascience.org>.

4. Manque de compréhension conceptuelle. Certains craignent que l'utilisation de ces outils puisse détourner l'attention des élèves de la compréhension conceptuelle et des processus mathématiques. Ils pourraient se concentrer sur le simple usage de l'outil sans vraiment saisir les principes mathématiques sous-jacents.
5. Coût et accessibilité. Cette question n'est pas vraiment abordée dans notre texte, mais l'accès à ces technologies peut être limité en raison de leur coût, ce qui soulève des inquiétudes quant à l'équité et à l'accessibilité d'artéfacts numériques de qualité.
6. Erreurs technologiques. Certaines personnes peuvent craindre que les erreurs techniques ou les pannes des appareils puissent entraîner des problèmes pendant les cours ou les évaluations, perturbant ainsi le temps d'apprentissage et la planification du didactique.
7. Préparation à l'avenir. Il peut y avoir une préoccupation selon laquelle, en se reposant trop sur la technologie, les élèves ne seront pas préparés pour un futur où les compétences en mathématiques traditionnelles sont encore essentielles.

L'utilisation croissante des outils numériques intégrant l'IA suscite des inquiétudes, mais elle ouvre également de nouvelles perspectives dans la relation homme-machine, offrant ainsi des opportunités d'innovation et de découverte dans un vaste espace de possibilités. Cette prédominance du numérique invite à repenser nos références communes. Dans ce contexte, certaines compétences deviennent essentielles, telles que l'apprentissage de la formulation de questions pertinentes, le développement de l'esprit critique lors de l'interprétation des réponses, et la recherche de l'idonéité (cf. section 1.6) pour obtenir des problématiques stables, marquant ainsi une évolution qui affecte le travail mathématique. Cette évolution est particulièrement notable avec l'émergence de robots conversationnels. Toutes ces considérations nous amènent à proposer de concevoir l'IA comme un outil d'intelligence augmentée.

1.5. Vers l'idée d'intelligence augmentée dans l'interaction

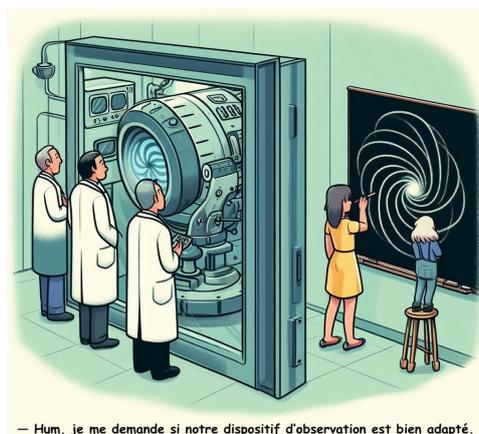
L'intelligence humaine et celle des machines sont distinctes, mais interagissent pour refléter leur capacité à accomplir des tâches avancées et à apprendre de ces interactions. Ainsi, l'interaction humain-machine démontre également son propre degré d'intelligence que l'on peut qualifier d'émergente. Cette interaction peut être finalisée, par exemple lors de la résolution de problèmes ou dans une activité de modélisation. Elle peut également être non finalisée, se déroulant de manière continue et itérative sans convergence immédiate. Dans de tels cas, elle peut refléter l'exploration de concepts mathématiques afin d'obtenir davantage d'informations ou de compréhension, ainsi que pour obtenir des pistes, des conseils ou des suggestions.

Même si l'interaction n'aboutit pas à une résolution immédiate de la tâche en cours, elle reste toujours pertinente dans le cadre du projet global, car c'est l'humain qui conserve le contrôle et l'initiative dans cette relation.

Une notion mérite d'être revisitée, celle d'«intelligence augmentée» dans l'interaction. Elle provient d'Engelbart (1962) et se réfère à l'idée d'amplifier les capacités intellectuelles humaines en utilisant les technologies informatiques et les systèmes interactifs. Exprimé en termes modernes, cette notion permet de mettre en valeur l'apprentissage instrumenté ou le nouveau travail mathématique qui s'enrichit avec l'usage d'une grande variété d'artefacts numériques. L'augmentation de l'intelligence qui en résulterait serait caractéristique d'un système sujet-milieu en interaction, typique de celui que l'on retrouve dans la théorie des situations didactiques en mathématiques de Brousseau (1998), alors que c'est le sujet qui prend l'initiative d'un questionnement avec un milieu «artificiel» partenaire dans la construction des connaissances. Nous y revenons avec un principe fondamental.

1.6. Le principe de l'idonéité

Le concept d'idonéité, élaboré par Ferdinand Gonseth au sein de l'idonéisme, représente une méthodologie philosophique originellement orientée vers les sciences exactes, mais qui s'est élargie de manière pragmatique pour inclure l'étude de divers protocoles. À son origine, l'idonéité était définie comme ce qui est approprié à la science actuelle, impliquant ainsi un ajustement constant entre les principes établis et l'expérience en cours.



— Hum, je me demande si notre dispositif d'observation est bien adapté.

Figure 2. Résultat d'un processus d'idonéité avec le créateur d'image DALL·E 3⁵, et d'intelligence augmentée avec le texte que nous avons ajouté.

⁵ DALL·E 3 est une version du modèle de génération d'images développé par OpenAI, capable de créer des images à partir de descriptions textuelles (<https://openai.com/dall-e-3>).

On peut voir l'idonéité comme un processus dialectique récursif visant à converger entre deux systèmes distincts. Ces systèmes peuvent prendre différentes formes, telles que la réalité et le modèle dans le contexte d'un processus de modélisation, ou l'interaction entre un sujet et un milieu dans le cadre d'un processus de conceptualisation ou d'usage impliquant un artefact numérique. Ainsi, dans le premier cas, le modèle et la compréhension de la réalité s'ajustent progressivement l'un par rapport à l'autre, établissant une convergence lorsque la problématique devient stable. Dans le second cas, le rapprochement se produit dès que l'action ou le questionnement du sujet génère des réponses convenables issues du milieu. Cette approche dynamique de l'idonéité offre une perspective holistique, soulignant que l'ajustement constant et la convergence entre les éléments en jeu sont essentiels pour mieux comprendre l'interaction entre un humain et un artefact intégrant l'IA.

En explorant la possibilité que l'interaction entre deux systèmes constitue une entité émergente, on s'engage dans une quête d'idonéité. Un exemple de cette approche se manifeste lors de la génération d'une caricature avec DALL·E 3, où le système usager (ici, nous) soumet plusieurs requêtes successives à l'IA jusqu'à l'obtention d'une image conforme à ses attentes (figure 2). Ensuite, en intégrant une réflexion textuelle sous l'image, on exploite l'artéfact numérique pour enrichir le projet. Ce partenariat entre l'IA et l'initiative humaine ouvre de vastes horizons, étendant naturellement les possibilités offertes par les artéfacts numériques d'aujourd'hui. Il s'agit d'une illustration emblématique d'un procédé idoine, où le dessin devient un élément autonome participant à la créativité et à la connaissance, évoluant rétroactivement en fonction de son adéquation à la réalité de l'intention du créateur.

Le processus dialectique récursif de l'idonéité repose sur plusieurs éléments clés. À l'instar de Gonseth (2022), il est essentiel de renoncer à l'absolutisme des fondements au profit d'une approche relative, permettant ainsi au référentiel de s'adapter. Cette relativisation des exigences, bien que provisoire, demande une stratégie d'engagement des partenaires, où l'efficacité devient une exigence à part entière, évoluant avec le progrès de la connaissance en jeu. L'intention dialectique joue un rôle crucial, notamment dans la réassociation du théorique et de l'empirique, de l'intention et de la réalisation, du travail du concepteur en amont et de celui de l'utilisateur en aval, facilitant ainsi le dialogue entre les systèmes. Ainsi, l'idonéisme promeut une conception dynamique de la connaissance, où toute signification est en devenir. Le processus idonéique, à travers la modélisation, le travail instrumenté ou la découverte d'invariants, illustre la capacité d'adaptation constante et la recherche de convenance entre les éléments en présence. Lorsque les machines peuvent inférer des tendances à partir de nombreuses données, comme avec les modèles génératifs, l'idonéité se révèle essentielle, car c'est l'humain qui peut reconnaître la valeur des réponses et les appliquer en conséquence, que ce soit dans la conception ou dans l'usage d'un artefact numérique impliquant l'IA et le nouveau travail mathématique.

Des points de vue précédents, on en tire que l'IA est à la fois une histoire de machine, un prolongement modélisé de l'humain et un partenariat humain-machine. Quel est le rôle de la didactique des mathématiques dans ce paysage ?

2. Intelligence artificielle et didactique des mathématiques

Le lien historique et naturel entre l'IA et la didactique des mathématiques est solidement établi, comme en témoigne l'ouvrage *Didactique et intelligence artificielle* (Balacheff, 1994). Toutefois, malgré l'intérêt qu'il suscite au sein de la communauté de recherche, le prolongement de l'étude a été un peu lent, peut-être en raison d'une sous-estimation des difficultés liées à la mise en œuvre des premiers systèmes. Ce livre démontre déjà les possibilités prometteuses de l'IA dans le développement d'environnements informatiques pour l'apprentissage humain, tout en proposant une modélisation de l'interaction didactique. Il souligne ainsi l'importance de combiner ces deux domaines pour une approche enrichissante :

En considérant le niveau d'initiative de l'apprenant, les systèmes peuvent être situés sur un continuum qui va de l'absence d'initiative à une totale liberté. Pour les besoins de mon exposé, je considérerai trois points particuliers de ce continuum : les points extrêmes, systèmes tuteurs et micromondes, et un point moyen, les environnements de découverte guidée. (ibid., p. 8)

Chaque position sur ce continuum présente des avantages et des inconvénients selon les objectifs pédagogiques et les besoins des apprenants. Actuellement, l'exemple paradigmatique de micromonde est représenté par les logiciels bien connus de géométrie dynamique ou de calcul symbolique. En ce qui concerne les « environnements de découverte guidée » (EDG), le spectre est large. En effet, les systèmes tuteurs sont souvent assimilés, dans un cas extrême, à la résolution de problèmes suivant des étapes prédéterminées (par exemple : problèmes de preuve ou de modélisation par les systèmes tuteurs, cf. Tessier-Baillargeon et al., 2017), tandis que dans les EDG, l'apprenant est censé bénéficier d'une certaine orientation et structure pour son apprentissage, tout en étant encouragé à explorer et à faire preuve d'initiative dans sa démarche. Lorsque le système fonctionne par chaînage, il contrôle l'étape suivante, et dès que le nombre de solutions possibles est assez grand, l'initiative de l'élève s'éloigne des approches prescriptives des premiers systèmes tuteurs. Dans cette approche, c'est la machine qui gère la complexité du problème afin de permettre à l'élève de se rapprocher de ce qu'il aurait fait de façon traditionnelle. Ce principe s'applique également aux scénarios d'apprentissage en formation des enseignants (Emprin, 2022) où l'étudiant peut prendre des décisions dans un contexte donné, sans être nécessairement restreint par un chemin préétabli.

Toutes ces considérations reflètent le paradoxe intrigant que nous avons soulevé à la section 1.2 et qui situe ici l'intelligence augmentée dans l'interaction humain-machine. Avec les progrès récents de l'apprentissage automatique et des réseaux de

neurones profonds, le déterminisme causal s'est estompé au profit d'approches statistiques, mais un même paradoxe continue de fonctionner dans une perspective d'intelligence augmentée. Cette fois, on ne sait plus vraiment ce qui se passe dans la machine, même les informaticiens concepteurs ne le savent pas vraiment, contrairement aux approches symboliques qui peuvent théoriquement être mises à plat. Cependant, on remarque que l'interaction humain-machine produit des effets remarquables pour l'apprenant ; le problème est que nous manquons de résultats expérimentaux en classe pour véritablement savoir ce qui en est, aussi bien sur le plan du champ des possibilités didactiques que pour le soutien à l'enseignement, à l'apprentissage et à la formation. Malheureusement, les bailleurs de fonds institutionnels ne semblent pas accorder la priorité aux moyens qui doivent être mis à la disposition des concepteurs en didactique. À ce chapitre, la didactique des mathématiques est encore à ses débuts, mais les acquis issus de la recherche historique et le progrès de l'IA réouvrent ce champ. En parallèle, des recherches récentes permettent de mieux comprendre l'état actuel de la relation entre l'IA et l'enseignement des mathématiques.

2.1. Typologies des usages de l'IA pour l'enseignement des mathématiques

Les sciences cognitives entretiennent un lien étroit avec la didactique des mathématiques, notamment grâce aux apports théoriques de l'épistémologie génétique de Piaget (Piaget, 1973 ; Greco et al. 1960), ainsi que des psychologues tels que Vergnaud (1990 ; 2002) et Richard (1982). Cette question des processus d'apprentissage et de l'intelligence est donc déjà présente au sein de la didactique, en tant que discipline à la croisée de multiples autres sciences, telles que la psychologie cognitive, les mathématiques, la statistique et la sociologie. Au cœur de la didactique se situe le questionnement autour des relations fondamentales dans une situation didactique, modélisées tout particulièrement dans la théorie des situations didactiques en mathématiques (TSDM) de Brousseau (1998).

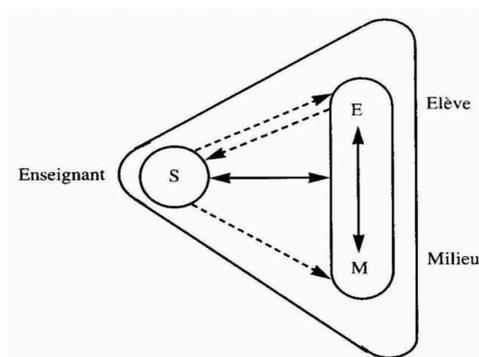


Figure 3. Schéma original de l'interaction enseignant-élève dans la relation didactique (Brousseau, 1998, p. 92).

Le schéma de Brousseau, présenté à la figure 3, est parfois confondu à tort avec le triangle didactique, qui considère les interactions entre trois systèmes : le savoir, l'élève et l'enseignant. Bien que le savoir soit souligné comme conditionnant l'enseignement et l'apprentissage, le triangle didactique néglige le rôle crucial de l'élève dans la construction des connaissances, ainsi que l'influence de l'enseignant. La TSDM met en lumière les relations entre le sujet (l'élève) et le milieu adidactique, soulignant la responsabilité de l'enseignant dans la création du sens. Principalement, les connaissances de l'élève se façonnent lors de ses interactions avec le milieu, dépassant les situations classiques d'institutionnalisation où l'enseignant se limiterait à « transmettre des connaissances ». La figure 3 illustre la dynamique entre l'enseignant (S) et l'élève (É) à travers les jeux fondamentaux de la relation didactique⁶. Le rôle de l'enseignant, englobant la planification du didactique et l'évaluation, donne un sens à l'activité de l'élève. Si l'enseignant influence le milieu de l'élève en choisissant les problèmes à résoudre et en définissant les conditions de résolution, c'est parce que les problèmes appartiennent au patrimoine de l'enseignant, et que c'est lors de la dévolution des problèmes que l'élève est susceptible de développer et d'appliquer ses connaissances. L'enseignant intervient relativement au système élève-milieu en tant qu'entité interactive, et ce qui revêt une importance particulière se trouve dans les réponses formulées par l'élève face aux obstacles et aux difficultés rencontrées, générant des informations pertinentes qui fournissent des rétroactions cruciales à l'enseignant. Ainsi, la figure de Brousseau représente précisément la dynamique interactive entre l'enseignant et l'élève dans l'enseignement des mathématiques, mettant en évidence le rôle central du système élève-milieu dans la conceptualisation et la mise en œuvre des connaissances.

La TSDM permet donc de considérer les rapports de l'enseignant avec un système lui-même en interaction. Ce milieu, choisi par l'enseignant ou le concepteur d'une situation (pris dans un sens large), peut être matériel (manuel, outil ou machine, logiciel, mise en scène, etc.) ou intellectuel (compagnon ou tuteur jouant un rôle de collaborateur), et en bout de piste, il doit permettre à l'élève d'évoluer de son propre mouvement : il est adidactique. Le a privatif signifie qu'il s'agit d'un milieu pour lequel l'enseignant a réussi à faire disparaître sa volonté et ses interventions en tant que renseignements déterminants pouvant influencer l'acquisition des connaissances. Dans la TSDM, le milieu apparaît comme étant le système antagoniste de l'élève. Puisque le milieu véhicule des connaissances, celles-ci ne peuvent se révéler que lorsque l'élève l'interroge activement avec une part d'autonomie. Il ne s'agit donc pas d'un vis-à-vis réagissant, comme dans un modèle comportementaliste, mais bien d'un partenaire dans la création du sens.

⁶ Le recours aux lettres S et E pour représenter respectivement l'enseignant et l'élève, plutôt que le choix naturel E et É, s'explique vraisemblablement par le fait que l'on suivait alors la norme obsolète des majuscules non accentuées.

En adoptant le point de vue d'intelligence augmentée, on peut alors s'intéresser à la façon dont l'IA augmente l'intelligence de l'élève, les moyens de l'enseignant ou encore du chercheur qui s'interroge sur l'effet des systèmes « élève-milieu » ou « enseignant-(élève-milieu) ». Nous devons également questionner le type d'IA, symbolique, statistique ou hybride sollicité pour engendrer des interactions.

Pour l'élève ou l'étudiant

Le syndrome de la page blanche n'a plus lieu d'être. Pour la résolution d'un problème traditionnel, l'élève peut interroger un oracle ou un outil de raisonnement automatisé dans Géogébra (approches symboliques), ou soumettre l'énoncé d'un problème à ChatGPT⁷ pour générer des solutions (approches statistiques ou hybrides⁸). Dans le premier cas, l'élève doit être attentif aux conditions d'entrée et interpréter les réponses dans le contexte du problème, tandis que dans le second cas, il doit également vérifier la véracité du résultat obtenu, puisque les approches statistiques ne « raisonnent » pas. Il s'agit là d'un cas extrême d'utilisation de l'IA avec des micromondes, où l'élève qui ne sait pas par où commencer peut augmenter son intelligence pour obtenir, par exemple, des conjectures relativement fiables. La question de la nécessité devra être traitée ultérieurement. Cependant, dès que l'élève a une petite idée de la résolution, il peut entrer dans une dynamique de questionnement avec le milieu, à l'instar d'un chercheur en sciences expérimentales. Ce processus d'interactions sujet-milieu peut être convergent dans le contexte du problème, on parle alors d'idoneité dans un sens qui rejoint celui de la théorie des espaces de travail mathématique (Kuzniak et al., 2022). Avec les environnements de découverte guidée, une partie du travail heuristique est délégué au milieu, c'est-à-dire que les concepteurs ont dû s'engager dans des techniques de gestion automatique. Quant aux systèmes tuteurs intelligents, ce type de gestion est plus complexe, nous en donnons un exemple au paragraphe suivant avec des projets existants. La difficulté majeure réside dans le fait que, en cas de blocage chez le

⁷ ChatGPT est un agent conversationnel développé par OpenAI qui repose sur un apprentissage automatique supervisé. Lors de son développement, des humains ont étiqueté ses réponses, et les utilisateurs continuent de le faire pendant son utilisation (Ouyang et al., 2022). Il se base sur un corpus de données non entièrement connu, provenant du Web, de sources présumément libres et de Wiki. L'agent peut générer des inexactitudes factuelles et ne fournit pas d'analyse de certitude de ses réponses.

⁸ Même si ChatGPT se base au moins sur le « statistiquement plausible » au niveau linguistique, il est capable d'utiliser des règles algébriques, des formules et des propriétés mathématiques bien connues, tout en possédant des compétences logiques. Cependant, ses capacités mathématiques restent limitées en comparaison à celles d'un humain, particulièrement pour des problèmes complexes ou nécessitant des connaissances spécialisées. Actuellement, OpenAI et WolframAlpha développent conjointement des approches hybrides (Wolfram, 2023).

sujet, le milieu doit trouver le moyen de relancer le processus sans toutefois fournir des réponses directes. On pourrait qualifier cela l'« art de la dévolution des problèmes », un concept précieux de la TSDM, qui fait référence à l'un des rôles principaux de l'enseignant.

Pour l'enseignant ou le formateur

L'utilisation de l'IA présente un double avantage pour les enseignants. D'une part, elle permet de recueillir des informations précieuses sur le processus d'apprentissage des élèves en analysant leurs interactions avec le milieu, notamment lorsqu'on est capable de traiter et d'organiser les données provenant de l'apprentissage instrumenté. D'autre part, l'IA se révèle être un outil essentiel pour la planification didactique, en particulier en aidant l'enseignant à choisir les problèmes en fonction des résultats de l'évaluation. Alors que les enseignants ne sont généralement pas des concepteurs informatiques, ils peuvent tout de même paramétrer un système existant et l'intégrer dans leur travail, réfléchissant même à l'impact potentiel du milieu sur l'augmentation de l'intelligence. Cependant, ce qui change principalement avec l'IA, ce sont les nouvelles perspectives d'automatisation des processus, allant du choix des problèmes jusqu'à la simulation ou l'évaluation de l'action tutrice, que ce soit celle de l'enseignant lui-même ou du milieu intégrant un système tuteur ou de découverte guidée.

La **génération automatique de contenu** s'appuie principalement sur des modèles de raisonnement, où les problèmes suivent généralement une structure de type « étant donné les hypothèses, établir la conclusion ». De plus, les outils de raisonnement automatisés sont capables de dériver des résultats en utilisant une logique modale (toujours vrai, vrai sur un domaine, etc.). Ainsi, en se basant sur un ensemble de propositions d'un domaine donné, l'IA peut à la fois générer automatiquement des problèmes mathématiques adaptés au niveau et aux besoins spécifiques des élèves, et fournir des informations sur l'enchaînement des propositions et les conceptions des élèves. Ces problèmes peuvent être générés de manière aléatoire ou en fonction des compétences et des obstacles propres à chaque élève, permettant ainsi la création d'itinéraires d'apprentissage adaptés.

Un des aspects clés réside dans la **correction automatique des exercices** et l'**évaluation en résolution de problèmes**. On sait que les réponses des élèves à des exercices mathématiques peuvent être corrigées automatiquement, ce qui est particulièrement utile pour fournir rapidement des retours sur leurs compétences mathématiques de reproduction (cf. Pappas & Drigas, 2023). Cependant, l'IA montre son véritable potentiel avec des problèmes plus complexes, car elle permet également d'analyser le raisonnement déployé par l'élève et les preuves instrumentales utilisées lors de l'interaction avec un artefact numérique. Lorsqu'il s'agit de situations de modélisation, l'IA joue un rôle particulièrement pertinent en

facilitant l'examen de la correspondance entre la définition d'une situation modèle dans la réalité et sa simulation ou résolution dans le monde mathématique. Cela permet de poser une problématique stable, favorisant ainsi l'analyse de l'adéquation du processus dans le contexte donné (cf. section 1.6).

L'interaction dynamique entre l'enseignant et le système élève-milieu engendre un jeu complexe d'allers-retours où l'intelligence artificielle (IA) se révèle particulièrement utile pour le **suivi** et l'**analyse des progrès des élèves**. Toutefois, en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, un aspect plus subtil réside dans les liens tissés entre les problèmes, les obstacles, les conceptions et les connaissances. Prenons par exemple la situation-problème, qui sert de prétexte à l'acquisition d'une connaissance tout en encourageant la maîtrise des obstacles et la formation de nouvelles conceptions, spécifiques au système élève-milieu. Lorsqu'un blocage survient, c'est en explorant ce système que l'on peut trouver des solutions, car il contient des informations cruciales sur le processus d'apprentissage.

Les considérations précédentes montrent que l'IA permet d'offrir un **soutien personnalisé** aux élèves en fonction de leurs besoins spécifiques sur le plan de la découverte, de la validation et de la modélisation. Grâce à l'utilisation de modèles de raisonnement, l'IA génère automatiquement des problèmes mathématiques adaptés à au travail mathématique de chacun dans une approche guidée. L'augmentation de l'intelligence est aussi celle de l'enseignant qui s'applique à la dévolution des problèmes dans une perspective d'adaptation selon les résultats obtenus. L'intensité de son rôle est variable selon le type de système en jeu (entre micromonde et système tuteur), mais c'est lui qui anime l'interaction didactique.

Actuellement, l'**assistance au raisonnement mathématique** est principalement associée aux approches symboliques en intelligence artificielle. Des logiciels tels que Maple, Mathematica et TI-Nspire sont devenus disponibles en classe de mathématiques à partir des années 1990. Cependant, depuis 2016, ce sont surtout les outils de raisonnement automatisé dans GéoGébra qui ont démontré toute leur capacité à soutenir la résolution de situations en géométrie. Ces outils permettent aussi bien la découverte de conjectures, la dérivation de propriétés que la démonstration de résultats grâce à l'utilisation de l'algèbre et du calcul symbolique.

L'analyse fréquentielle d'erreurs, courante dans la pratique enseignante, ouvre de nouvelles perspectives grâce à l'IA, notamment lorsqu'elle est appliquée à l'**analyse des obstacles** rencontrés dans le travail mathématique. En didactique des mathématiques, l'obstacle est un élément constitutif de la connaissance et se manifeste sous la forme d'une erreur récurrente et persistante pour un individu ou un groupe d'élèves, dans le cadre d'un contrat didactique donné. Pour identifier ces obstacles, il est primordial d'obtenir de l'information sur le contexte et le processus de résolution du problème, ainsi que de connaître l'historique de l'élève et d'avoir accès aux données de toute une classe. Dans cette perspective, les approches

hybrides en IA se révèlent particulièrement intéressantes, en combinant l'apprentissage automatique et les réseaux de neurones profonds pour repérer des invariants, établir des catégories ou liens conceptuels. En parallèle, elles utilisent les approches symboliques pour accéder directement au processus de résolution lui-même, permettant notamment d'interpréter un cas de blocage.

Les **systèmes tuteurs intelligents** sont conçus pour interagir avec les élèves, répondre à leurs questions, les guider dans leur apprentissage et les aider à résoudre des problèmes mathématiques complexes. Cependant, leurs fonctionnalités ne se limitent pas à ces aspects. Ils se révèlent bénéfiques en formation des enseignants de mathématiques, car ils permettent de simuler l'action tutrice. En ajustant le paramétrage spécifique d'un système informatique donné, les enseignants peuvent améliorer leur sens didactique en testant l'effet de leurs actions et en se mettant à la place de l'élève. Cette approche facilite l'anticipation de solutions et la planification d'itinéraires d'apprentissage personnalisés pour chaque élève.

Les exemples précédents démontrent comment l'utilisation de l'IA permettrait aux enseignants de mathématiques d'accéder à de nouvelles potentialités autrefois souhaitées, mais pas nécessairement accessibles. En automatisant certaines tâches plus mécaniques, les enseignants pourraient à la fois améliorer l'apprentissage des élèves, leur offrir un soutien personnalisé et optimiser leur temps d'enseignement. Ainsi, ils pourraient se concentrer davantage sur des aspects pédagogiques essentiels révélés par les acquis de la didactique des mathématiques.

Pour des raisons d'économie d'espace, nous n'avons pas discuté de certaines technologies comme la réalité virtuelle, qui permet de percevoir et de simuler une réalité modélisée (Rodríguez, 2022), ni la réalité augmentée, utilisée pour modéliser des formes ou des motifs présents en ville (Martínez-Sevilla & Alonso, 2022). Cependant, il est essentiel de souligner que l'intelligence artificielle (IA) reste extrêmement utile pour améliorer le potentiel de représentation et d'analyse des objets physiques, des connaissances, etc. Dans de telles situations, l'interaction sujet-milieu est au cœur du nouveau travail mathématique (Flores Salazar et al., 2022). En outre, nous n'avons pas abordé les projets STEAM qui intègrent les sciences, la technologie, le génie, les arts et les mathématiques (Diego-Mantecón et al., 2022), bien que l'IA risque d'y jouer un rôle grandissant au cours des prochaines années.

Pour le chercheur ou le didacticien

Le chercheur se trouve à la croisée des chemins en tant que concepteur et utilisateur de l'intelligence artificielle. Elle lui offre une source d'informations inédites sur les processus d'enseignement et d'apprentissage, contribuant ainsi à enrichir la recherche en didactique tout en améliorant les pratiques pédagogiques et le matériel d'enseignement. Les modèles didactiques jouent un rôle clé dans la compréhension approfondie de l'intelligence artificielle. Ainsi, l'IA statistique s'appuie sur des

schémas pour réaliser ses analyses, tandis que l'IA symbolique se concentre sur la manipulation de symboles et de règles logiques pour raisonner ou résoudre les problèmes, et l'IA sémantique requiert des modèles hybrides pour concevoir ses structures décisionnelles. L'étude du rôle du chercheur dans l'application de l'intelligence artificielle à l'enseignement nécessite une prise en compte particulière de la classification proposée par Van Vaerenbergh et Pérez-Suay (2022) pour les systèmes d'IA dédiés à l'enseignement des mathématiques (figure 4).

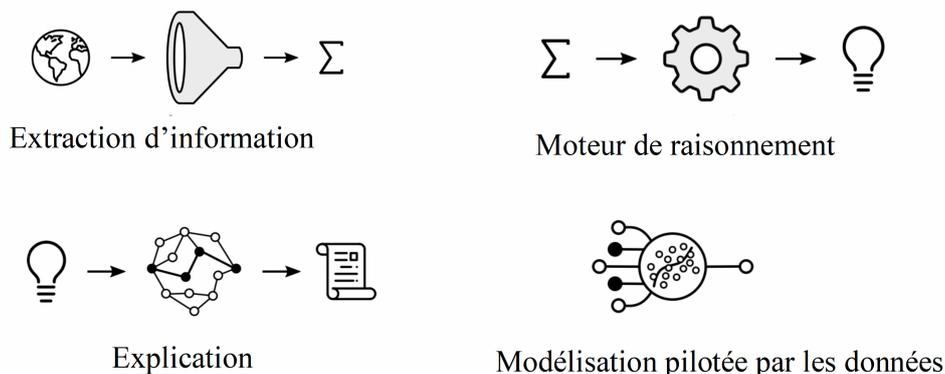


Figure 4. Quatre types d'IA pour l'enseignement des mathématiques, tirée de Van Vaerenbergh et Pérez-Suay (2022)

L'IA d'**extraction d'information** utilise les données issues du monde réel comme un énoncé de problème, un dessin géométrique ou encore les données issues de tout type de capteurs et les transforme en une représentation mathématique comme une équation ou un ensemble de propriétés sur une figure donnée. Ce type d'IA peut assister l'élève dans l'analyse d'un problème mathématique et fournir des informations à un tuteur intelligent. Pour l'enseignant et le chercheur, elle pourrait fournir des données sur les énoncés ou encore analyser les attitudes faciales de l'élève ou son comportement sur une interface numérique.

Les **moteurs de raisonnement** permettent, à partir d'un ensemble de données mathématiques, de construire un raisonnement logique basé sur des règles prédéfinies. Ces outils de raisonnement automatisés (ORA) pour la résolution de problèmes mathématiques existent par exemple dans le logiciel Géogébra (Kovács et al., 2018) ou à travers le système COQ (cf. COQ, 2002). Ils peuvent également être bénéfiques pour les élèves engagés dans la résolution de problèmes, ainsi que pour les étudiants en informatique chargés de concevoir des logiciels conformes aux règles de sûreté informatique (Delahaye et al., 2005). Pour l'enseignant et le chercheur, ils permettent un accès anticipé à l'exhaustivité des réponses et raisonnements possibles.

Les outils permettant l'**explication des raisonnements** visent à rendre compréhensibles par un utilisateur humain les résultats de l'IA. Par exemple, avec les ORA, on peut savoir dans quelle mesure le vrai découle d'une situation géométrique, sans connaître toutefois le moyen technique qui génère la réponse. À l'interne, l'outil modélise la situation par l'algèbre, il exécute un calcul complexe puis il interprète la réponse dans le contexte du problème. Dans certains cas, il peut fournir plus de réponses que nécessaire ou omettre certaines propriétés, car le plan réel est modélisé par le plan complexe. Par conséquent, il est essentiel de disposer d'un outil permettant de construire un raisonnement compréhensible pour les humains, en parallèle du calcul effectué par la machine, et dont la réponse s'intègre parfaitement dans le contexte d'origine. Ces outils d'explication sont ainsi bénéfiques pour les trois types d'usagers que nous avons identifiés, car ils facilitent l'interprétation des représentations mathématiques ou des raisonnements produits.

Le dernier type d'outil s'appuie sur un **grand nombre de données pour inférer un modèle prédictif**. Ce type d'IA est associé aux techniques et méthodologies de forage de données. Il s'adresse principalement à l'enseignant et au chercheur en permettant, grâce à l'analyse des données issues du travail de l'élève, d'identifier des processus d'apprentissages et de prédire des obstacles ou des besoins. Il en est de même en formation des enseignants.

En croisant la typologie précédente avec l'idée de sujets en interaction, une classification émerge, permettant de saisir l'intérêt de l'intelligence artificielle en tant qu'outil d'augmentation de l'intelligence au service de l'enseignement et de l'apprentissage. Cette convergence nous conduit à examiner de plus près les implications de l'intelligence artificielle dans le domaine didactique. Quel que soit l'interlocuteur de l'IA dans la situation didactique, la conception d'outil informatique utilisant cette technologie soulève deux questions essentielles : la définition de la connaissance (Balacheff, 1994) et sa modélisation, ainsi que la prise en compte des conceptions de l'élève, des interactions didactiques, du raisonnement mathématique, et des interactions pédagogiques, telles que la fonction d'étayage ou la production de rétroactions épistémiques, comme évoquée par Luengo (2009).

Ces différentes modélisations sont au cœur de la didactique, fournissant les cadres nécessaires pour la programmation informatique d'artéfacts numériques. Pour illustrer notre propos, nous examinons dans ce qui suit des projets existants dans le monde francophone, afin de mieux appréhender à la fois le rôle des sujets en interaction avec l'IA et les cadres mobilisés. Nous reprenons plus particulièrement les éléments essentiels de cette typologie afin d'analyser de manière approfondie la manière dont les sujets interagissent avec l'intelligence artificielle et les cadres conceptuels mobilisés dans ces interactions, offrant ainsi une perspective éclairée sur le rôle dynamique de l'IA dans le contexte didactique.

2.2. Exemples de projets utilisant l'IA

En nous basant sur des revues récentes des projets liés à l'IA dans le monde francophone (Cherigny et al., 2020), prolongées par le projet Hype 13⁹, et sur la table ronde multidisciplinaire à la 21^e école d'été de l'Association pour la recherche en didactique des mathématiques (ARDM) (Emprin, 2023), nous avons identifié les projets en cours qui illustrent et fournissent un aperçu des développements actuels de l'IA. Nous présentons ainsi QED-Tutrix, qui interroge les tuteurs intelligents, le projet Adaptiv'Math pour illustrer le pilotage par les données, SIC et SAP pour les systèmes experts, Adaptiv'Math et MindMath pour la modélisation des apprentissages des élèves, et Teleos pour l'usage de modèles didactiques. Le tableau 2 résume succinctement la typologie élaborée à la section 2.1, mettant en lumière les aspects qui ne sont pas présents dans les cinq projets identifiés au cours de notre exploration des recherches actuelles.

Tableau 2. Composition des projets de recherche en IA selon l'orientation principale et le type d'usage

		QED-Tutrix	Adaptiv'Math	SIC SAP	Mind Math	TELEOS
Orientation	Apprenant	×	×		×	×
	Enseignant			×		
	Chercheur	×		×		
Type d'usage	Génération automatique de contenu					
	Correction et évaluation automatique					
	Analyse des progrès des apprenants		×		×	×
	Soutien personnalisé	×	×		×	×
	Assistance au raisonnement mathématique ou didactique	×		×		

⁹ Le livrable Q9 du projet HYPE 13, intitulé « Hybridation des formations de l'enseignement supérieur » et inscrit dans le cadre du Programme d'Investissement d'Avenir (PIA) de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) en France, a facilité l'élaboration d'un état de l'art portant sur les projets exploitant l'intelligence artificielle.

QED-Tutrix

Le projet QED-Tutrix a choisi une approche de développement associant des chercheurs spécialisés en didactique des mathématiques et en génie informatique. Cette collaboration vise à faciliter l'intégration et l'émergence de modèles innovants. L'outil développé constitue un environnement interactif qui s'adapte à chaque élève et vise à équilibrer les interactions entre l'intelligence naturelle de l'utilisateur et l'intelligence artificielle du système tuteur (Font et al., 2022). Un élément central de cet environnement est l'agent tuteur, qui joue un rôle complémentaire à celui de l'enseignant, tout en étant considéré comme faisant partie intégrante du milieu au sens de la TSDM (figure 5).

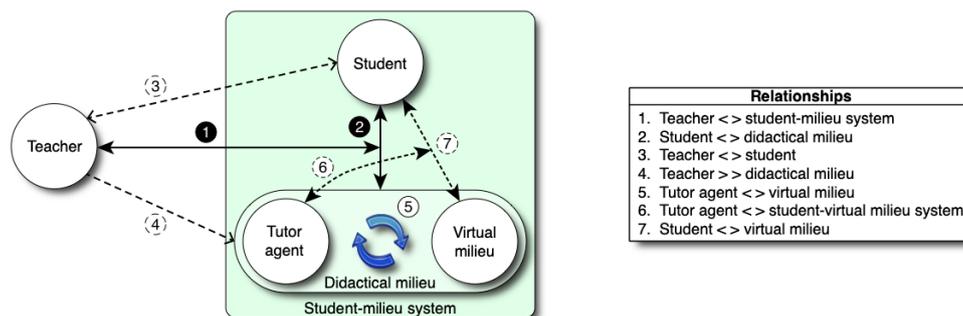


Figure 5. L'encapsulation du tuteur au sein du milieu permet une distinction plus claire entre les principales relations de l'enseignant (1 sur 2) et celles de l'agent tuteur (6 sur 7), tout en soulignant les différents types de milieux impliqués (Richard et al., 2011, p. 428).

Le système QED-Tutrix (QEDX) a été créé pour soutenir la résolution de problèmes de preuves en géométrie. Il a été conçu de façon à intégrer les utilisateurs, et ce très tôt dans le processus de conception. Ainsi, l'élève qui résout un problème de géométrie peut construire une figure dynamique, raisonner sur celle-ci, en dégager une conjecture, l'écrire, la démontrer ou la réfuter. Au besoin, un agent pédagogique virtuel répond aux difficultés de chaque élève par des messages sous forme de phrases ou de problèmes qui s'adaptent au comportement et à la stratégie de chacun. L'intelligence du système tuteur doit être capable de communiquer avec l'élève dans la logique du problème, avec son langage et ses contraintes, et anticiper des moments de blocages qui se lient aux connaissances en jeu. Par ses possibilités de messages discursifs (propositions verbales) et de messages cognitifs (problèmes connexes, voir ci-après), le tuteur s'associe au modèle géométrique de l'utilisateur. Il s'agit d'un avantage dès qu'on cherche à produire l'articulation d'un raisonnement humain ou produire des preuves qui sont lisibles (Quaresma, 2022). Toutefois, l'approche symbolique du système sous forme de graphe inférentiel exige la production préalable de toutes les preuves possibles, ce qui soulève un enjeu combinatoire bien connu en informatique. En revanche, l'organisation déductive de QEDX permet

d’engager les élèves dans des preuves instrumentales, bien au-delà des preuves discursives traditionnelles. En effet, pour certaines étapes de raisonnement, il est possible d’introduire un outil technologique en interaction en guise de justification des inférences, prolongeant de ce fait la structure discursive du système, comme la construction d’une figure dynamique, l’exécution d’un algorithme ou la modélisation d’une situation réelle. Le fait de pouvoir agir au cœur des justifications est compatible avec un prolongement vers des approches statistiques (méthode mixte de recherche en IA).

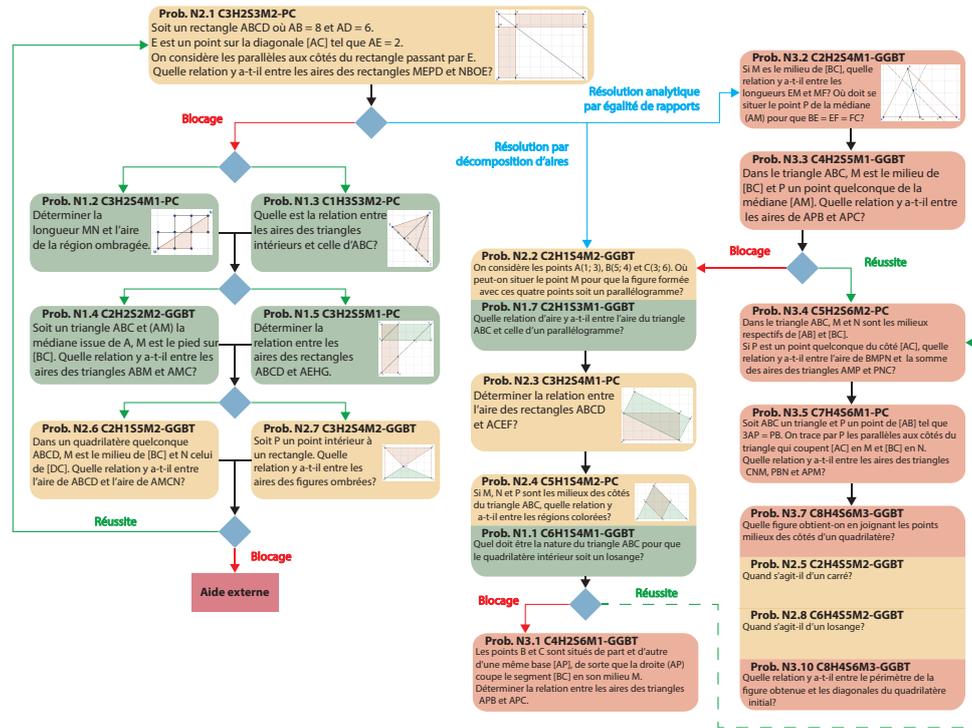


Figure 6. Arbres de problèmes connexes en géométrie pour un même problème racine (énoncé tout en haut), tiré de Richard et al. (2018).

L’enseignement traditionnel consiste à poser des problèmes en série, sans égard à la proximité des problèmes déjà résolus ni aux connaissances acquises au cours de l’apprentissage. Pourtant, les problèmes choisis par l’enseignant sont liés, ils appartiennent à un moment fort de l’étude d’un même groupe de notions (chapitre du cours). Il faut donc considérer la complexité des liens qui les unissent pour mieux comprendre la prise de décision par l’enseignant. Car si la responsabilité de ce dernier est la dévolution du problème, c’est aussi la dévolution du « bon problème ». C’est-à-dire celui qui est adapté aux conceptions de l’élève en jeu (par exemple, dans

le modèle cKç de Balacheff et Margolinas, 2005) et non pas seulement supposées. Ainsi, lorsque le choix d'un problème découlant survient à la suite d'un moment de blocage ou de la réussite d'un premier problème (problème racine), on peut engendrer un itinéraire d'apprentissage conséquent (figure 6). C'est dans un tel contexte que l'IA devient redoutable, intégrant la relation forte entre un moment de blocage et la venue de problèmes découlants, sorte de message cognitif qui dépend de critères de connexité et qui vise à relancer un processus de résolution bloqué (Richard et al., 2018). Dans la TSDM, un blocage devient une rupture de contrat avec ce qui est attendu dans la logique du problème (problème racine), les problèmes connexes surviennent en agissant au sein même de la conception. Par conséquent, la dévolution du « bon problème » ne négocierait pas à la baisse le savoir visé par le problème racine, mais il aurait aussi le potentiel de relancer le processus de résolution en intervenant directement au sein du système sujet-milieu, sans pour autant fournir véritablement des réponses en même temps que les questions.

Dans ce qui précède, on observe un impérieux besoin de synergie entre les domaines de l'informatique et de la didactique, dans le but d'aborder de manière plus précise « la problématique de la lisibilité et de l'accessibilité des preuves, ainsi que l'adaptabilité des preuves aux raccourcis inférentiels », comme le mentionnent Font et al. (2018). Cela fait référence aux méthodes ou techniques qui permettent naturellement à l'être humain de simplifier ou d'accélérer le processus d'inférence logique. De plus, ce travail requiert l'emploi de cadres théoriques spécifiques à la didactique, tels que la TSDM, en commençant par le concept de contrat didactique selon Brousseau (1990). De même, la Théorie des Espaces de Travail Mathématique (ThETM) (Kuzniak et al., 2022) s'avère particulièrement avantageuse pour coordonner les genèses discursive, sémiotique et instrumentale au sein de l'interaction sujet-milieu. Par ailleurs, des cadres spécifiques aux sciences informatiques, comme les études sur les preuves automatiques présentes dans GRAMY (Matsuda & VanLehn, 2005), semblent également essentiels.

SIC et SAP

Dans la poursuite du soutien aux enseignants, les logiciels SIC (Simulateur Informatique de Classe) et SAP (Simulateur d'Analyse de Pratique) fournissent des instruments de formation fondés sur un système expert alimenté par des données, tout en générant de nouvelles données.

Les outils développés par Emprin (2011 ; 2022 ; 2023) permettent la simulation des interactions humaines dans deux contextes distincts : d'une part, entre un professeur et des élèves au sein d'une classe dédiée aux mathématiques (SIC), et d'autre part, entre un formateur et un enseignant lors d'une séance d'entretien de formation (SAP). Ils sont basés sur une forme simple d'IA, les systèmes experts nécessitent de réduire la complexité de la situation d'interaction en construisant un modèle structuré

et calculable permettant de décrire les protagonistes, leur état et leurs relations. Cette description s'effectue selon deux approches distinctes. D'abord, elle est théorique et repose sur les connaissances issues des recherches en didactique, notamment en ce qui concerne la situation didactique illustrée à la figure 3. Ensuite, elle est heuristique, résultant de l'analyse des situations réelles observées en classe. Cette analyse implique une observation attentive des choix faits par l'enseignant et de leurs effets sur les activités des élèves ou de l'enseignant lui-même. Il convient de souligner que le logiciel génère exclusivement des messages cognitifs à l'intention de l'utilisateur (ce terme étant employé dans le sens défini précédemment, distinguant les messages discursifs des messages cognitifs). Ainsi, chaque action entreprise par l'enseignant au sein du logiciel déclenche une rétroaction sous la forme d'une réaction de la ou des avatars, ces derniers proposant à leur tour de nouvelles actions. La démarche de formation impliquant l'utilisation de ces outils exige du formateur qu'il guide les apprenants ayant utilisé le logiciel dans l'interprétation de ces messages cognitifs. Il s'agit également pour les apprenants de formuler de manière explicite les connaissances et les compétences professionnelles sous-jacentes qui en découlent.

Adaptiv'Math

Le projet, porté conjointement par l'INRIA (équipe Flower) et le laboratoire LIP6 de Sorbonne Université, a pour objectif de présenter aux élèves des parcours individualisés en utilisant deux algorithmes d'IA : ZPDES (Zone of Proximal Development and Empirical Success) pour la modélisation des mécanismes d'apprentissage humain (Clément, 2018) et SACCOM (Student Activity Clustering for Classroom Orchestration and Monitoring) qui permet de regrouper les élèves en fonction des exercices réalisés ou des types d'erreurs commises (Harrak & Bouchet, 2021). Tandis que le premier algorithme se concentre sur l'élève en lui proposant indirectement des exercices adaptés, le second soutient l'enseignant dans sa compréhension des particularités de groupe-classe et de chaque apprenant.

En tant qu'IA pilotée par les données, le projet Adaptiv'Math intervient au niveau de l'enseignant. Il analyse les réponses des élèves lors d'activités de résolution de problèmes, ce qui permet de proposer par la suite des exercices adaptés. Cette approche se traduit par un apprentissage personnalisé pour chaque élève.

MindMath

MindMath propose à chaque élève un parcours d'apprentissage en ligne via des exercices mathématiques autoadaptatifs conformes au programme d'études. Grâce à son moteur d'IA, la plateforme favorise une progression individualisée en recommandant des activités appropriées pour un développement continu. Elle évalue

le niveau de compétence de chaque élève et lui offre un soutien personnalisé en détectant automatiquement les obstacles ou en réponse à ses demandes d'assistance.

En utilisant des approches telles que les classes inversées ainsi que les stratégies adaptatives, MindMath a pour objectif de renforcer la maîtrise des compétences fondamentales en mathématiques au moyen d'exercices d'entraînement spécifiques à chaque niveau scolaire. Cette plateforme en ligne, développée en collaboration avec Tralalere, propose des profils pour les enseignants, les parents et les apprenants, ce qui permet une personnalisation de l'enseignement. Le moteur de résolution de problèmes mathématiques, issu de la coopération avec le laboratoire LDAR et intégrant le module Domoscio, repose sur une ontologie didactique avancée¹⁰. Il s'ajuste en temps réel en fonction du raisonnement de chaque élève.

Le projet MindMath exploite les connaissances didactiques relatives à l'apprentissage de l'algèbre élémentaire et de la géométrie pour guider deux algorithmes distincts. Le premier est dédié à la génération de nouvelles situations d'apprentissage, tandis que le second facilite la prise de décisions en vue de fournir des rétroactions épistémiques instantanées (Jolivet et al, 2021). Cette initiative repose sur l'analyse didactique des praxéologies au sens de Chevallard (1999). Les connaissances didactiques sont notamment mises à contribution pour atténuer le problème du « démarrage à froid » de l'algorithme d'IA.

TELEOS

Bien qu'il ne soit pas spécifiquement axé sur l'apprentissage scolaire, le projet TELEOS (Technology Enhanced Learning Environment for Orthopedic Surgery) adopte une perspective novatrice en intégrant des théories issues de la didactique des mathématiques et une approche mixte. C'est pourquoi il mérite d'être mentionné. Ce projet porte sur la formation en chirurgie orthopédique à travers la simulation, visant principalement à approfondir la compréhension des processus d'enseignement-apprentissage au sein d'un contexte perceptif gestuel et empirique. L'application du modèle cKç (Balacheff & Gaudin, 2002) est à la base de la structure d'un réseau bayésien (Chieu et al., 2010), permettant à la fois de représenter graphiquement la connaissance sous forme probabiliste et de contrôler la prise de décisions. C'est ce même modèle qui est employé pour raisonner sur les conceptions des élèves en mathématiques, dans le même sens que nous l'avons employé implicitement à la section 2.1. Les expériences menées sur simulateur ainsi que les retours des utilisateurs sont ensuite exploités en utilisant ce modèle pour faire évoluer le système (Toussaint et al., 2015). L'IA se tourne vers le chercheur pour mieux comprendre le processus d'enseignement apprentissage dans le cas de cette activité spécifique.

¹⁰ Modèle de représentation structurée du savoir.

L'ensemble de ces projets illustre comment les interactions au sein de la relation didactique s'établissent lorsque le milieu est un artefact numérique qui intègre des techniques de l'IA. Plutôt que de détailler minutieusement, à la manière de la figure 5, le rôle de chaque composante selon les technologies, notre intention visait surtout à présenter des réalisations existantes (voir aussi Lagrange et al., 2023).

2.3. IA et cadres théoriques de la didactique des mathématiques

Nos discussions antérieures portant sur l'application de l'IA à l'enseignement des mathématiques, ainsi que les exemples de projets exploitant cette technologie, ont adopté une approche axée sur les interactions et le travail mathématique. Dans ce contexte, la théorie des situations didactiques en mathématiques, élaborée par Guy Brousseau, se présente comme préceuse. De plus, la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) initiée par Yves Chevallard à la suite de ses réflexions sur la transposition didactique, a été brièvement abordée. Cette théorie postule que toute activité humaine peut être définie dans le cadre d'une praxéologie. Bien que conçues avant l'essor de l'IA, ces théories fondamentales en didactique des mathématiques demeurent pertinentes pour les aspects de l'intelligence augmentée. Lorsqu'on aborde un phénomène aussi complexe que l'apprentissage des mathématiques, il est judicieux de le considérer comme un écosystème dans lequel l'apprenant s'adapte et modèle le milieu selon ses besoins. Cet écosystème peut se tisser sur plusieurs axes conceptuels entrelacés qui, étant à la fois riches et interconnectés, illuminent la trame subtile d'une toile conceptuelle cohérente. Sans perte de généralité, nous avançons que la culture didactique valorise :

1. Un axe **épistémologique**, pour plonger dans la tradition bimillénaire des Éléments d'Euclide ou dans les heuristiques de résolution de problèmes de George Polya ainsi que la dialectique des preuves et des réfutations d'Imre Lakatos. Ces bases épistémologiques sous-tendent la quête de comprendre comment la construction du savoir mathématique s'épanouit dans un environnement éducatif adapté à l'IA.
2. Un axe **sémiotique**, étant donné que le langage mathématique constitue une langue à part entière. Des théories telles que celles des fonctions du langage de Raymond Duval ou l'approche fonctionnelle-structurelle de Richard et Sierpiska éclairent les mécanismes par lesquels les concepts mathématiques sont communiqués, interprétés et intériorisés à l'ère du numérique.
3. Un axe **didactique**, avec des théories comme la TSDM, la TAD ou la ThETM qui ont aussi fait leurs preuves dans différents projets didactiques sur l'IA pour étudier les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage, permettant une meilleure compréhension de la manière dont les situations, les pratiques pédagogiques et le contexte sociétal influencent la formation et la mise en œuvre des concepts mathématiques.

4. Un axe **instrumental**, qui sert de clé pour déverrouiller l'accès à la compréhension du nouveau travail mathématique à travers les éléments de la théorie de l'instrumentation de Pierre Rabardel, Michèle Artigue ou Jean-baptiste Lagrange, et le modèle cKç de Balacheff et Margolinas pour le calcul de situations didactiques. Si cet axe est nécessaire pour se comparer au travail mathématique traditionnel, il permet surtout d'explorer comment les outils et les artefacts influencent la perception et l'application des concepts mathématiques.
5. Un axe **inférentiel** qui explore les mécanismes de la prise de décision, que ce soit grâce à la théorie de la prise de décision d'Alan Schoenfeld ou les enjeux du raisonnement instrumenté et des preuves instrumentales, pour éclairer sur les notions de nécessité ou de contrôle dans l'articulation des connaissances mathématiques des classes contemporaines.

Ensemble, ces cinq axes éclairent l'ensemble du panorama, offrant ainsi une vision approfondie des interactions et du travail mathématique dans toute leur richesse et complexité. De plus, ce sont des axes qui ont été largement éprouvés par la recherche, ce qui les rend aptes à orienter la modélisation informatique nécessaire au déploiement des algorithmes d'intelligence artificielle.

La modélisation des conceptions de l'apprenant en géométrie à partir du modèle cKç et d'une approche multiagent (Weber et al., 2002) en est l'un des premiers exemples français d'intégration didactique-informatique. Le modèle Ontoprax (Chaachoua et al., 2014), qui a été testé en algèbre élémentaire, est également un bon exemple de ce type d'interaction, s'appuyant sur le cadre praxéologique et la représentation sous forme d'ontologies. Pour aborder le défi inhérent à la modélisation des mécanismes d'apprentissage humains, le projet Adaptiv'maths s'appuie sur la théorie du Flow, selon Csikszentmihalyi (1975 ; 1990), et le concept de la zone proximale de développement de Vygotsky (1978). Cette démarche met en évidence la nécessité de créer un nouveau cadre conceptuel qui fusionne les perspectives didactiques et informatiques. Cette convergence vise à explorer en profondeur certains aspects du processus d'apprentissage à l'aide d'outils technologiques reposant sur l'IA. Ces projets illustrent la fécondité de la collaboration entre les sciences informatiques et la didactique des mathématiques. Les perspectives ouvertes abondent et témoignent de l'étendue des travaux encore envisageables.

L'ouvrage édité par Richard et al. (2022) souligne la contribution de l'IA à l'enseignement des mathématiques, notamment par la création de milieux d'IA pour la réalisation du travail mathématique à l'école. Fruit d'une collaboration entre didacticiens, mathématiciens et informaticiens, il rappelle que les perspectives disciplinaires représentent des héritages culturels fréquemment négligés lors de l'intégration des différents domaines. Ainsi, les sciences mathématiques et informatiques conditionnent étroitement le travail de l'enseignant, l'apprentissage et la mise en œuvre de pratiques pédagogiques. Alors que les sciences informatiques

s'orientent de plus en plus vers des réalisations techniques, les mathématiques accordent une attention particulière à l'idéalisation de leurs fondements. Néanmoins, les choix de modèles en informatique exercent une influence profonde sur la mise en œuvre et l'interprétation des connaissances, pouvant amplifier certains effets indésirables comme la perte de contrôle sur la nécessité des liens qui les unissent. Du point de vue des sciences didactiques, l'enseignement des mathématiques s'appuie sur la modélisation et l'analyse a priori, tout en confrontant les résultats à l'expérience humaine. L'intervention croissante des artefacts numériques nécessite une intégration plus poussée des connaissances mathématiques dans les modèles informatiques, en vue de reconnaître l'acquisition de connaissances dans le nouveau travail mathématique. Bref, une question centrale demeure, elle consiste à explorer la compréhension de l'intelligence humaine afin de la stimuler efficacement au moyen de l'intelligence artificielle.

Les analyses effectuées mettent en évidence plusieurs éléments cruciaux. Il est primordial, dès la conception des outils, de prendre en compte la modélisation des connaissances requises pour l'implémentation de l'IA. Une collaboration étroite et constante entre didacticiens et informaticiens joue un rôle essentiel. Il est impératif d'incorporer les aspects du travail mathématique contemporain, avec ses dimensions sémiotiques, discursives et instrumentales, dans les outils d'IA. En plaçant l'intelligence du côté de l'utilisateur et en considérant les outils comme des aides pour son travail mathématique, les confusions sont évitées et une réflexion approfondie sur le processus d'enseignement-apprentissage devient possible.

Cependant, l'utilisation des outils d'IA soulève d'autres interrogations qu'il serait inopportun de sous-estimer.

3. Questions et perspectives liées à l'IA

3.1. La question des connaissances et du raisonnement

La transparence des outils informatiques, y compris ceux basés sur l'IA, par rapport aux connaissances qu'ils intègrent, peut varier considérablement en fonction de leur conception, de leur fonctionnement et de leur processus de développement. Certains outils sont conçus de manière à rendre leur processus décisionnel et leur fonctionnement interne compréhensibles aux utilisateurs, ce qui favorise la transparence. Cependant, pour certaines formes d'IA, notamment l'apprentissage automatique et les réseaux de neurones profonds, la complexité des modèles peut rendre ardu l'explicabilité exhaustive de chaque décision ou prédiction. Des efforts sont en cours pour élaborer des méthodes d'explication et de justification pour ces systèmes, bien que des défis subsistent pour atteindre une transparence « complète » et « universelle » dans tous les domaines de l'IA, en supposant que la complétude et l'universalité soient réalisables. De fait, il existe des compromis entre la complexité

des modèles et leurs performances. Simplifier un modèle en vue d'accroître sa transparence pourrait simultanément en réduire l'efficacité.

L'IA statistique n'opère pas de la même manière que les démonstrations mathématiques traditionnelles. Les démonstrations mathématiques sont basées sur des axiomes, des règles logiques et des étapes clairement définis pour arriver à des conclusions mathématiques rigoureuses. Elles sont construites sur une base de vérités établies et suivent une logique formelle, avec certains raccourcis inférentiels que l'humain peut prendre sous certaines conditions et qui se distinguent nettement des approximations propres à l'IA. En revanche, l'IA, notamment les modèles basés sur l'apprentissage profond, opère en analysant de vastes quantités de données pour discerner des motifs et des associations. Elle est apte à produire des résultats qui peuvent être utiles, voire précis, mais ces derniers ne sont pas nécessairement ancrés dans une logique mathématique formelle. L'IA ne fonctionne pas avec une compréhension intrinsèque de la vérité mathématique ou de la logique déductive comme le font les démonstrations mathématiques, et surtout, elle ne raisonne pas. Au mieux, elle peut modéliser une situation par des approches symboliques, mais cela revient à questionner le processus même de modélisation.

Les modèles basés sur l'apprentissage profond de l'IA statistique ne peuvent pas être considérés comme des raisonnements au sens mathématique traditionnel, principalement en raison de leur différence inhérente dans leur fonctionnement et leur prise de décision. Voici quelques points clés qui expliquent cette disparité :

- **Opérations non explicites.** Dans les raisonnements mathématiques traditionnels, les déductions et les étapes de calcul sont généralement explicites, basées sur des axiomes et des règles logiques. En revanche, dans les modèles d'apprentissage profond, les opérations qui se produisent à l'intérieur de couches cachées sont souvent des transformations non linéaires complexes et hautement abstraites qui ne peuvent pas être directement interprétées par un raisonnement mathématique explicite.
- **Apprentissage à partir des données.** Les modèles d'apprentissage profond apprennent à partir de données plutôt qu'à partir de règles mathématiques préétablies. Ils identifient des motifs et des associations dans de grandes quantités de données, ce qui peut conduire à des décisions précises, mais sans nécessairement générer une compréhension conceptuelle ou déductive au sens mathématique traditionnel.
- **Représentations latentes.** Les modèles d'apprentissage profond génèrent des représentations internes provisoires des données, que l'on dit « latentes », dans des espaces vectoriels multidimensionnels. Ces représentations sont souvent difficiles à interpréter directement et ne correspondent pas nécessairement à des concepts mathématiques ou géométriques compréhensibles.

- **Opacité des relations.** Les interactions complexes entre les neurones dans les réseaux de neurones profonds peuvent rendre difficile l'explication claire de la manière dont une décision est prise. Par exemple, dans la classification d'unités significatives d'une figure géométrique dessinée sur papier, il peut être difficile de dire pourquoi un réseau de neurones spécifique a identifié certaines caractéristiques comme importantes pour dire, par exemple, qu'une figure est un triangle ou deux droites sont perpendiculaires.
- **Manque de logique formelle.** Malgré les possibilités des approches symboliques modélisées, comme avec les ORA, les modèles d'apprentissage profond n'opèrent pas sur la base d'une logique mathématique formelle. Ils utilisent des fonctions d'activation non linéaires pour combiner des entrées, ce qui peut aboutir à des résultats précis, mais les mécanismes internes ne sont pas nécessairement explicables par des déductions logiques. De fait, les mécanismes internes de ces modèles, c'est-à-dire comment ils parviennent exactement à leurs résultats à partir des données d'entrée, sont issus d'une multitude d'interactions entre les neurones et les poids du modèle, ces interactions étant modifiées pendant le processus d'apprentissage à partir des données.

En somme, les modèles basés sur l'apprentissage profond sont puissants pour résoudre des problèmes complexes en exploitant des relations subtiles dans les données, mais ils diffèrent fondamentalement des raisonnements mathématiques traditionnels. Ce type d'IA peut utiliser des méthodes probabilistes et des techniques d'optimisation, mais ses résultats doivent généralement être vérifiés par des mathématiciens humains pour garantir leur validité. Les preuves mathématiques, quant à elles, restent le résultat d'un raisonnement humain basé sur des principes mathématiques établis.

La première question concerne la nature de ce que produit l'IA. Ce n'est pas tant la nature intrinsèque de la connaissance produite qui nous intéresse — même si c'est aussi le cas —, mais sa valeur pour l'humain qui interroge le milieu au cours de la réalisation du travail mathématique. Ce n'est pas parce que des opérations sont implicites, qu'il change d'avis en cours d'apprentissage, que ses représentations sont en gestation, qu'il décide en cachette ou qu'il manque de logique formelle que l'IA est problématique. Nous en avons déjà parlé en début de texte, la situation est paradoxale, c'est l'augmentation de l'intelligence pour l'humain qui est au cœur de notre questionnement didactique. Malgré cela, quelle est la nature des connaissances produites par les algorithmes de l'IA ? De toute évidence, le manque de données empiriques entrave une analyse approfondie de l'augmentation de l'intelligence à travers les outils issus de l'IA, particulièrement dans un contexte de progrès technologiques rapides et en l'absence d'une collaboration solide et durable entre la didactique des mathématiques et l'informatique. Néanmoins, il est possible d'apporter des éléments de réponse sur la nature des connaissances générées.

Dans le cadre des approches symboliques, les connaissances engendrées se manifestent de manière explicite et compréhensible. Les algorithmes symboliques élaborent des règles, des corrélations ainsi que des représentations conceptuelles, pouvant être interprétés et justifiés de façon logique. Habituellement formulées sous forme d'énoncés explicites, ces connaissances permettent une analyse directe et une compréhension immédiate des résultats. En ce qui concerne les approches statistiques, les connaissances engendrées sont généralement d'ordre empirique et ancrées dans les données. Les algorithmes d'IA sont conçus pour analyser de vastes quantités de données et révéler des schémas, des tendances et des associations dissimulées au sein de ces données. Les connaissances générées par l'IA sont souvent des généralisations tirées des exemples présents dans les données d'entraînement, mais ces connaissances peuvent être sensibles aux biais présents dans ces données, ce qui peut entraîner des prédictions incorrectes ou discriminatoires¹¹. De plus, ces algorithmes ne comprennent pas intrinsèquement les concepts abstraits ou les principes fondamentaux derrière les données. Ils sont axés sur la reconnaissance de modèles et d'associations, mais ne possèdent pas de compréhension conceptuelle comme celle qu'ont les humains. Il faut donc que l'usage de l'IA soit en adéquation avec le type de problème auquel l'approche se destine. En d'autres termes, ces approches présentent leurs avantages et leurs limites. La décision entre l'adoption d'un algorithme de l'une ou l'autre approche, voire l'utilisation conjointe des deux, dépendra intrinsèquement de la nature du problème à résoudre et des objectifs de l'analyse en jeu.

En ce qui concerne l'interaction sujet-milieu, cette dynamique peut adopter une nature plus itérative au sein d'une démarche d'adaptation propre aux approches symboliques. Cette itération se manifeste à travers des ajustements successifs au cours des boucles de modélisation, visant à harmoniser la réalité avec les concepts mathématiques. En contraste, les approches statistiques tendent à favoriser un processus d'affinement ou de perfectionnement répété, axé sur l'atteinte de la précision plutôt que sur la construction d'une compréhension conceptuelle approfondie. Dans chaque cas, il est possible de décrire ce processus en termes d'idonéité tout au long du travail mathématique (cf. sections 1.4 et 1.6).

3.2. Les effets « boîte noire » et les implicites dans l'interaction avec le milieu

La problématique abordée ici consiste à déterminer si les effets liés à la notion de « boîte noire » se limitent uniquement à des effets indésirables. Encore une fois, il convient de différencier la connaissance générée par la machine de celle caractéristique du système sujet-milieu. Traditionnellement, l'expression « boîte

¹¹ Des effets significatifs se manifestent notamment sur les plans social, économique, juridique, éthique, médiatique et culturel. Toutefois, en raison de contraintes thématiques, une exploration approfondie de ces impacts demeure ici hors de portée.

noire» renvoie à l'idée que le fonctionnement interne complexe d'un système, tel qu'un algorithme d'IA, peut demeurer difficile à appréhender ou à expliquer, même lorsque les résultats sont observables. Cette opacité peut compliquer l'interprétation des décisions prises par l'IA et engendrer des conséquences imprévues. Ainsi, en sollicitant ChatGPT, qui repose principalement sur des algorithmes statistiques, pour réécrire un texte à l'aide de la méthode S+7¹², celui-ci s'exécute sans hésitation. Cependant, si l'on prend le texte ainsi réécrit et qu'on lui applique la méthode S-7, il ne retrouve pas son état initial. La machine ne peut inverser cette opération, et il devient impossible de déterminer le référentiel utilisé. En revanche, pour un être humain, cela reviendrait simplement à utiliser un même dictionnaire. En d'autres termes, l'IA génère une réponse qui a un effet sur le sujet (réécriture du texte avec un septième substantif subséquent ou précédent), mais elle est incapable de contrôler la réponse obtenue comme l'humain. Pour la réalisation du travail mathématique, on imagine facilement les fâcheuses conséquences qu'entraînerait un référentiel flottant, en particulier pour la production de preuves.

Pourtant, l'IA peut amener des conjectures et modifier la valeur épistémique de la connaissance au sein du système sujet-milieu. Par exemple, pour établir la concurrence des médiatrices d'un triangle, il est possible d'interroger l'IA en utilisant deux approches distinctes. En employant ChatGPT, on entreprend un processus d'idonéité qui converge vers une solution. Une fois la propriété énoncée sous forme de problème, la machine parvient à fournir une réponse adéquate concernant la relation entre le point O et le triangle ABC, mais se fourvoie en ce qui concerne la nature de la droite perpendiculaire à [AC] qui passe par O (figure 7). Lorsque des doutes concernant l'exactitude émergent chez le sujet, celui-ci interroge à nouveau la machine, laquelle est susceptible d'apprendre et de rectifier sa réponse.

Une dynamique différente se met en place si le sujet opte pour la formulation suivante : « j'ai l'impression que vous confondez les types de droites remarquables » (cf. Annexe 2). Dans ce cas, la machine substitue le terme « médiane » par « hauteur » et expose des propriétés liées à la hauteur dans le contexte du problème, même si ses analyses demeurent erronées. Il incombe donc au sujet d'évaluer la pertinence des réponses fournies par la machine et d'ajuster ses questions en fonction de sa compréhension, de ses anticipations et des tests sur le fonctionnement de l'IA. De plus, étant donné que ChatGPT apprend à la fois des données du sujet et de nouvelles sources, les expérimentations ou questionnements ne sont jamais reproductibles sous les mêmes conditions.

¹² La méthode S+7 est une technique littéraire développée par les membres de L'Ouvroir de littérature potentielle, désigné par son acronyme Oulipo, auquel appartenait le mathématicien François Le Lionnais et l'écrivain et poète Raymond Queneau. Dans cette méthode, un texte existant est transformé en remplaçant chaque substantif par le septième substantif qui le suit dans un dictionnaire. Cela aboutit à des résultats souvent surprenants et humoristiques.

PH: Dans le triangle ABC, les médiatrices m de [AB] et n de [BC] se coupent en O. Que peut-on dire du point O par rapport au triangle ABC? Que peut-on dire de la droite perpendiculaire au côté [AC] qui passe par O?

 Dans le triangle ABC, le point O est l'intersection des médiatrices m du côté [AB] et n du côté [BC]. Voici ce que l'on peut dire du point O par rapport au triangle ABC et de la droite perpendiculaire au côté [AC] qui passe par O :

- Point O par rapport au triangle ABC :**
Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. En d'autres termes, il est équidistant des trois sommets du triangle (A, B et C). Cela signifie que la distance entre O et chaque sommet est la même, ce qui est une propriété importante du centre du cercle circonscrit.
- Droite perpendiculaire au côté [AC] passant par O :**
La droite perpendiculaire au côté [AC] et passant par O est appelée la médiane issue du sommet B. Cette droite divise le côté [AC] en deux segments égaux et est perpendiculaire à [AC]. Elle joue un rôle important dans la géométrie du triangle, car les trois médianes d'un triangle se croisent en un point appelé le centre de gravité (ou centre de masse).

En résumé, le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, et la droite perpendiculaire au côté [AC] qui passe par O est la médiane issue du sommet B.

PH: J'ai l'impression que vous confondez médiane et médiatrice.

 Je m'excuse pour la confusion dans ma réponse précédente. Vous avez raison, il y a une différence entre les médiatrices et les médianes dans un triangle. Permettez-moi de clarifier :

- Point O par rapport au triangle ABC :**
Le point O est l'intersection des médiatrices m du côté [AB] et n du côté [BC]. Les médiatrices sont les droites perpendiculaires tracées à partir des milieux des côtés d'un triangle. Le point O, où ces médiatrices se croisent, est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
- Droite perpendiculaire au côté [AC] passant par O :**
Mes excuses pour la confusion dans ma réponse précédente. La médiatrice du côté [AC] passe effectivement par le point O, et non pas la médiane. La médiatrice d'un côté est la droite perpendiculaire tracée à partir du milieu de ce côté. Donc, la médiatrice du côté [AC] qui passe par O est une droite perpendiculaire à [AC] et qui coupe [AC] en son milieu.

Je vous remercie de votre correction, et je m'excuse pour toute confusion que ma réponse précédente a pu causer.

Figure 7. Problème de la concurrence des médiatrices d'un triangle résolu par ChatGPT.

Dans chaque cas, il faut être attentif au fait que même si un utilisateur signifie une erreur à la machine, délibérément ou indirectement, en apportant une information nouvelle, la machine rectifie, mais n'améliore toujours pas la valeur épistémique de la réponse. Seul l'utilisateur en interaction peut en juger : la valeur épistémique

relève d'une propriété du système sujet-milieu. En revanche, si on appliquait en parallèle ou conjointement, un outil de raisonnement automatisé, par exemple à l'aide de WolframAlpha (intelligence augmentée avec Mathematica ou une IA hybride), alors la machine pourrait savoir si la rétroaction du sujet est juste. Encore faut-il que ChatGPT soit conçu pour assurer, ne serait-ce que partiellement, une analyse sur la justesse des réponses. Autrement dit, à la figure 7, l'amélioration n'est qu'illusoire, car la deuxième interrogation inclut le terme « médiatrice », entraînant ainsi une forme d'« apprentissage » de la machine qui ne s'accompagne pas d'un traitement sur la nécessité des connaissances en jeu.

Il en résulte que le sujet doit disposer d'une compétence minimale dans le domaine concerné pour maintenir le contrôle de la situation. C'est aussi au sujet qu'il revient de juger de la nécessité des articulations entre les connaissances ainsi produites, tout comme il doit être familier avec la nature des connaissances occasionnées. Les approches statistiques ne visent pas à dériver le vrai du vrai, mais se contentent du statiquement plausible. Conformément à la TSDM et au modèle cK ϕ , l'initiative de l'interaction avec le milieu et le questionnement demeure du ressort du sujet. Au regard du travail mathématique, le lien entre les connaissances est ancré dans la genèse discursive, et dans une moindre mesure dans la genèse sémiotique, se poursuivant de concert avec la genèse instrumentale.

Avec l'utilisation de Géogébra, le processus interne se distingue par une approche entièrement différente. Le problème est formulé au moyen d'unités figurales, et des oracles sont consultés (figure 8). Grâce à la commande Relation (O, p), il devient possible d'effectuer une vérification numérique concernant l'appartenance du point O à la droite p (fig. 8 b). Ensuite, en appuyant sur le bouton « Plus... », une transition vers une vérification symbolique s'opère (fig. 8c). Contrairement à ce que les élèves pourraient supposer, le système ne se réfère pas à une sorte de référentiel euclidien implicite, similaire à celui de leur manuel scolaire, pour appliquer la propriété caractéristique du cercle circonscrit. En réalité, lorsqu'il fournit la réponse « O appartient à p », le système commence par une réponse « calculée » en se basant sur une approche numérique impliquant des éléments discrets liés aux définitions des objets. Cela entraîne un effet de « boîte noire », car la méthode sous-jacente est généralement méconnue, tant par les élèves que par les enseignants. Par la suite, le système peut présenter une seconde réponse, cette fois grâce au calcul symbolique appliqué à des définitions formelles des objets, ce qui revient à modéliser les entités géométriques par le biais de concepts algébriques. En somme, il affiche ouvertement deux niveaux épistémiques distincts au sein de ses réponses. L'indication « toujours vrai » signale que la réponse est confirmée dans le contexte du problème, sans imposer de restrictions au domaine de validité de la proposition en question. Pour la deuxième conjecture, « p et AC sont perpendiculaires », nous sommes directement passés à l'approche symbolique avec la commande « Relation (p, AC) »

(fig. 8d). Cependant, quand le système évalue la perpendicularité par calcul, il se base sur une approche statistique impliquant un échantillonnage de points aléatoires pour vérifier un critère d'orthogonalité. La valeur épistémique de cette réponse diffère légèrement du premier calcul, du fait qu'une approche statistique est ajoutée au modèle numérique initial.

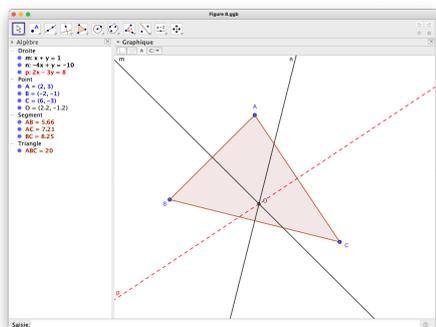


Fig. 8a



Fig. 8c

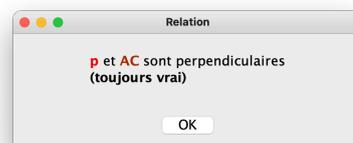


Fig. 8d

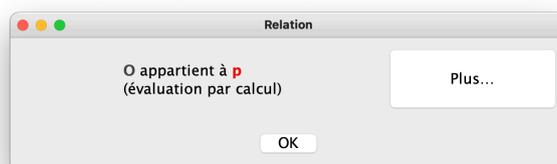


Fig. 8b

Figure 8. Problème de la concurrence des médiatrices d'un triangle (a) résolu à l'aide de Géogébra et ses outils de raisonnement automatisé (b à d).

L'implicite n'est pas le lot de l'IA ou du travail instrumenté par des artéfacts numériques. Il s'agit d'une réalité incontournable de la relation didactique, que ce soit parce qu'on travaille avec des notions jamais définies, comme les nombres réels, ou que l'on raisonne par îlots dans l'étude d'un ensemble de problèmes, sans cohérence globale, à l'instar des îlots déductifs de Gustave Choquet. De plus, si l'on se restreint aux aspects adidactiques du système élève-milieu, chaque conception est cohérente avec son domaine de validité et les problèmes qui lui donnent du sens. C'est justement le propre de l'apprentissage de combler progressivement l'articulation entre les connaissances par la résolution de nouveaux problèmes. Dans

le contexte de la TSDM, si l'on prend l'exemple du contrat didactique, celui-ci n'est jamais réellement explicitable : décrire les attentes spécifiques de l'enseignant n'est pas possible, car ce sont justement ces attentes qui constituent l'apprentissage. Le propre de la didactique, par rapport à la psychologie cognitive — dont font partie d'ailleurs les neurosciences — est bien de s'intéresser aux effets des choix sans chercher à savoir ce qui se passe effectivement dans la tête de l'élève. En effet, l'élève peut être perçu comme une boîte noire fournissant des réponses, notamment lorsqu'on l'interroge... Il n'est donc pas étonnant qu'en classe de mathématiques, on doive inexorablement accepter une perte de contrôle, encore faut-il que cette perte soit comprise, acceptée ou traitée d'une façon ou d'une autre par les protagonistes de la relation didactique. L'enjeu principal dans l'usage de l'IA n'est donc pas forcément de chercher à rendre explicite son fonctionnement, mais de donner à l'utilisateur des outils pour gérer la perte de contrôle inhérente à l'usage des algorithmes. L'IA transcende les rétroactions normatives vers une rétroaction centrée sur les représentations, les conceptions des élèves et les jeux de la situation didactique. En particulier, on peut distinguer les rétroactions sous forme de boucles longues (comme dans le projet TELEOS), permettant de mobiliser des savoirs de natures diverses : procéduraux, psychomoteurs, déclaratifs, et de boucles courtes (projet Mindmath), avec une rétroaction immédiate basée sur un modèle de décision.

3.3. Un peu plus sur les approches statistiques

La tyrannie de la majorité engendre une conséquence indésirable où la prévalence impose sa règle à l'ensemble. Cette problématique dépasse le cadre démocratique pour revêtir une dimension éthique à plus long terme. Certains auteurs évoquent même une injustice épistémique dans l'enseignement des mathématiques (Tanswell & Rittberg, 2020), faisant référence aux iniquités qui affectent la manière dont les connaissances mathématiques sont partagées, enseignées et construites. Faut-il noter qu'une part substantielle de l'éducation est dispensée au cours de l'enseignement obligatoire ? Au-delà des considérations cognitives et épistémologiques abordées jusqu'ici, il est manifeste que les décisions concernant les méthodes pédagogiques ne peuvent se fonder exclusivement sur les choix de la majorité des élèves, des enseignants ou des technologies développées pour l'industrie. Avec la montée en puissance des méthodes statistiques, cette mise en garde résonne plus que jamais, car l'intelligence artificielle peut induire une uniformisation des réponses ou des méthodologies les plus répandues, créant ainsi une forme de « dictature » des solutions les plus fréquentes, même si elles ne répondent pas forcément aux besoins individuels de chaque élève ou situation.

Selon Brousseau (1998), le contrat didactique n'est pas réellement un véritable contrat, car il n'est ni explicite ni librement consenti, et les conditions de rupture ainsi que les sanctions ne peuvent être définies à l'avance, étant donné que leur nature didactique, laquelle est essentielle, dépend d'une connaissance encore

inconnue des élèves. Dans la théorie de la prise de décision de Schoenfeld (2011), si l'on possède une compréhension suffisante des ressources, des objectifs et des orientations d'un individu, qu'il soit enseignant ou élève, on peut même parvenir à saisir, expliquer et modéliser des actions et des décisions qui semblent inhabituelles ou anormales. L'IA peut-elle être mise à contribution en classe de mathématique dans un tel esprit ? Il faut être vigilant pour maintenir une approche équilibrée entre la tradition et l'usage de l'IA qui encourage l'exploration, la créativité et le travail mathématique, les élèves devant développer une compréhension approfondie des concepts mathématiques et construire leurs propres compétences analytiques, au-delà des réponses statistiquement populaires ou amenées par l'apprentissage profond. L'intelligence artificielle doit être au service de l'humain et être conçue pour tous les élèves.

Les algorithmes basés sur des décisions statistiques soulèvent la question des élèves qui seraient « originaux » par leur mode de fonctionnement. Quelle est la pertinence des problèmes générés pour un élève donné ? Dans la mesure où les décisions sont basées sur des probabilités, quelle pourrait être la pertinence pour des élèves atypiques ? L'IA détectera-t-elle des processus d'apprentissage spécifiques ou fournira-t-elle des réponses inadaptées ? En matière d'apprentissage, l'IA a tout à gagner à évoluer entre didactique et génie informatique.

3.4. Perspectives en bref

Au vu de l'évolution actuelle, plonger dans des prédictions semble risqué. Notre démarche visait à capitaliser sur les avancées de la didactique pour aborder un futur qui se dessine avec des algorithmes. En associant la classification de l'IA pour l'enseignement des mathématiques de Van Vaerenbergh et Pérez-Suay (2022) à la conception de l'IA comme intelligence augmentée du système élève-milieu, émerge un éventail de perspectives encore inexplorées. Cela ouvre à la fois de vastes horizons en matière de recherche et de développement, à l'instar des possibilités qui se prévalent par le très médiatisé ChatGPT. À cet égard, la section 2.1, qui traite des différentes typologies d'utilisation de l'IA pour l'enseignement des mathématiques, éclaire volontiers les chemins qui s'ouvrent devant nous. Cependant, il convient de garder à l'esprit que même les technologies les plus prometteuses finissent par perdre de leur élan (comme les calculatrices de poche, la télévision scolaire, les tableaux blancs interactifs, l'enseignement à distance, etc.), et que les décisions des financeurs ne devraient pas empiéter sur l'essence publique et civilisationnelle de l'éducation. Il faut cesser d'alimenter de nourrir des illusions, que ce soit en termes de résultats concrets en classe ou en termes de bénéfices financiers et humains pour les institutions qui pourraient voir en ces solutions un remède temporaire à leurs problèmes (Emprin, 2018). À la place, il faudrait bâtir des relations durables entre les communautés de recherche, comme cela s'est historiquement produit entre la didactique des mathématiques et les sciences cognitives.

S'il est vrai que certaines rétroactions des machines peuvent changer radicalement la valeur épistémique des connaissances, leur efficacité, teintée du « paradoxe intrigant » de l'IA, représente un levier, en particulier pour des raisons heuristiques ou idonéique. L'utilisation de ces outils devrait relancer un nouveau type de questionnement chez le sujet, proche du questionnement scientifique et des approches instrumentales, qui cherche à problématiser ou à généraliser à partir des réponses de la machine ; comme si c'était une réalité indépendante du sujet, mais engagée dans son processus d'interrogation. S'il faut douter de la plausibilité apparente des réponses de l'IA sur le plan des sources, du référentiel, du mode d'entraînement, de prédiction et du raffinement, ce sont justement des éléments qui méritent d'être étudiés dans l'interaction. Puisque les enjeux de la nécessité et des contrôles sont cruciaux dans la structuration des connaissances (Bruillard & Richard, 2024), l'étude de ces questions est certes complexe, mais leur traitement exige une collaboration constante entre l'informatique et la didactique des mathématiques.

Enfin, une question cruciale se pose : l'IA statistique est-elle en voie de toucher un plafond ? En ce qui concerne ChatGPT, il est indéniable que le succès actuel découle d'une coopération qui persiste jusqu'à aujourd'hui (Perrigo & Zorthian, 2023) :

But the success story is not one of Silicon Valley genius alone. In its quest to make ChatGPT less toxic, OpenAI used outsourced Kenyan laborers earning less than \$2 per hour, a TIME investigation has found. (...)

That huge training dataset was the reason for GPT-3's impressive linguistic capabilities, but was also perhaps its biggest curse. Since parts of the internet are replete with toxicity and bias, there was no easy way of purging those sections of the training data. Even a team of hundreds of humans would have taken decades to trawl through the enormous dataset manually. It was only by building an additional AI-powered safety mechanism that OpenAI would be able to rein in that harm, producing a chatbot suitable for everyday use.

Au-delà des implications sociales, étant donné que l'IA statistique peut facilement générer du faux, et que cela risque de contaminer involontairement les prochaines données d'entraînement, il semble que la contribution de l'intelligence humaine soit indispensable au succès de l'IA (Pérez Colomé, 2023). Cette situation évoque l'histoire de l'automate turc à la fin du XVIII^e siècle, un androïde « intelligent » prétendument capable de jouer aux échecs de manière automatique contre les humains. Dans ce cas, il s'agissait d'un habile canular dissimulant sous la table l'intelligence humaine. Néanmoins, ChatPGT pose un dilemme intrinsèquement paradoxal dans son processus d'automatisation, laissant entrevoir un essoufflement prochain de cette technologie si des mécanismes de contrôle ne compensent pas les défis inhérents à son développement continu. Par conséquent, la dépossession linguistique que nous évoquions tout au début de notre article ne serait qu'une impression passagère. La recherche de nouveaux équilibres dans notre interaction avec la machine serait ce que le destin nous réserve collectivement.

4. Conclusion

Notre article cherche à illustrer la complexité d'aborder le domaine de l'intelligence artificielle de manière générale, étant donné les variations substantielles entre les divers types de modèles sous-jacents. Il est ainsi crucial de présenter une typologie, même si celle-ci demeure provisoire, afin de clarifier la nature réelle des enjeux. À l'ère où les algorithmes automatisent les procédures routinières, notre système éducatif doit dépasser le traditionnel transfert de connaissances pour cultiver une aptitude à résoudre des problèmes complexes et à engendrer des solutions, à l'image des scientifiques, chercheurs, médecins et ingénieurs. Notre article examine les relations complexes entre l'intelligence artificielle (IA) et l'enseignement des mathématiques, dans un contexte où l'impact profond des algorithmes sur la société et l'économie est manifeste. Alors que l'IA gagne en puissance et promet des synergies potentielles avec la didactique mathématique, il est impératif de combler le fossé entre les réalisations industrielles et les initiatives éducatives.

Initialement axé sur la notion d'intelligence, notre propos souligne que l'IA, en tant qu'extension modélisée de l'homme, sert principalement à favoriser la collaboration homme-machine et ainsi à enrichir divers domaines. Cependant, notre attention porte particulièrement sur l'augmentation de l'intelligence humaine, en encourageant une utilisation qui profite des acquis de la didactique. Par conséquent, étant une composante essentielle pour la réalisation du travail mathématique à l'école, il faut continuer de chercher et résoudre des problèmes qui, en soi, représentent des occasions d'apprentissage. Pour peu que l'élève en accepte la responsabilité dans son interaction avec le milieu, le processus de résolution nous informe sur l'apprentissage même, aussi bien au moment d'un blocage, du dépassement d'un obstacle ou de la simple réussite du problème. Les projets tels que QED-Tutrix et Adaptiv'Math utilisent à ce dessein l'IA pour offrir un soutien adaptatif guidé.

Des questions clés liées à l'IA dans l'enseignement des mathématiques émergent, impliquant au départ la complexité de la transparence des systèmes et des effets de « boîte noire ». En dépit de ces défis, l'IA démontre sa capacité à fournir des retours personnalisés aux élèves et à relier de façon inattendue, mais raisonnablement fructueuse, des connaissances souhaitables. Pour naviguer avec succès dans cette nouvelle quête éducative, il est essentiel de se réinventer, de trouver de nouveaux moyens entre les approches traditionnelles et l'exploration innovante permise par l'IA. Dans un futur proche, allons-nous passer d'une phase de crainte à un projet de promotion de l'IA tête baissée, où l'on imagine soudainement qu'il est possible d'élever rapidement le niveau des élèves ? En l'absence de résultats de recherche pour mieux comprendre le nouveau travail mathématique, ne risquons-nous pas d'entrer prochainement dans une période un peu plus sombre de désillusion, où l'on constatera que les bienfaits de l'IA ont été quelque peu surestimés, au point de la trouver un peu moins intelligente que prévu ? Alors que la lumière de la didactique

des mathématiques est déjà essentielle pour la recherche, elle doit également embrasser la créativité dans l'étude des moyens de contrôle, ne serait-ce que pour évaluer les impacts sur l'acquisition des connaissances ou le déploiement de raisonnements. La question de la valeur ajoutée du numérique et de l'intelligence artificielle doit figurer au premier plan, sans craindre d'y intégrer aussi la valeur éprouvée des approches traditionnelles.

Bibliographie

- ANDERSON, J.R., CORBETT, A.T., KOEDINGER, K. R., & PELLETIER, R. (1995). Cognitive tutors: Lessons learned. *Journal of the Learning Sciences*, 4, 167–207.
- ASSUDE, T. (2007). Changements et résistances à propos de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement des mathématiques au primaire. *Informations, savoirs, décisions et médiations*, n° 29. <https://isdsm.univ-tln.fr/PDF/isdsm29/ASSUDE.pdf>.
- BALACHEFF, N. (1994). Didactique et intelligence artificielle. *Recherches en didactique des mathématiques*, 14, 9-42.
- BALACHEFF, N. (2022). AI for the Learning of Mathematics. In P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (Éds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence* (pp. v-x). Springer Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0.
- BALACHEFF, N., & GAUDIN, N. (2002). Students conceptions: an introduction to a formal characterization. *Cahier Leibniz*, 65. <https://telearn.hal.science/hal-00190425>.
- BALACHEFF, N., & MARGOLINAS, C. (2005). Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In Mercier & Margolinas (Éds.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (pp. 75-106). La pensée sauvage.
- BROUSSEAU, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 309-336.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.
- BRUILLARD, É., & RICHARD, P. R. (2024). Informatique, mathématiques, conception et usage des technologies numériques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, numéro thématique.
- CHAACHOUA, H., FERRATON, G., & DESMOULINS, C. (2014). Utilisation du modèle praxéologique de référence dans un EIAH. *Actes du 4e congrès pour la Théorie anthropologique du didactique*. <https://hal.science/hal-01088769>.
- CHARTIER, P., & LOARER, E. (2008). *Évaluer l'intelligence logique*. Dunod.

- CHERIGNY, F., EL KECHAI, H., IKSAL, S., LEFEVRE, M., LABARTHE, H., & LUENGO, V. (2020). *L'analytique des apprentissages avec le numérique*, groupes thématiques de la direction du numérique pour l'éducation (dne-tn2), rapport de recherche, Direction du numérique pour l'éducation. <https://hal.science/hal-02912386>.
- CHEVALLARD, Y. (1999). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. In R. Noirfalise (Éds.), *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques* (pp. 91-118). IREM de Clermont-Ferrand.
- CHIEU, V. M., LUENGO, V., VADCARD, L., & TONETTI, J. (2010). Student modeling in orthopedic surgery training: Exploiting symbiosis between temporal Bayesian networks and fine-grained didactic analysis. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 20, 269-301. DOI : 10.3233/JAI-2010-0009.
- CLÉMENT, B. (2018). *Adaptive Personalization of Pedagogical Sequences using Machine Learning*. [Thèse de doctorat, Université de Bordeaux] <https://hal.inria.fr/tel-01968241>.
- COQ, L'ÉQUIPE DE DÉVELOPPEMENT (2002). *The Coq Proof Assistant Reference Manual Version 7*, INRIA—Rocquencourt.
- CSIKSZENTMIHALYI, M. (1975). *Beyond boredom and anxiety: The experience of play in work and games*. Jossey-Bass.
- CSIKSZENTMIHALYI, M. (1990). *Flow: The psychology of optimal experience*. HaperCollins.
- DELAHAYE, D., JAUME, M., & PREVOSTO, V. (2005). Coq, un outil pour l'enseignement. *Technique et science informatiques*, 24(9), 1139-1160.
- DIEGO-MANTECÓN, J. M., ORTIZ-LASO, Z., & BLANCO, T. F. (2022). Implementing STEM Projects Through the EDP to Learn Mathematics: The Importance of Teachers' Specialization. In P. R., Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (Éds.) *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence* (pp. 399-415). Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0_17.
- EMPRIN, F. (2011). Construction d'un simulateur informatique de Classe (SIC) pour la formation des enseignants. In: M. Bétrancourt, C. Depover, V. Luengo, B. De Lièvre, & G. Temperman (Éds.), *Actes de la conférence ELAH 2011 (Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain)* (pp. 409-422).
- EMPRIN, F. (2022). Modeling Practices to Design Computer Simulators for Trainees' and Mentors' Education. In P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (eds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence* (pp. 319-341). Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0_14.

EMPRIN, F. (2023). Table ronde : l'intelligence artificielle. In F. Vandebrouck, F. Emprin, C. Ouvrier-Buffet, & L. Vivier (Éds.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques : Preuve, modélisation et technologies numériques, XXI^e école d'été de didactique des mathématiques Sainte Marie de Ré – Du 18 au 24 octobre 2021 : Volume des ateliers* (pp. 146-153). IREM de Paris.

ENGELBART, D. C. (1962). *Augmenting Human Intellect: A Conceptual Framework*. Summary Report, Stanford Research Institute, on Contract AF 49(638)-1024, October 1962, 134 pages. <https://www.doungelbart.org/pubs/augment-3906.html>

FLORES SALAZAR, J. V., GAONA, J., & RICHARD, P. R. (2022). Mathematical Work in the Digital Age: Variety of Tools and the Role of Geneses. In A. Kuzniak, E. Montoya-Delgadillo, & P. R. Richard (Éds.), *Mathematical Work in Educational Context* (pp. 165-209). Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-90850-8_8.

FONT, L., GAGNON, M., LEDUC, N., & RICHARD, P. R. (2022). Intelligence in QED-Tutrix: Balancing the Interactions Between the Natural Intelligence of the User and the Artificial Intelligence of the Tutor Software. In P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (eds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence* (pp. 45-76). Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0_3.

FONT, L., RICHARD, P. R., & GAGNON, M. (2018). Improving QED-Tutrix by Automating the Generation of Proofs. In P. Quaresma & W. Neuper (Éds.), *6th International Workshop on Theorem proving components for Educational software (ThEdu'17). EPTCS 267*, (p. 38–58).

GONSETH, F. (2022). *La géométrie et le problème de l'espace* (Réédition en un volume des ouvrages publiés entre 1945 et 1955). St-Imier, Suisse : Association F. Gonseth.

GRÉCO, P., GRIZE, J., PAPERT, S., & PIAGET, J. (1960). Problèmes de la construction du nombre, Études d'épistémologie génétique XI. *Les Études Philosophiques*, 15(3), 397-398.

HARRAK, F., & BOUCHET, F. (2021). Aide au suivi de la progression de groupes d'apprenants pour la mise en place d'une pédagogie différenciée. In M. Lefevre et C. Michel (Éds.), *10^e Conférence sur les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain* (p. 312-317). <https://hal.science/hal-03287778>.

HOFSTADTER, D. (1985). *Gödel, Escher, et Bach*. Paris : Interéditions.

Hohenwarter, M. (2023). GeoGebra Classic 5.0 (Version 5.0.426.0-d) [Logiciel et site Web]. Consulté le 19 août 2023. URL : <https://www.geogebra.org/>.

JOLIVET, S., LESNES-CUISINIEZ, E., & GRUGEON-ALLYS, B. (2021). Conception d'une plateforme d'apprentissage en ligne en algèbre et en géométrie : prise en

compte et apports de modèles didactiques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Revue internationale de didactique des mathématiques*, 26, 117-156.

KOVÁCS, Z., RECIO MUÑIZ, T., & VÉLEZ, M. P. (2018). Using automated reasoning tools in GeoGebra in the teaching and learning of proving in geometry. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 25, 2.

KUZNIAK, A., MONTOYA-DELGADILLO, E., & RICHARD, P. R. (2022). *Mathematical Work in Educational Context: The Perspective of the Theory of Mathematical Working Spaces*. Mathematics Education in the Digital Era Era, vol 18. Springer Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-90850-8.

LAGRANGE, J. B., RICHARD, P. R., VÉLEZ, M. P., & VAN VAERENBERGH, S., (2023). Artificial Intelligence Techniques in Software Design for Mathematics Education. In B. Pepin, G. Gueudet, & J. Choppin (Éds.), *Handbook of Digital Resources in Mathematics Education*. Springer Nature. DOI : 10.1007/978-3-030-95060-6_37-1.

LUENGO, V. (2009). Les rétroactions épistémiques dans les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain. Note de synthèse en vue de l'Habilitation à Diriger des recherches, Université Joseph Fourier — Grenoble I.

MARTÍNEZ-SEVILLA, Á., & ALONSO, S. (2022). AI and Mathematics Interaction for a New Learning Paradigm on Monumental Heritage. In P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (Éds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence* (pp. 107-136). Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0_6.

MATSUDA, N., & VANLEHN, K. (2005). Advanced Geometry Tutor: An intelligent tutor that teaches proof-writing with construction. In *AIED*, 125, 443-450.

MCCARTHY, J., MINSKY, M. L., ROCHESTER, N., & SHANNON, C. E. (2006). A Proposal for the Dartmouth Summer Research Project on Artificial Intelligence, August 31, 1955. *AI Magazine*, 27(4), 12. DOI : 10.1609/aimag.v27i4.1904.

MOHAMED, M. Z. B., HIDAYAT, R., SUHAIZI, N. N. B., SABRI, N. B. M., MAHMUD, M. K. H. B., & BAHARUDDIN, S. N. B. (2022). Artificial intelligence in mathematics education: A systematic literature review. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(3), em0694. DOI : 10.29333/iejme/12132.

OCDÉ. (2019). *L'intelligence artificielle dans la société*. Éditions OCDÉ, Paris.

OUYANG, L., WU, J., JIANG, X., ALMEIDA, D., WAINWRIGHT, C. L., MISHKIN, P., ZHANG, C., AGARWAL, S., SLAMA, K.,... LOWE, R. J. (2022). Training language models to follow instructions with human feedback. *ArXiv*, abs/2203.02155.

PAPERT, S. (1980). *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*. Basic books.

PAPPAS, M., & DRIGAS, A. (2023). Incorporation of artificial intelligence tutoring techniques in mathematics. *International journal of engineering pedagogy*, 6(4), 12-16. Consulté le 20 novembre : <https://www.learntechlib.org/p/207302/>.

PÉREZ COLOMÉ, J. (2023, 5 septembre). Ramón López de Mántaras, experto en inteligencia artificial: « La IA sola no resolverá absolutamente nada. Serán los humanos ». *El País*. <https://elpais.com/tecnologia/2023-09-06/ramon-lopez-de-mantaras-experto-en-inteligencia-artificial-la-ia-sola-no-resolvera-absolutamente-nada-seran-los-humanos.html>.

PERRIGO, B., & ZORTHIAN, J. (2023, 18 janvier). Exclusive : OpenAI Used Kenyan Workers on Less Than \$2 Per Hour to Make ChatGPT Less Toxic. *TIME*. <https://time.com/6247678/openai-chatgpt-kenya-workers/>.

Photomath [Application mobile]. (2021). Consulté le 19 décembre 2022. URL : <https://photomath.app/>.

PIAGET, J. (1973). *Introduction à l'épistémologie génétique (1) : La pensée mathématique*. FeniXX.

QUARESMA, P. (2022). Evolution of Automated Deduction and Dynamic Constructions in Geometry. In P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (eds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence* (pp. 3-22). Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0_1.

RICHARD, G. W. (1970). *Les techniques audio-visuelles dans l'enseignement des mathématiques* (Thèse de doctorat inédite). Université libre de Bruxelles, Faculté des Sciences psychologiques et de l'éducation, Bruxelles. Permalien : <https://dipot.ulb.ac.be/dspace/bitstream/2013/214925/1/83d0e36a-2be4-4f76-b5b5-609394b63a11.txt>.

RICHARD, J. F. (1982). Planification et organisation des actions dans la résolution du problème de la Tour de Hanoï par des enfants de 7 ans. *L'Année psychologique*, 82 (2), 307-336.

RICHARD, P. R. (2023). Table ronde : intervention de Philippe R Richard. In F. Vandebrouck, F. Emprin, C. Ouvrier-Buffet et L. Vivier (Éds.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques : preuve, modélisation et technologies numériques, XXI^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 154-166). IREM de Paris.

RICHARD, P. R., FORTUNY, J. M., GAGNON, M., LEDUC, N., PUERTAS, E., & TESSIER-BAILLARGEON, M. (2011). Didactic and theoretical-based perspectives in the experimental development of an intelligent tutorial system for the learning of geometry. *ZDM Mathematics Education*, 43, 425-439. DOI : 10.1007/s11858-011-0320-y.

- RICHARD, P. R., FORTUNY, J. M., HOHENWARTER, M., & GAGNON, M. (2007). geogebraTUTOR : une nouvelle approche pour la recherche sur l'apprentissage compétentiel et instrumenté de la géométrie à l'école secondaire. In *E-Learn : World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education* (pp. 428-435). <https://www.learntechlib.org/primary/p/26363/>.
- RICHARD, P. R., GAGNON, M., & FORTUNY, J. M. (2018). Connectedness of Problems and Impasse Resolution in the Solving Process in Geometry: A Major Educational Challenge. In P. Herbst, U. Cheah, P. R. Richard, & K. Jones (Éds.), *International Perspectives on the Teaching and Learning of Geometry in Secondary Schools* (pp. 357-375). ICME-13 Monographs. Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-319-77476-3_20.
- RICHARD, P. R., VAN VAERENBERGH, S., & VÉLEZ MELÓN, M. P. (Éds.). (2020). *First Symposium on Artificial Intelligence for Mathematics Education. Book of Abstracts* (AI4ME 2020). Editorial Universidad De Cantabria.
- RICHARD, P. R., VÉLEZ, M. P., & VAN VAERENBERGH, S. (Éds.). (2022). *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence: How Artificial Intelligence can Serve Mathematical Human Learning*. Mathematics Education in the Digital Era, vol 17. Springer Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0.
- RODRÍGUEZ, J. L. (2022). Exploring Dynamic Geometry Through Immersive Virtual Reality and Distance Teaching. In P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (eds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence* (pp. 343-363). Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0_15.
- SCHOENFELD, A. H. (2011). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. Routledge.
- SNYDERMAN, M., & ROTHMAN, S. (1987). Survey of expert opinion on intelligence and aptitude testing. *American Psychologist*, 42(2), 137-144. DOI : 10.1037/0003-066X.42.2.137.
- SONI, N., SHARMA, E. K., SINGH, N., & KAPOOR, A. (2019). Impact of artificial intelligence on businesses: from research, innovation, market deployment to future shifts in business models. *arXiv preprint arXiv:1905.02092*. DOI : 10.48550/arXiv.1905.02092.
- STERNBERG, R. J., & DETTERMAN, D. K. (1986). *What is Intelligence? Contemporary Viewpoints on its Nature and Definition*. Ablex.
- SUBLIME, J. (2022). L'apprentissage non-supervisé et ses contradictions. *1024 : Bulletin de la Société Informatique de France*, (19), 145-156.
- TANSWELL, F. S., & RITTEBERG, C. J. (2020). Epistemic injustice in mathematics education. *ZDM Mathematics Education* 52, 1199-1210.

TESSIER-BAILLARGEON, M., LEDUC, N., RICHARD, P. R., & GAGNON, M. (2017). Étude comparative de systèmes tutoriels pour l'exercice de la démonstration en géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 22, 91-117.

TOUSSAINT, B. M., LUENGO, V., & JAMBON, F. (2015). Proposition d'un Framework de Traitement de Traces pour l'Analyse de Connaissances Perceptivo-Gestuelles. In *7ème Conférence sur les Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain (EIAH 2015)* (p. 222-233).

VAN VAERENBERGH, S., & PÉREZ-SUAY, A. (2022). A Classification of Artificial Intelligence Systems for Mathematics Education. In: P. R. Richard, M. P. Vélez, & S. Van Vaerenbergh (eds.), *Mathematics Education in the Age of Artificial Intelligence* (pp. 89-106). Springer, Cham. DOI : 10.1007/978-3-030-86909-0_5.

VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches didactiques en mathématiques*, 10, 133-170.

VERGNAUD, G. (2002). Piaget visité par la didactique. *Intellectica. La revue de l'Association pour la Recherche sur les sciences de la Cognition*, 33, 107-123.

VYGOTSKY, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

WEBBER, C., PESTY, S., & BALACHEFF, N. (2002). A multi-agent and emergent approach to learner modelling. In *ECAI* (p. 98-102).

WOLFRAM, S. (2023). *Wolfram|Alpha as the Way to Bring Computational Knowledge Superpowers to ChatGPT*. Consulté le 28 février 2023. URL: <https://writings.stephenwolfram.com/2023/01/wolframalpha-as-the-way-to-bring-computational-knowledge-superpowers-to-chatgpt/>.

ZHANG, D., MASLEJ, N., BRYNJOLFSSON, E., ETCHEMENDY, J., LYONS, T., MANYIKA, J., NGO, H., NIEBLES, J. C., SELITTO, M.,... PERREAULT, R. (2022). *The AI Index 2022 Annual Report*. AI Index Steering Committee, Stanford Institute for Human-Centered AI, Stanford University.

FABIEN EMPRIN

Université de Reims

fabien.emprin@univ-reims.fr

PHILIPPE R. RICHARD

Université de Montréal

philippe.r.richard@umontreal.ca

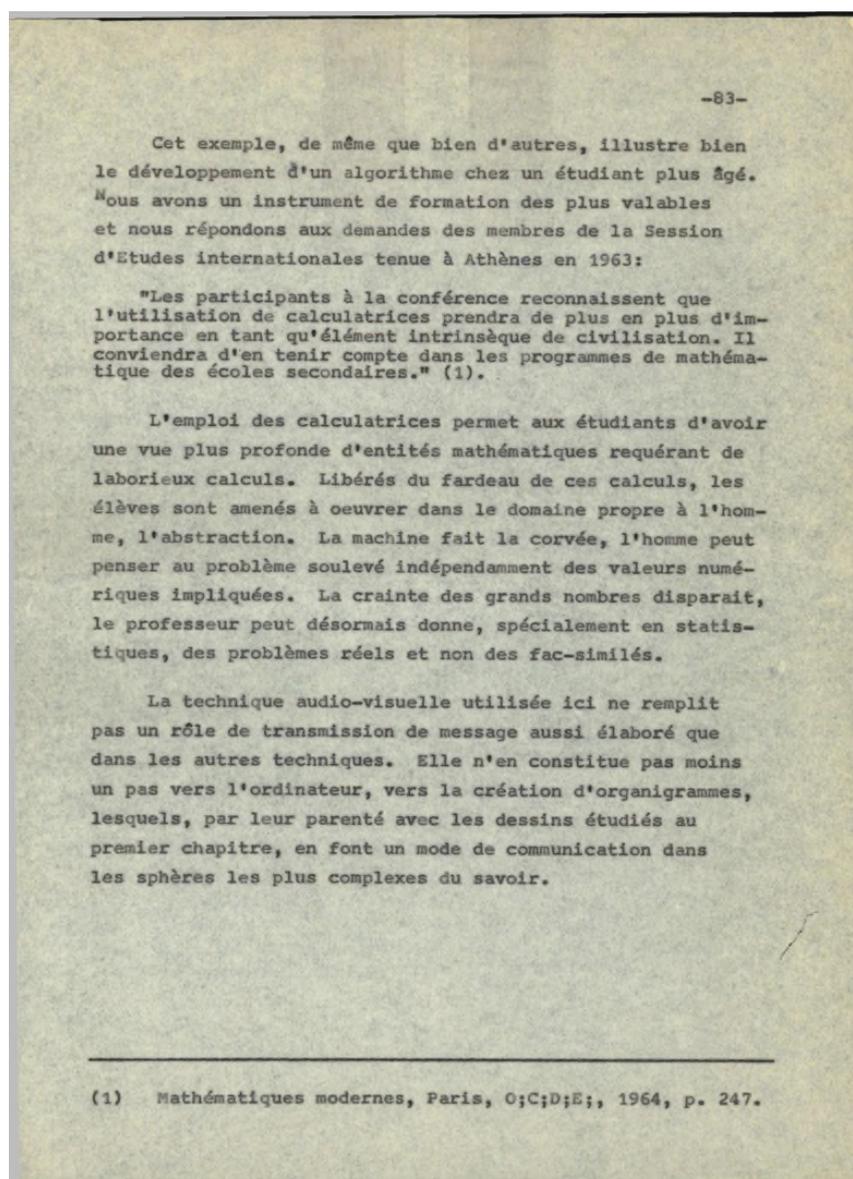
Annexe 1. Émergence positive de l'apprentissage instrumenté en 1970.

Figure 9. Dans la lignée des mathématiques modernes, les pionniers de la didactique, tels que Richard (1970), anticipaient des questions liées au nouveau travail mathématique et à l'interaction entre le sémiotique, l'instrumental et l'algorithmique dans le contexte humain-machine, ici en ce qui concerne la modélisation et l'application statistique.

Annexe 2. Questionnement alternatif du sujet dans le problème de la Fig 7.

PHI Dans le triangle ABC, les médiatrices m de [AB] et n de [BC] se coupent en O. Que peut-on dire du point O par rapport au triangle ABC? Que peut-on dire de la droite perpendiculaire au côté [AC] qui passe par O?

 Dans le triangle ABC, le point O est l'intersection des médiatrices m du côté [AB] et n du côté [BC]. Voici ce que l'on peut dire du point O par rapport au triangle ABC et de la droite perpendiculaire au côté [AC] qui passe par O :

- Point O par rapport au triangle ABC :**
Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. En d'autres termes, il est équidistant des trois sommets du triangle (A, B et C). Cela signifie que la distance entre O et chaque sommet est la même, ce qui est une propriété importante du centre du cercle circonscrit.
- Droite perpendiculaire au côté [AC] passant par O :**
La droite perpendiculaire au côté [AC] et passant par O est appelée la médiane issue du sommet B. Cette droite divise le côté [AC] en deux segments égaux et est perpendiculaire à [AC]. Elle joue un rôle important dans la géométrie du triangle, car les trois médianes d'un triangle se croisent en un point appelé le centre de gravité (ou centre de masse).

En résumé, le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC, et la droite perpendiculaire au côté [AC] qui passe par O est la médiane issue du sommet B.

PHI J'ai l'impression que vous confondez les types de droites remarquables.

 Je m'excuse pour la confusion dans ma réponse précédente. Vous avez raison, j'ai mélangé les types de droites remarquables. Voici la réponse correcte :

Dans le triangle ABC, le point O est l'intersection des médiatrices m du côté [AB] et n du côté [BC]. Voici ce que l'on peut dire du point O par rapport au triangle ABC et de la droite perpendiculaire au côté [AC] qui passe par O :

- Point O par rapport au triangle ABC :**
Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Cela signifie que la distance entre O et chaque sommet du triangle (A, B et C) est la même. Le centre du cercle circonscrit est également appelé le centre de la circonférence passant par les trois sommets du triangle.
- Droite perpendiculaire au côté [AC] passant par O :**
La droite perpendiculaire au côté [AC] qui passe par le point O est la hauteur issue du sommet B. Cette droite est perpendiculaire au côté [AC] et passe par le point d'intersection O des médiatrices. La hauteur issue du sommet B divise le côté [AC] en deux segments inégaux, avec le pied de la hauteur plus proche du sommet B.

Je m'excuse encore pour la confusion dans ma réponse précédente et j'espère que cette réponse est plus précise et correcte.



Figure 10. Encore une fois, le système se confond en excuses, avec un avertissement en petits caractères non visible sur notre capture d'écran : « ChatGPT peut générer des informations inexactes concernant des personnes, des lieux ou des faits ».